

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2
в рамках дисциплины
«Имитационное моделирование робототехнических систем»

Выполнил:

Студент группы R4150 Тамм А.Э.

Санкт-Петербург 2025

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 Цель работы

Выполнить аналитическое и имитационное моделирование 1D системы по варианту.

2 Задачи

1. Решить аналитически
2. Составить три интегратора на основе явного Эйлера, неявного Эйлера и метода Рунге-Кутты 4 порядка.
3. Сравнить результаты симуляций, сделать выводы.
4. Составить отчёт по результатам работы

3 Исходные данные

Таблица 1 – Исходные параметры

m, kg	k, N/m, Nm/rad	b, N*s/m, Nm*s/rad	l, m	theta_0, rad	x_0, m
0.8	7	0.035	0.61	-1.036757776	0.98

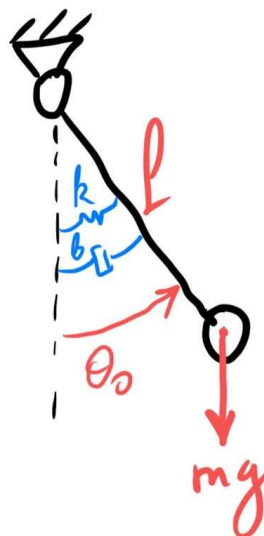


Рисунок 1 – Моделируемая система

4Ход работы

Вектор состояния системы будет описываться совокупностью углового положения и скорости:

$$q = \theta \quad (1)$$

Теперь запишем лагранжиан системы \mathcal{L} как разницу кинетической \mathcal{K} и потенциальной \mathcal{P} энергии системы

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}, t) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{P}(q, t) \quad (2)$$

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

$$\mathcal{P} = mgh + \frac{1}{2}k\theta^2 = mgl - mgl \cdot \cos \theta + \frac{1}{2}k\theta^2 \quad (4)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl + mgl \cdot \cos \theta - \frac{1}{2}k\theta^2 \quad (5)$$

Также выразим внешние силы:

$$Q = -b\theta \quad (6)$$

Из уравнения Лагранжа 2-рода получаем:

$$ml^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + k\theta + mgl \cdot \sin \theta = 0 \quad (7)$$

Запишем вторую производную координаты как функцию младших производных:

$$\ddot{\theta} = -\frac{b\dot{\theta} + k\theta + mgl \cdot \sin \theta}{ml^2} \quad (8)$$

Далее создаем программу для аналитического решения уровня и используем из первой лабораторной работы.

