Herzlich willkommen zur 6. Übung

Deskriptive Entscheidungstheorie

Bitte halten Sie jede dritte Reihe im Hörsaal frei.

Übersicht der 6. Übung - Deskriptive Entscheidungstheorie

- Discounted-Utility-Modelle
- Aufgabe 5 und Aufgabe 6

Der Common Difference-Effekt

Sie können wählen zwischen

100 € **jetzt**	oder	**110 €** **in 4 Wochen**

100 € **in 26 Wochen**	oder	**110 €** **in 30 Wochen**

→ „Common Difference-Effekt“

Erklärung: Abnehmende Sensitivität ausgehend vom Bezugspunkt „Jetzt“

Zur Studie siehe Roelofsma & Keren (1995)

Das Discounted-Utility-Modell

Grundidee des Discounted-Utility-Modells:
Der heutige Wert eines zukünftigen Ereignisses wird durch Abdiskontierung seines späteren Nutzens auf den heutigen Zeitpunkt abgebildet

$$DU(a) = \sum_{t=0}^{T} \left(\frac{1}{1+i}\right)^{t} u_t(a_t) = \sum_{t=0}^{T} e^{-t \cdot ln(1+i)}\, u_t(a_t)$$

$u_t(a_t)$ = Nutzen des Ergebnisses a_t im Zeitpunkt t
i = Diskontrate

Mit $u(a_t) = a_t$ ergibt sich der aus der Investitionsrechnung bekannte Kapitalwert.

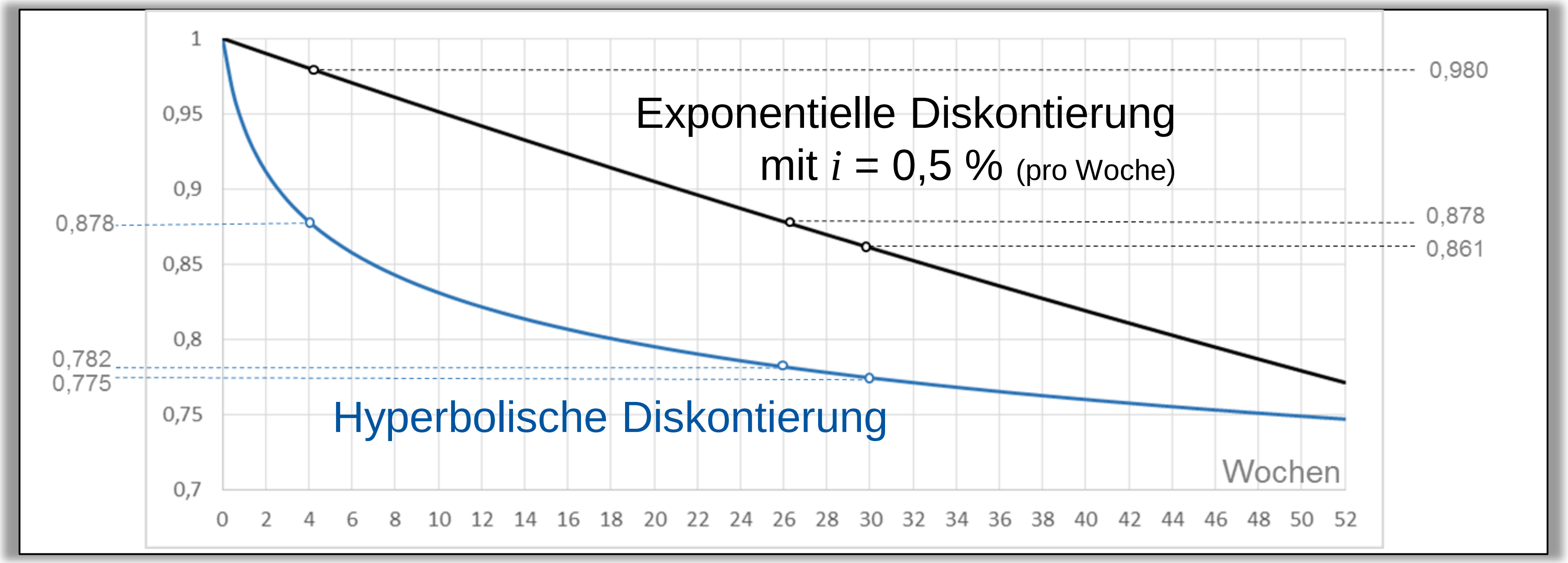
Das Hyperbolic-Dicounted-Utility-Modell: Beispiel

