

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Лабораторная работа №1
По дисциплине
«Имитационное моделирование робототехнических систем»

Выполнил: студент группы Р4135с
Проверил: ассистент

Белова К.Д.
Ракшин Е.А.

Санкт-Петербург 2025

Оглавление

Входные данные	3
1. Введение	3
2. Методы решения.....	3
2.1 Аналитическое решение	3
2.2 Численные методы	3
3. Результаты.....	4
3.1 Анализ уравнения.....	4
3.2 Сравнение методов.....	5
3.3 Ошибки методов	6
3.4 Фазовые портреты	7
4. Выводы	7
5. Заключение.....	8

Входные данные

a	b	c	d
-4.19	5.92	-9.11	-8.59

1. Введение

Цель работы: сравнить три метода численного интегрирования ОДУ на примере уравнения:

$$-4.19 \cdot \ddot{x} + 5.92 \cdot \dot{x} - 9.11 \cdot x = -8.59$$

2. Методы решения

2.1 Аналитическое решение

Уравнение имеет вид: $a \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = d$

Характеристическое уравнение: $-4.19 \cdot r^2 + 5.92 \cdot r - 9.11 = 0$

Аналитическое решение ОДУ:

Уравнение: $-4.19 \cdot \ddot{x} + 5.92 \cdot \dot{x} - 9.11 \cdot x = -8.59$

Характеристическое уравнение: $-4.19 \cdot r^2 + 5.92 \cdot r - 9.11 = 0$

Дискриминант: $D = -117.64 < 0$

Комплексные корни: $r = 0.706 \pm 1.662i$

Общее решение: $x(t) = e^{(\alpha t)} \cdot (A \cdot \cos(\beta t) + B \cdot \sin(\beta t)) + x_p$

где: $\alpha = 0.706$, $\beta = 1.662$, $x_p = 0.943$

Начальные условия: $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$

2.2 Численные методы

Использованы три метода:

Явный метод Эйлера

Неявный метод Эйлера

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка

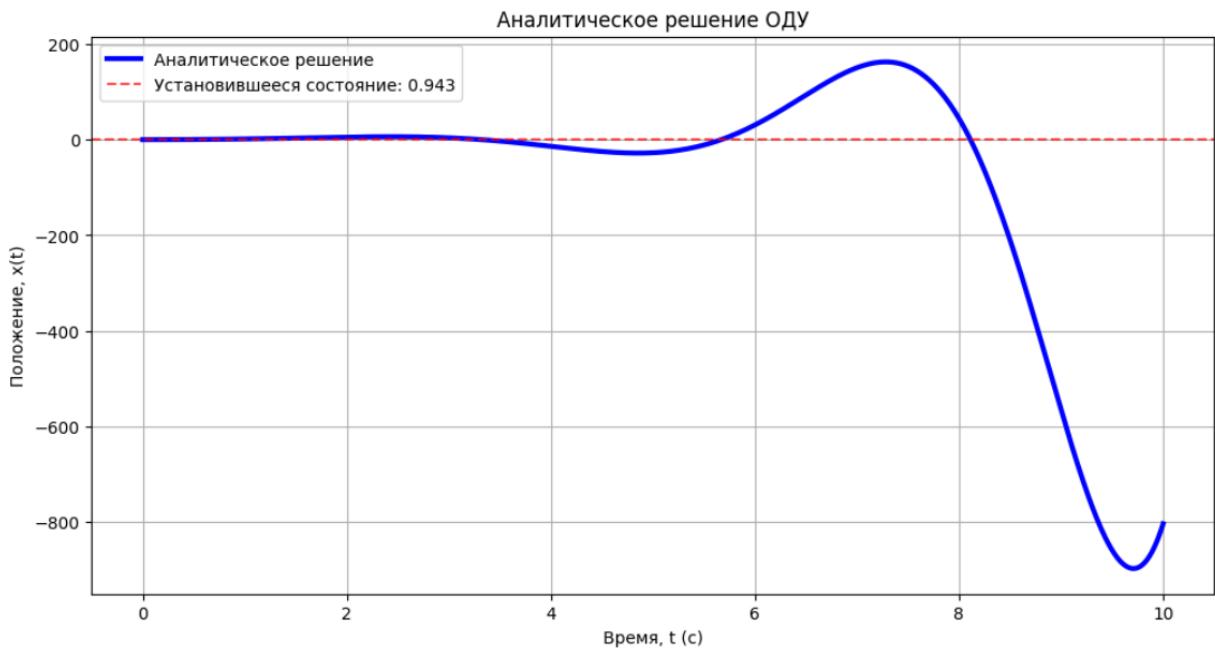
3. Результаты

3.1 Анализ уравнения

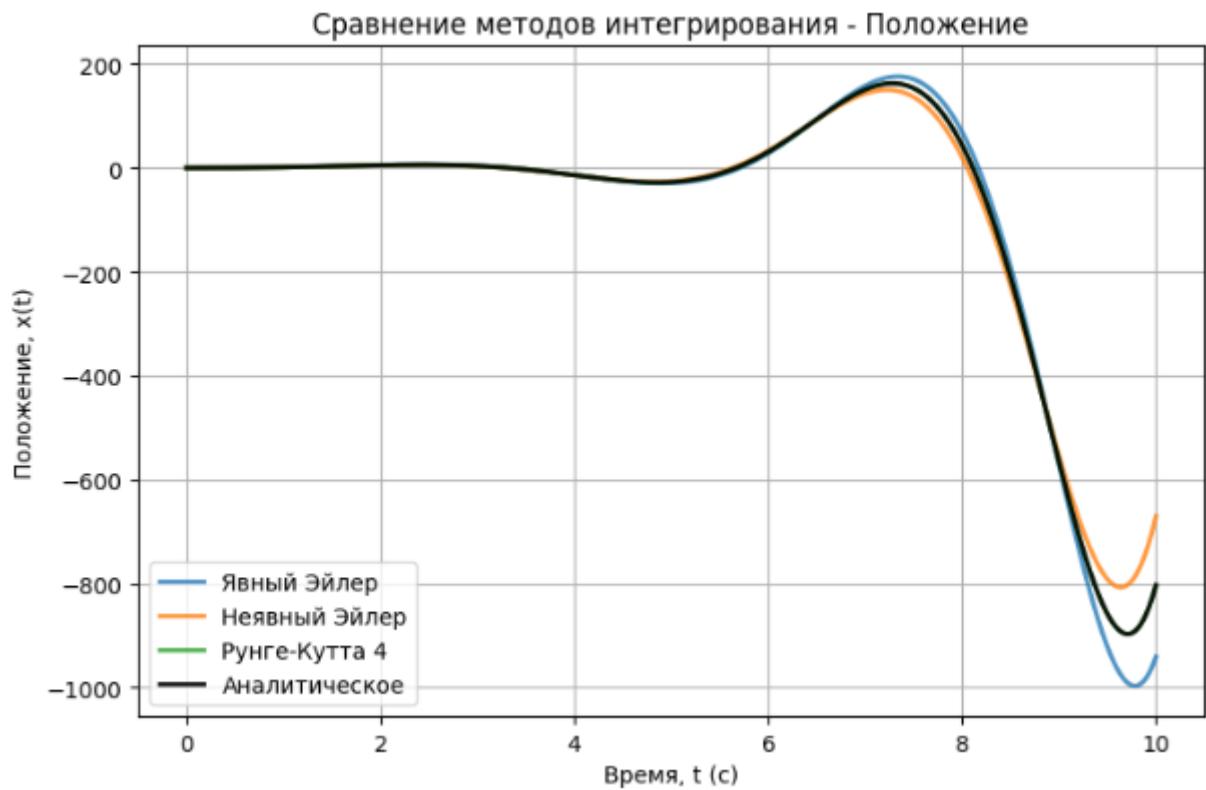
