



# Técnicas de los Sistemas Inteligentes

## Relación de Problemas 4

### Programación (declarativa) de restricciones.

1. Escribir programas en ECLiPSe que resuelvan los problemas 3 al 6 planteados en la Relación de Problemas 3.
2. Un problema criptoaritmético puede verse como un puzzle matemático en el que un conjunto de dígitos es reemplazado por letras. En concreto se pide reemplazar cada letra por un dígito de tal forma que la siguiente suma sea correcta.

```
    SEND
+   MORE
-----
    MONEY
```

Modelar este problema criptoaritmético como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

3. (Otro Puzzle Criptoaritmético). Reemplazar las letras distintas por dígitos distintos (los números no tienen ceros a la izquierda), de forma que el siguiente cálculo tenga sentido (una posible traducción del alemán es “Prueba a fondo tus fortalezas”):  

```
    TESTE
+ FESTE
+ DEINE
= KRAFTE
```

Escribe un programa en ECLiPSe que lo resuelva. Considerar el uso de la restricción global `all_different(+Vars)`
4. El problema de las  $n$ -reinas consiste en situar  $n$  reinas en un tablero de ajedrez de  $n \times n$  posiciones, donde  $n \geq 3$ , de forma que no se ataquen entre ellas. Modelar este problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.
5. Considerar el siguiente puzzle: En diez celdas numeradas del 0 al 9 se inscribe un número de 10 dígitos tal que cada celda  $i$  indica el número total de ocurrencias del dígito  $i$  en el número. Encontrar ese número.

Modelar este problema como PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.  
Información: El número es 6210001000. Pista: Buscar en la documentación de Eclipse la



restricción global representada por el predicado  $\text{occurrences}(i, L, N)$  y plantear el problema y el programa basándose en este predicado.

6. Considerar el siguiente problema:

Encontrar una permutación de los números 1 al 10 tal que:

- 6 está en la 7ª posición

- cada número a partir del segundo es, o bien 3 unidades mayor, o bien 2 unidades menor que su predecesor.

Modelar este problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

Información: La única solución es 3 1 4 2 5 8 6 9 7 10.

7. Un cuadrado mágico de orden  $n$  es un array de  $n \times n$  formado por los enteros  $1, 2, \dots, n^2$  organizados de tal forma que cada fila, columna y las dos diagonales principales suman lo mismo. Por ejemplo:

1	15	24	8	17
23	7	16	5	14
20	4	13	22	6
12	21	10	19	3
9	18	2	11	25

Es un cuadrado mágico de orden 5 porque cada fila, columna y diagonal principal suman 65.

Modelar el problema de encontrar un cuadrado mágico de orden  $n$  como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

7. Un **cuadrado latino** es una matriz de  $n \times n$  elementos, en la que cada casilla está ocupada por uno de los  $n$  símbolos de tal modo que cada uno de ellos aparece exactamente una vez en cada columna y en cada fila. Las siguientes matrices son cuadrados latinos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & b & d & c \\ b & c & a & d \\ c & d & b & a \\ d & a & c & b \end{bmatrix}$$

Representar el problema de encontrar un cuadrado latino de tamaño  $n$  como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

8. Considérese una pequeña parte del proceso de ensamblado de un coche en el que intervienen las tareas: instalar ejes (una para el trasero y otra para el delantero), poner ruedas (una para cada rueda), apretar tuercas (una tarea para cada rueda) y poner tapacubos (una para cada rueda). Los ejes tienen que ponerse antes que las ruedas y poner un eje toma 10 minutos. Poner ruedas toma 1 minuto, apretar tuercas (para cada rueda) 2 minutos y poner cada embellecedor 1 minuto. Al final del ensamblado hay una tarea de inspección que toma 3 minutos. Asumir que hay recursos ilimitados para hacer las tareas. Se desea saber el tiempo en el que debe empezar cada tarea. Modelar este problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.



