

平成 26 年 度
名古屋大学大学院情報科学研究科
複 雑 系 科 学 専攻
入 学 試 験 問 題

専 門

平成 25 年 8 月 7 日 (水)
12 : 30 ~ 15 : 30

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験終了まで退出できない。
3. (外国人留学生は、日本語から母語への辞書 1 冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。)
4. 問題冊子、解答用紙 3 枚、草稿用紙 3 枚が配布されていることを確認せよ。
5. 問題は数 1 ~ 数 2 (数学の基礎)、物 1 ~ 物 4 (物理学の基礎)、化 1 ~ 化 5 (化学の基礎)、生 1 ~ 生 3 (生物学の基礎)、地 1 ~ 地 2 (地球科学の基礎)、情 1 ~ 情 3 (情報学の基礎)、人 1 ~ 人 2 (人類学の基礎)、工 1 ~ 工 3 (工学の基礎)、論理的思考 (クリティカルシンキング) の 25 問である。このうち 3 科目を選択して解答
せよ。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。
6. 解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。
7. 解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。
ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記せよ。
8. 解答用紙は試験終了後に 3 枚とも提出せよ。
9. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

数 1

[1] 2 次のエルミート行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix}$$

の固有値を求めよ。ただし、 i を虚数単位とする。

[2] エルミート行列の固有値は実数であることを示せ。

[3] A は n 次のエルミート行列で、 $A = B + iC$ とかくことができるとする。ただし、 B と C は n 次の実数行列である。このとき、

$$D = \begin{pmatrix} B & -C \\ C & B \end{pmatrix}$$

とおく。次の小問に答えよ。

1) D は $2n$ 次の実対称行列であることを示せ。

2) A と D の固有値は同じであることを示せ。

数2

[1] $f(x)$ を実変数 x の関数とする。このとき微分方程式

$$1 - f'(x)^2 - f(x)f''(x) = 0$$

をみたす $f(x)$ を積分定数を含む形で求めよ。ただし、 $(\quad)'$ と $(\quad)''$ をそれぞれ x に対する 1 階微分及び 2 階微分とする。

[2] $y = f(x)$ の概略図を、次の条件で場合分けして示せ。さらに、座標軸との交点座標を問 [1] の積分定数を用いて示せ。

- 1) x 軸と交点をもたない場合
- 2) x 軸と交点を 1 つもつ場合
- 3) x 軸と交点を 2 つもつ場合

物 1

図1のように、太さの様なU字管内に入った液体の運動を考える。つりあって静止した状態の液面の高さを原点とし、ある時刻 t における片方の液面の高さを $z(t)$ とする。つりあっていない状態では、重力により液面は上下運動をくり返す。液体の全質量を M 、管に沿った単位長さあたりの質量を μ 、重力加速度を g とする。運動している間は、両方の液面は水平に保たれ、液体の密度の変化はない。また、液面の運動は十分に小さく、U字管の上端から液体があふれることはない。逆に、液面が最も下がってもU字管の曲がった部分に達することはない。さらに、液体とU字管の内壁との摩擦はないとする。

- [1] 液体の運動エネルギー K を $\dot{z}(=dz/dt)$ などを使って書け。
- [2] $z=0$ のときのポテンシャルエネルギーをゼロとする。図1の状態の液体のポテンシャルエネルギー $U(z)$ は、管の左側の0から $-z$ の区間の液体(質量 μz)を、右側の0から z の区間まで運んだときの仕事量に等しい。 $U(z)$ を求めよ。
- [3] 片方の液面の高さが $x(>0)$ 、もう一方が $-x$ のとき、 $-x$ から x までの部分の液体にはたらく重力の大きさを書け。それを使って両液面が原点で静止している状態から片方の高さが z で静止した状態にするために必要な仕事を計算せよ。
- [4] 液体の運動に関するラグランジアン L を求めよ。
- [5] 液体の運動のラグランジュ方程式を求めよ。
- [6] ラグランジュ方程式を解いて、 z を時間 t の関数として表せ。ただし、初期状態を $z(t=0)=z_0$ 、 $\dot{z}(t=0)=0$ とする。
- [7] 液体の運動は図2のバネ定数 k のバネの先に質量 M のおもりがついた場合の単振動と等価である。液体の振動におけるバネ定数 k に相当する量を求めよ。さらに、液体の振動の周期 T を μ などを使って書け。

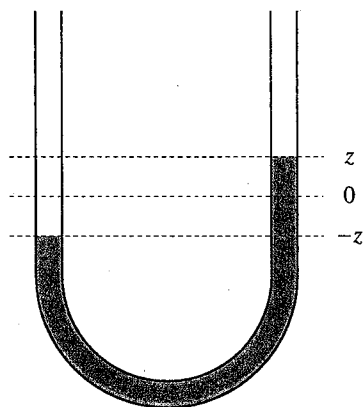


図 1

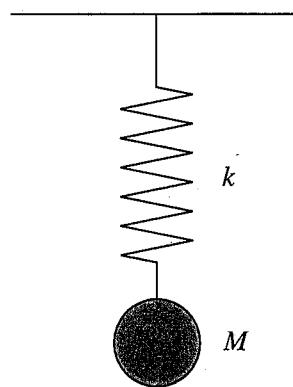


図 2

物2

[1] 図1のように、半径 a の球面に面密度 $\sigma > 0$ で一様に分布している正の電荷のつくる静電場を考えよう。球の中心 O から距離 r 離れた位置 P の電場のベクトルは、 O について点対称であり、動径方向の成分 $E(r)$ のみで、 r だけに依存する。また、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

1. $r > a$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。
2. $r < a$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。
3. この電場がつくる静電ポテンシャル $\phi(r)$ を求め、横軸を距離 r 、縦軸をポテンシャル ϕ としてグラフに描け。ただし、ポテンシャルの基準は無限遠点で $\phi(\infty) = 0$ とする。
4. 負の電荷 $-q$ ($q > 0$)、質量 m の荷電粒子を球面の内側に置いた場合、および、外側に置いた場合に、粒子はどのような運動をするか？それぞれの場合について答えよ。ただし、荷電粒子を持ち込んだことにより、電荷の分布は変わらないとする。

[2] 次に、図2のように、半径 a の球の内部に密度 $\rho > 0$ で均等に分布している正の電荷のつくる静電場を考えよう。前問と同様に、電場のベクトルは中心 O について点対称であり、 r に依存する動径方向の成分 $E(r)$ のみである。また、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

1. $r > a$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。
2. $r < a$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。
3. この電場がつくる静電ポテンシャル $\phi(r)$ を求め、横軸を距離 r 、縦軸をポテンシャル ϕ としてグラフに描け。ただし、ポテンシャルの基準は無限遠点で $\phi(\infty) = 0$ とする。
4. 負の電荷 $-q$ ($q > 0$)、質量 m の荷電粒子を球の内部 $r < a$ に置いたとき、動径方向 r については単振動することを示し、その周期を求めよ。ただし、荷電粒子を持ち込んだことにより、電荷の分布は変わらないとする。

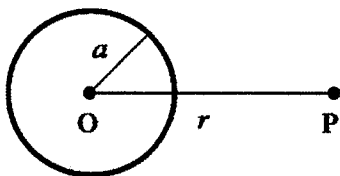


図1

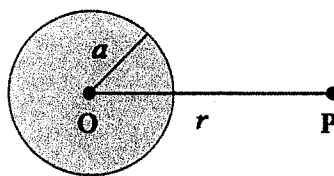


図2

物3

量子力学では、物理系の状態は大きさ1の複素数ベクトル ψ で表され、物理量はエルミート行列 A で表される：

$$\psi = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

ベクトル ψ の大きさは $\|\psi\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n |c_j|^2}$ で定義される。状態 ψ において物理量 A の平均値（期待値）は

$$\langle \psi | A | \psi \rangle = \sum_{j,k=1}^n c_j^* a_{jk} c_k$$

で求められる。ただし c_j^* は c_j の共役複素数。実数 λ とゼロでないベクトル ϕ が $A\phi = \lambda\phi$ を満たせば、 λ を A の固有値、 ϕ を固有ベクトルという。また、状態ベクトル ψ から状態ベクトル χ に移る確率は内積 $\langle \chi | \psi \rangle$ の絶対値の2乗に等しい。ここで、

$$\chi = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad \langle \chi | \psi \rangle = \sum_{j=1}^n d_j^* c_j$$

