

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ
по дисциплине
«Имитационное моделирование робототехнических систем»

по теме:
ЗАДАНИЕ 1

Студент:
Группа R4135c

A.E. Целищев

Преподаватель:
ассистент

E.A. Ракшин

Санкт-Петербург 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА	3
2 СРАВНЕНИЕ С ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ	5
3 ВЫВОДЫ	7

1 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Необходимо решить ДУ вида:

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = d \quad (1)$$

аналитически и при помощи прямого и обратного методов Эйлера, метода Рунге-Кутты. Сравнить результаты и сделать выводы.

Согласно [таблице](#), даны следующие значения коэффициентов: $a = 4.01$, $b = -0.1$, $c = -4.59$, $d = 7.41$.

Решим дифференциальное уравнение аналитически в общем виде. Для начала запишем и решим соответствующее однородное ДУ: в правой части 1 запишем 0.

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0.$$

Соответствующий характеристический многочлен:

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

По условию варианта, $(b^2 - 4ac) > 0$. Тогда общее решение однородного ДУ:

$$x = C_1 e^{(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a})t} + C_2 e^{(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a})t},$$

где $C_1, C_2 - const.$

Найдем частное решение неоднородного ДУ методом неопределенных коэффициентов.

$$\tilde{x} = A, \dot{\tilde{x}} = 0, \ddot{\tilde{x}} = 0,$$

$$a \cdot 0 + b \cdot 0 + cA = d,$$

$$\tilde{x} = A = \frac{d}{c}.$$

Тогда общее решение неоднородного ДУ:

$$x = \frac{d}{c} + C_1 e^{(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a})t} + C_2 e^{(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a})t},$$

где $C_1, C_2 - const.$

Подставим значения коэффициентов по варианту:

$$x = -1.847880299 + C_1 e^{1.082419236t} + C_2 e^{-1.05748158t}.$$

Пусть $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ — начальные условия. Тогда:

$$\begin{cases} -1.847880299 + C_1 + C_2 = 0, \\ 1.082419236 \cdot C_1 - 1.05748158 \cdot C_2 = 0. \end{cases}$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_1 = 0.9131728740073495, \\ C_2 = 0.9347074249926506. \end{cases}$$

2 СРАВНЕНИЕ С ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

Дополним код для вывода результатов аналитического решения на графики и сравним с результатами численных методов.