9. Teniendo en cuenta las características del Problema 8, considerar que el montaje de los ejes sólo lo puede realizar un trabajador y que hay un requisito adicional de tener montado el coche en 30 minutos como máximo. Modelar este problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva

10. Considerar el siguiente puzle: Dadas 10 variables con la siguiente configuración:

$X_7$        $X_8$        $X_9$        $X_{10}$   
 $X_4$        $X_5$        $X_6$   
 $X_2$        $X_3$   
 $X_1$

Se sabe que  $X_1 = 3$  y se quiere asignar cada variable con un entero diferente del conjunto  $\{1, 2, \dots, 10\}$  tal que por cada tres variables

$X_i$        $X_j$   
 $X_k$

Se satisface  $|X_i - X_j| = X_k$ . Modelarlo como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

11. **Problema de horario(simple).** Modelar el siguiente problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva:

Encontrar asignación de tiempos a las clases que deben impartir unos profesores dados, considerando que cada profesor puede impartir la clase dentro de un horario especificado (ver tabla). Todas las clases se dan en un aula y duran 1 hora. Las clases impartidas por mujeres deben impartirse lo más pronto posible.

Profesor	Min	Max
Pedro	3	6
Juana	3	4
Ana	2	5
Yago	2	4
David	3	4
María	1	6

12. **Problema de asignación de recursos.** Modelar el siguiente problema como un PSR y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva:

Asignar 4 trabajadores a cuatro productos de tal forma que cada trabajador trabaje en un producto y cada producto sea producido por un trabajador. La efectividad de la producción está dada por la tabla mostrada más abajo (p.e. trabajador W1 produce P1 con efectividad 7) y la efectividad total de la asignación debe ser al menos 19.



	P1	P2	P3	P4
W1	7	1	3	4
W2	8	2	5	1
W3	4	3	7	2
W4	3	1	6	3

Modelar este problema de tres formas distintas:

- Como un problema de satisfacción de restricciones con variables booleanas.
- Como un CSP tomando como variables los trabajadores.
- Como un CSP tomando como variables los productos.

**PISTA:** para los dos últimos modelos considerar la restricción global **element(i,L,V)**, que expresa que **V** es el **i**-ésimo valor de **L**. Por ejemplo, *element(W1,[7,1,3,4], EW1)* especifica que EW1 está restringido a uno de los valores de la lista y que W1 está restringido a ser el índice del valor de EW1. **element** se usa para imitar la búsqueda en un array. Es decir, si *profit<sub>1</sub>* es un array que representa la primera fila de la tabla de arriba, entonces

*element(W1,[7,1,3,4], EW1)* imita la restricción *EW1 es profit<sub>1</sub>[W1]*

13. **Viajante de comercio.** En el problema del viajante de comercio hay un número dado de ciudades, cada una conectada con todas las otras y cada conexión tiene un coste (asociado con la distancia). El problema consiste en encontrar el recorrido más corto que visita todas las ciudades exactamente una vez y finaliza en la ciudad de partida (este tipo de recorrido se conoce como un ciclo o circuito Hamiltoniano). La restricción global **circuit(L)** restringe los elementos de la lista **L** a que formen un circuito hamiltoniano. Es decir, **L** es una colección de **N** elementos representando nodos de un grafo dirigido, donde el **i**-ésimo elemento de **L** representa el sucesor del nodo **i**. Entonces la restricción fuerza a que **L** forme un circuito hamiltoniano. Usar esta restricción global y la del ejercicio anterior para resolver el problema del viajante de comercio con los siguientes datos donde **X<sub>i</sub>** representan ciudades:

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
X1	0	4	8	10	7	14	15
X2	4	0	7	7	10	12	5
X3	8	7	0	4	6	8	10
X4	10	7	4	0	2	5	8
X5	7	10	6	2	0	6	7
X6	14	12	8	5	6	0	5
X7	15	5	10	8	7	5	0



14. Considerar un conjunto de 12 clases de teoría que tienen que impartirse en 4 aulas y en 4 periodos disponibles, cada uno de una duración de 1 hora (pueden quedar periodos libres de clase en las aulas), de la siguiente forma:

Período	AULA0	AULA1	AULA2	AULA3
Período0 (1 hora)				
Período1 (1 hora)				
Período2 (1 hora)				
Período3 (1 hora)				

