

W-Theorie, Prof. Dr. v. Koch

Blatt 1

Aufgabe 1

Finden Sie (in Abhängigkeit von α) zu den Messwerten

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	0	1	α	1	2

eine Ausgleichsgerade!

Für welchen Wert von α ist die Summe der Fehlerquadrate am kleinsten?

Antworten:

$$y = \frac{1}{5}(\alpha + 4) + \frac{2}{5}x$$

Für $\alpha = 1$ ist die Summe der Fehlerquadrate am kleinsten.

Aufgabe 2

Für die endlichen Mengen A, B, C soll gelten

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 2$$

$$|A \cap B \cap C| = 1$$

$$|A \cup B \cup C| = 5$$

- Finden Sie ein Beispiel für diese Situation!
- Zeigen Sie, dass nicht alle 3 Mengen gleichviel Elemente haben können!

Aufgabe 3

- 16 Personen wollen untereinander kommunizieren, jeweils über einen separaten Kommunikationskanal. Wie viele Kommunikationskanäle werden dafür benötigt?
- 5 Hochschulen sollen gerankt werden. Rang-Gleichheit soll dabei ausgeschlossen sein. Wie viele Rangfolgen sind möglich?
- Sie haben 11 Pullis und 11 Hosen zur Auswahl. Sie sollen je einen Pulli und eine Hose auswählen. Wie viele Möglichkeiten haben Sie insgesamt?

Antworten: a) 120; b) 120; c) 121

Aufgabe 4 (G. Teschl, S. Teschl, Mathematik für Informatiker)

- In einer Stadt sprechen 1000 000 Menschen Deutsch oder Französisch. Wenn 90% davon (zumindest) Deutsch sprechen, und 20% (zumindest Französisch), wie viele sprechen dann beide Sprachen?
- Wie viele achtstellige Dualzahlen gibt es, die mit einer 0 beginnen oder mit 11 enden?
- Ein Marktforschungsinstitut hat für Sie folgende Daten erhoben: 80% Ihrer potentiellen Kunden besitzen einen Computer, 70% haben einen DVD-Player und 40% besitzen beides. Bezahlen Sie die Rechnung des Marktforschungsinstituts?

Antworten: a) 10^5 ; b) 160; Nein, Daten widersprüchlich

Aufgabe 5

- a) 12 Personen treffen sich, und jeder begrüßt jeden anderen mit Handschlag. Wie viele Handschläge sind das insgesamt?
- b) Finden Sie eine „kompakte“ Formel für $\sum_{k=1}^n k$

Antworten: a) 66; b) $\sum_{k=1}^n k = \binom{n+1}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

Aufgabe 6 (G. Teschl, S. Teschl, Mathematik für Informatiker)

Für einen Fernsehbericht sollen unter 60 Studierenden (darunter sind 10 Studentinnen) drei interviewt werden.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, drei Studierende auszuwählen?
- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Dreiergruppe mit genau einer Studentin auszuwählen?

Antworten: a) 34220; b) 12250

Aufgabe 7

Die Wahrscheinlichkeit einer Knabengeburt beträgt $p=52\%$, die einer Mädchengeburt 48% . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in Familien mit 4 Kindern

- a) genau 2 Knaben,
 b) höchstens 2 Knaben,
 c) mindestens 3 Knaben,
 d) alle 4 Kinder Mädchen sind?
 e) Wie viele Kinder müsste eine Familie mindestens haben, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens ein Knabe dabei ist?

Antworten:

- a) $\approx 37,38\%$
 b) $\approx 65,69\%$
 c) $\approx 34,31\%$
 d) $\approx 5,31\%$
 e) Mindestens 7

Aufgabe 8 (Chevalier de Méré an Pascal)

- f) 4 Würfel werden geworfen. Würden Sie wetten, dass mindestens eine 6 dabei ist, oder wetten Sie dagegen?
- g) 24 mal werden zwei Würfel geworfen. Würden Sie wetten, dass mindestens eine Doppelsechs dabei ist, oder wetten Sie dagegen?