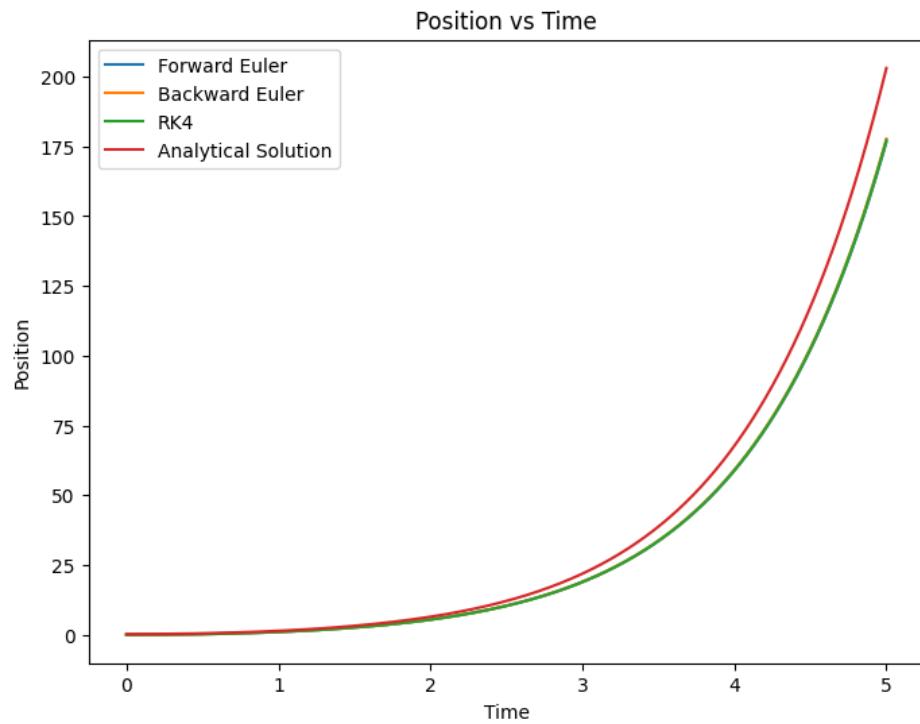


Рисунок 1 — Изменение положения во времени

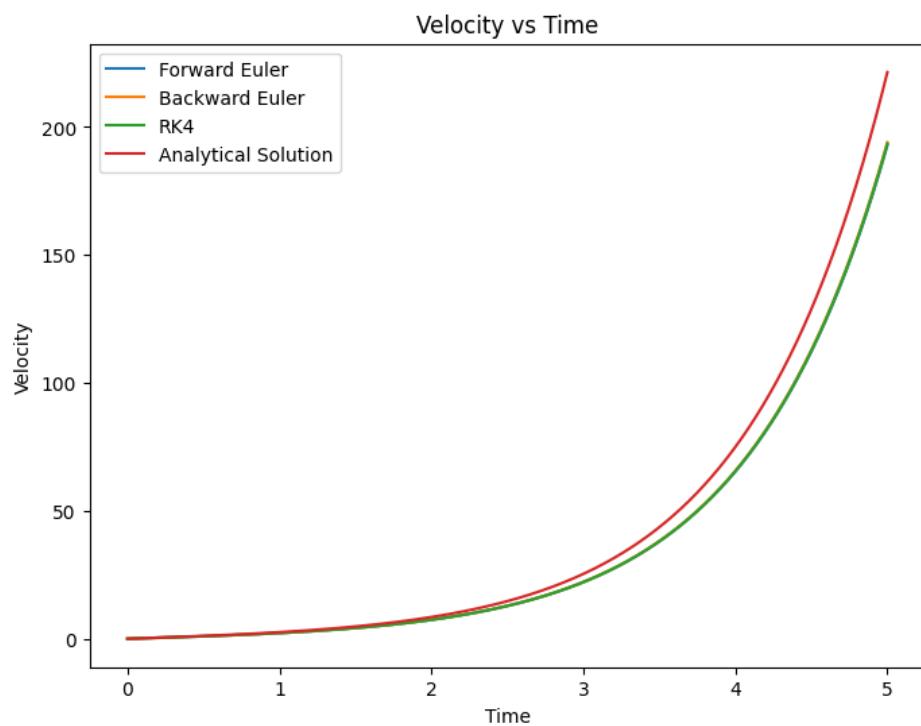


Рисунок 2 — Изменение скорости во времени

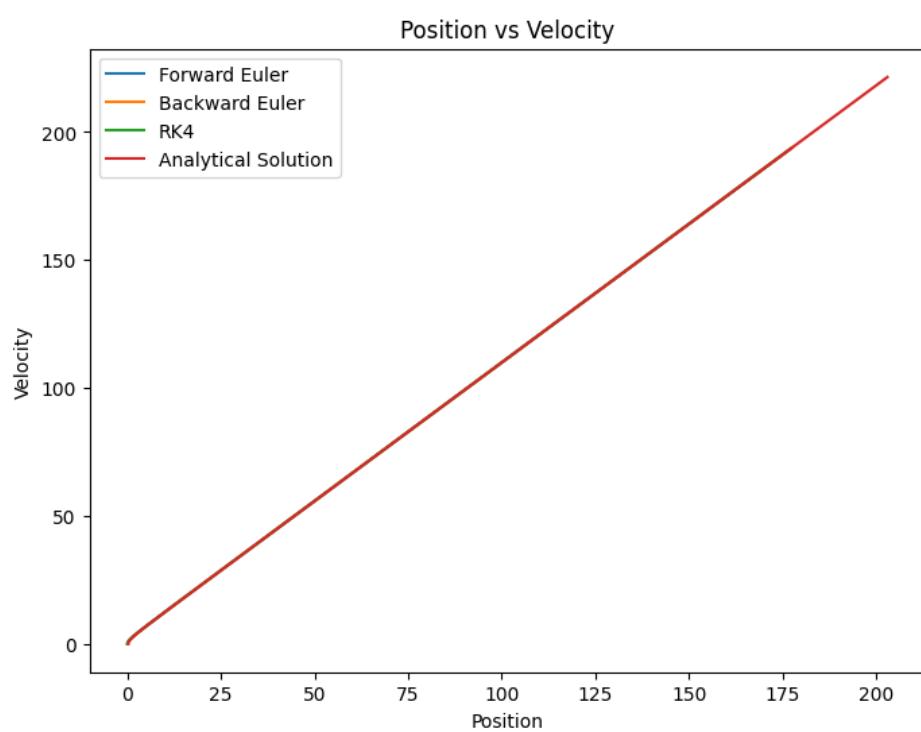


Рисунок 3 — Фазовый портрет

3 ВЫВОДЫ

Фазовые портреты идеально совпадают как у аналитического решения, так и численных методов, что говорит о корректности всех приведенных решений.

Однако графики зависимости позиции и скорости от времени показывают небольшое расхождение аналитического решения со всеми приведенными численными методами. Это может говорить о том, что данные методы имеют погрешность в вычислениях. Одним из способов улучшить их точность может быть уменьшение шага на каждой итерации численных методов.