Brygging av American Blonde Ale

Av Øystein Revheim Martinsen og Henning Kutschera Sund

Proskjektet er inspirert av brorskapet som dannes under ølbrygging og de stadig økende prisene som driver en student-økonomi til grunnen.

Blonde Ale er en øltype som har varianter over hele verden. Den kjennetegnes av sin lyse, gylne farge og startet i Belgia som et alternativ til pilsen som en lettdrikkelig øl. Resultatet vårt ble en god, frisk øl som er godt karbonert. Humlen ga mer smak en antatt og gjorde ølet svakt bittert.

Vi brygget på rom G022 i kjelleren på El-bygget og lånte utstyret til Omegas HaandbrygerCommite. Oppskriften kan ses til høyre, eller: nettside. Oppskriften er justert til å gi et ferdig volum på 36L. Ingredienser er kjøpt hos Brewshop.
Under brygging gikk alt etter planen og vi fikk en original gravity på 1057 og en endelig gravity på 1012. Dette tilsvarte alkohol-innhold på 5.9% i følge kalkulatoren til brewfather.

American Blonde Ale
Blonde Ale
5.3% / 11.9 °P

Recipe by
Antonie inspirert av David Heath

All Grain

A Obelix (med hvete)
64.9% efficiency
Batch Volume: **36 L**
Boil Time: **60** min

Mash Water: **28.85 L**
Sparge Water: **25.12 L** @ 78 °C
Total Water: **53.97 L**
Boil Volume: **44.63 L**
Pre-Boil Gravity: **1.044**

Vitals
Original Gravity: **1.048**
Final Gravity: **1.008**
IBU (Tinseth): **22**
BU/GU: **0.45**
Color: **10.2 EBC**

Mash
Temperature — **67 °C — 60 min**
Mash Out — **75 °C — 10 min**

Malts **(9.18 kg)**
8.58 kg (93.5%) — BESTMALZ BEST Pale Ale — Grain — 6 EBC
530 g (5.8%) — BestMalz Wheat Malt — Grain — 4.8 EBC
70 g (0.8%) — BESTMALZ BEST Caramel Hell — Grain — 30 EBC

Hops **(130.1 g)**
19.6 g (11 IBU) — Chinook 11.1% — **Boil** — **30 min**
29.5 g (7 IBU) — Amarillo 7% — **Boil** — **15 min**
35.9 g (3 IBU) — Amarillo 7% — **Boil** — **5 min**
45.1 g — Chinook 11.1% — **Dry Hop** — **3 days**

Miscs
1.895 items — Yeast Nutrients — **Boil** — **15 min**
1.895 items — Irish Moss — **Boil** — **10 min**

Yeast
1.9 pkg — Mangrove Jack's **M44** US West Coast Yeast 85%

Fermentation
Primary — **20 °C** (2 day ramp) — **7 days**
Primary — **22 °C** — **5 days**

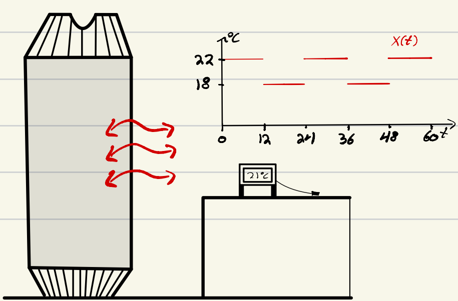
Carbonation: **2.4 CO_2-vol**

Gjæring

Vi satte ca. 28 liter til gjæring på to 19 liters Korneliusfat med en trykkventil satt til 0.6 bar som fungerer som gjærlås. Omegas temperaturstyrte gjæringsskap var fult som betydde at gjæring ble gjort på et bad i en studenthybel ved Lerkendal. Vi kjøpte inn et termometer for å kontrollere temperaturen på badet. Grunnet et gammel og dårlig isolert hus så vi at temperaturen varierte mellom 18 grader på natta og 22 grader på dagen. På gjærpakken står det at det blir best resultater mellom 18 til 23 grader så ølet skulle tåle temperaturen på badet. Grunnet skyhøyt tempo fra El-bygget til Lerkendal, sløyfet vi temperaturendringen fra minusgradene under transport.