Mit einer hyperbolischen Diskontierung lässt sich der Common Difference-Effekt erklären

100 € **jetzt**	oder	**110 €** **in 4 Wochen**

100 € **in 26 Wochen**	oder	**110 €** **in 30 Wochen**

$$DU(100,0) = 100 < 0{,}980 \cdot 110 = 107{,}8 = DU(110{,}4)$$
$$DU(100,26) = 87{,}8 = 0{,}878 \cdot 100 < 0{,}861 \cdot 110 = 94{,}6 = DU(110,30)$$

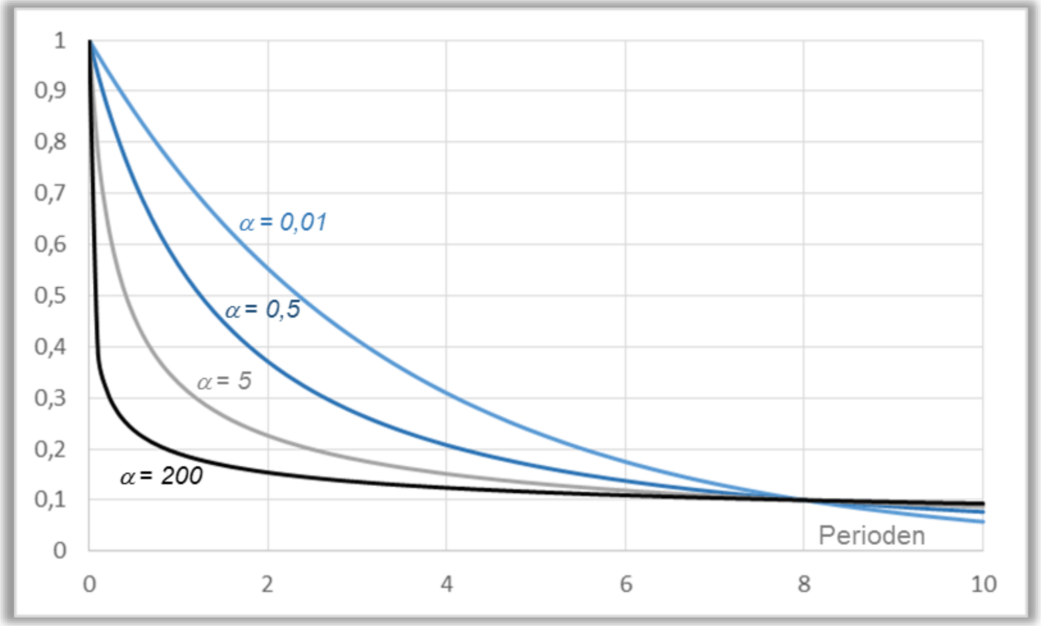


$$HDU(100{,}0) = 100 > 0{,}878 \cdot 110 = 96{,}58 = HDU(110{,}4)$$
$$HDU(100{,}26) = 78{,}2 = 0{,}782 \cdot 100 < 0{,}775 \cdot 110 = 85{,}3 = HDU(110{,}30)$$

Das Hyperbolic-Discounted-Utility-Modell: Allgemein

Die genaue Gestalt der Diskontierung hängt von den Parametern α und β ab.

$$HDU(a) = \sum_{t=0}^{T} \delta^{hyp}(t)\, u_t(a_t) = \sum_{t=0}^{T} \left(\frac{1}{1+\alpha t}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} u_t(a_t)$$



ß wurde so gewählt, dass nach 8 Jahren ein Wert von 0,1 resultiert

- Mit steigendem α nimmt die Sensitivität zu.
- Für sehr kleine Werte von α konvergiert die Diskontierung gegen die exponentielle Form aus dem DU-Modell.