5 Результаты моделирования

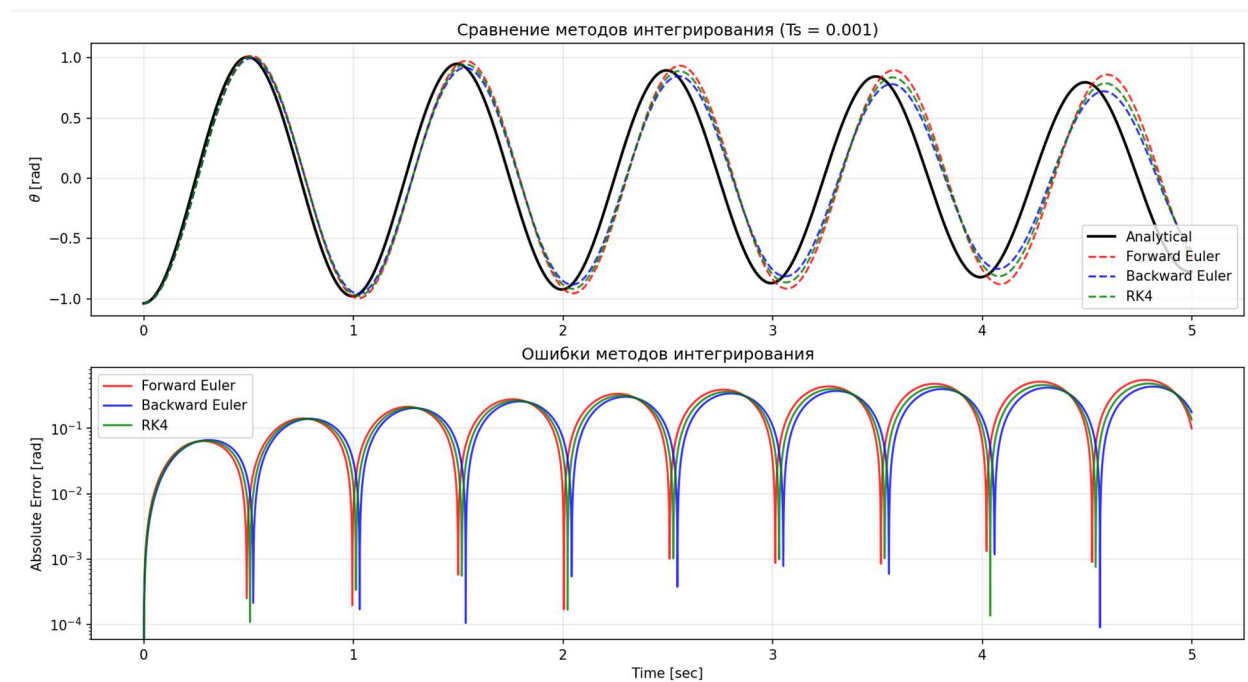


Рисунок 2 – Моделирование при $dt = 0.001$

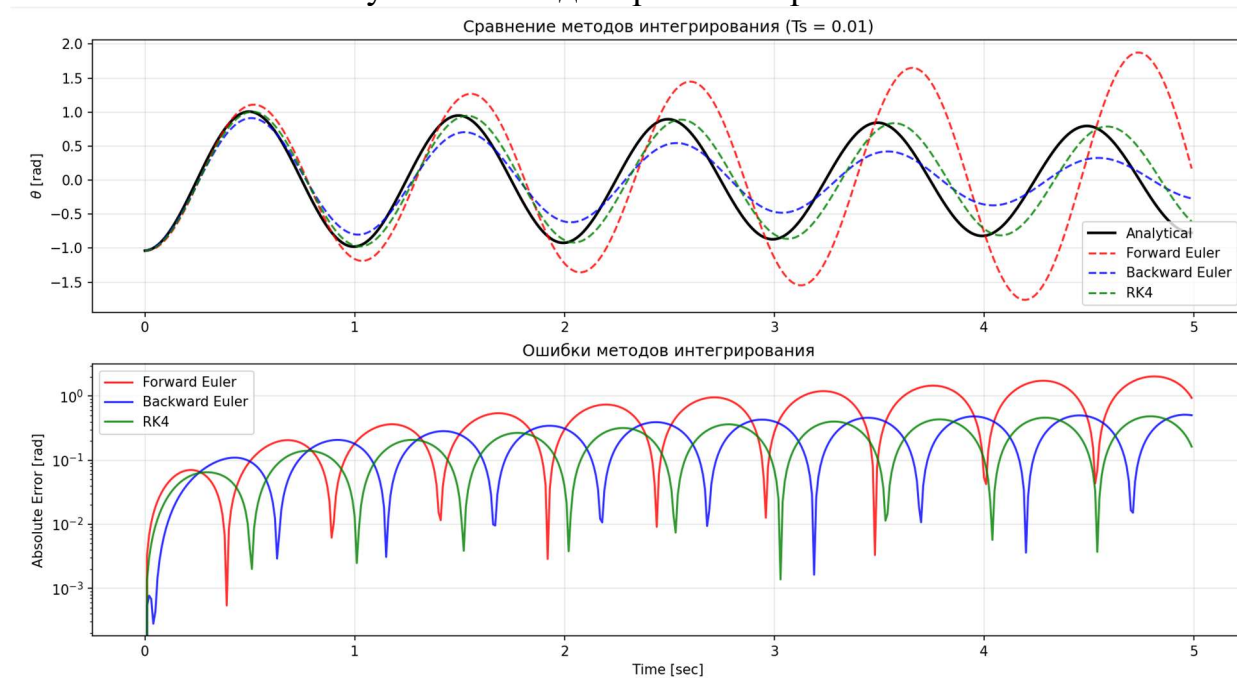


Рисунок 3 – Моделирование при $dt = 0.01$

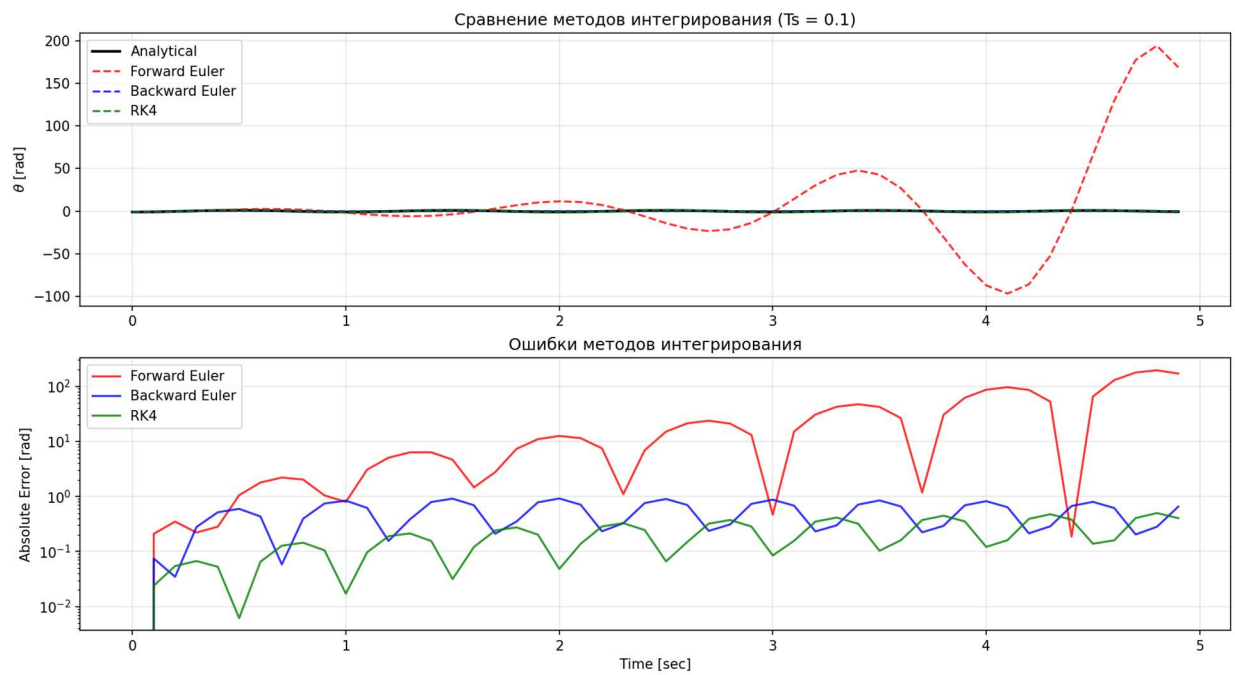


Рисунок 4 – Моделирование при $dt = 0.1$

6 Выводы

В данной работе было получено уравнение и осуществлено решение ОДУ при помощи трёх различных интеграторов. Согласно результатам моделирования, наилучшим образом показал себя интегратор Рунге Кутты. Также можно заметить, что этот интегратор не почти зависит от шага интегрирования.