Antworten: a) Ja, Wahrscheinlichkeit $\approx 51,77\%$; b) Nein, Wahrscheinlichkeit $\approx 49,14\%$

Aufgabe 9

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, im Lotto mit einer Tippreihe

- a) genau 4 Richtige, b) mindestens 4 Richtige
 zu haben?

Antwort: a) $\approx 0,097\%$: b) $\approx 0,099\%$

Aufgabe 10

Ein Würfel wird 10 mal geworfen. E sei das Ereignis „Gerade Augenzahl“. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die relative Häufigkeit von E zwischen 0,45 und 0,55 liegt?

Antwort: Wahrscheinlichkeit $\approx 24,61\%$

Aufgabe 11

- a) In einer Urne befinden sich 6 schwarze und 43 weiße Kugeln. Es werden 6 Kugeln **ohne** zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 3 der gezogenen Kugeln schwarz sind?
- b) Gleiche Aufgabe, diesmal aber **mit** Zurücklegen.
- c) In einer Urne befinden sich 600 schwarze und 4300 weiße Kugeln. Es werden 6 Kugeln **ohne** zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 3 der gezogenen Kugeln schwarz sind?
- d) Gleiche Aufgabe, diesmal wieder **mit** Zurücklegen.

Antworten:

- a) $\approx 1,864\%$
- b) $\approx 2,756\%$
- c) $\approx 2,747\%$
- d) $\approx 2,756\%$

Aufgabe 12

Ein Betrieb erhält regelmäßig eine Lieferung von 200 Schrauben. Die Lieferbedingungen gestatten höchstens einen Ausschussanteil von 5%.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde eine gerade noch zulässige Lieferung (zu unrecht) zurückgesandt, wenn der Betrieb nach folgendem statistischen Prüfplan vorgeht:

- a) Es wird eine Stichprobe von 20 Stück ohne Zurücklegen entnommen. Die Lieferung wird zurückgesandt, wenn sich in dieser Stichprobe mehr als ein Ausschussstück befindet.
- b) Das gleiche mit Zurücklegen.

Antwort: a) $\approx 26,28\%$ b) $\approx 26,42\%$

Aufgabe 13

Eine Lieferung hat 10% Ausschuss. Wieviel Stücke muss man, mit Zurücklegen, herausgreifen, damit man mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit dabei mindestens ein Ausschussstück erhält?

Antwort: Mindestens 22

Aufgabe 14

Eine Lieferung enthält 5% Ausschuss. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Stichprobe mit Zurücklegen vom Umfang 30 höchstens 5 Stücke Ausschuss zu finden?

Antwort: $\approx 99,67\%$

Aufgabe 15 („Ziegenproblem“)

Folgendes Spiel: 3 Lose, ein Gewinn, zwei Nieten.

1. Der Kandidat zieht ein Los (nicht aufmachen!).
2. Der Spielleiter (welcher weiß, wo der Gewinn ist) öffnet eines der beiden verbliebenen Lose, und dieses ist eine Niete.
3. Der Kandidat wird gefragt, ob er jetzt lieber sein zuerst gezogenes Los zurückgeben, und dafür das noch verbleibende Los nehmen will, oder ob er lieber bei seiner ersten Wahl beharren möchte.

Frage: Welcher der drei folgenden Fälle trifft zu?

- a) Beharren hat bessere Gewinnchancen.
- b) Wechseln hat bessere Gewinnchancen.
- c) Die Gewinnchancen von Beharren und Wechseln sind gleich groß.

Antwort: b) Gewinnchancen = $2/3$

Aufgabe 16

6 Ehepaare feiern gemeinsam Silvester. Um 24:00 Uhr wird getanzt. Dazu werden alle Tanzpaare ausgelost. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass niemand mit seinem eigenen Ehepartner tanzt?

Antwort: $\approx 36,805\%$

Aufgabe 17

Wie groß muss n mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass unter n im Mai geborenen Personen mindestens ein „Geburtstagszwilling“ (gleiches Geburtsdatum ohne Jahreszahl) dabei ist, größer als 50% ist?

Antwort: 7