Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Отчёт по практической работе №1

Дисциплина: “Имитационное моделирование робототехнических систем”

Автор: Балакин А.Р.

Вариант: 6

Факультет: СУиР

Преподаватель: Ракшин Е.А.

Санкт-Петербург, 2025

Входные данные

a	b	c	d
6.58	-10	3.09	-4.7

Задание

а) Аналитическое решение системы

$$6.58x'' - 10x' + 3.09x = - 4.7$$

Характеристическое уравнение:

$$6.68\lambda^2 - 10\lambda + 3.09 = 0$$

Дискриминант: $D = 17.4352$
Корни:

$$\lambda_1 = 0.432;\ \lambda_2 = 1.094$$

Частное решение:

$$x_0 = \frac{d}{c} = - 1.521$$

В итоге:

$$x(t) = C_1 e^{1.094t} + C_2 e^{0.432t} - 1.521$$

Найдем значения коэффициентов C_1 и C_2. Положим нулевые начальные условия и рассчитаем:

$$C_1 + C_2 - 1.521 = 0$$
$$1.094C_1 + 0.432C_2 = 0$$

После преобразований получаем: $C_1 =- 0.999$; $C_2 = 2.521$

Итоговое уравнение:

$$x(t) =- 0.999e^{1.094t} + 2.521e^{0.432t} - 1.521$$

b) Решение с помощью интеграторов

Для выполнения данного задания воспользуемся данным в репозитории файлом с кодом для трех интеграторов: явного и неявного методов Эйлера и метода Рунге-Кутта. Для этого изменим метод pendulum_dynamics(x) (нейминг изначального файла будет сохранен).

```
def pendulum_dynamics(x):

    a = 6.58
    b = -10
    c = 3.09
    d = -4.7

    theta = x[0]
    theta_dot = x[1]

    theta_ddot = (d-c*theta-b*theta_dot)/a

    return np.array([theta_dot, theta_ddot])
```

Рисунок 1 - Откорректированный метод pendulum_dynamics(x)

Далее необходимо добавить построение графика численного решения.

```
def analytic_solution(x0, Tf, h):

    t = np.arange(0, Tf + h, h)
    x_hist = np.zeros((len(x0), len(t)))
    x_hist[:, 0] = x0

    for k in range(len(t) - 1):
        x_hist[0, k + 1] = -0.999*np.exp(1.094*t[k+1])+2.521*np.exp(0.432*t[k+1])-1.521
        x_hist[1, k + 1] = -0.999*1.094*np.exp(1.094*t[k+1])+2.521*0.432*np.exp(0.432*t[k+1])

    return x_hist, t
```

Рисунок 2 - Построение численного решения

Проведем три эксперимента, уменьшая h на порядок.

