

Aufgaben + Lösungen (Jan + Nico)

Funktionen

Schreiben

1. Sei $f(x) = x^2 + x - 3$ eine reelle Funktion. Berechnen Sie die folgenden Größen.

a) $f(-2) = -1$

b) $f(0) = -3$

c) $f(3) = 9$

d) $f(c) = c^2 + c - 3$

e) $f(2+h) = (2+h)^2 + (2+h) - 3$
 $= 3 + 5h + h^2$

f) $f(a+h) = (a+h)^2 + (a+h) - 3 - a^2 - h + 3$
 $-f(a) = a^2 + 2ah + h^2 + a + h - 3 - a^2 - h + 3$
 $= 2ah + h^2 + h$
 $= h(h + 2a + 1)$

2. Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion g :

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+4}}$$

$$2x+4 > 0$$

$$2x > -4$$

$$x > -2$$

In Intervallnotation $]-2, \infty[$

3. Bestimmen Sie die folgenden Größen für $f(x) = \frac{1}{x^2+5}$

a) $f(-a) = \frac{1}{a^2+5}$

b) $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)^2+5} \cdot \frac{a^2}{a^2} = \frac{a^2}{1+5a^2}$

c) $f(\sqrt{a}) = \frac{1}{a+5}$

d) $f(a^2) = \frac{1}{a^4+5}$

4. Berechnen Sie $f(a+h) - f(a)$ für

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x-2 &: 3(a+h)-2-(3a-2) \\ &= 3a+3h-2-3a+2 \\ &= 3h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \Delta^2_z x &: (a+h)^2 + 2(a+h) - (a^2 + 2a) \\ &= a^2 + 2ah + h^2 + 2a + 2h - a^2 - 2a \\ &= h^2 + 2ah + 2h \\ &= h(h + 2a + 2). \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie das Bild der gegebenen Funktion

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Bild: ~~$\{0\}$~~ $\{-1, 0, 1\}$.

b) $g(x) = e^{x+2} \quad]0, \infty[$

c) $h(x) = e^x + 2 \quad]2, \infty[$

d) $j(x) = 2 \cos(2x+3)$ $[-2/2]$

6. Lösen Sie die Ungleichung $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 \geq 0$.

$$(3-x)(x+2)(x-1) \geq 0$$

$$(3x+6-x^2-2x)(x-1) \geq 0$$

$$(-x^2 + x + 6)(x - 1) > 0$$

$$-x^3 + x^2 + x^2 - x + 6x - 6 \geq 0$$

$$-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 > 0$$

$$]-\infty, -2] \cup [1, 3]$$