Aufgabe 5 (Lehrbuch Teil II, S. 138-141)

Karl ist ein richtiger Glückspilz – er hat an einer Lotterie teilgenommen und den Hauptgewinn ergattert. Der Hauptgewinn umfasst zwei Gewinnoptionen, aus denen er eine auswählen kann. Entweder kann er den Direktgewinn in Höhe von 5000 € einstreichen, der sofort auf sein Konto ausgezahlt wird, oder er wählt die zweite Alternative, die eine Auszahlung in Höhe von 5500 € in 5 Monaten vorsieht. Es wird ferner ein Marktzins in Höhe von i=1% pro Monat unterstellt.

a) Für welche Option würden Sie sich spontan entscheiden?
b) Gehen Sie nun davon aus, dass Karl ein risikoneutraler Entscheider ist und die beiden Möglichkeiten mit Hilfe des Discounted-Utility-Modells (Exponentielles Diskontieren) bewertet. Welche Option wird er präferieren? Entspricht das Ergebnis aus der Anwendung des DU-Modells auch ihrer ersten intuitiven Auswahl?
c) Wie würde Karl sich entscheiden, wenn die beiden Gewinnoption weiter in der Zukunft liegen würden, z. B. Option 1: 5000 € in 12 Monaten und Option 2: 5500 € in 17 Monaten? Wie fällt ihre Entscheidung spontan aus und welches Ergebnis zeigt sich durch die Anwendung des exponentiellen Diskontierens? Durch welches Phänomen lässt sich dieses Verhalten erklären?

Aufgabe 5a und b - Lösung

a) Zahlreiche Experimente haben gezeigt, dass sich die Mehrheit der Menschen, die vor einer solchen Auswahloption stehen, für die Direktauszahlung entscheiden würde.

b) Bewertung mit Hilfe des Discounted-Utility-Modells (DU-Modell):

$$DU(a) = \sum_{t=0}^{T} \left(\frac{1}{1+i}\right)^t u_t(a_t) = \sum_{t=0}^{T} e^{-t \cdot ln(1+i)} u_t(a_t)$$

1. Gewinnoption „Direktauszahlung“: $DU(a_1, t=0) = \left(\frac{1}{1+0{,}01}\right)^0 5000 = 5000$

2. Gewinnoption „Auszahlung in 5 Monaten“: $DU(a_2, t=5) = \left(\frac{1}{1+0{,}01}\right)^5 5500 = 5233{,}06$

→ Vergleich der beiden Alternativen: $DU(a_1, t=0) < DU(a_2, t=5)$

➢ Karl präferiert nach der Anwendung des DU-Modells die zweite Gewinnoption, da der diskontierte Nutzen dieser Option größer ist als derjenige aus der direkten Gewinnauszahlung. Diese Entscheidung steht häufig im Widerspruch zu zahlreichen spontanen Einschätzungen.

Aufgabe 5c - Lösung

c) Gewinnoption „5000 € in 12 Monaten“: $\mathrm{DU}(\mathrm{a}_3, t = 12) = \left(\frac{1}{1+0{,}01}\right)^{12} 5000 = 4437{,}25$

Gewinnoption „5500 € in 17 Monaten“: $\mathrm{DU}(\mathrm{a}_4, t = 17) = \left(\frac{1}{1+0{,}01}\right)^{17} 5500 = 4644{,}08$

Vergleich der beiden Alternativen: $\mathrm{DU}(\mathrm{a}_3, t = 12) < \mathrm{DU}(\mathrm{a}_4, t = 17)$

- Karl präferiert nach der Anwendung des DU-Modells die Gewinnoption mit einer Auszahlung von 5500 € in 17 Monaten, da der diskontierte Nutzen dieser Option größer ist als derjenige aus der Gewinnauszahlung in Höhe von 5000 € 12 Monaten.
- Die meisten würden sich hier vermutlich auch rein **intuitiv** für die diese Option entscheiden. Hier zeigt sich ein Unterschied zu der Auswahlentscheidung von Teilaufgabe a). Es greift das Prinzip der **abnehmenden Sensitivität**, d. h. Probanden nehmen die Wartezeit vom Zeitpunkt „jetzt“ bis „in fünf Monaten“ viel bedeutender wahr als eine gleichlange Wartezeit nach 12 Monaten. Je weiter die Ereignisse in der Zukunft liegen, desto weniger bedeutend sind die Zeitunterschiede. Der Bezugspunkt ist dabei das „jetzt“.

Aufgabe 6 (Lehrbuch Teil II, S. 141-144)

Durch die Anwendung des DU-Modells zeigte sich in der vorangegangenen Aufgabe, dass das häufig empirisch beobachtbare tatsächliche Verhalten nicht immer mit dem Ergebnis des exponentiellen Diskontierens übereinstimmt.

