Einführung in die Informatik 1
Studiengang Künstliche Intelligenz
WS 2019/20

Technische Hochschule Ingolstadt
Fakultät Informatik
Prof. Dr. W.-D. Tiedemann

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 3.1

a) Geben Sie ein LOOP-Programm zur Berechnung der (modifizierten) ganzzahligen Division von zwei Variablen x_1 DIV x_2 an (bspw. 4 DIV 3 = 1, 2 DIV 5 = 0, 9 DIV 3 = 3).

   Es gelte n DIV 0 = 0 für alle n.

b) Simulieren Sie (ohne Verwendung von LOOP) die Anweisung „IF $x_i > x_j$ THEN P_1 ELSE P_2“ durch ein WHILE-Programm.

c) Geben Sie an, welche partielle Funktion $f: N^2 \rightarrow N$ das folgende WHILE-Programm berechnet:

   $x_3 := x_1 - x_2$;
   WHILE $x_3 \neq 0$ DO END;
   $x_0 := x_3 + x_2$

   Geben Sie ein zum WHILE-Programm äquivalentes GOTO-Programm an.

Aufgabe 3.2

Weisen Sie folgende Monotonie-Eigenschaften der ACKERMANN-Funktion durch Induktion und/oder Nutzung von Ergebnissen bereits gelöster Teilaufgaben nach.

a) $n < A(m, n)$

b) $A(m,n) < A(m,n+1)$

c) $A(m,n+1) \leq A(m+1, n)$

d) $A(m,n) < A(m+1,n)$

e) $m \leq m',\ n \leq n' \Rightarrow A(m,n) \leq A(m', n')$

Aufgabe 3.3

Beim Beweis der WHILE-Berechenbarkeit der ACKERMANN-Funktion haben wir zur Realisierung der Stack-Operationen auf eine bijektive Codierungsfunktion $\pi: N^2 \rightarrow N$ zurückgegriffen.

a) Eine solche Funktion könnte die CANTORsche Paarungsfunktion sein. Informieren Sie sich bspw. im WWW oder in der Bibliothek über diese Funktion.

Zeigen Sie, ob diese Funktion LOOP- oder WHILE-berechenbar ist. Wenn Sie dabei Funktionen benötigen, die in Vorlesungen oder Übungen noch nicht simuliert wurden, weisen Sie deren Berechenbarkeit ebenfalls nach.

b) Gegeben sei eine bijektive Funktion $f: N^2 \to N$ und ein LOOP-Programm F, das f berechnet. Gehen Sie unabhängig von Ihrer Lösung in Teilaufgabe a) davon aus, dass F existiert.

Schreiben Sie ein WHILE-Programm, das die Umkehrfunktion $f^{-1}: N \to N^2$ mit $f_1^{-1}(n) = (x, y) \Leftrightarrow f(x, y) = n$ berechnet. Das WHILE-Programm darf natürlich F als Unterprogramm benutzen, sowie jede weitere bereits simulierte Hilfsfunktion.

Aufgabe 3.4

Zeigen Sie, dass das Komplement einer entscheidbaren Sprache (Menge) entscheidbar ist.