Herzlich willkommen zur 7. Übung

Präskriptive Entscheidungstheorie

Bitte halten Sie jede dritte Reihe im Hörsaal frei.

Gliederung der Vorlesung

Übersicht der 7. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- Dominanz von Alternativen
- Aufgabe 1

- Exponentielle Nutzenfunktion
- Aufgabe 2

- Additive Nutzenfunktion
- Aufgabe 3

Dominanzüberprüfung

Eine Alternative *a* dominiert die Alternative *b* **absolut**, falls in jedem entscheidungsrelevanten Aspekt (Ziele, Zustände) *a* mindestens so gut ist wie *b*.

- „Echte“ absolute Dominanz, falls zusätzlich in einem Aspekt echt besser
- „Strikte“ absolute Dominanz, falls in allen Aspekten echt besser

	Ziel 1: Umsatz		**Ziel 2: Mitarbeiterzufriedenheit (in Schulnoten)**	
	Zustand 1: Gute Marktlage	Zustand 2: Schlechte Marktlage	Zustand 1: Gute Marktlage	Zustand 2: Schlechte Marktlage
Strategie *a*	100.000 €	20.000 €	1	2
Strategie *b*	80.000 €	18.000 €	2	2

➔ *a* dominiert *b* (echt)

Vorsicht bei Rangfolgen

Beispiel:

b wird von *a* dominiert →

Alternative	Kosten	Ausbringung
a	400.000 €	100 Stück/h
b	401.000 €	99 Stück/h
c	399.000 €	62 Stück/h

Dominierte Alternativen können zwar nie die beste Alternative darstellen, aber die **zweitbeste!**

Aufgabe 1 (Lehrbuch Teil III, S. 225-227)

Die folgende Ergebnismatrix enthält die Gewinne c_{ij}, die beim Zusammentreffen der Alternativen a_1, a_2 und a_3 mit den Zuständen s_j, j=1…5, entstehen:

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
a_1	12	18	9	39	14
a_2	4	17	5	32	11
a_3	17	11	22	26	9

a) Erläutern sie kurz, was unter *echter* und *strikter* Dominanz zu verstehen ist. Wird hier eine Alternative dominiert?

b) Wie gehen Sie allgemein vor, wenn Sie von den effizienten Alternativen die optimale bestimmen möchten?

Aufgabe 1a – Lösung

a) Erläutern sie kurz, was unter *echter* und *strikter* Dominanz zu verstehen ist. Wird hier eine Alternative dominiert?

Allg. Definition „Echte Dominanz“:

Alternative a dominiert Alternative b echt, wenn a in allen entscheidungsrelevanten Aspekten (Zielausprägungen) mindestens so gut wie Alternative b und in mindestens einem Aspekt (einer Zielausprägung) besser ist.

Allg. Definition „Strikte Dominanz“:

Alternative a dominiert Alternative b strikt, wenn a in allen entscheidungsrelevanten Aspekten (Zielausprägungen) besser als Alternative b ist.

hier: a_1 dominiert a_2 strikt ⇨ a_2 kann eliminiert werden ⇨ a_1 und a_3 bleiben als effiziente Alternativen übrig.

Aufgabe 1b – Lösung

b) Wie gehen Sie allgemein vor, wenn Sie von den effizienten Alternativen die <u>optimale</u> bestimmen möchten?

Vorgehensweise:

1. Ergebnismatrix aufstellen: zu welchen Ergebnissen führen die einzelnen Alternativen in den relevanten Zielen in Abhängigkeit von den möglichen Umweltzuständen?
2. Präferenzen bzgl. der möglichen Alternativen angeben
3. aus Präferenzen Nutzenfunktion bestimmen
4. Zielgewichte vergeben (nur bei mehreren Zielen)
5. (Gesamt-)Nutzen der Alternative bestimmen

⇨ Alternative mit höchstem Gesamtnutzen wählen

Übersicht der 7. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Dominanz von Alternativen
- ✓ Aufgabe 1

