Mengen-Algebra

Für alle Mengen $A,B,C \subseteq \Omega$ gelten

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \Omega = A$

$A \cup \Omega = \Omega$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cap \overline{A} = \emptyset$

$A \cup \overline{A} = \Omega$

$\overline{\overline{\mathrm{A}}} = \mathrm{A}$

Idempotenzgesetze:

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

Assoziativgesetze:

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Kommutativgesetze:

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Distributivgesetze:

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

De Morgan Regeln:

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Absorptionsgesetze:

$A \cup (A \cap B) = A$

$A \cap (A \cup B) = A$

weitere Regeln:

(1) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

(2) $A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$

Nützlich ist auch: $A \subseteq B \quad \Leftrightarrow \quad A \cap B = A \quad \Leftrightarrow \quad A \cup B = B \quad \Leftrightarrow \quad \overline{B} \subseteq \overline{A}$

Allgemeine Distributivgesetze:

Wir definieren zunächst für beliebige Indexmegen I und Mengen $A_i \in \Omega$

$$\bigcap_{i \in I} A_i := \{\omega \in \Omega : \forall \mathrm{i} \in \mathrm{I}(\omega \in A_i)\}$$

$$\bigcup_{i \in I} A_i := \{\omega \in \Omega : \exists \mathrm{i} \in \mathrm{I}(\omega \in A_i)\}$$

Zur Schnittmenge eines Mengensystems A_i, i$\in I$ gehören also gerade diejenigen Elemente ω, welche zu allen A_i gehören, während die Vereinigungsmenge aus denjenigen Elementen ω besteht, welche zu mindestens einem der A_i gehören.
$\forall$ = „für alle … gilt", $\exists$ = „es gibt ein … so dass". Die Distributivgesetze sehen dann so aus:

$$A \cap \left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} (A \cap A_i)$$

speziell
$$A \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = (A \cap A_1) \cup (A \cap A_2) \cup \dots \cup (A \cap A_n)$$

$$A \cup \left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \bigcap_{i \in I} (A \cup A_i)$$

speziell
$$A \cup (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = (A \cup A_1) \cap (A \cup A_2) \cap \dots \cap (A \cup A_n)$$

Allgemeine De Morgan Gesetze:

$$\overline{\bigcup_{\iota \in I} A_\iota} = \bigcap_{i \in I} \overline{A_\iota}$$

speziell
$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}$$

$$\overline{\bigcap_{\iota \in I} A_\iota} = \bigcup_{i \in I} \overline{A_\iota}$$

speziell
$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \dots \cup \overline{A_n}$$