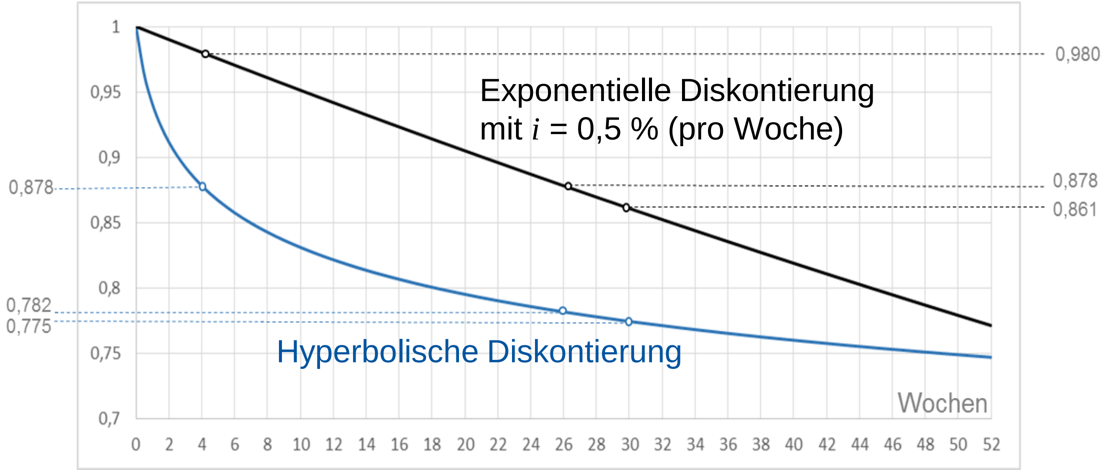
a) Nennen Sie einen Verzerrungseffekt, der dieses Phänomen aufgreift!
b) Durch welche Modellerweiterung kann dieser Effekt entsprechend berücksichtigt werden?
c) Welche Ergebnisse zeigen sich in den beiden Auswahloptionen, wenn Karl die folgende Diskontierungsfunktion als Bewertungsgrundlage heranzieht: $\delta^{hyp}(t) = (\frac{1}{1+10t})^{0,1}$?

Aufgabe 6a und b - Lösung

a) Der sogenannte **Common-Difference-Effekt** greift das Phänomen der abnehmenden Sensitivität auf.

b) Durch Welche Modellerweiterung kann dieser Effekt entsprechend berücksichtigt werden?

- Discounted-Utility Modell nur ein präskriptives Modell
- für deskriptive Zwecke ungeeignet, weil es die relative Bewertungslogik leugnet und stattdessen davon ausgeht, dass Menschen exponentiell diskontieren (konstante Sensitivität)
- realistischere Form der exponentiellen Diskontierung ist die hyperbolische Diskontierung
- Hyperbolic-Discounted-Utility-Modell (HDU-Modell)



Aufgabe 6c - Lösung

c) Welche Ergebnisse zeigen sich in den beiden Auswahloptionen, wenn Karl die folgende Diskontierungsfunktion als Bewertungsgrundlage heranzieht: $\delta^{hyp}(t) = (\frac{1}{1+10t})^{0,1}$?

$$HDU(a) = \sum_{t=0}^{T} \delta^{hyp}(t)\, u_t(a_t) = \sum_{t=0}^{T} \left(\frac{1}{1+\alpha t}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot u_t(a_t)$$

Gegeben: $\delta^{hyp}(t) = (\frac{1}{1+10t})^{0,1}$

Für t=0: $\delta^{hyp}(0) = (\frac{1}{1+10\cdot 0})^{0,1} = 1$

$$HDU(a_1) = \delta^{hyp}(0)\, u_0(a_0) = 5000$$

$$HDU(a_2) = \delta^{hyp}(5)\, u_5(a_5) = 0,6749 \cdot 5500 = 3711,95$$

$$HDU(a_3) = \delta^{hyp}(12)\, u_{12}(a_{12}) = 0,6190 \cdot 5000 = 3095,00$$

$$HDU(a_4) = \delta^{hyp}(17)\, u_{17}(a_{17}) = 0,598 \cdot 5500 = 3289,00$$

Zeit	**t=0**	**t=5**	**t=12**	**t=17**
$\boldsymbol{\delta^{hyp}(T)}$	1	0,6749	0,6190	0,598

- erste Auswahloption: Direktauszahlung in Höhe von 5000 €
- zweite Auswahlentscheidung: Karl sollte sich für die Option 5500 € in 17 Monaten entscheiden.
- Hier zeigt sich ein Unterschied zum exponentiellen Diskontieren!

Übersicht der 6. Übung - Deskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Discounted-Utility-Modelle
- ✓ Aufgabe 5 und Aufgabe 6