- Exponentielle Nutzenfunktion
- Aufgabe 2

- Additive Nutzenfunktion
- Aufgabe 3

Die Nutzenfunktion u

Zielausprägungen

$[x^- ; x^+]$

$\downarrow$

$\boxed{u}$

$\downarrow$

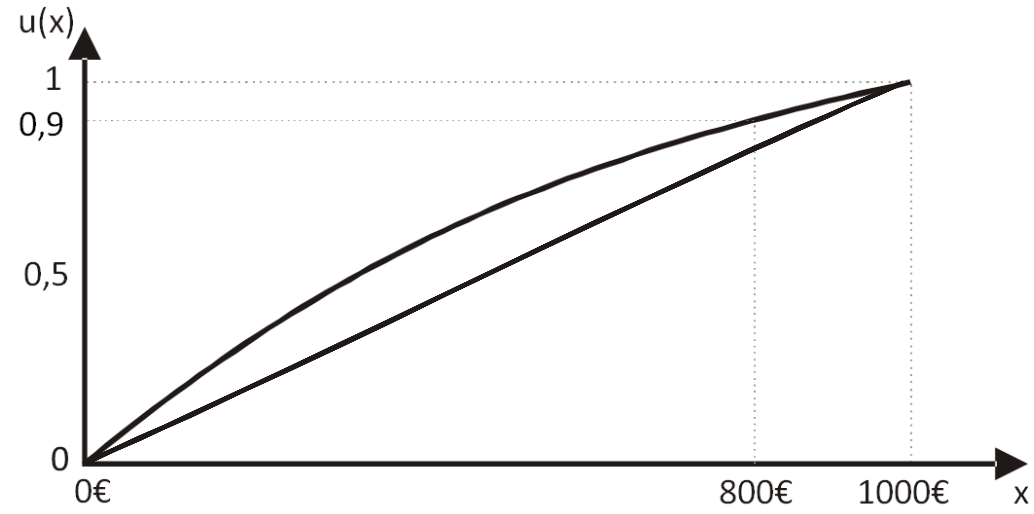
Nutzenwerte

$[0;1]$

Die Nutzenfunktion berücksichtigt die Präferenzen des Entscheiders:

- Risikoeinstellung (Risikopräferenz)
- Abnehmender Grenznutzen (Höhenpräferenz)

Bsp.:



Für jedes Ziel eine Nutzenfunktion

Ausprägungen im Ziel 1	Ausprägungen im Ziel 2	Ausprägungen im Ziel 3
$[x_1^-;x_1^+]$	$[x_2^-;x_2^+]$	$[x_3^-;x_3^+]$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$\boxed{u_1}$	$\boxed{u_2}$	$\boxed{u_3}$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
Nutzenwerte	Nutzenwerte	Nutzenwerte
[0;1]	[0;1]	[0;1]

Einschub: lineare Nutzenfunktion

Lineare Nutzenfunktion: $u(x) = mx + b$ →

m: Steigung
b: y-Achsenabschnitt

Beispiel: Wohnungssuche (Annahme: lineare Nutzenfunktionen)

1) Miete [300€ ; 500€] → $x_1^- = 300€$; $x_1^+ = 500€$

$u(x_1^-) = u(300) = 300m + b = 1$

$u(x_1^+) = u(500) = 500m + b = 0$

→ Gleichungssystem lösen und Nutzenfunktion bestimmen: $\mathbf{u(x_1)} = -\frac{1}{200}x + 2,5$