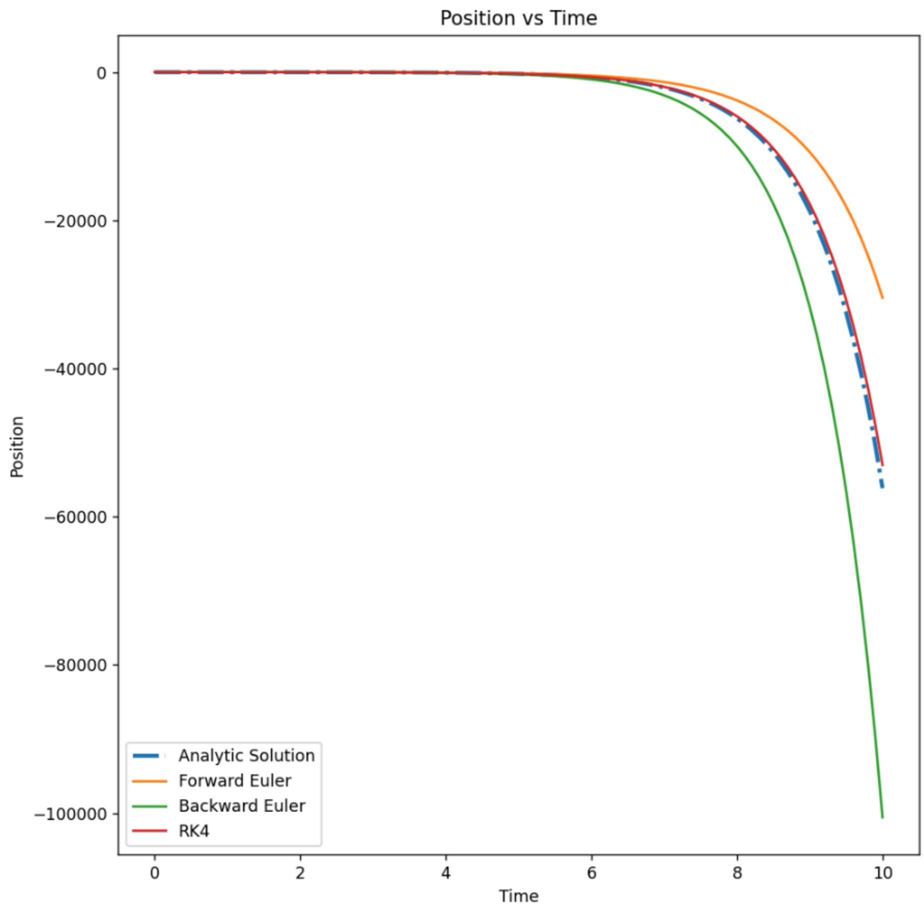

Рисунок 3 - Графики положения при h = 0.1

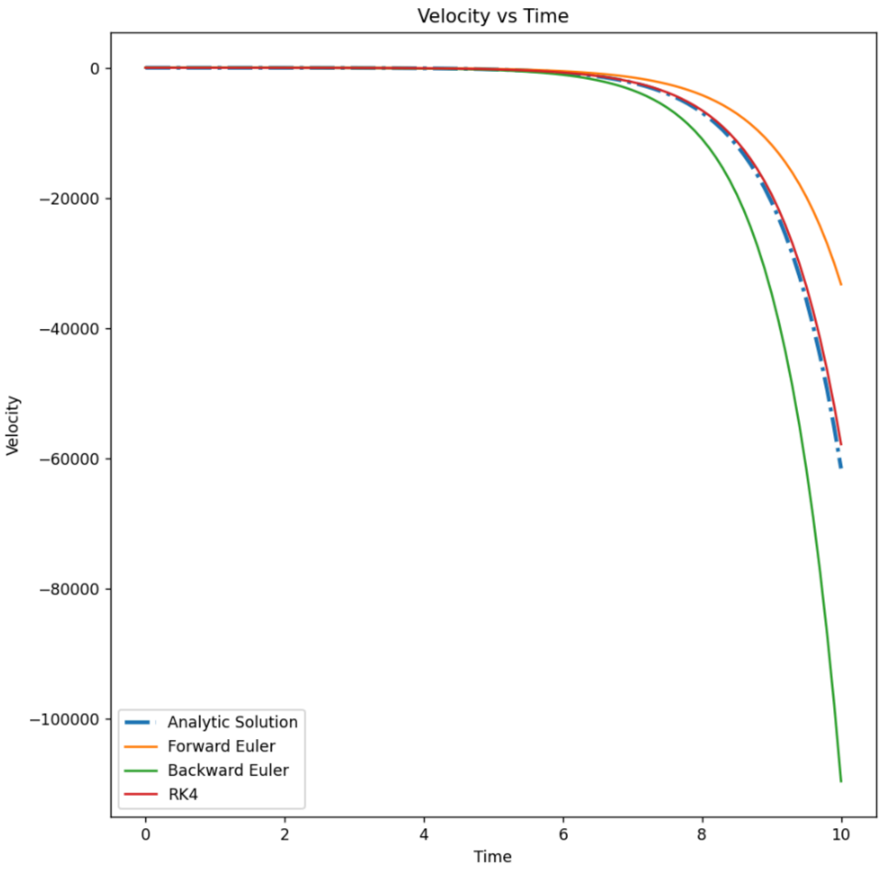

Рисунок 4 - Графики скоростей при h = 0.1

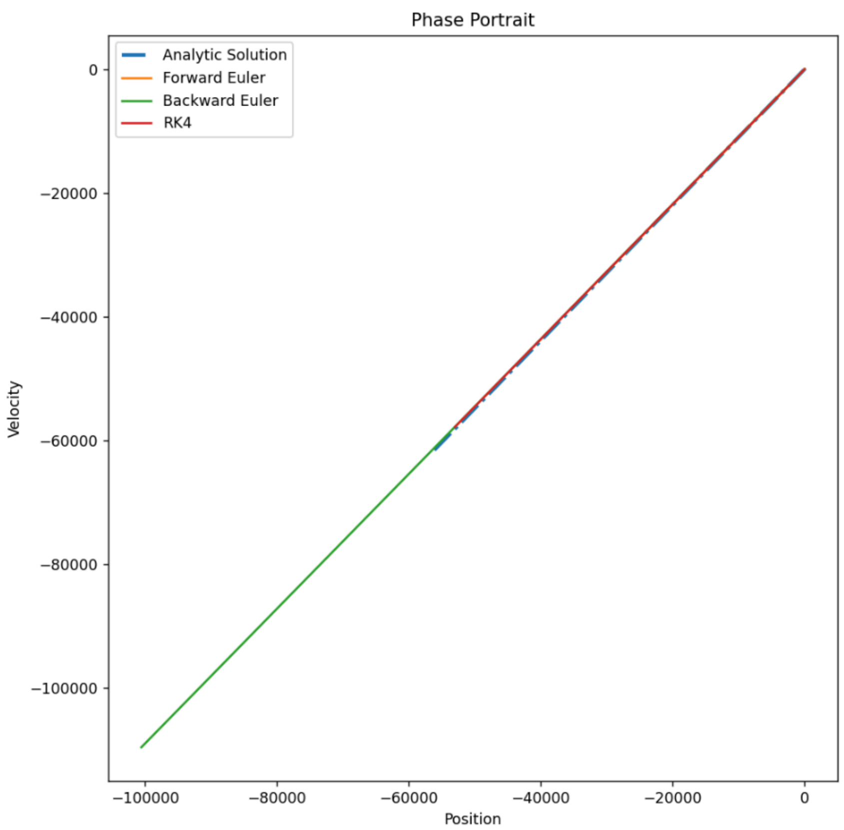

Рисунок 5 - Графики фазовых портретов при h = 0.1

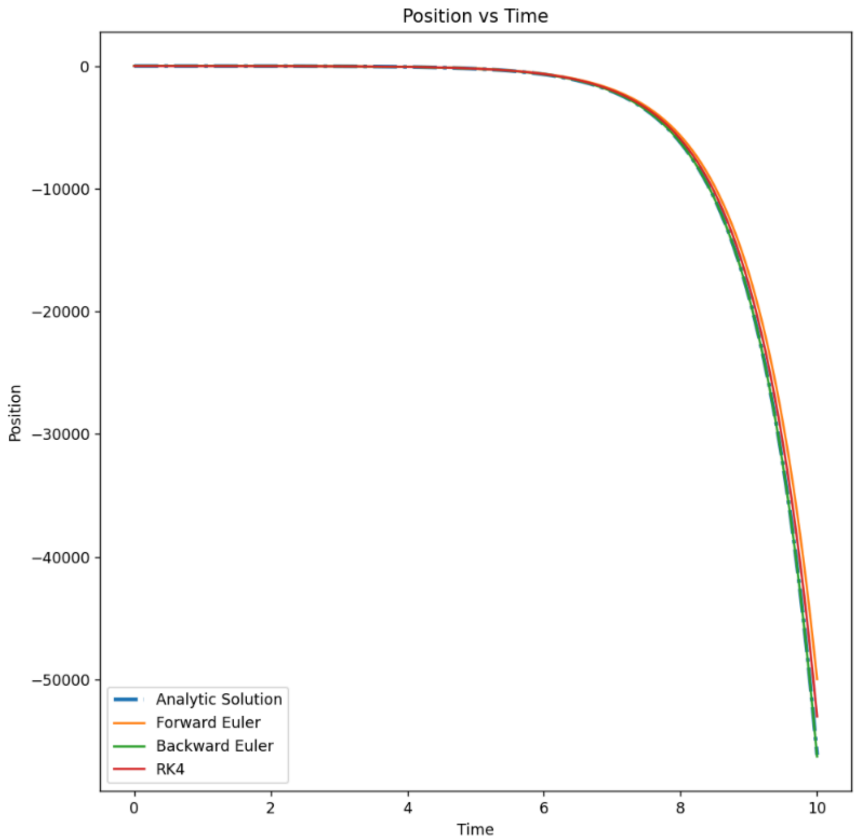

Рисунок 6 - Графики положения при h = 0.01

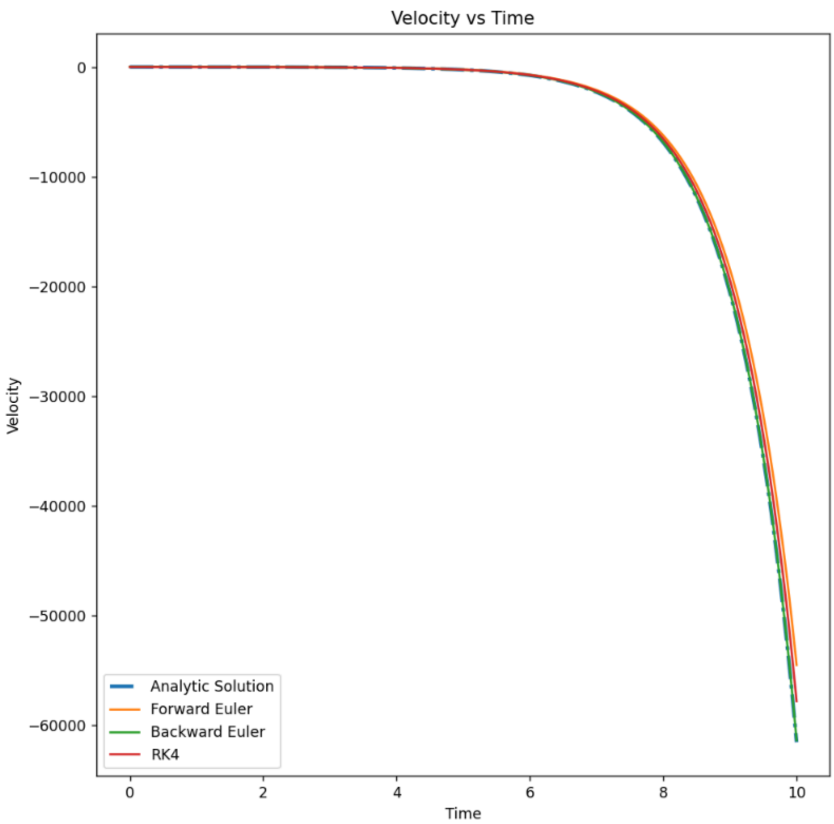

Рисунок 7 - Графики скоростей при h = 0.01