である。いま、 c_1, c_2 は複素数で、 $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ を満たすとし、

$$\psi = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad B_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad B_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

という状態ベクトル ψ と物理量 B_x, B_y, B_z について以下の問に答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- [1] 期待値 $\langle \psi | B_x | \psi \rangle$ を求めよ。
- [2] B_x の固有値と、大きさ1の固有ベクトルをすべて求めよ。
- [3] 状態ベクトル ψ において物理量 B_x を測ったときに、各固有値を測定値として得る確率を求めよ。
- [4] 期待値 $\langle \psi | B_y | \psi \rangle$ を求めよ。
- [5] 任意の複素数ベクトル ψ に対して $\langle \psi | B_y | \psi \rangle$ が実数であることを示せ。
- [6] B_y の固有値と、大きさ1の固有ベクトルをすべて求めよ。
- [7] 期待値 $\langle \psi | B_z | \psi \rangle$ を求めよ。
- [8] $\|\psi\| = 1$ として、 $S = (\langle \psi | B_x | \psi \rangle)^2 + (\langle \psi | B_y | \psi \rangle)^2 + (\langle \psi | B_z | \psi \rangle)^2$ の値を求めよ。
- [9] 量子力学では、同じ状態で同じ物理量を測っても、測るたびに同じ測定値が得られるとは限らない。 B_x と B_y の両方について測定値が一定となるような状態 ψ は存在しないことを示せ。

物 4

質量 m の単原子分子 N 個からなる理想気体が体積 V の箱に閉じ込められている。エネルギーが E 以下であるエネルギー固有状態（以下、状態と呼ぶ）の総数を $\Omega(E)$ と表すと、この系では、

$$\Omega(E) = \frac{V^N}{h^{3N} N!} \frac{(2\pi m E)^{\frac{3N}{2}}}{\Gamma\left(\frac{3N}{2} + 1\right)}$$

である。ただし、 h はプランク定数で、 $\Gamma(x)$ は、正の実数 x について

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$$

で定義されるガンマ関数であり、 $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ が成り立つ。

以下の問では、 E , V , N は十分大きく、 N/V は一定とし、 E は連続量として取り扱うこととする。

- [1] エントロピー S はボルツマン定数 k_B を用いて、 $S = k_B \log \Omega(E)$ と表される。温度の定義 $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}$ により、エネルギー E を温度の関数として表せ。

- [2] 状態密度を $W(E) = \frac{\partial \Omega(E)}{\partial E}$ として、エネルギーが E と $E + dE$ の間にある状態数は $W(E)dE$ で与えられる。 N 個の中の 1 個の分子がエネルギー ε と $\varepsilon + d\varepsilon$ の間にある状態の出現確率は $\exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)$ に比例することを示せ。なお、十分大きな x に対して

$$\left(1 + \frac{a}{x}\right)^x \simeq \exp(a)$$

であることを用いてよい。

- [3] カノニカル分布の分配関数は、ボルツマン因子を状態に関して足し上げることによって得られる。エネルギーが E と $E + dE$ の間にある状態数が $W(E)dE$ であることを用いると、分配関数はエネルギーに関する和（積分）としても求められる。このことを利用して、この系の分配関数 Z が、 $Z = \frac{V^N (2\pi m k_B T)^{3N/2}}{h^{3N} N!}$ となることを示せ。

- [4] エネルギーが E と $E + dE$ の間にある状態が実現される確率を考える。この確率を最大にするエネルギー E^* を求めよ。

- [5] カノニカル分布によるエネルギーの平均値 $\langle E \rangle$ を求めよ。

化 1

「ヒュッケル法の勉強のため、陽イオン $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ の d 軌道のエネルギーを求めよ」という宿題を出された生徒が、先生に助けを求めた。次の二人の会話を読み、以下の設問に答えなさい。

生徒：すみませーん。陽イオン $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ の d 軌道を求めていたのですが、途中で分からなくなってしまって…。昔の偉い人の言ったとおり、配位子の非共有電子対を負電荷に変えてはみたのですが。

先生：ちょっと見せて。これは3個の d 電子を持つ八面体型錯体ね（図1）。負電荷の位置は図2にしたと。でどうやったの。

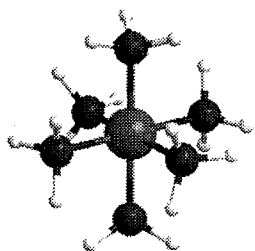


図1：錯体 $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$

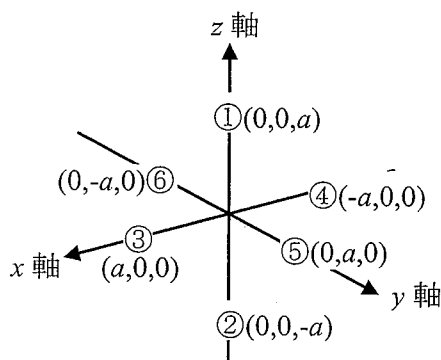


図2：負電荷の位置

$$\left. \begin{aligned} d_{z^2}(\mathbf{r}) &= \frac{R(r)}{2} \left(\sqrt{3}z^2 - \frac{r^2}{\sqrt{3}} \right) \\ d_{x^2-y^2}(\mathbf{r}) &= \frac{R(r)}{2} (x^2 - y^2) \\ d_{xy}(\mathbf{r}) &= R(r)xy \\ d_{xz}(\mathbf{r}) &= R(r)xz \\ d_{yz}(\mathbf{r}) &= R(r)yz \end{aligned} \right\} \text{式(1)}$$

Cr^{3+} の d 軌道。 r はベクトル $\mathbf{r}=(x,y,z)$ の長さ。 $R(r)$ はある関数。

生徒：はい、まずシュレーディンガー方程式 $(H-E)\psi=0$ を書きました。ただの Cr^{3+} イオ

ンのハミルトニアンを h とすると、この錯体のハミルトニアンは $H = h + \sum_{i=1}^6 v_i(\mathbf{r})$ とな

ります。 $v_i(\mathbf{r})$ は i 番目の配位子、つまり負電荷が作るポテンシャルです。

先生：いいわ、続けて。

生徒：次に錯体中の d 軌道を、 Cr^{3+} イオンの d 軌道の線型結合で求めようとしてました。

$$\psi = C_{z^2}d_{z^2} + C_{x^2-y^2}d_{x^2-y^2} + C_{xy}d_{xy} + C_{xz}d_{xz} + C_{yz}d_{yz} \quad \text{式(2)}$$

これをシュレーディンガー方程式に代入したのですが、解けなくて…。

先生：代入した式に d_j 軌道をかけ、積分するのよ。5本の方程式ができるわ。例えば $j=z^2$ の場合

$$\int d_{z^2} \{h + v_1(\mathbf{r}) + \cdots v_6(\mathbf{r}) - E\} (C_{z^2} d_{z^2} + \cdots + C_{yz} d_{yz}) d\mathbf{r} = 0 \quad \text{式(3)}$$

となるわ。面倒だけどこれから式(3)の積分を計算するわよ。

まず、式(1)の d 軌道はシュレーディンガー方程式 $h d_j = \varepsilon_d d_j$ を満たすと考えて、 h や E を含む積分には

$$\int d_j h d_j d\mathbf{r} = \varepsilon_d, \quad \int d_j h d_k d\mathbf{r} = 0, \quad \int d_j d_k d\mathbf{r} = 0 \quad (j \neq k)$$

を使ってちょうだい。ここで j や k は $z^2, x^2 - y^2, xy, xz, yz$ のどれかね。

次にポテンシャル $v_1(\mathbf{r})$ を含む積分だけど、このポテンシャルは配位子の場所 $\mathbf{r}=(0,0,a)$ だけで大きいから、その点での d 軌道の値 $d_{z^2}(0,0,a)$ を使って、こう近似しましょう。

$$\int d_{z^2}(\mathbf{r}) v_1(\mathbf{r}) d_{z^2}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \approx q d_{z^2}(0,0,a)^2 = Q(\sqrt{3} - 1/\sqrt{3})^2$$