Las asignaturas corresponden a 4 grupos de teoría distintos y cada grupo tiene las mismas asignaturas:

Grupo	Asignaturas
A	{IA,TSI,FBD}
B	{IA,TSI,FBD}
C	{IA,TSI,FBD}
D	{IA,TSI,FBD}

Las asignaturas las imparten 4 profesores y cada profesor imparte distintas asignaturas de la siguiente forma:

Profesores	Asignaturas
Antonio	{IA del Grupo A y B}, {TSI del Grupo A y B}
Raúl	{FBD del Grupo A y B}
Juan	{TSI del Grupo C y D}, {FBD del Grupo C y D}
Miguel	{IA del Grupo C y D}

Se pide encontrar una asignación de periodos de tiempo a clases y de aulas a clases considerando las siguientes restricciones:

1. Raúl no puede dar clase en el periodo 1.
2. Miguel no puede en el periodo 0.
3. Antonio y Juan pueden en cualquier periodo.
4. Las clases de un profesor no se pueden solapar en el tiempo.
5. Las clases de un grupo no se pueden solapar en el tiempo.
6. En cada periodo de tiempo, como mucho se imparte una clase en todas las aulas.

Modelar este problema como un problema de satisfacción de restricciones (Pista: interpretar que cada clase es una actividad con una duración de 1 hora, y que tanto los profesores, como los cursos, como todas las aulas juntas representan recursos unitarios). Escribir un programa en ECLiPse que lo resuelva.



15. Se pretende asignar las horas de impartición de un conjunto de 9 asignaturas (A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9) en un aula. El aula dispone de 6 huecos consecutivos de 1 hora, diarios, de Lunes a Viernes. Hay asignaturas que deben ser impartidas 1 hora al día (A2,A6,A7,A9) y otras 2 horas al día (A1,A3,A4,A5,A8). El total de horas semanales para cada asignatura es el siguiente:

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
4 hrs.	2 hrs	4hrs	4hrs	4hrs	2hrs	2hrs	2hrs	1hr

Las asignaturas son impartidas por 4 profesores:

- El profesor 1 imparte A1 y A3.
- El profesor 2 imparte A4 y A5.
- El profesor 3 imparte A6 y A9.
- El profesor 4 imparte A2,A7 y A8

Las restricciones para la asignación de huecos a asignaturas son las siguientes:

- Las asignaturas que se imparten 2 horas al día tienen que darse en horas seguidas.
- Las asignaturas del mismo profesor no pueden darse en horas seguidas (al menos tiene que haber una hora de diferencia).
- Cada asignatura se imparte en días distintos.
- Las asignaturas que tienen 4 horas semanales no pueden impartirse en días contiguos
- Todos los días tienen como hora de descanso la 4ª hora.

Modelar este problema como un problema de satisfacción de restricciones y escribir un programa en ECLiPSe que lo resuelva.

16. Un Sudoku es un tablero de 9x9 casillas, algunas de las cuales está inicialmente rellenas con dígitos del 1 al 9. Las casillas están también agrupadas en 9 bloques contiguos de 3x3 casillas cada uno, como se ve en la figura.

	1		6		7			4
	4	2						
8	7		3			6		
	8			7			2	
			8	9	3			
	3			6			1	
		8			6		4	5
						1	7	
4			9		8		6	

El completado de un puzle Sudoku consiste en rellenar el resto de casillas vacías de forma que todos los dígitos que aparezcan en una fila, columna o bloque sean distintos. Modelar el problema de completar un Sudoku como un PSR y escribir un programa en Eclipse que resuelva el sudoku de la figura (o cualquier otro).



17. Cuatro jugadores de golf (Fede, Jose, Bibi, Tomás) están situados en línea de izquierda a derecha. Cada uno lleva pantalones de diferente color:

- Uno lleva pantalones de color rojo.
- El que está a la derecha inmediata de Fede lleva pantalones azules.
- Jose es el segundo en la línea.
- Bibi lleva pantalones a cuadros.
- Tomás no está en la posición uno o cuatro de la línea, y no lleva pantalones naranja.

Escribir un programa en ECLIPSE que resuelva este problema respondiendo a la pregunta . ¿En qué orden está situados los jugadores y de qué color tiene cada uno los pantalones?.

