

На основе предоставленных данных проведём сравнение схем интегрирования, обозначенной как «First Function Results» (назовём её «Схема First»), с тремя другими методами: Forward Euler, Backward Euler и RK4. Исходное уравнение имеет вид:

$$a \cdot x'' + b \cdot x' + c \cdot x = 0$$

где $a=3.94$, $b=4.19$ $c=8.34$, $d=2.99$

1. Сравнение с Forward Euler

График «First» демонстрирует монотонное затухание без заметных осцилляций, что качественно напоминает поведение Forward Euler на первом графике («Pendulum Angle vs Time»), где также наблюдается быстрое затухание и отсутствие колебаний.

Однако у Forward Euler наблюдается более резкий спад в начале и более ранний выход на стационарное состояние, тогда как «First» показывает более плавный и продолжительный переход.

Forward Euler имеет ограниченную устойчивость и склонен к искусственному демпфированию (численному затуханию), особенно при больших шагах интегрирования.

2. Сравнение с Backward Euler

Оба метода («First» и BE) показывают сильное затухание, что характерно для неявной схемы Backward Euler, известной своими свойствами L-устойчивости и склонности к искусственному демпфированию.

Backward Euler на фазовом портрете («Base Portrait») показывает более выраженное «затягивание» траектории к началу координат, тогда как «First» выглядит более гладкой и менее «агрессивной» по демпфированию.

Backward Euler часто приводит к избыточному демпфированию даже на тех компонентах решения, которые должны слабо затухать.

3. Сравнение с RK4

Сходство практически отсутствует. Метод Рунге—Кутты 4-го порядка (RK4) на графиках сохраняет колебательный характер решения, особенно заметный на фазовом портрете, где траектория образует устойчивый предельный цикл или слабозатухающие колебания.

«First» не показывает колебаний, в то время как RK4 точно воспроизводит колеблющееся поведение, присущее исходному дифференциальному уравнению с нелинейностью.

RK4 является методом высокого порядка точности и лучше сохраняет энергию системы (или её диссипативные свойства) без внесения значительного численного демпфирования.

Выводы

Схема First наиболее близка по характеру решения к неявному и явному методам Эйлера, схемам низкого порядка с сильным численным демпфированием, таким как Forward Euler и Backward Euler.

Главное отличие от RK4 — в отсутствии осцилляций и в монотонном затухании, что указывает на то, что схема First теряет информацию о высокочастотных составляющих решения.

Различия в графиках обусловлены устойчивостью и точностью методов:

Явные методы (Forward Euler) часто неустойчивы при больших шагах,

Неявные (Backward Euler) стабильны, но вносят сильное затухание,

RK4 сохраняет физическое поведение системы, включая колебания.

Схема First реализована как ОДУ второго порядка, что делает её пригодной для моделей с быстрым затуханием, но неприменимой для колеблющих систем без потери точности. Таким образом, использование «First» оправдано в задачах с доминирующим демпфированием, но для моделирования колебательных процессов предпочтительны методы высокого порядка, такие как RK4.

First Function Results