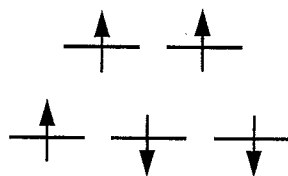
ここで q や $Q = q a^4 R(a)^2 / 4$ はある正の定数よ。同じように他の積分も計算してね。例えば $v_3(\mathbf{r})$ を含む積分はこうなるわよ。

$$\int d_{z^2}(\mathbf{r}) v_3(\mathbf{r}) d_{x^2-y^2}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \approx q d_{z^2}(a,0,0) d_{x^2-y^2}(a,0,0) = -Q/\sqrt{3} \quad \text{式(4)}$$

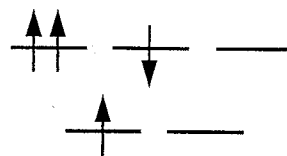
生徒： うわー、数が多くてたまらないや。待てよ、 d_{xy} 軌道の節面は ア だから、 d_{xy} 軌道と $v_i(\mathbf{r})$ を両方含む積分は全部ゼロになるぞ。それに対称性から、ほとんどの積分は同じような値になるぞ。

[1] ア にあてはまる、 d_{xy} 軌道の節面について正しいものを、次の選択肢から全て選べ。 [平面 $x=0$, 平面 $y=0$, 平面 $z=0$, 平面 $x=y$, 平面 $x=z$, 平面 $y=z$]

[2] 八面体型錯体中の 5 個の d 軌道は、二重および三重縮退した組に分かれる。またそれらのエネルギー差は、同じ軌道に電子を入れ、対を作るエネルギーより小さい。陽イオン $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ の各 d 軌道に入る α, β 電子数を、次の解答例にならって図示せよ。



解答例 1



解答例 2

[3] 2 価の陽イオン Ca^{2+} , Ti^{2+} , V^{2+} , Cr^{2+} , Mn^{2+} , Fe^{2+} , Co^{2+} , Ni^{2+} , Cu^{2+} , Zn^{2+} の水和エネルギーを調べると、図 3 のような曲線になった。これらの水和イオンは八面体型 6 配位錯体で、イオンが変わっても定数 Q に余り違いはない。このような曲線になる理由を説明せよ。

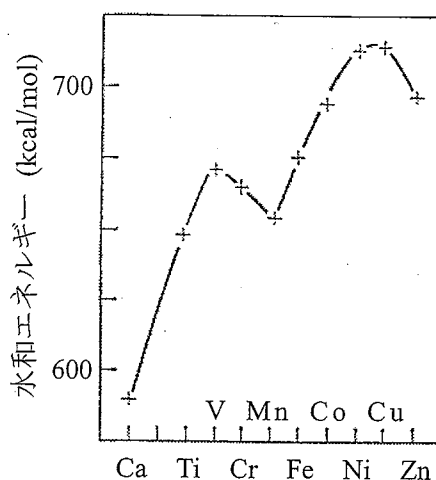


図 3 : 2 価の陽イオンの水和エネルギー

[4] 係数 C_{z^2} , $C_{x^2-y^2}$, C_{xy} , C_{xz} , C_{yz} を求めるための方程式は次のようになる。式(4)を参考に

して $\boxed{\text{イ}}$ をうめよ。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_d + 4Q - E & \boxed{\text{イ}} & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{\text{イ}} & \varepsilon_d + 4Q - E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_d - E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_d - E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_d - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{z^2} \\ C_{x^2-y^2} \\ C_{xy} \\ C_{xz} \\ C_{yz} \end{pmatrix} = 0$$

[5] この方程式を解くと、陽イオン $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ の 5 個の d 軌道が分かる。そのうち 3 個の解は次で与えられる：

- ① $E = \varepsilon_d$, $C_{xy} = 1$, その他の C_j はゼロ,
- ② $E = \varepsilon_d$, $C_{xz} = 1$, その他の C_j はゼロ,
- ③ $E = \varepsilon_d$, $C_{yz} = 1$, その他の C_j はゼロ。

残りの 2 個の解を求め、そのエネルギー E を ε_d と Q で記せ。

化2

次の文章を読んで、以下の問〔1〕から〔4〕に答えなさい。ただし、 k_B 、 h 、 T はそれぞれボルツマン定数、プランク定数、温度を表す。

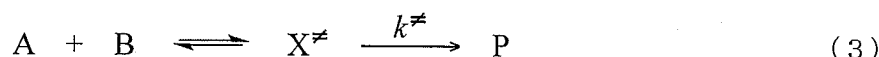
分子AとBが反応して、分子Pとなる二分子反応



の速度定数 k を考える。この反応がAとBに関してそれぞれ1次である場合、AとBの濃度 $[A]$ 、 $[B]$ を用いて、反応速度式は

$$\frac{d[P]}{dt} = \left(\begin{array}{c} \text{(a)} \end{array} \right) \quad (2)$$

で与えられる。この反応の遷移状態に対応する分子種 X^\ddagger を考える。 X^\ddagger がA、Bと平衡にあると仮定すると、(1)式は2段階の過程



で進むと考えられる。 k^\ddagger は、 X^\ddagger からPに変化する素反応の速度定数である。そうすると反応速度式は $[X^\ddagger]$ を用いて、

$$\frac{d[P]}{dt} = \left(\begin{array}{c} \text{(b)} \end{array} \right) \quad (4)$$

とも書ける。一方、反応物と X^\ddagger の間の平衡定数 K^\ddagger は、反応物と X^\ddagger の濃度を用いて

$$K^\ddagger = \left(\begin{array}{c} \text{(c)} \end{array} \right) \quad (5)$$

で与えられるので、(4)式と(5)式から X^\ddagger の濃度を含まない速度式

$$\frac{d[P]}{dt} = \left(\begin{array}{c} \text{(d)} \end{array} \right) \quad (6)$$

が得られる。これと(2)式との比較から、速度定数 k は(7)式となる。

$$k = k^\ddagger K^\ddagger \quad (7)$$

(7)式から速度定数を求めるには、 k^\ddagger と K^\ddagger の情報が必要である。 N 個の原子からなる非直線分子 X^\ddagger では、並進の自由度が〔ア〕個、回転の自由度が〔イ〕個あるので、振動の自由度は〔ウ〕個である。 k^\ddagger を反応座標に沿った振動の振動数 ν^\ddagger と考えることにする。平衡定数 K^\ddagger は反応物と X^\ddagger の分配関数から求めることができる。 ν^\ddagger の振動に対応する分配関数 $k_B T / h \nu^\ddagger$ を抜き出し、 $K^\ddagger = (k_B T / h \nu^\ddagger) \bar{K}$ と書けば、(7)式から

$$k = \frac{k_B T}{h} \bar{K} \quad (8)$$

が導かれる。さらに、反応物と X^\ddagger とのギブズ自由エネルギー差 ΔG^\ddagger を平衡定数 \bar{K} と

$$\Delta G^\ddagger = \left(\quad (e) \quad \right) \quad (9)$$

を用いて関係づけると、(8) 式は熱力学を使った表現 (10) 式に書き直すことができる。

$$k = \frac{k_B T}{h} \exp\left(-\frac{\Delta G^\ddagger}{RT}\right) \quad (10)$$

ここで R は気体定数であり、 k_B とアボガドロ定数 N_A を用いて (エ) と書ける。 ΔG^\ddagger はエンタルピー差 ΔH^\ddagger とエントロピー差 ΔS^\ddagger を用いて $\Delta G^\ddagger = \Delta H^\ddagger - T\Delta S^\ddagger$ と書けるから、(10) 式は

$$k = \frac{k_B T}{h} \exp\left(\frac{\Delta S^\ddagger}{R}\right) \exp\left(-\frac{\Delta H^\ddagger}{RT}\right) \quad (11)$$

となる。(11) 式は、速度定数についての経験式であるアレニウスの式

$$k = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (12)$$

と対応させることができる。 A と E_a はそれぞれ頻度因子と活性化エネルギーである。実験で得られた A と E_a から ΔH^\ddagger と ΔS^\ddagger が求められる。

[1] (a)から(e)に当てはまる式を記しなさい。

[2] (ア) から (エ) に当てはまる数字あるいは数式を記しなさい。

[3] (11) と (12) 式からそれぞれ、反応速度の温度依存性 $d \ln k / dT$ を導き、二つの結果を比較することで、 ΔH^\ddagger を用いて経験的活性化エネルギー E_a を表す式を求めなさい。ただし、 ΔH^\ddagger と ΔS^\ddagger 、 A と E_a の温度依存性はないとする。なお、導出過程がわかるように記すこと。