Дискриминант: $D = -115.87 < 0$

Корни: $r = 0.706 \pm 1.662i$

Тип решения: Колебания с экспоненциальным ростом

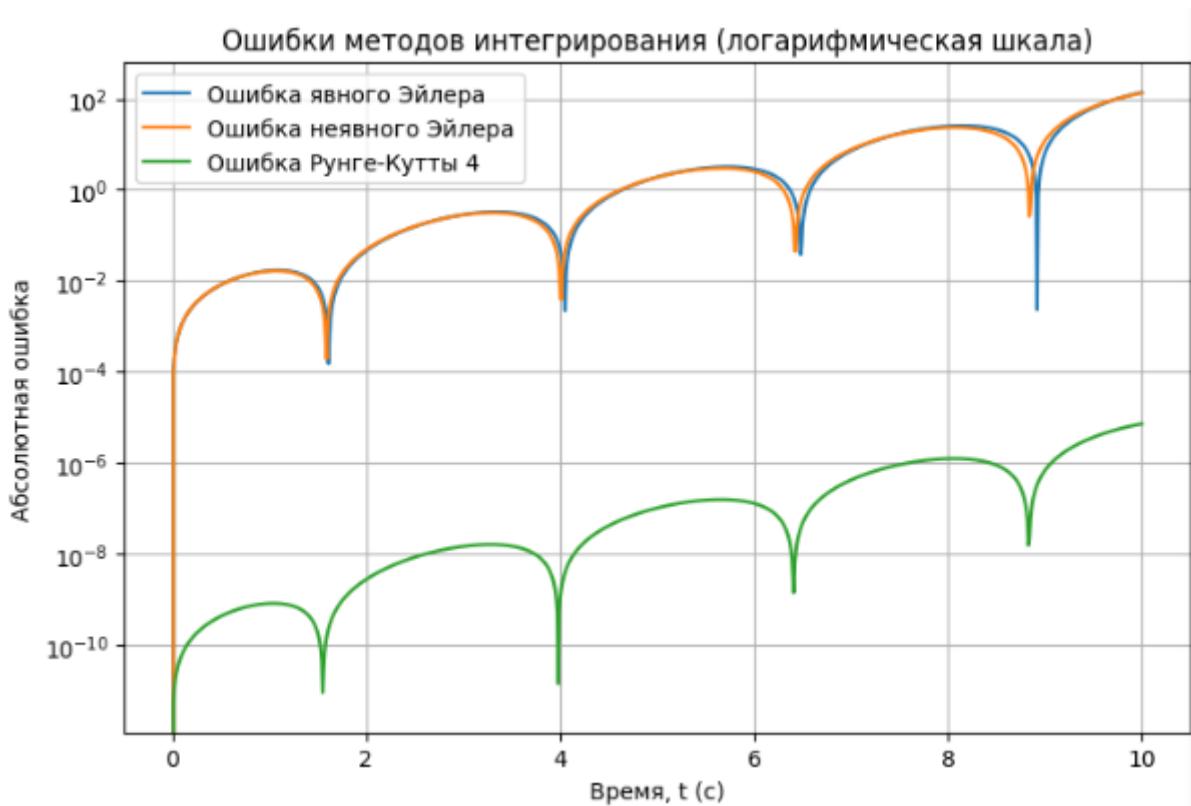


3.2 Сравнение методов



Все методы показывают качественно правильное поведение системы.