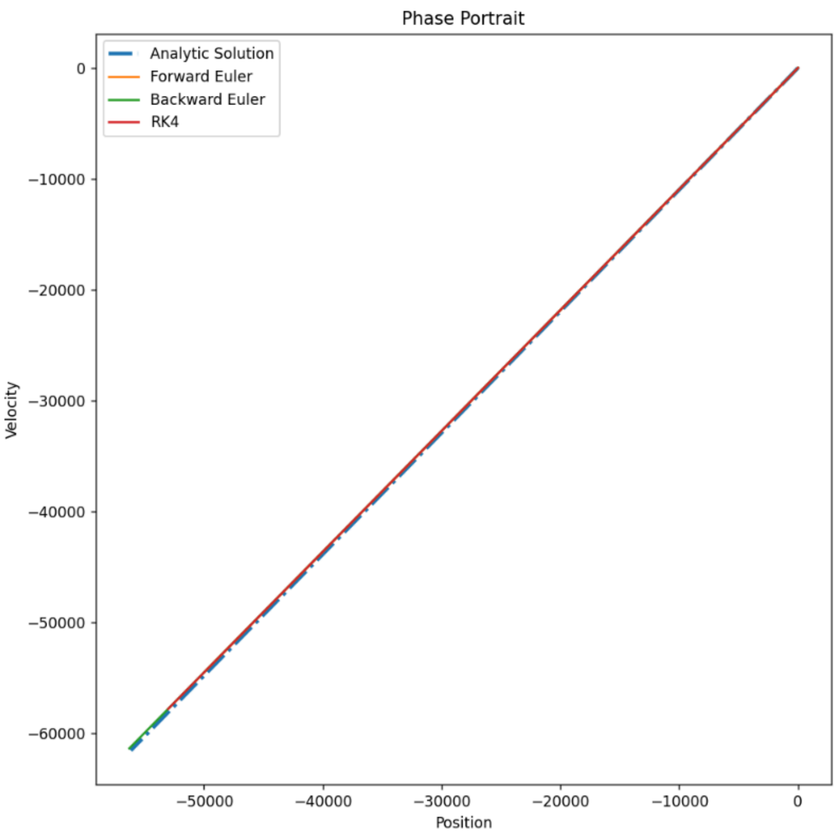

Рисунок 8 - Графики фазовых портретов при h = 0.01

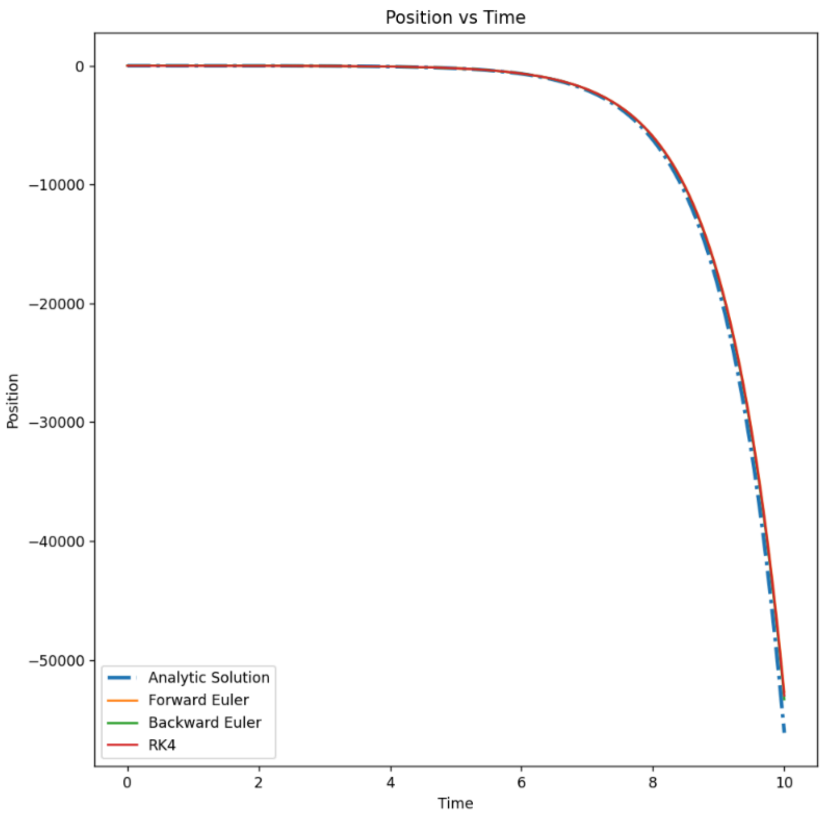

Рисунок 9 - Графики положения при h = 0.001

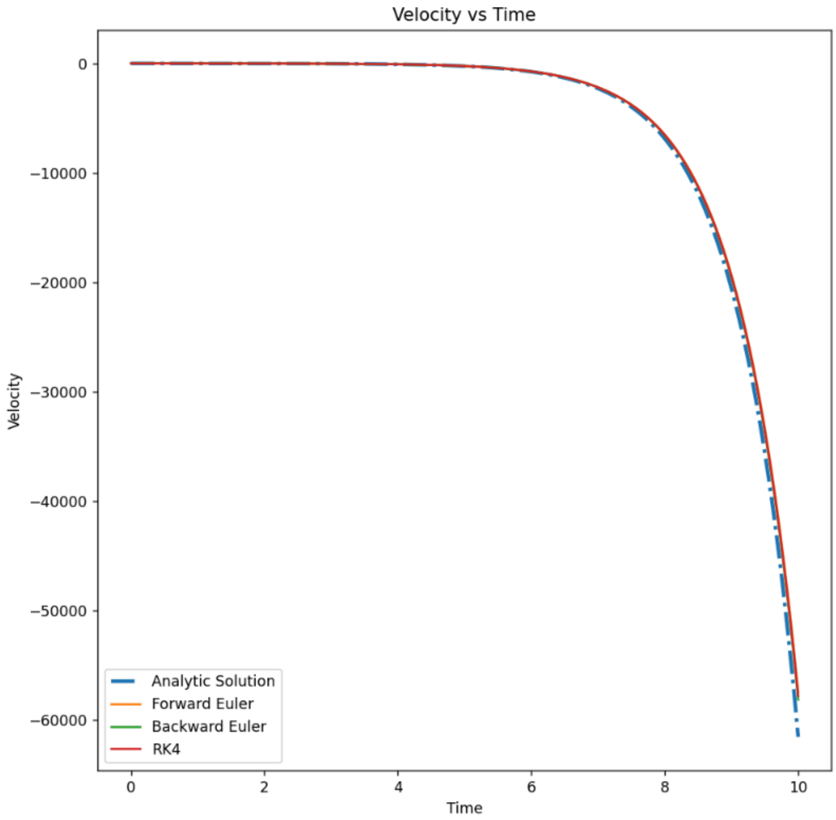

Рисунок 10 - Графики скоростей при h = 0.001

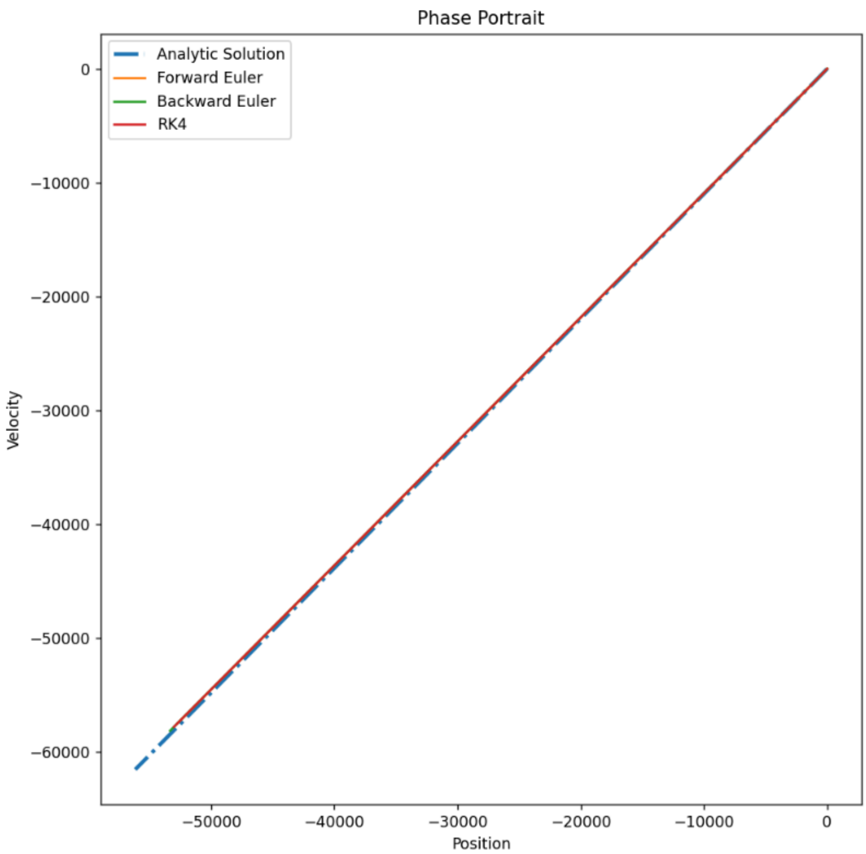

Рисунок 11 - Графики фазовых портретов при h = 0.001

Смею предположить, что из-за округлений при расчетах немного хромает