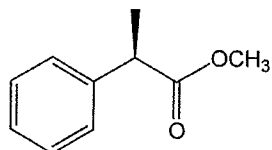
[4] ΔS^\ddagger に関する以下の問いに、それぞれ 70 字程度で答えなさい。

- 1) 気相二分子反応では、一般的に ΔS^\ddagger の値が正あるいは負のいずれであるか、理由を含めて述べなさい。
- 2) 水溶液中で、異符号の電荷を持つ二つの反応物を反応させたところ、溶媒の効果により ΔS^\ddagger の符号が 1) と逆になったという。符号が逆になった理由を説明しなさい。

化3

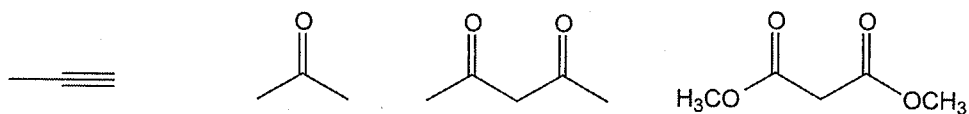
[1] 分子のキラリティーに関して次の問いに答えなさい。

- 1) 分子内に不斉炭素が存在しなくても光学活性を示す分子がある。どのような場合にそうなるか、例を2つあげて説明しなさい。
- 2) 次の分子をラセミ化させる場合の反応条件とその機構について説明しなさい。



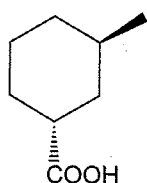
- 3) 一般に、鏡像異性体（エナンチオマー，対掌体）のそれぞれは，生体に対する活性が異なるため，最近では片方の鏡像異性体だけを薬として用いることが推奨される。ラセミ体から鏡像異性体を分離する方法を2つあげて説明しなさい。

[2] 次の分子について，分子内の活性プロトンの酸性度が高い順に並べなさい。その理由を説明しなさい。

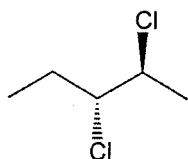


[3] 次の分子の最安定コンフォメーションを書きなさい。そのコンフォメーションを取る理由を述べなさい。

1)

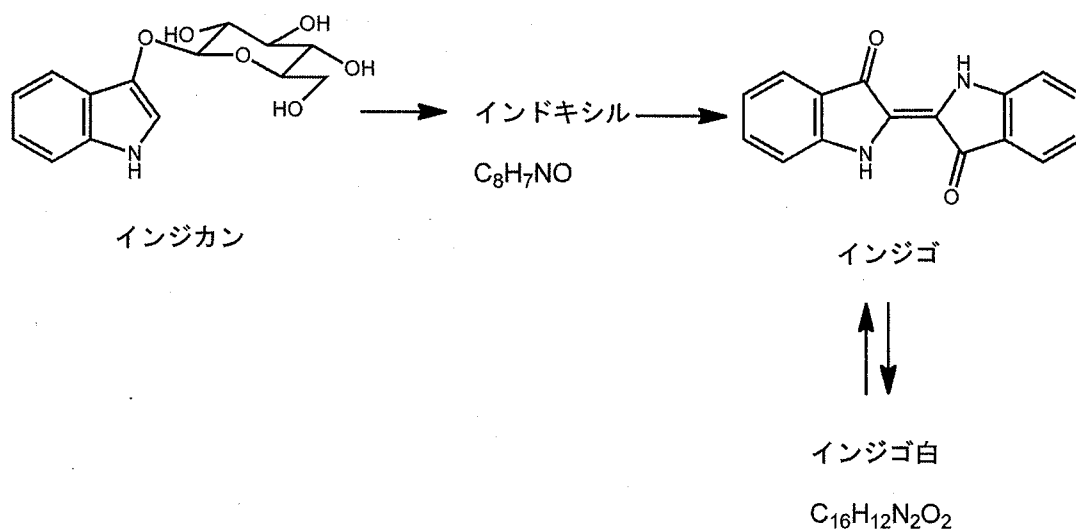


2)



化4

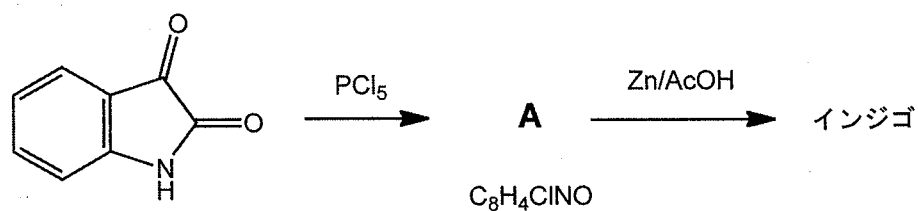
[1] 日本で行われてきた藍（インジゴ）染めは，タデ科植物の葉を加工して用いる。その主な工程は，（1）葉を醗酵させ，色素前駆体のインジカンからインドキシルを経由してインジゴに変換する工程（すくも，別名藍玉の作成），（2）すくもに灰を混ぜて瓶の中で醗酵させてインジゴ白（無色）に変換する工程，（3）瓶の液へ染色布を浸してから引き上げ空気中に置いて染色する工程，にわけられる。これらの工程における主な物質変換の経路と化合物の構造を下の式に示した。これについて次の問いに答えなさい。



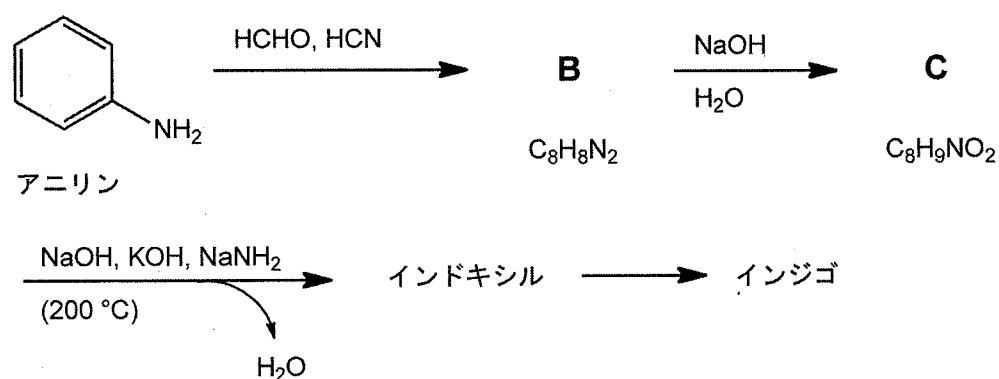
- 1) インドキシルは互変異性体として存在する。インドキシルの構造を推定しなさい。
- 2) インジカンからインドキシルへの変換を酵素で行う場合，どのような酵素が適当か。
- 3) インジゴ白の構造を推定しなさい。
- 4) インジゴ白をインジゴにする反応はどのような反応か。
- 5) 植物成分を染料として用いるために，本工程は巧みに天然有機化合物の特性を利用している。この観点から上記の4化合物の化学的性質について考察して述べなさい。

[2] 現在ブルー jeans などの藍色染料として用いられているのは、ほとんどが化学合成されたインジゴである。下にアドルフ・フォン・バイヤーによる初期のインジゴ合成経路（式1:1870年）、および BASF 社による中間体 **C** の合成経路（式2:1925年）を示してある。なお **C** からインジゴまでの反応経路は Hoechst 社と Degussa 社による。これらについて下記の問いに答えなさい。

