

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»



Отчет по лабораторной работе №1

По дисциплине: Имитационное моделирование робототехнических систем

Тема: Составление ОДУ для системы с пружиной, массой и демпфером

Автор: Толстоусов Я.В., группа R4134с

Принял: Ракшин Е.А

Санкт-Петербург, 2025

Цель работы: Составить ОДУ системы.

Ход работы:

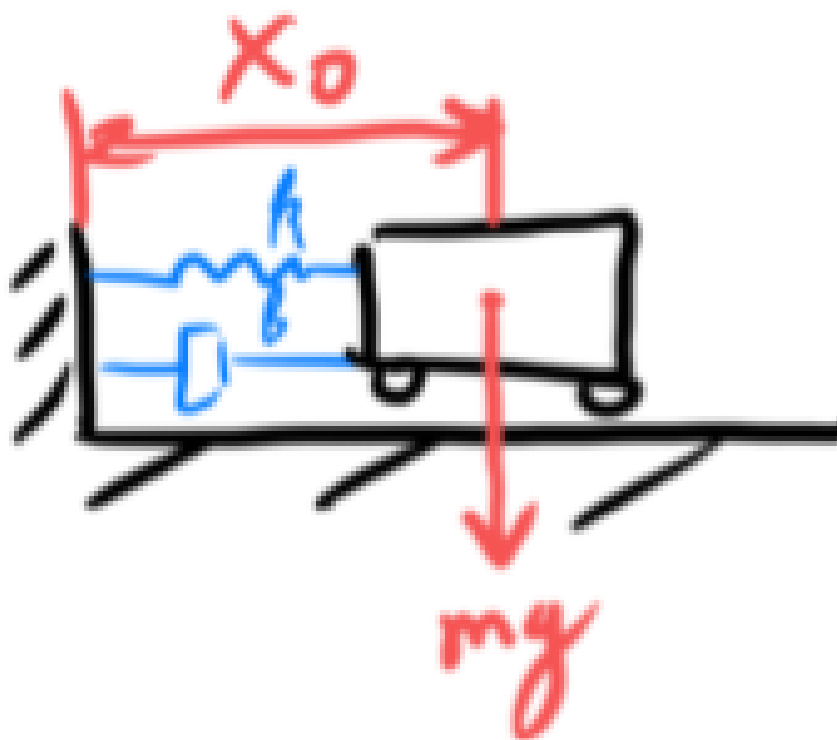


Рис.1. Схема установки.

Таблица 1. Параметры установки.

m, кг	k, Н/м	b, Нс/м	x(0), м
1	13	0,015	0,46

1. Кинетическая энергия системы:

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

2. Потенциальная энергия системы:

$$P = \frac{1}{2} k x^2$$

3. Лангранжиан:

$$L = K - P = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

4. Составим уравнение Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q$$

5. $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$

6. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = m\ddot{x}$

7. $\frac{\partial L}{\partial x} = -kx$

8. $Q = -b\dot{x}$

9. Тогда уравнение Лагранжа имеет вид:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

10. Решим уравнение аналитически, составив характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + 0,015\lambda + 13 = 0$$

$$D = 0,015^2 - 4 \cdot 13 = -52$$

$$\lambda = \frac{-0,015 \pm 7,21i}{2} = -0,0075 \pm 3,61i$$

Общий вид решения дифференциального уравнения:

$$x(t) = e^{-0,0075t}(C_1 \cos(3,61t) + C_2 \sin(3,61t))$$

Начальные условия:

$$x(0) = 0,46$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

Тогда:

$$C_1 = 0,46$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -0,0075e^{-0,0075t}(C_1 \cos(3,61t) + C_2 \sin(3,61t)) + e^{-0,0075t}(-3,61C_1 \sin(3,61t) \\ & + 3,61C_2 \cos(3,61t)) \end{aligned}$$

$$3,61C_2 = 0,0035$$

$$C_2 = 0,00097$$

$$x(t) = e^{-0,0075t}(0,46 \cos(3,61t) + 0,00097 \sin(3,61t))$$

11. График функции:

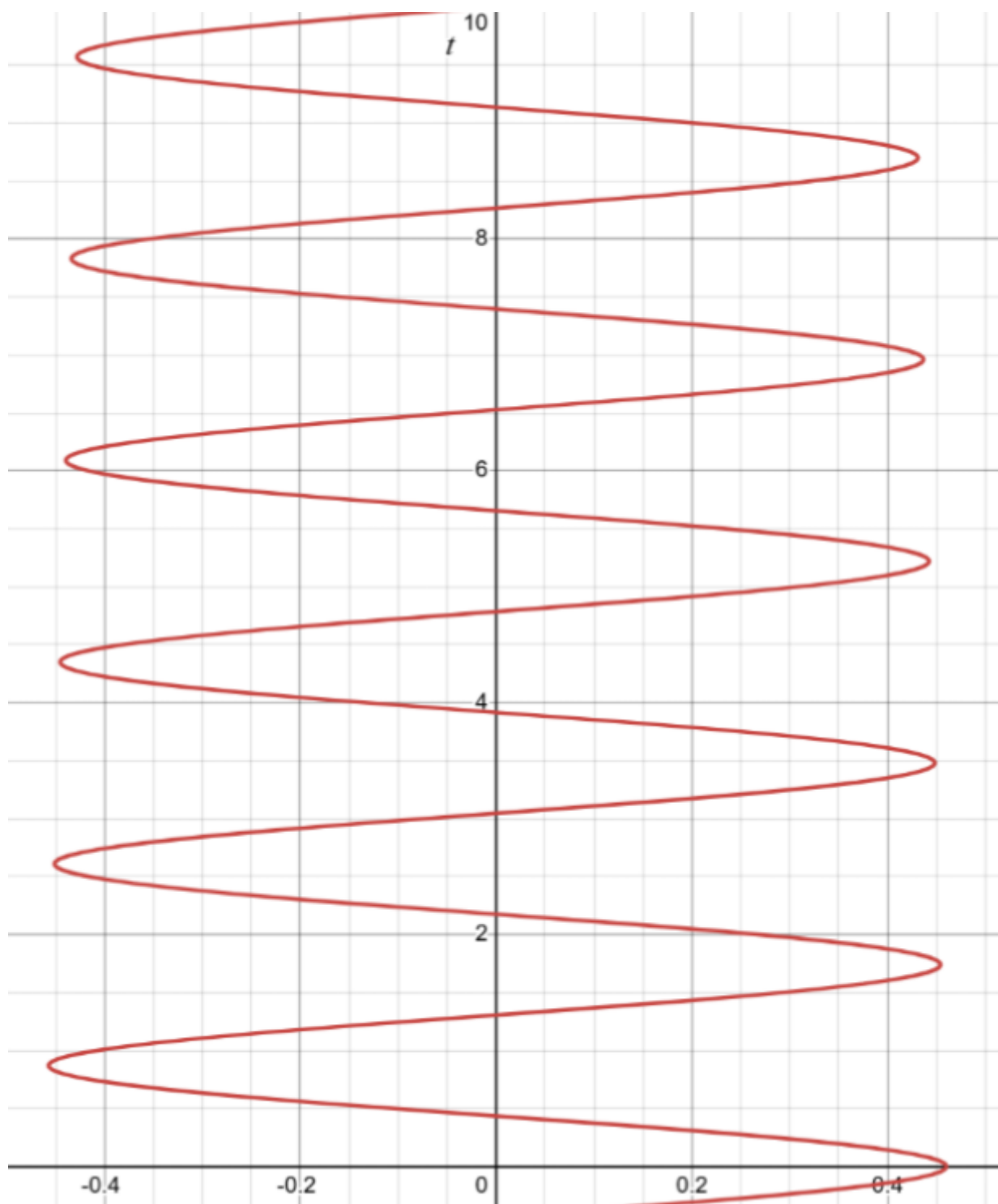


Рис.1. График функции при решении аналитическим методом.