18. Marieta ha comprado cuatro pares de zapatos (Zapatillas, Planos, Botas y Sandalias) pero no recuerda en qué tienda los compró (CorteInglés, Carrefour, Alcampo y Kiabi). Solo tiene algunas pistas:

1. Los planos los compró en Carrefour.
2. La tienda que visitó justo después de comprar las botas no era Kiabi.
3. El CorteInglés fue su segunda parada.
4. Dos paradas después de dejar Alcampo, compró las sandalias.

Escribir un programa en ECLIPSe que ayude a Marieta a recordar en qué orden compró los zapatos y en qué almacén.

19. (Puzzle de la Cebra). Cinco personas con diferentes nacionalidades viven en las primeras cinco casas contiguas en una calle. Practican cinco profesiones distintas, cada uno tiene un animal y una bebida favoritos, todos diferentes. Las casas están pintadas con diferentes colores. Además sabemos lo siguiente:

- a. El vasco vive en la casa roja.
- b. El catalán tiene un perro.
- c. El gallego es un pintor.
- d. El navarro bebe te.
- e. El andaluz vive en la primera casa de la izquierda.
- f. El de la casa verde bebe café.
- g. La casa verde está al lado de la blanca y a su derecha.
- h. El escultor cría caracoles.
- i. El diplomático vive en la casa amarilla.
- j. En la casa central se bebe leche.
- k. La casa del andaluz está al lado de la azul.
- l. El violinista bebe zumo.
- m. El zorro está en una casa al lado de la del médico.
- n. El caballo está en una casa al lado de la del diplomático.

Escribir un programa en ECLIPSE que nos permita responder ¿Dónde está la cebra y quién bebe agua?.

20. ¿Puedes encontrar la edad a partir de este diálogo?

Alex: Cuántos años tienes mamá?

Mama: Nuestras tres edades suman exactamente setenta años.





Alex: Y cuántos tienes tú, papá?

Papa: Soy seis veces más viejo que tú, hijo.

Alex: Alguna vez será la mitad de viejo que tú, papá?

Papa: Sí Alex; y cuando esto ocurra nuestras tres edades sumarán el doble de las que tenemos hoy.

Escribir un programa en ECLiPSe para resolver este problema y devolver la edad de Alex y sus padres de hoy (Modelar la edad en meses).

21. (La canguro). Cada día de la semana Bonnie cuida a 5 de sus pequeños vecinos: Keith, Libby, Margo, Nora y Otto, con apellidos Fell, Gant, Hall, Ivey y Jule. Cada uno tiene una edad distinta desde 2 hasta 6 años. ¿Puedes encontrar el nombre completo y edad de cada niño).
- Un niño se llama Libby Jule.
  - Keith es un año mayor que Ivey, que a su vez es un año mayor que Nora.
  - El niño de los Fell es tres años mayor que Margo.
  - Otto es dos veces mayor que el niño de los Hall.
22. Modelar y resolver como un programa de restricciones en ECLiPSe el siguiente problema: Hay que invitar a cenar de 1 a 6 abuelos, 1 a 10 padres y 1 a 40 niños. Invitar a los abuelos cuesta 3 €, a los padres 2€ y a los niños 0.50€. Tenemos un total de 20 personas para cenar y disponemos de 20€ para pagar la cena. ¿Cuántos abuelos, padres y niños pueden ir a la cena?.
23. Escribir un programa en ECLIPSE que permita determinar las monedas que tenemos que usar para pagar una suma exacta y considerando que tenemos que usar el menor número de monedas posible (Usar las monedas de curso legal del Euro: 2€, 1€, 50Cents, 20Cents, 10Cents, 5Cents, 2Cents, 1Cent).
24. En la tabla adjunta aparece la información necesaria para llevar a cabo la construcción de una casa. En la primera columna aparecen los indentificadores de tareas para construirla. En la segunda columna aparece la descripción de las tareas que es necesario llevar a cabo. En la tercera columna se muestra la duración en días de cada una de ellas. La cuarta columna muestra la relación de precedencia entre tareas (si el contenido de la celda correspondiente a la tarea “f” en esta columna es “c,d” por ejemplo, debe interpretarse como que “las tareas c y d deben realizarse y finalizarse antes que la tarea “f”). Se pide encontrar una asignación de tiempos de inicio a estas tareas de forma que se pueda construir la casa en el menor tiempo posible. Escribir un programa en ECLiPSe que resuelva este problema. Considerar que los tiempos de inicio son valores discretos.