式1



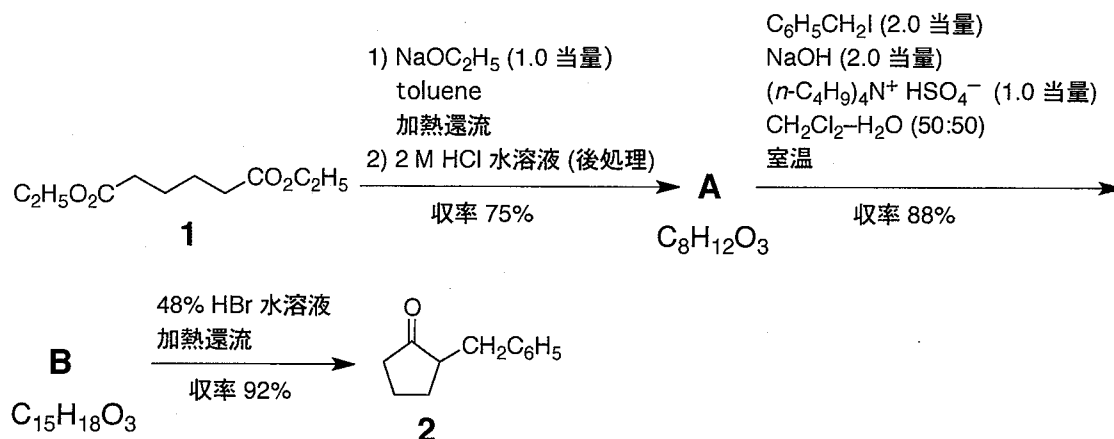
式2



- 1) 式1における化合物 **A** の構造を書きなさい。
- 2) 式2における化合物 **B** の構造を書きなさい。
- 3) 式2における化合物 **C** の構造を書きなさい。

化5

[1] 以下の反応式は、アジピン酸ジエチル (1) を出発物質とする 2-ベンジルシクロペンタノン (2) の合成経路である。



- 1) 分子式および下に示すスペクトルデータを参考にして、各反応の主生成物 **A** および **B** の構造を書きなさい。また、それらの根拠をスペクトルデータに基づいて書きなさい。
- 2) 化合物 **1** から化合物 **A** が生成する反応機構を書きなさい。
- 3) $(n\text{-C}_4\text{H}_9)_4\text{N}^+\text{HSO}_4^-$ の役割は何か、答えなさい。
- 4) 化合物 **B** から化合物 **2** が生成する反応機構を書きなさい。

$^1\text{H NMR}$ (CDCl_3) のデータ (s は一重線, t は三重線, q は四重線, m は多重線を表す。)

[A] δ 1.29 (t, $J = 7.5$ Hz, 3H), 1.60–2.60 (m, 6H), 3.15 (m, 1H), 4.19 (q, $J = 7.5$ Hz, 2H).

[B] δ 1.23 (t, $J = 7.0$ Hz, 3H), 1.45–2.55 (m, 6H), 3.17 (s, 2H), 4.17 (q, $J = 7.0$ Hz, 2H), 7.15–7.33 (m, 5H).

$^{13}\text{C NMR}$ (CDCl_3) のデータ (プロトンは完全照射)

[A] δ 14.2, 21.0, 27.5, 38.1, 54.8, 61.3, 169.5, 212.3.

[B] δ 14.1, 19.5, 29.7, 31.7, 38.4, 38.9, 61.4, 126.8, 128.3, 130.2, 136.6, 171.0, 215.0.

IR (film) のデータ

[A] 1715, 1740 cm^{-1} .

[B] 1145, 1225, 1725, 1755, 2980, 3035, 3065, 3090 cm^{-1} .

生 1

翻訳の伸長過程を説明した次の文を読んで各問に答えよ。

リボソームの [ア] 部位で, [イ] tRNA の [ウ] と mRNA のコドンとが, 決まった組み合わせで塩基対を形成する。これにより [イ] tRNA は, [エ] 部位で1つ前のコドンと塩基対を形成していた [オ] tRNA と並ぶ。次に, [オ] 基転移酵素の触媒作用で, [オ] tRNA と結合したポリペプチド鎖の [カ] 末端が tRNA からはずれ, [ア] 部位の [イ] tRNA に結合したアミノ酸の遊離のアミノ基と新しい [キ] 結合をつくる。次に, リボソームの大サブユニットと小サブユニットが順番に mRNA に沿って [ク] の方向に移動し, ペプチド鎖を放出した tRNA は [ケ] 部位へ, 1 アミノ酸分長くなったペプチド鎖を持つ tRNA は [エ] 部位へと移る。これに応じて [ア] 部位が空になり, ここに次の [イ] tRNA が入り, また [ケ] 部位の tRNA はリボソームから解離する。これらの過程が繰り返され, タンパク質の合成が進んでいく。標準的なアミノ酸をコードするコドンは全部で [A] 個あるが, これよりずっと少ない種類の tRNA で, 全てのアミノ酸に対応できる (B)

[1] 次の語群から語を選び, 文中の [ア] から [ケ] に入れよ。

(A, E, P, Z, アミノアシル, ペプチジル, アミノ, アンチコドン, カルボキシ, ペプチド, エステル, 5'→3', 3'→5')

[2] tRNA とアミノ酸から [イ] tRNA がつくられる反応を 150 字から 200 字程度で説明せよ。

[3] [A] に数字を入れ, 下線 (B) の理由を 50 字から 100 字程度で説明せよ。

生 2

以下の (a) ~ (d) の実験方法から 2 つを選び、それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いても良い。

- (a) サザンブロッティング解析 (Southern Blotting Analysis)
- (b) cDNA ライブラリーの作製とスクリーニング
- (c) 遺伝子ノックアウト法
- (d) カラムクロマトグラフィーによるタンパク質の分画

[1] 目的を 30 字から 60 字程度で説明せよ。

[2] 原理を 100 字から 200 字程度で説明せよ。

[3] 手順を 300 字から 500 字程度で説明せよ。

生 3

[1] 染色体の構造について、染色体の図を DNA との関係がわかるようにミクロなスケールから描き、語群にある単語を適切に用いて知るところを簡潔に述べよ（400文字程度）。図は数点描いても構わない。

[2] 染色体上でおきる遺伝子発現のエピジェネティクスについて、語群にある単語を適切に用いて知るところを簡潔に述べよ（300文字程度）。

語群：DNA，ユークロマチン，ヒストン，短腕，四量体，アセチル化，活性化，ヌクレオソーム，長腕，セントロメア，テロメア，ヘテロクロマチン，八量体，メチル化，ヒストンテール，リン酸化，シトシン，抑制，水素結合，二重らせん

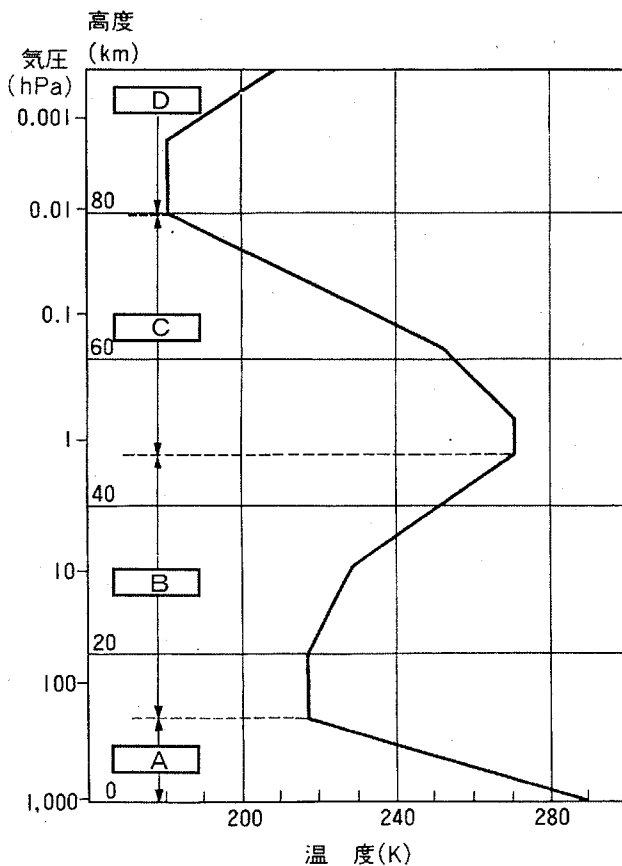
地 1

大気の鉛直構造について以下の問いに答えよ。図と表は小倉義光著『一般気象学[第2版]』（東京大学出版会，1999年）から引用し，出題のため改変してある。

[1] 図は温度の高度分布と大気層の区分について示したものである。図中のA～Dに該当する各区分の名称を答え，それぞれの区分について特徴を説明せよ。

[2] 区分Bの上部では高度の増加とともに温度が増加している。これはある物質の寄与によるものだが，その物質の名称を答え，温度増加のしくみ，その物質が現在の地球環境に果たす役割，そしてその物質の地球史における変遷を説明せよ。

