

**федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования**

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет систем управления и информатики

Практическая работа 2

Выполнил:

Нагорный Л.А.

Группа:

R4135с

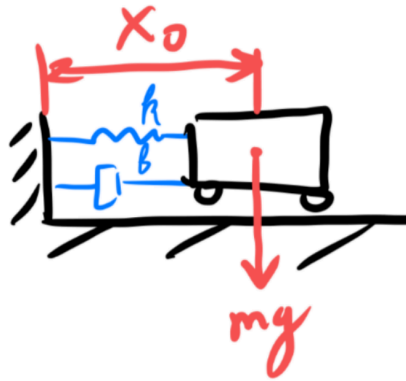
Преподаватель:

Ракшин Е.А.

Санкт-Петербург

2025

1. Уравнение варианта



Параметры системы:

$$mx'' + bx' + kx + mg = 0.$$

$$m = 0.8, k = 10.2, b = 0.025, x_0 = 0.27, v_0 = 0, g = 9.81$$

Система представляет из себя пружинный маятник с затухающими колебаниями.

2. Аналитическое решение

Определим Лагранжиан системы:

$$\mathcal{L} = K - P$$

$$K = 0.5mx'^2 - \text{кинетическая энергия системы}$$

$$P = mgx + 0.5kx^2 - \text{потенциальная энергия системы}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = Q, Q = -bx'$$

$$x'' + \frac{b}{m}x' + \frac{k}{m}x = -g$$

Частное решение неоднородного уравнения:

$$x_p(t) = \frac{d}{c} = -\frac{mg}{k} = -0.769$$

Общее решение:

$$w_n \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10.2}{0.8}} = 3.568 \text{ рад/с}$$

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}} = \frac{0.025}{2\sqrt{10.2 \cdot 0.8}} = 0.0044$$

Так как $\zeta \ll 1$, система слабо демпфирована, что подтверждает затухаемость колебаний:

$$\omega_d \approx \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \approx 3.567 \text{ рад/с}$$

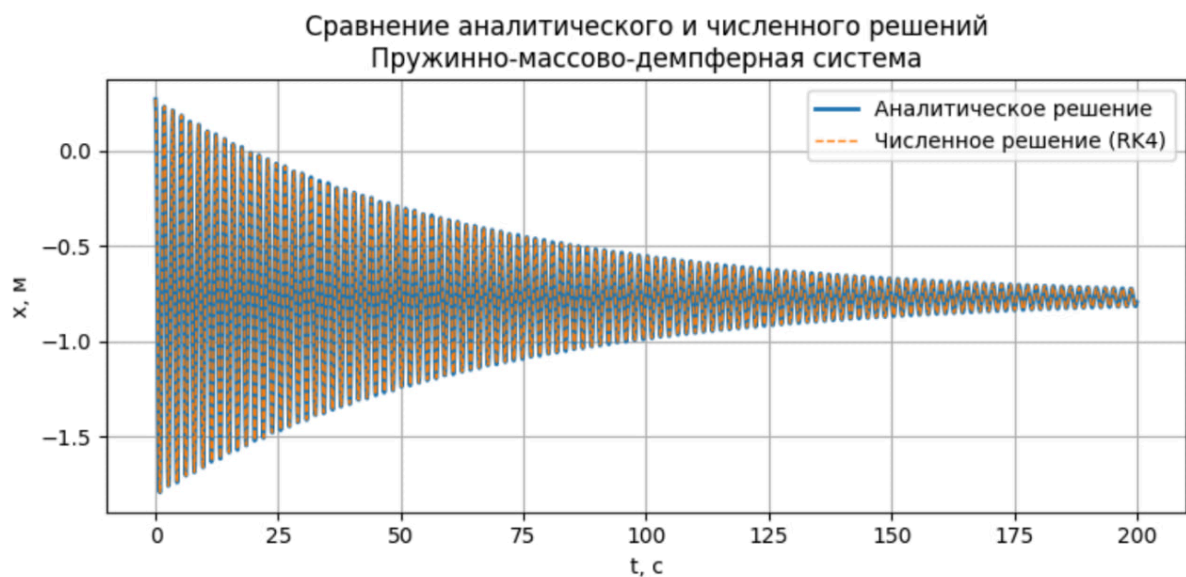
Численные параметры:

$$z_0 = 0.27, z'_0 = 0, \omega_n = 3.568, \zeta = 0.0044, \omega_d = 3.567, x_{eq} = -0.769$$

Численно итоговое решение:

$$x(t) = x_{eq} + e^{-0.0157t} (0.27 \cdot \cos(3.567t) + 0.00033 \cdot \sin(3.567t)) - 0.769$$

3. Графики



В качестве сравнения используется метод Рунге-Кутты. Видно, что решения совпадают.

4. Вывод

В процессе выполнения работы, было составлено дифференциальное уравнение системы второго порядка масса-демпфер-пружина, а также было сделано сравнение аналитического решения и метода Рунге-Кутты. По результатам работы, решения сошлись в виде графика затухающих колебаний.