

На графике представлены четыре разных графика траектории маятника. Только одна из них (синяя линия RK4) является точным и физически достоверным представлением.

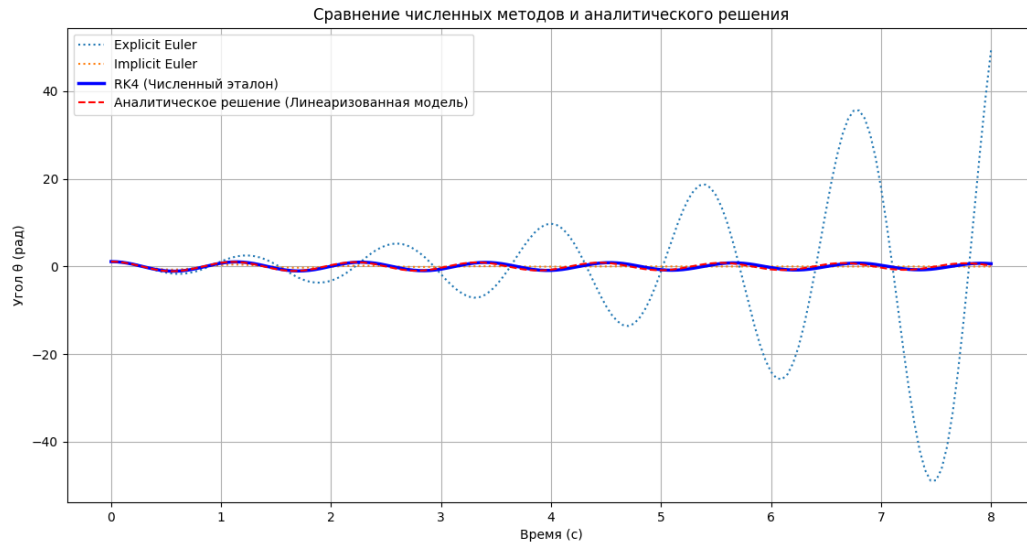


Рисунок 1 – Сравнение численных методов с шагом 0.05

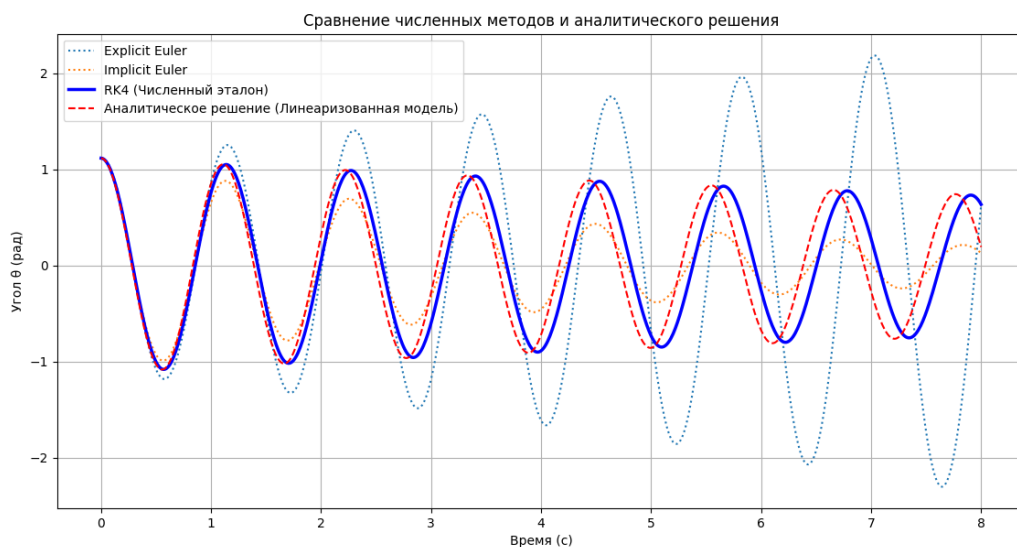


Рисунок 1 – Сравнение численных методов с шагом 0.01

1. RK4 (синяя сплошная линия)

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка (RK4) является высокоточным численным методом. Для данного шага интегрирования его результат максимально близок к истинному поведению нелинейной системы. Поэтому эту линию будем сравнивать с остальными. Мы видим плавные, затухающие колебания, которые выглядят абсолютно правдоподобно с точки зрения физики.

2. Explicit Euler (голубая пунктирная линия)

Явный метод Эйлера демонстрирует неточность. Его амплитуда не затухает, а, наоборот, растет с каждым колебанием, что полностью противоречит физике (ведь в системе есть демпфер, который должен гасить энергию). Это классический пример численной неустойчивости. Метод непригоден для точной симуляции данной системы.

3. Implicit Euler (оранжевая пунктирная линия)

Неявный метод Эйлера ведет себя противоположно. Он, в отличие от явного, абсолютно устойчив. Однако эта устойчивость достигается высокой ценой. Амплитуда его колебаний затухает заметно быстрее, чем у решения RK4. Метод искусственно "отнимает" энергию у системы в дополнение к физическому демпферу. Хотя он и не расходится, его результат также является неточным, так как он предсказывает, что маятник остановится гораздо раньше, чем на самом деле.

4. Аналитическое решение (красная пунктирная линия)

Затухание амплитуды у красной линии очень похоже на затухание у синей (RK4), что логично, так как фактор демпфирования в обеих моделях одинаков. Однако главное отличие — в периоде колебаний. Аналитическое решение колеблется заметно быстрее, чем реальная система.

Вывод

Простые методы, такие как методы Эйлера, могут давать нефизичные результаты (рост энергии) или вносить сильные искажения (избыточное затухание). Для получения достоверных результатов симуляции колебательных систем необходимо использовать методы более высокого порядка, такие как RK4.

Линеаризация — мощный инструмент для анализа, но его можно применять только в тех рамках, где он корректен (в данном случае — для малых углов). Применение линеаризованной модели для системы с большими отклонениями привело к существенной ошибке в предсказании частоты ее движения.

В итоге, синяя линия (RK4) является единственным достоверным представлением на этом графике, так как она сочетает в себе точную физическую модель (нелинейную) и точный численный метод ее решения. Все остальные кривые демонстрируют, к каким серьезным искажениям может привести упрощение либо модели, либо метода вычислений.