[3] 表は大気中の平均分子量の各高度における値を示している。平均分子量について説明し，このデータから，大気組成の高度による変化について読み取れることを説明せよ。



図

| 高度 z (km) | 平均分子量 M |
|----------------|--------------|
| 0 | 28.964 |
| 5 | 28.964 |
| 10 | 28.964 |
| 15 | 28.964 |
| 20 | 28.964 |
| 25 | 28.964 |
| 30 | 28.964 |
| 35 | 28.964 |
| 40 | 28.964 |
| 45 | 28.964 |
| 50 | 28.964 |
| 60 | 28.964 |
| 70 | 28.964 |
| 80 | 28.964 |
| 90 | 28.91 |
| 100 | 28.40 |
| 110 | 27.27 |
| 120 | 26.20 |
| 150 | 24.10 |
| 200 | 21.30 |
| 300 | 17.73 |
| 400 | 15.98 |
| 600 | 11.51 |
| 1,000 | 3.94 |

表

地 2

地図の投影について以下の問いに答えよ。

- [1] 地図は地球の表面を平面上に縮尺に応じて投影したものである。地図作成時に地球の形を考える場合、縮尺に応じて(1)回転楕円体、(2)球、(3)平面のいずれかに見なすことができる。そこで(a)大縮尺、(b)中縮尺、(c)小縮尺の地図を作成する場合、それぞれどの形と見なして実用上差し支えないか。各縮尺(a)～(c)に対する形(1)～(3)の組み合わせを答え、それぞれの組み合わせを選んだ理由について説明せよ。
- [2] 地球表面は平面でないため、完全にゆがみ(誤差)なく平面上に縮尺に応じて投影することは不可能である。そこでできるだけゆがみを少なくするために様々な図法が考案されてきている。これらの図法はどのようにゆがみをなくするかという正性質により分類されることがある。この正性質には(1)正距、(2)正積、(3)正角の3種類あるが、それぞれの正性質について説明せよ。

情 1

C 言語プログラミングに関する以下の問に答えよ。ただし、\ は ¥ と同じである。

- [1] 次のプログラムの出力結果を示せ。

```
#include <stdio.h>
int main(void){
    int a = 0x1234;
    printf("%x %d %x %x %x\n", a, a, a+10, a&0xc3c3, a<<2);
    return(0);
}
```

- [2] 大きさ n の整数型の 1 次元配列 a について要素を逆順に並べ替える関数 fnc1 を作成した。関数 fnc1 は、引数として a と n をとるものとする。例えば、配列 a を $a[0]=1$, $a[1]=2$, $a[2]=3$ とし、 $n=3$ としてこの関数を呼ぶと、 $a[0]=3$, $a[1]=2$, $a[2]=1$ と並べ替えられる。空欄 1 から 4 を適切に埋めよ。

```
1 fnc1(int a[], int n){
    int dum, i;
    for(i = 0; 2 ; 3 ){
        dum = a[i];
        a[i] = a[4 ];
        a[4 ] = dum;
    }
}
```

- [3] 2 つのベクトルの内積を計算する関数 fnc2 を再帰的プログラミングにより作成した。2 つのベクトルは、それぞれ浮動小数点数型の 1 次元配列 a と b に、それらのサイズは整数型の変数 n に代入されて関数 fnc2 へ渡される。空欄 1 から 4 を適切に埋めよ。

```
1 fnc2(float a[], float b[], int n){
    if(2 ){
        return (a[3 ] * b[3 ]
                + fnc2(a, b, 3 ));
    }else{
        return (4 );
    }
}
```

- [4] 文字列を操作するプログラムとその実行結果を以下に示す。ただし、scopy は文字列をコピーする関数、slen は文字列の長さを返す関数である。空欄 1 から 6 を適切に埋めよ。

```
#include <stdio.h>
```

```
char *scopy(char *s, char *t)
{
    int i = 0;
    while(() != '\0')
        ;
    return(s);
}
```

```
int slen(char *s) {
    int n = 0;
    while() n++;
    return(n);
}
```

```
int main(void) {
    char a[5] = {
        'A', 'B', '\0', '1', '2'};
    char *b = "ABC";
    char c[10] = "";
    int i, n;
    scopy(c, b);
    n = slen(c);
    b++;
    for(i = 0; b[i] != '\0'; i++)
        c[n++] = b[i];
    printf("n = %d\n", n);
    printf("a = %s\n", a);
    printf("c = %s\n", c);
    return(0);
}
```

実行結果

| | |
|-----|--------------------------------|
| n = | <input type="text" value="4"/> |
| a = | <input type="text" value="5"/> |
| c = | <input type="text" value="6"/> |

情 2

群れ行動の創発に関するエージェントベースモデルを以下のように構築した。

正方形の上に複数の個体を配置する。ただし、個体は上端と下端、および、右端と左端それぞれの間を長さ 0 で向きを維持して瞬時に行き来できるものとする。例えば、図 A のように、下端に達した個体は即座に上端から現れる。各個体は以下の 3 つの手順を順に行い進行方向を更新し、長さ 1 前進することを繰り返す。 R_1 , R_2 , R_3 はパラメータである。

(整列) 自身を中心とした半径 R_1 の円内に他個体がいる場合、その全個体の各進行方向の平均の向きに近づくように自身の方向を少し変更する。

(結合) 自身を中心とした半径 R_2 の円内に他個体がいる場合、その全個体の各位置に最短で向かう方向の平均の向きに近づくように自身の方向を少し変更する。

(分離) 自身を中心とした半径 R_3 の円内に他個体がいる場合、その中からランダムに 1 体選び、その個体から最も遠ざかる方向に向かうよう自身の方向を少し変更する。

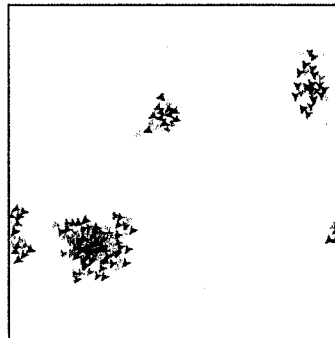
なお、方向の決定と移動は全ての個体について並列に行われ、初期状態では各個体の位置と向きはランダムに決められているものとする。

このモデルを次の(a)から(d)までの 4 種類のパラメータ設定でそれぞれ十分な時間実行したときの典型的な個体の分布を図(i)から図(iv)に示す。各パラメータ設定での実行結果として最も適当なものを 1 つずつ選び、その理由をパラメータ設定と系全体の特徴を対比させつつ説明しなさい。なお、図中、各個体は矢印で表され、その先端が個体の進行方向を表すものとする。また、矢印の濃淡は個体の識別のためだけにつけてある。

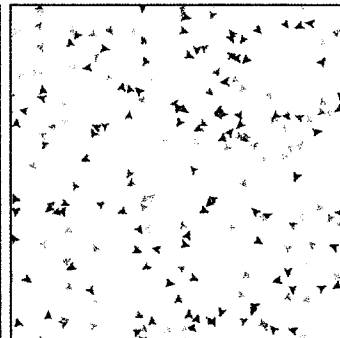
(a) $R_1=3$, $R_2=0$, $R_3=1$, (b) $R_1=3$, $R_2=2$, $R_3=0$,

(c) $R_1=3$, $R_2=2$, $R_3=1$, (d) $R_1=0$, $R_2=2$, $R_3=1$

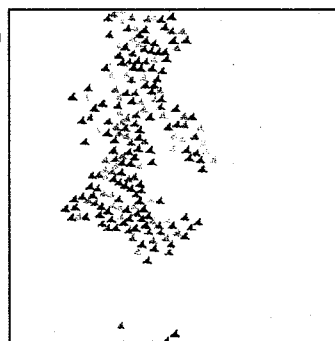
図(i)



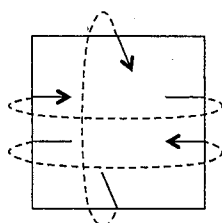
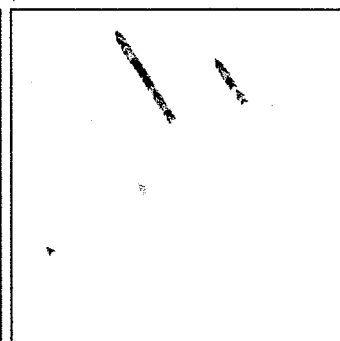
図(ii)