Men hva var den faktiske temperaturen til ølet? Baderomstemperaturen kan modeleres som en firkantbølge. Vi kan da løse newtons avkjølingsproblem for ølet vårt med denne firkantbølgen som drivleddet til systemet. Da kan vi undersøke om ølet holdt den ønskede temperaturen på 20 grader i den første uken av gjæringsprosessen. Når vi skulle øke temperaturen til 22 grader, økte vi temperaturen slik at badet holdt 20 og 24 grader.

Modellering av temperatur



Newtons avkjølingslov

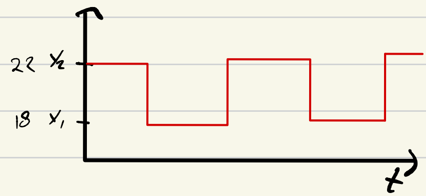
$\dot{Y}(t) + \alpha Y = X(t)$

$Y(t)$: temperatur ølfat

$X(t)$: temperatur bad

Øl- og baderoms-temperatur:

Først forsøkte vi å approksimere baderoms-temperaturen med en kompleks Fourierrekke som skiftet mellom 18 og 22.



Kompleks Fourierrekke:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}, \quad X(t) = \begin{cases} Y_1 & -\frac{T}{2} \leq t < 0 \\ Y_2 & 0 \leq t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-in\omega t} dt \qquad C_n = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} Y_1 e^{-in\omega t} dt + \int_{0}^{T/2} Y_2 e^{-in\omega t} dt\right)$$

For $n=0$

$$C_0 = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} Y_1\, dt + \int_0^{T/2} Y_2\, dt\right) = \frac{1}{T}\left(Y_1\left[t\right]_{t=-\frac{T}{2}}^{t=0} + Y_2\left[t\right]_{t=0}^{t=T/2}\right) = \frac{1}{T}\left(\frac{T}{2}\left(Y_2+Y_1\right)\right) = \frac{Y_2+Y_1}{2}$$

For generell n:

$$C_n = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} Y_1 e^{-in\omega t} dt + \int_0^{T/2} Y_2 e^{-in\omega t} dt\right) = \frac{Y_1}{T}\left[\frac{1}{-in\omega} e^{-in\omega t}\right]_{t=-T/2}^{t=0} + \frac{Y_2}{T}\left[\frac{1}{-in\omega} e^{-in\omega t}\right]_{t=0}^{t=T/2}$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{Y_1}{T}\left(-\frac{T}{in2\pi} + \frac{T}{in2}e^{in\pi}\right) + \frac{Y_2}{T}\left(-\frac{T}{in2\pi}e^{-in\pi} + \frac{T}{in2\pi}\right)$$

$$= Y_1\left(\frac{1}{in2\pi}\left(e^{in\pi} - 1\right)\right) + Y_2\left(\frac{1}{in2\pi}\left(1 - e^{-in\pi}\right)\right) = \frac{1}{in2\pi}\left(Y_1\left(e^{in\pi}-1\right) + Y_2\left(1-e^{-in\pi}\right)\right)$$

$$e^{-in\pi} = \begin{cases} 1 & \text{for partalls } n \\ -1 & \text{for oddetalls } n \end{cases}, \quad e^{in\pi} = \begin{cases} -1 & \text{for partalls } n \\ 1 & \text{for oddetalls } n \end{cases}$$

For partalls n:

$$\frac{1}{in2\pi}\left(Y_1\left(e^{in\pi}-1\right) + Y_2\left(1-e^{-in\pi}\right)\right) = -\frac{Y_1}{in\pi}$$

