

W-Theorie, Prof. Dr. v. Koch

Probeklausur

Aufgabe 1

Richtig oder falsch?

	immer	manchmal, aber nicht immer	nie
A und \bar{A} unabhängig			
A und Ω unabhängig			
A und \emptyset unabhängig			
$P(A) \cdot P(B A) = P(A B) \cdot P(B)$			
$P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$			

Aufgabe 2

Für welche Werte $P(A)$ sind A und \bar{A} unabhängig?

Aufgabe 3 (vgl. Vorlesungsskript)

Es sei X die Temperatur eines Kühlschranks im Haushalt. Beim Reinigen des Kühlschranks wird der Thermostat zufällig und unbeabsichtigt verstellt. Die Temperatur X , auf die sich der Kühlschrank nun einstellt, modellieren wir als zufällige normalverteilte Variable X mit $\mu = 3^\circ\text{C}$ und $\sigma = 10^\circ\text{C}$.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Temperatur den als kritisch angesehenen Wert von 9°C übersteigt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Temperatur im Kühlschrank unter dem Gefrierpunkt 0°C liegt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine Temperatur zwischen $+1^\circ\text{C}$ und $+7^\circ\text{C}$?
- Welche Temperatur c (in $^\circ\text{C}$) wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% nicht überschritten?

Aufgabe 4

Eine Abfüllmaschine füllt ein bestimmtes Erzeugnis in Dosen. Das Nettogewicht einer Dose sei eine normalverteilte Zufallsgröße X . Die Standardabweichung als Maß für die Präzision der Maschine sei $\sigma = 8\text{ g}$. Auf welchen Mittelwert ist die Maschine einzustellen, wenn höchstens 5% aller Dosen weniger als 250 g enthalten sollen?

Antwort: $\mu = 263,2\text{ g}$

Aufgabe 5

Ein Betrieb erhält regelmäßig eine Lieferung von 200 Schrauben. Die Lieferbedingungen gestatten höchstens einen Ausschussanteil von 5%.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde eine gerade noch zulässige Lieferung (zu unrecht) zurückgesandt, wenn der Betrieb nach folgendem statistischen Prüfplan vorgeht:

- Es wird eine Stichprobe von 20 Stück ohne Zurücklegen entnommen. Die Lieferung wird zurückgesandt, wenn sich in dieser Stichprobe mehr als ein Ausschussstück befindet.
- Das gleiche mit Zurücklegen.

Antwort: a) $\approx 26,28\%$ b) $\approx 26,42\%$

Aufgabe 6

Bei einem Wurf mit 3 Würfeln erhält ein Spieler 10 € bei 18 Augen und 5 € bei 17 Augen. In allen anderen Fällen bekommt er nichts. Pro Spiel sind 0,20 € zu bezahlen. Berechnen Sie den Erwartungswert von $X = \text{„Gewinn pro Spiel“}$!

Antwort: $E(X) \approx -0,08426\text{ €}$

Aufgabe 7 (vgl. Vorlesungsskript)

Ein regelmäßiger Würfel wird $n = 600$ mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass a) mindestens 110 mal, b) genau 110 mal eine 6 geworfen wird?

Zeigen Sie vorher, dass der Satz von Moivre – Laplace anwendbar ist.

Aufgabe 8

Ein regelmäßiger Würfel wird $n = 100$ mal geworfen.

- a) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsgröße $X = \text{Augensumme}$.
- b) Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X Werte im Intervall $[330, 380]$ annimmt.

Lösungen: a) $E(X) = 350$, $Var(X) = 291,67$ b) 0,8479

Aufgabe 9

Überlegen Sie sich ein paar (etwa 2-3) kluge Sätze zum Thema Simpson-Paradoxon!