

# Lösungen - zusätzliche Aufgaben - Übungsblatt 2

$$1) w = -\sqrt{3} - i$$

$$r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{z}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot i, \varphi = \frac{7\pi}{6}$$

$$z_k = e^{\frac{\varphi + 2\pi k}{n} \cdot i}, n=4, k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$z_0 = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{7\pi/6}{4} i} = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{7\pi}{24} i}$$

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt[4]{2} \cdot e^{\left(\frac{7\pi}{24} + \frac{2\pi \cdot 1}{4}\right) i} = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\left(\frac{7\pi + 12\pi}{24}\right) i} \\ &= \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{19\pi}{24} i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_2 &= \sqrt[4]{2} \cdot e^{\left(\frac{7\pi}{24} + \frac{4\pi}{4}\right) i} = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{31\pi}{24} i} \\ &= \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{31\pi}{24} i} \end{aligned}$$

$$z_3 = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\left(\frac{7\pi}{24} + \frac{6\pi}{4}\right) i} = \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{43\pi}{24} i}$$

2) a) nicht reflexiv:

$$(3, 4) \in R_1 \quad (3 < 4) \text{ aber}$$

$$(3, 3) \notin R_1 \quad (3 \not< 3)$$

~~b)~~ nicht symmetrisch

$$(3, 4) \in R_1 \text{ aber } (4, 3) \notin R_1 \quad (4 \not< 3)$$

~~c)~~ transitiv:

$$(x, y) \wedge (y, z) \in R_1 \Rightarrow x < y \text{ und } y < z.$$

Nun gilt  $x < z$ , sodass  $(x, z) \in R_1$ .

b) reflexiv:  $(x, y) \in R_2 \Rightarrow x \leq y \text{ und } x \leq x$   
 $\Rightarrow (x, x) \in R_2.$

nicht symmetrisch:

$$(3, 4) \in R_2 \Rightarrow 3 \leq 4 \quad \text{aber } 4 \not\leq 3 \Rightarrow (4, 3) \notin R_2.$$

transitiv:

$$(x, y) \wedge (y, z) \in R_2 \Rightarrow x \leq y \text{ und } y \leq z.$$

Es gilt  $x \leq z$  und somit  $(x, z) \in R_2$ .