For oddetalls n:

$$\frac{1}{in2\pi}\left(Y_1\left(e^{in\pi}-1\right) + Y_2\left(1-e^{-in\pi}\right)\right) = \frac{Y_2}{in\pi}$$

$$C_0 = \frac{Y_2+Y_1}{2} \qquad C_n = \begin{cases} -\frac{Y_1}{in\pi} & \text{for partalls } n \\ \frac{Y_2}{in\pi} & \text{for oddetalls } n \end{cases}$$

2n-1 ?

$$X(t) = \frac{Y_2+Y_1}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{Y_2 e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{Y_1 e^{i(2n)\omega t}}{i\,2n\pi} = \frac{Y_2+Y_1}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(Y_2-Y_1)e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi}$$

2n-1 ?

Etter tallrike timer med uforståelige plots i Python valgte vi å heller lage en kompleks Fourierrekke fra 0 til 4, for så å forskyve den til baderoms-temperatur intervallet fra 18 til 22. Dette viste seg å være mye enklere.

Lager kompleks Fourier-rekke for firkantbølge fra 0 til 4, og forskyver den opp til vårt temperaturområde:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}, \quad X(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{T}{2} \leq t < 0 \\ 4 & 0 \leq t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-in\omega t} dt \qquad C_n = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} 0 \cdot e^{-in\omega t} dt + \int_0^{T/2} 4 \cdot e^{-in\omega t} dt\right)$$

For $n=0$

$$C_0 = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} 0\, dt + \int_0^{T/2} 4\, dt\right) = \frac{1}{T}\left(\left[4t\right]_{t=0}^{t=T/2}\right) = \frac{4}{2} = 2$$

For generell n:

$$C_n = \frac{1}{T}\left(\int_{-T/2}^{0} 0\, e^{-in\omega t} dt + \int_0^{T/2} 4\, e^{-in\omega t} dt\right) = \frac{4}{T}\left[\frac{1}{-in\omega} e^{-in\omega t}\right]_{t=0}^{t=T/2}$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{4}{T}\left(-\frac{T}{in2\pi}e^{-in\pi} + \frac{T}{in2\pi}\right)$$

$$= \frac{4}{in2\pi}\left(1 - e^{-in\pi}\right) = \frac{2(1-e^{-in\pi})}{in\pi}$$

$$e^{-in\pi} = \begin{cases} 1 & \text{for partalls } n \\ -1 & \text{for oddetalls } n \end{cases}$$

For partalls n:

$$\frac{2(1-e^{-in\pi})}{in\pi} = 0$$

For oddetalls n:

$$\frac{2(1-e^{-in\pi})}{in\pi} = \frac{4}{in\pi}$$

$$C_0 = \frac{Y_2+Y_1}{2} \qquad C_n = \begin{cases} 0 & \text{for partalls } n \\ \frac{4}{in\pi} & \text{for oddetalls } n \end{cases}$$

$$X(t) = C_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t} = 2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi}$$

Regningen resulterte i følgende funksjon for firkantbølgen: $f(t) = X(t) + 18 = 20 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi}$

Temperatur i Øl-fatet:

$$\dot{Y}(t) + \alpha Y = f(t), \quad Y(0) = Y_0$$

$$Y(t) = Y_{\text{homogen-løsning}} + Y_{\text{partikulær-løsning}}$$

Homogen:

$$\dot{Y}(t) + \alpha Y = 0$$

$$\int \frac{\dot{Y}(t)}{\alpha Y}\,dt = -\int 1\,dt$$

$$= \int \frac{1}{\alpha y}\,dy = -t + C$$

$$\frac{1}{\alpha}\ln|y| = -t + C, \quad y = e^{-\alpha t} + e^{C}$$

$$Y(t) = \boxed{Ce^{-\alpha t}}$$

Partikulær:

$$\dot{Y}(t) + \alpha Y(t) = f(t)$$

$$\dot{Y}(t) + \alpha Y(t) = 20 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{i(2n-1)\omega t}\right) = i(2n-1)\omega e^{i(2n-1)\omega t}$$ endres ikke ved derivasjon