図(iii)



図(iv)



図A：移動の例
(実線は個体の軌跡、
破線は長さ0の移動)

情 3

[1] 要素が順に並んだデータ構造に、リストがある。ここでは、リストを、セルを用いた単方向リスト（単方向連結リスト）により表現する。

- 1) リストの各要素に1つのセルを割り当てることで、リスト L を表現する。このときのセルが持つべき情報を記せ。
- 2) リスト L において、先頭から i 番目にある要素を削除する手順を説明せよ。ここで、 i は1以上とし、リストの全要素数 N に比べて小さいとする。
- 3) リスト L において、リストの各要素は互いに異なる固有の値を持つものとする。ある値が与えられた場合に、その値を持つ要素をリストから削除する手順を説明せよ。ここで、リスト中には、与えられた値を持つ要素が存在するものとする。

[2] 節点の集合 V と、辺の集合 E が、

$$V = \{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6\}$$

$$E = \{(n_1, n_2, 3), (n_1, n_4, 5), (n_1, n_5, 2), (n_2, n_3, 3), (n_2, n_5, 2), (n_3, n_4, 4), (n_3, n_5, 3), (n_3, n_6, 4), (n_4, n_5, 1), (n_4, n_6, 3)\}$$

で与えられる無向グラフ $G = (V, E)$ がある。ここで、 (x, y, c) は、節点 x, y を結び、ラベルが c である辺を表す。

- 1) グラフを図的に表現する方法として、丸印で囲った節点の記号を節点の図的表現、ラベルの記号を添えた線分を辺の図的表現とする方法がある。この方法では、例えば、グラフ $(\{x, y\}, \{(x, y, c)\})$

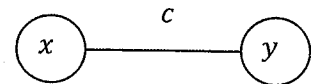


図 1

- の図的表現は、図 1 のようになる。この方法にならい、グラフ G を図的に表現せよ。
- 2) 辺のラベルを、その辺のコストとみなす。コスト最小全域木（コスト最小生成木、コスト最小極大木）を作る。このため、まず初期状態では各節点が部分木であるとし、その後、コストの小さい辺から順に選び、選んだ辺が分離している部分木を結ぶものであれば、この辺をコスト最小生成木の辺の一つとして加えていく方法を用いることにする（Kruskal の方法）。この方法により、グラフ G から、全てのコスト最小生成木を作成する過程を、加える辺を明記しながら、示せ。

人 1

[1] 遺跡から出土した動物遺存体資料を分析する際に、野生イノシシといわゆる「弥生ブタ」を見分けるポイント（形質、年齢など）を3つあげなさい。

[2] [1]であげた3つのポイントについて、それぞれの内容を説明しなさい。図を用いてもよい。

人 2

[1] 日本列島において旧石器時代人骨が出土したとされる地名を 3 つあげなさい。3 つのうち 1 つは沖縄県の地名とすること。

[2] [1] であげた 3 カ所から出土した人骨について、それぞれ形質・所属年代の観点からその真偽について論じなさい。

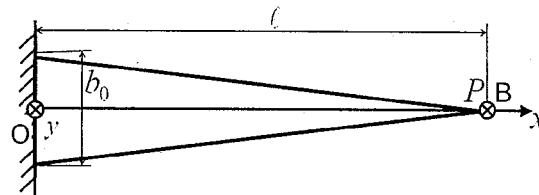
工 1

[1] 図1(a)と(b)は、それぞれはり1の上面図と側面図である。はり1の長さは ℓ であり、その上面図は二等辺三角形である。

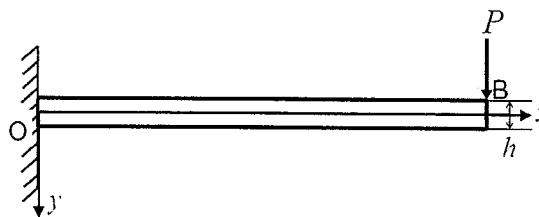
図2は、はり2の上面図であり、その長さも ℓ である。はり1と2の端点Bに $+y$ 方向に荷重 P を加える。

あるはりにおいて、荷重点を除く任意の x 座標に発生する最大応力が x によらず一定値をとるとき、このはりを「平等強さのはり」とよぶ。

- 1) はり1の横断面は矩形であり、厚さと固定端の幅をそれぞれ h と b_0 する。このはりが平等強さのはりであることを説明せよ。
- 2) はり2を平等強さの片持ちはりとするために、はりの厚さ h を x の関数とする必要がある。 h を x の関数で示せ。なお、固定端におけるはりの厚さを h_0 とせよ。



(a)



(b)

図1 はり1

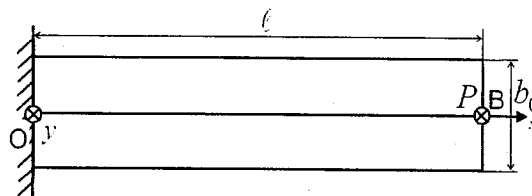


図2 はり2

[2] 図3に示す円孔をもつ帯板において、両端に一様に応力 σ_0 を分布させた。円孔の半径を a とし、 a は帯板の幅 h に比して小さいとする。円孔の中心 O を原点とする極座標 $r-\theta$ において板内の任意の点の応力は、以下のように得られているとする。

$$\sigma_r = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta,$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta,$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta.$$

上の関係式を用いて以下の問に答えよ。

- 1) 図3の断面ABにおける σ_θ を r の関数で表せ。
- 2) 断面AB中に分布する σ_θ の最大値を求めよ。
- 3) 点Cにおける主応力と主方向を求めよ。

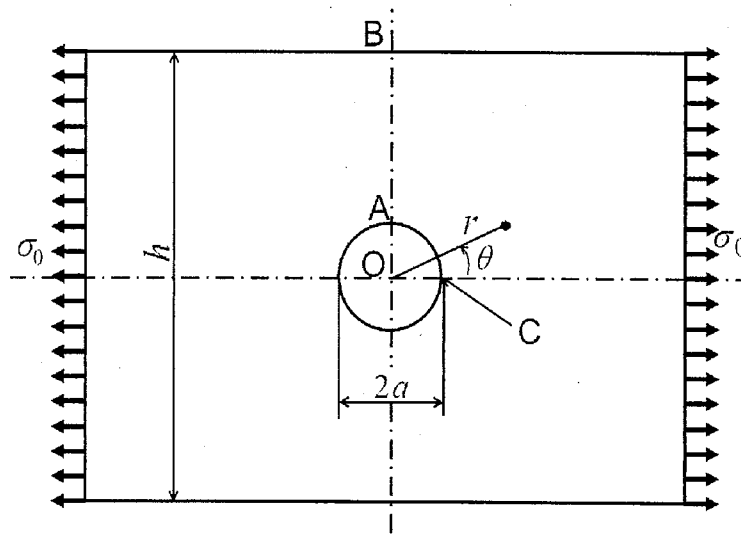


図3 円孔をもつ帯板

工 2

[1] 二次元空間 (x - y 平面) における非圧縮・非粘性流れについて, 以下の問いに答えよ。ただし, 時間を t , 圧力を p , 密度を ρ , x および y 方向の速度成分をそれぞれ u および v , 単位質量の流体に作用する外力の x および y 方向の成分をそれぞれ X および Y とする。

1) 連続の式を記述せよ。

2) Euler の運動方程式を記述せよ。

3) 渦度を ω とする。連続の式と Euler の運動方程式から, 渦度方程式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0$$

を導け。

4) 渦度方程式が意味する渦度の特性を説明せよ。

[2] 流体の運動に関連した以下の用語について, それぞれ 150 字以内で説明せよ。

ただし, 数式や図を併用してもよい。

1) Magnus 効果

2) キャビテーション

3) 流れ関数

4) 境界層

工 3

時間関数 $f(t)$ のラプラス変換された関数を $F(s)$ のように書くことにする。

[1] ある制御系は，入力を $r(t)$ ，出力を $y(t)$ として，次の方程式で記述される。

$$u(t) = r(t) - c(t)$$

$$b(t) = 5u(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = b(t)$$

$$0.5 \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = y(t)$$

この制御系について，以下の問に答えよ。

- 1) ブロック線図を描け。
- 2) 閉ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- 3) 単位ステップ応答 $y(t)$ を求めよ。