Tarea	Descripción	Duración	Predecesoras
A	Levantar muros	7	Ninguna
B	Carpintería de tejado	3	A
C	Poner tejado	1	B
D	Instalación eléctrica	8	A
E	Pintado fachada	2	C,D
F	Ventanas	1	C,D
G	Jardín	1	C,D
H	Techado	3	A
I	Pintado interior	2	F,H





- a. Suponer ahora que disponemos de tres trabajadores y que las tareas requieren los siguientes trabajadores:

A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	3	2	2	1	2	1	1	2

Se pide encontrar una asignación de tiempos a tareas que permita hacer la casa con una duración total mínima, respetando los requisitos de trabajadores de cada tarea.

- b. Suponer ahora que cualquier tarea puede realizarse por 3 trabajadores, cada uno capaz de hacer cualquier tarea, pero cada trabajador dedica un tiempo distinto para cada tarea. La duración de cada tarea dependiendo del trabajador se muestra en una tabla más abajo. Se pide encontrar una asignación de trabajadores a tareas que permita hacer la casa con una duración total mínima. Asumir que un trabajador puede dedicarse a más de dos tareas a la vez si fuera necesario.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Tr1	4	3	3	2	4	3	1	1	2
Tr2	7	5	1	5	2	2	2	3	3
Tr3	10	7	4	8	6	1	3	5	4

25. Un turista desea llenar su mochila con varios objetos para hacer un viaje. El peso máximo que aguanta la mochila son 275Kg, y cada objeto tiene distinta medida de preferencia para el turista. En la tabla siguiente se muestran los objetos, su peso y la preferencia del turista por cada objeto. Escribir un programa en ECLIPSE que ayude al turista a decidir qué conjunto de objetos debe meter en la mochila de manera que no superen el peso límite y se maximicen las preferencias del turista.

Objeto	Peso	Preferencia
map	9	150
compass	13	35
water	153	200
sandwich	50	160
glucose	15	60
tin	68	45
banana	27	60
apple	39	40
cheese	23	30
beer	52	10
suntan cream	11	70
camera	32	30



26. Se desea llevar a cabo un proceso que consta de 10 tareas con las siguientes restricciones de orden:

A, B, C, D, E	deben hacerse antes de	J
D, E, A	deben hacerse antes de	C
D	deben hacerse antes de	E, F
E, F, C	deben hacerse antes de	H, I
F	deben hacerse antes de	G
A	deben hacerse antes de	B

y con las siguientes duraciones.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7	7	7	2	2	2	2	8	8	18

Escribir un programa en ECLiPSe que permita determinar qué tiempos de inicio deben tener las tareas para que la duración total del proceso sea lo más corta posible.

27. Suponer ahora que, con los mismos datos el ejercicio anterior, disponemos de 3 personas que pueden hacer cualquiera de las tareas, pero cada tarea puede hacerla como máximo una persona. Extender el programa del ejercicio anterior para encontrar una distribución de tareas que minimice la suma de los **tiempos de finalización** de cada tarea, pero considerando que las tareas se pueden acumular en el tiempo hasta un máximo de tres, siempre respetando las restricciones de precedencia.

28. Suponer ahora que, además de que cada una de las personas puede hacer cualquiera de las tarea y que una tarea solo puede hacerla una persona, sabemos que cada persona tarda un tiempo distinto en hacer cada tarea, dado por la siguiente tabla:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
P1	7	10	4	6	2	7	4	4	8	11
P2	5	7	11	2	4	2	5	8	2	18
P3	8	4	7	3	8	5	2	3	4	10

Extender/modificar el programa del ejercicio anterior para encontrar los tiempos de inicio de las tareas de forma que el proceso se ejecute en el menor tiempo posible.