$$\dot{Y}_n + \alpha Y_n = 20 \quad \text{gir} \quad \boxed{Y = \frac{20}{\alpha}}$$

$$\dot{Y}_n + \alpha Y_n = \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi}$$

$$Y_n = A_n e^{i(2n-1)\omega t}$$ | Setter inn for Y_n: i diff.likning

$$A_n i(2n-1)\omega e^{i(2n-1)\omega t} + \alpha A_n e^{i(2n-1)\omega t} = \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)\pi} \quad \Big| : e^{i(2n-1)\omega t}$$

$$A_n i(2n-1)\omega + \alpha A_n = \frac{4}{i(2n-1)\pi} \Leftrightarrow A_n\left(i(2n-1)\omega + \alpha\right) = \frac{4}{i(2n-1)\pi}$$

$$A_n = \frac{4}{i^2\pi(2n-1)^2\omega + i\pi\alpha(2n-1)} = \frac{4}{i\pi\alpha(2n-1) - \pi(2n-1)^2\omega}$$

$$\boxed{Y_n = A_n e^{i(2n-1)\omega t} = \frac{4e^{i(2n-1)\omega t}}{i\pi\alpha(2n-1) - \pi(2n-1)^2\omega}}$$

Løsning:

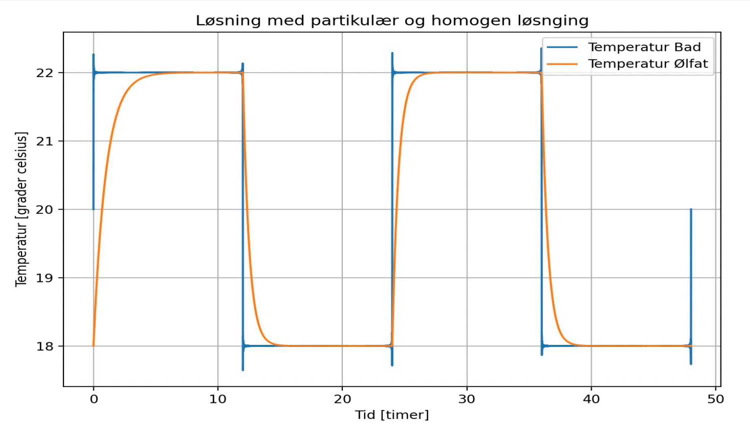
$$Y(t) = \boxed{Ce^{-\alpha t}} + \boxed{\frac{20}{\alpha}} + \boxed{\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i(2n-1)\omega t}}$$

$$C = Y_0 - \frac{20}{\alpha} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n$$

$$Y(0) = Y_0 = C + \frac{20}{\alpha} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n$$

$$Y(t) = \left(Y_0 - \frac{20}{\alpha} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n\right)e^{-\alpha t} + \frac{20}{\alpha} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i(2n-1)\omega t}$$

Plott av løsningen i Python vist under:



Løsning med laplas og transferfunksjon

$\dot{Y} + \alpha Y = X \qquad Y(0) = 0 \qquad \alpha = 1$

$\mathcal{L}(\dot{Y}) + \mathcal{L}(\alpha Y) = \mathcal{L}(X) \Rightarrow sY + \alpha Y = X \Rightarrow Y(s+\alpha) = X$

$\frac{Y}{X} = \frac{1}{s+\alpha} = H(s)$: Transfer funksjon $\quad H(i\omega)$: frekvensrespons