[2] 一巡伝達関数（開ループ伝達関数）

$L(s)$ の折れ線近似ゲイン特性が
図 1 で与えられる直結フィードバ
ック制御系（最小位相系）につい
て，以下の問に答えよ。

- 1) 一巡伝達関数 $L(s)$ を求めよ。
- 2) 位相余裕を求めよ。
- 3) 補償器 $C(s)$ を直列接続し，定常速
度偏差を零とする。このとき，以
下に示す補償器(a)と(b)のどちら

を選ぶのが適切かを答えよ。またその理由を述べよ。なお， K と T は定数である。

(a) $C(s) = K(1 + Ts)$ (b) $C(s) = K\left(1 + \frac{1}{Ts}\right)$

ゲイン [dB]

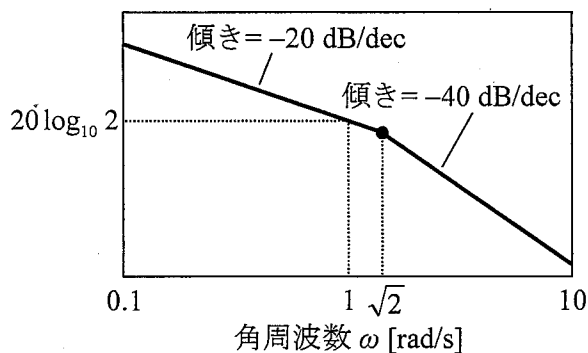


図 1 折れ線近似ゲイン特性

(参考) ラプラス変換表

| 時間関数 | ラプラス変換された関数 | 時間関数 | ラプラス変換された関数 |
|----------|-------------|------------------|---------------------------|
| デルタ関数 | 1 | e^{-at} | $1/(s+a)$ |
| 単位ステップ関数 | $1/s$ | te^{-at} | $1/(s+a)^2$ |
| t | $1/s^2$ | $\sin(\omega t)$ | $\omega/(s^2 + \omega^2)$ |
| $t^2/2$ | $1/s^3$ | $\cos(\omega t)$ | $s/(s^2 + \omega^2)$ |

論理的思考

以下の問題のすべてに答えなさい。

[1]

ある演芸場の経営者が、落語、漫才、手品、曲芸、講談、浪曲の6つの出し物をどういう順番で配置するかを考えている。そのとき、次の規則を自らに課しているものとしよう。

- ①手品と曲芸は続くと客が飽きるので、手品は曲芸の直前直後に配置しない。
- ②漫才は落語と曲芸よりも後に配置しなければならない。
- ③浪曲は落語と講談よりも先に配置しなければならない。
- ④演芸場を掛け持ちする芸人がいて、出番を早くしてくれと申し出た場合、上記の規則を守った上で、その芸人をできるかぎり早い順番に出演させねばならない。

(1) ある日、早い出番を希望したのは曲芸師だけだった。そこで経営者は、今日は曲芸から始めようと考えた。可能な出し物の順序は何通りあるか。解答を記すとともに、自分がどのような思考過程を経て解に達したかを詳細、かつ筋の通った仕方で説明せよ。

(2) 次の日は、漫才師と講談師から早い出番の希望があった。このとき、可能な順序をすべて挙げよ。解答を記すとともに、自分がどのような思考過程を経て解に達したかを詳細、かつ筋の通った仕方で説明せよ。ただし、漫才師と講談師の希望が対立することもあるので、両者の順位の合計ができるだけ小さいものを求める正解とする。

[2]

次の会話を読み、問に答えよ。

やすし：昨日の新聞に載っていたんだが、こういう研究結果が出たそうだ。全国の中学生を調べたところ、朝食を食べる頻度が高い生徒ほど、試験の成績が良好なんだって。つまり、毎日朝食を食べていたり、ほとんど朝食を抜かない生徒は、概して成績がよいけど、朝食をあまりちゃんと食べていない生徒は、成績が低い。逆に、成績がよい生徒のグループは、そうでないグループに比べて朝食を食べる頻度が明らかに高いんだそうだ。

きよし：つまりは、朝食を食べる頻度と学業成績の間に正の相関があるってことだね。

やすし：そうらしいね。それで考えたんだけど、やっぱり朝にしっかり栄養をとることが、脳の働きを高めるってことだね。だったら、生徒の成績を上げたい学校は、

授業の最初に生徒に何か食べさせればいいんじゃないかな。学校公認の早弁ってわけだ。

きよし：それはどうかな。朝食を食べる頻度と成績に正の相関があるからといって、朝食がよい成績の原因だとは言えないんじゃないかな。

やすし：いや、やっぱり原因でしょ。脳はたくさんのエネルギーを必要とするって聞いたことがあるし。

きよし：そうかもしれない。その可能性は否定できないね。でも、そうでないかもしれない。僕が言いたかったのは、正の相関があるということだけからは、朝食を食べることがよい成績の原因だということは出てこない、つまり、推論できないよ、ということなんだ。

やすし：どうということ？ さっぱりわからない。

【問】あなたが、きよしの立場に立ってやすしを説得するとしたら、どうするかを述べなさい。その際、やすしの推論には反例が考えられるということを指摘するだけでなく、朝食を食べることがよい成績の原因ではないのに、両者に見かけ上相関が生じうるしくみについても説明しなさい。

[3]

5本の試薬瓶がありどれにも液体が入っているが、ラベルがはがれてしまった上に、すべて無色透明なので中身が分からない。その試薬瓶をそれぞれ瓶1, 瓶2, 瓶3, 瓶4, 瓶5としよう。大学院生のAくんとBくんは、これらのうちのどれが化合物Xであるかを確かめようとしている。いまのところ、AくんとBくんには次のことが分かっている。

- (i) どの瓶にもただ1種類の化合物が入っており、不純物は含まれない。
- (ii) Xが入っている瓶の数はちょうど2つである。
- (iii) 残りの3つの瓶に何が入っているかは不明。

一方、二人が利用できる確認手段には次の2つがある。

沈殿試験：瓶に含まれる液体の一部を試薬Zと混合する。瓶の液体がXであれば白い沈殿を生じる。ただし、Zと化合して沈殿を生じる液体はX以外にもあり、それが瓶に入っている可能性はある。

赤色試験：2つの瓶からそれぞれ液体の一部をとり混合する。もしXとYが混合されたなら、液体は赤くなる。この赤くなる反応はXとYの組み合わせでのみ生じる。

(1) Aくんは、瓶4の中身を試薬 Z と混合してみた。その結果、沈殿は生じなかった。次に、瓶4の中身を瓶3の中身と混合したら、その混合溶液は赤色を呈した。このことから、Aくんが確実に結論して良いことは次のうちどれだろうか(1つとは限らない)。解答を記すとともに、自分がどのような思考過程を経て解に達したかを詳細、かつ筋の通った仕方で説明せよ。

- (1) 瓶3には X が入っている。
- (2) 瓶3には Y が入っている。
- (3) 瓶3の中身を Z と混合すると沈殿を生じる。
- (4) 瓶3にも瓶4にも X は入っていない。
- (5) 瓶4には X が入っている。

(2) Bくんは、Aくんの実験結果を知らないものとする。Bくんはまず、瓶1と瓶2の中身をそれぞれ試薬 Z と混合してみた。そうしたらいずれの場合も沈殿は生じなかった。このことから、次のうちどれをBくんは結論して良いだろうか。解答を記すとともに、自分がどのような思考過程を経て解に達したかを筋の通った仕方で説明せよ。

(1) 残りの3つの瓶のすべてに沈殿試験をほどこせば、どの2つの瓶に X が入っているかを確定できる。

(2) どの2つの瓶に X が入っているかを確定できるのは、沈殿試験を残りすべての瓶にほどこした場合に限られる。

(3) どの2つの瓶に X が入っているかを確定できるのは、沈殿試験をあと2つ以上の瓶にほどこした場合に限られる。

(4) あと1つの瓶に沈殿試験をほどこすだけで、どの2つの瓶に X が入っているかが決定できる。

(5) あと1つの瓶に沈殿試験をほどこしたとき、X が入っている2つの瓶を確定できることもあるしできないこともある。