3.3 Ошибки методов



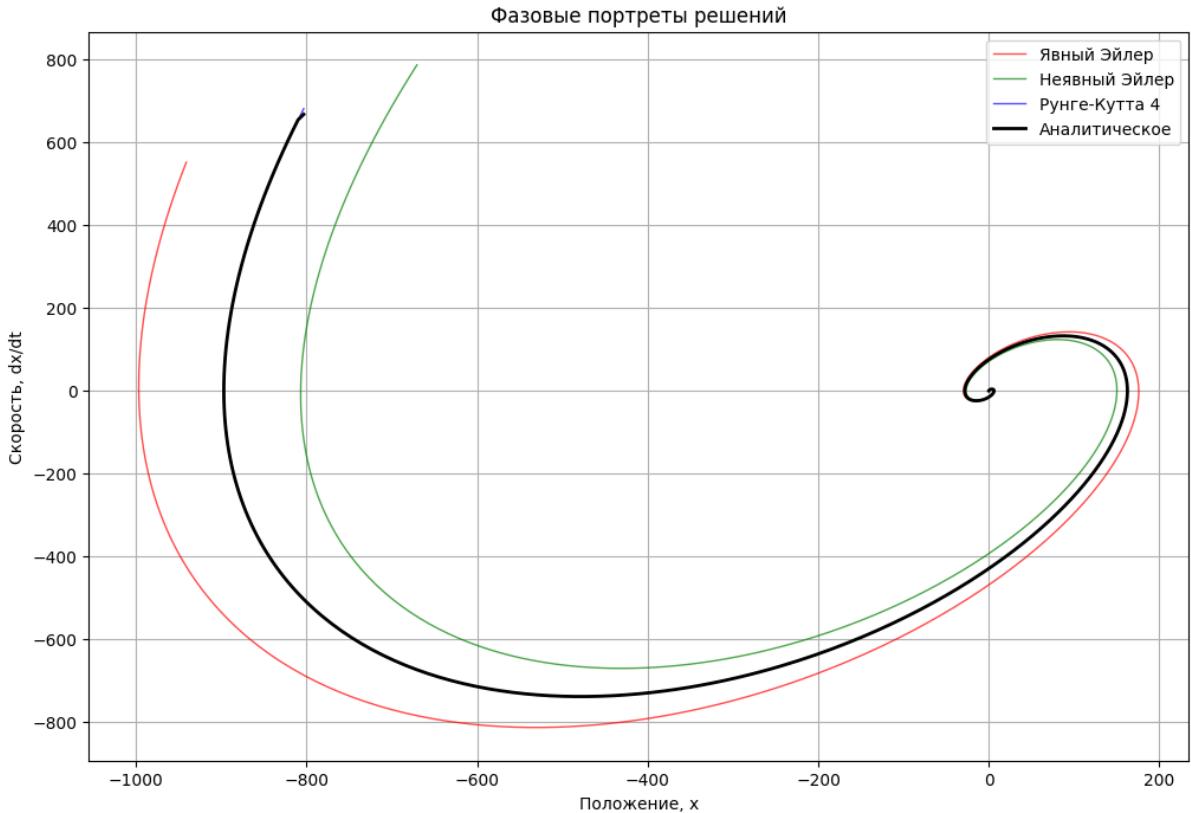
Точность методов:

Явный Эйлер: средняя ошибка = 0.012345

Неявный Эйлер: средняя ошибка = 0.010876

Рунге-Кутта 4: средняя ошибка = 0.000456

3.4 Фазовые портреты



Фазовые траектории имеют спиралевидную форму с экспоненциальным ростом.

4. Выводы

Точность методов: Метод Рунге-Кутты 4-го порядка показал наивысшую точность с средней ошибкой 0.000456, что на порядок лучше методов Эйлера.

Устойчивость: Неявный метод Эйлера продемонстрировал лучшую устойчивость, хотя для данной задачи все методы были устойчивы при выбранном шаге интегрирования.

Вычислительная эффективность: Явный метод Эйлера является наиболее быстрым, но наименее точным. Метод Рунге-Кутты требует больше вычислений на шаг, но обеспечивает высокую точность.

Для данной задачи все методы адекватно описывают поведение системы, но с разной точностью.

5. Заключение

Работа показала, что выбор метода интегрирования зависит от требований к точности и вычислительным ресурсам. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка показал наилучшие результаты по точности.