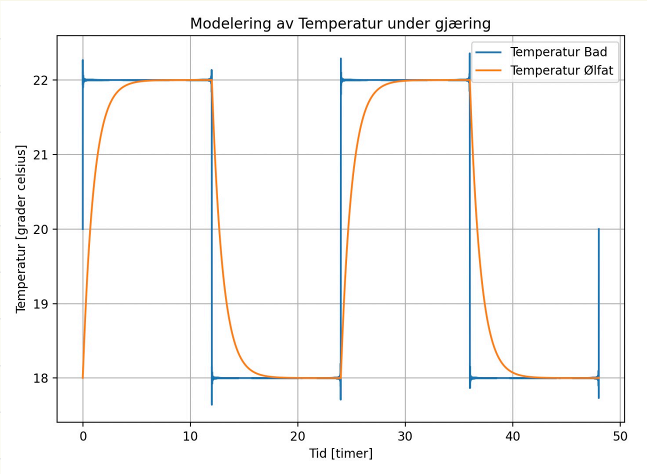
$\Rightarrow Y(t) = X(t)\, H(i\omega)$

$$Y(t) = 20\, H(0) + \frac{4}{i\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)} \cdot H(i(2n-1)\omega)$$

$$Y(t) = \frac{20}{\alpha} + \frac{4}{i\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n-1)\omega t}}{i(2n-1)} \cdot \frac{1}{i(2n-1)\omega + \alpha}$$

$$Y(t) = 20 + \frac{4}{i\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n-1)\omega t}}{(i(2n-1))(i(2n-1)\omega + 1)}$$

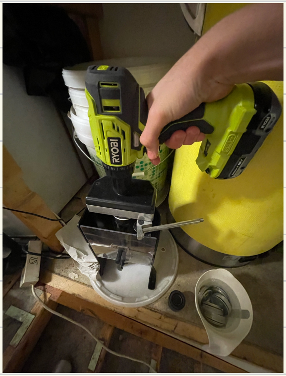
Vi ser på plottet til høyre noe som kan tilsvare en mulig løsning på systemet. Ting å legge merke til er at y(0)=0 og a = 1. Ved å velge andre verdier fikk vi løsninger som ikke så rett ut. Dette er fordi transferfunksjonen ikke lenger ble på formen 1/s+1 som endret og skalerte løsningen. Forstår ikke helt hvorfor løsningen oppfører seg slik. Hadde satt pris på en forklaring hvis den finnes.



Vi ser at begge måtene å løse diff.lign. på gir en løsning som vi forventer å få. En temperatur som svinger seg inn til 18 og 22 grader ved samme frekvens som baderomstemperaturen.

Resultat:

Etter gjæring karboniserte vi fatene med å sette på 1.8 bar i en uke og kjølte ølet ned til 4 grader. Dette ble gjort i kjøleskapet til Omega da dette endelig var ledig. Til slutt bokset vi ølet på aluminiumsbokser. Sluttresultatet ble 24 bokser med 500 mL, 24 bokser me 440 mL og 12 bokser med 330 mL. Samlet volum på 26.5 liter som er en del mindre enn de 36 som vi siktet på. Svinnet kom fra at vi ikke fylte all vørteren på fatene for å unngå overfylling, i tillegg til dårlig bokseteknikk som førte til åpne bokser som måtte drikkes mens vi jobbet. Alt i alt er vi fornøyd med resultatet på ølet. Vi ser på løsningene av differensialligningen at temperaturen til ølet kan ha variert en del under gjæring, valg av alfa endrer hvor raskt temperaturen svinger seg inn og siden vi valgte alfa til å være 1 kan dette ha gitt en for rask temperaturendring. Denne raske temperaturendringen kan ha ført en annerledes smak enn om vi holdt konstant den rette temperaturen på 20 og 22 grader.



Kilder:

- brewshop.no/?gad_source=1&gclid=Cj0KCQjw2a6wBhCVARIsABPeH1s0tAYQcLaeDP__F5J3LLjWg9ndf_pPU7uzqR1OwhlOR-zStprw4zQaAoA3EALw_wcB
- https://web.brewfather.app/tabs/recipes/recipe/luyokd5zzMTstr3F0vxQGhQPGMHefa
- TMA4101/4106/4111/4121 2 - 4 - KOMPLEKSE FOURIERREKKER
- TMA4101/4106/4111/4121 2 - 3 - LTI-SYSTEMER I
- Python-kode ligger i vedlagt fil