12. Составление математической модели:

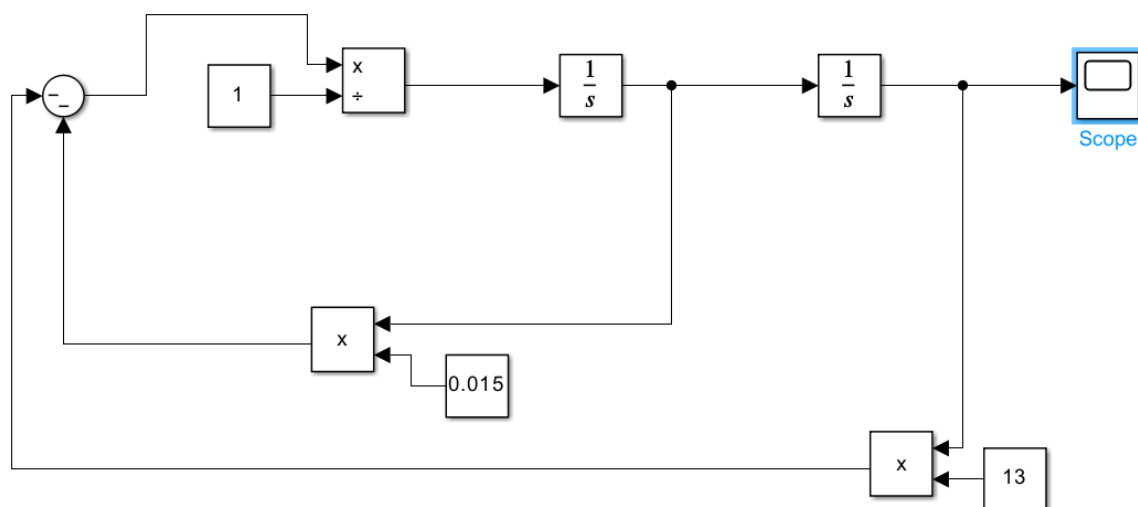


Рис.3. Математическая модель системы.

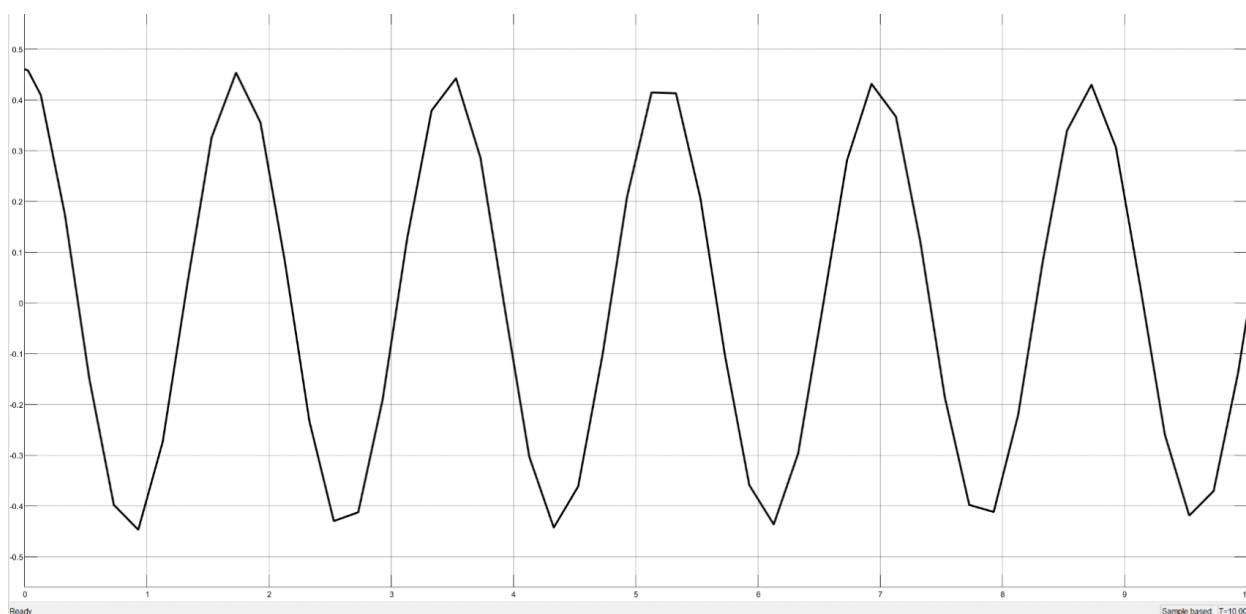


Рис.4. График, полученный в Matlab Simulink.

Вывод: Как видно, графики в Matlab Simulink и графики, полученные аналитическим методом практически полностью совпадают.