точность построения аналитического решения, однако даже несмотря на это можно сделать определенные выводы, анализируя полученные графики.

При наибольшем шаге $h = 0.1$ точнее всего к аналитическому решению приближается метод Рунге-Кутта четвертого порядка, в то время как при наименьшем шаге $h = 0.001$ все три метода демонстрируют достаточно точное решение. В среднем, при изменении шага h наиболее стабильным остается метод Рунге-Кутта четвертого порядка.

Полученные результаты сходятся с теоретической информацией: все методы так или иначе с течением времени накапливают ошибку, однако если для явного и неявного методов Эйлера ошибка прямо пропорциональна шагу h, то в случае Рунге-Кутта четвертого порядка ошибка будет кратно меньше.

С одной стороны достаточно очевидно, что чисто технически метод Рунге-Кутта сложнее прямого метода Эйлера, однако в случае прямого метода Эйлера требуется меньший шаг. Соответственно при большом шаге метод Рунге-Кутта требует на 4 действия больше при расчете одной точки, однако если мы хотим получить приемлемую точность вычислений, то придется уменьшить шаг на порядок, а возможно и на два, следовательно кол-во рассчитываемых точек возрастает кратно. Исходя из этого я прихожу к выводу, что использование метода Рунге-Кутта более чем оправдано и оптимально.