Technische Hochschule Ingolstadt

Prof. Dr. K. Roegner

WS 17/18
Januar 2018

Probeklausur
Grundlagen der Mathematik 1

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: ....

Ohne den **vollständigen Rechenweg** und/oder eine **kurze Begründung** werden keine Punkte vergeben.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 25 von 50 Punkten bestanden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

---

1. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie jeweils den größten Definitionsbereich sowie das Bild der gegebenen Funktionen.

a) $f(x) = \ln(1-3x)$

b) $g(x) = \sqrt[4]{x^2+2x-3}$

c) $h(t) = \frac{3}{2}\cos(3t+2)$

2. Aufgabe

8 Punkte

(a) Es seien $g_1 : [a;b] \to [c;d]$ und $g_2 : [a;b] \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen. Zeigen Sie, dass $c_1 g_1 + c_2 g_2$ mit $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ Konstanten ein Maximum auf $[a;b]$ besitzt.

(b) Untersuchen Sie die Funktion

$$h(t) = \begin{cases} \cos t, & t \in\,]-\infty; \frac{\pi}{4}[\,, \\ \sin t, & t \in [\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}[\,, \\ \cos t - \sin t, & t \in [\frac{3\pi}{2}, \infty[\end{cases}$$

auf Stetigkeit.

3. Aufgabe 12 Punkte

Untersuchen Sie die gegebenen Folgen jeweils auf Konvergenz. Berechnen Sie ggf. den Grenzwert.

a) $\left(\cos(n \cdot \frac{\pi}{2})\right)_{n\in\mathbb{N}\geq 0}$

b) $\left(\sqrt[n]{2^{n+1}}\right)_{n\in\mathbb{N}\geq 0}$

c) $\left(\frac{1+\left(\frac{3}{4}\right)^k}{1-\left(\frac{7}{9}\right)^k}\right)_{k\in\mathbb{N}\geq 0}$

d) $\left(\frac{k^4-5k^2+1}{k^2+3}\right)_{k\in\mathbb{N}\geq 0}$

e) $\left(\frac{3n^3+1000}{n^4+0{,}0001}\right)_{n\in\mathbb{N}\geq 0}$

f) $\left(\frac{k^3-4k+7}{2k^3+1}\right)_{k\in\mathbb{N}\geq 0}$

4. Aufgabe 10 Punkte

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist $f(x) = \sqrt[3]{x}$ differenzierbar?

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente zum Graphen der Funktion

$$g(t) = 3\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

in $t = 0$.

c) Berechnen Sie jeweils die Ableitungen der gegebenen Funktionen.

$$h(x) = e^x(x^2+5) \qquad j(t) = \frac{\ln t}{t+3} \qquad k(x) = \sqrt{3x^5+4x+7}$$

5. Aufgabe 14 Punkte

a) Entscheiden Sie jeweils, ob die gegebene Reihe konvergent oder divergent ist.

i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}(4k)!}{(3k)!}$ ii) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{7k+1}$ iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n+4}}{n}$

iv) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{5})^{1-n}$ v) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}4k!}{(3k)!}$ vi) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}k}{7k+1}$

b) Untersuchen Sie, ob die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+3}$ konvergent oder divergent ist.