2) Fläche [50m² ; 150m²] → $x_2^- = 50m^2$; $x_2^+ = 150m^2$

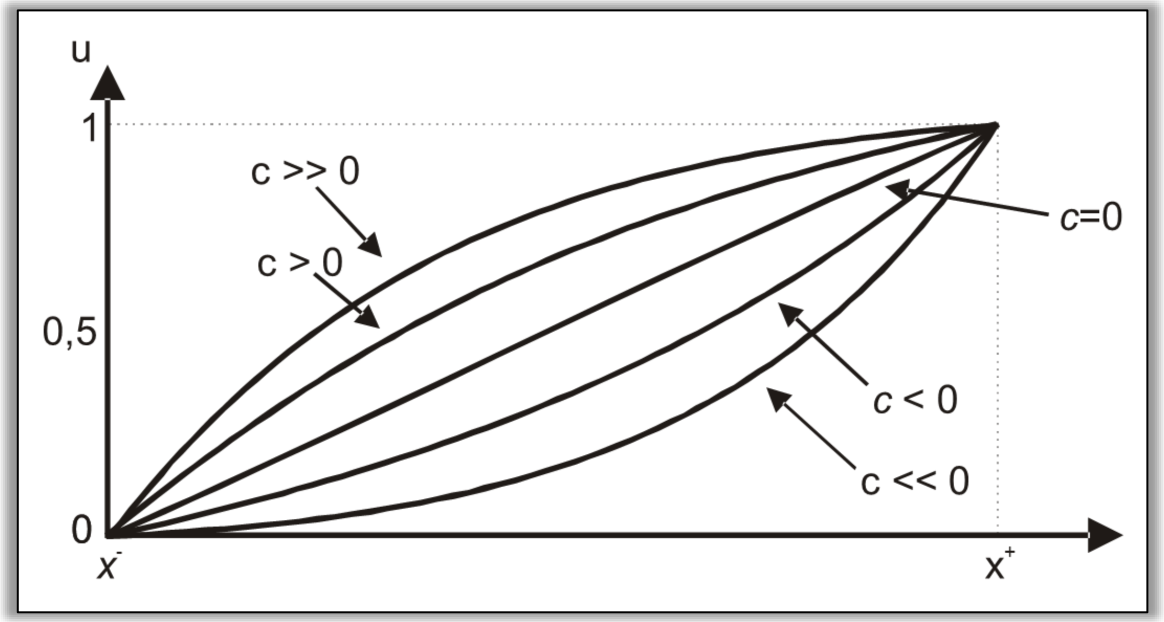
$u(x_2^-) = u(50) = 50m + b = 0$

$u(x_2^+) = u(150) = 150m + b = 1$

→ Gleichungssystem lösen und Nutzenfunktion bestimmen: $\mathbf{u(x_2)} = \frac{1}{100}x - 0,5$

Die exponentielle Nutzenfunktion

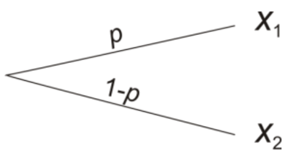
Die Funktion hat einen gleichmäßigen Verlauf und wird nur durch einen Parameter *c* („Risikoaversionsparameter“) determiniert

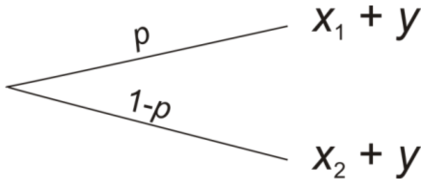


$$u(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - e^{-c\frac{x-x^-}{x^+-x^-}}}{1 - e^{-c}} & für\ c \neq 0 \\[2ex] \dfrac{x - x^-}{x^+ - x^-} & für\ c = 0 \end{cases}$$

Zwei besondere Eigenschaften der exponentiellen Nutzenfunktion

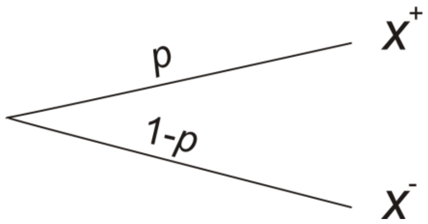
1. Modellierung eines konstanten Risikoverhaltens

Falls x $\sim$ 

dann muss auch $x + y$ $\sim$ 

für beliebige *y* gelten.

2. Einfache Berechnung des Parameters *c*

Aus $\frac{x^- + x^+}{2}$ $\sim$ 

folgt $c = -2\ln\left(\frac{1}{p} - 1\right)$

Das Erwartungsnutzenmodell

Eine Alternative *a* wird definiert durch

$$a = (p_1, a_1; p_2, a_2; \ldots; p_n, a_n)$$

Wahrscheinlichkeit eines Zustands

Ausprägung im Zustand

Der Erwartungsnutzen von *a* ist dann

$$EU(a) = \sum_{i=1}^{n} (p_i \cdot u(a_i))$$

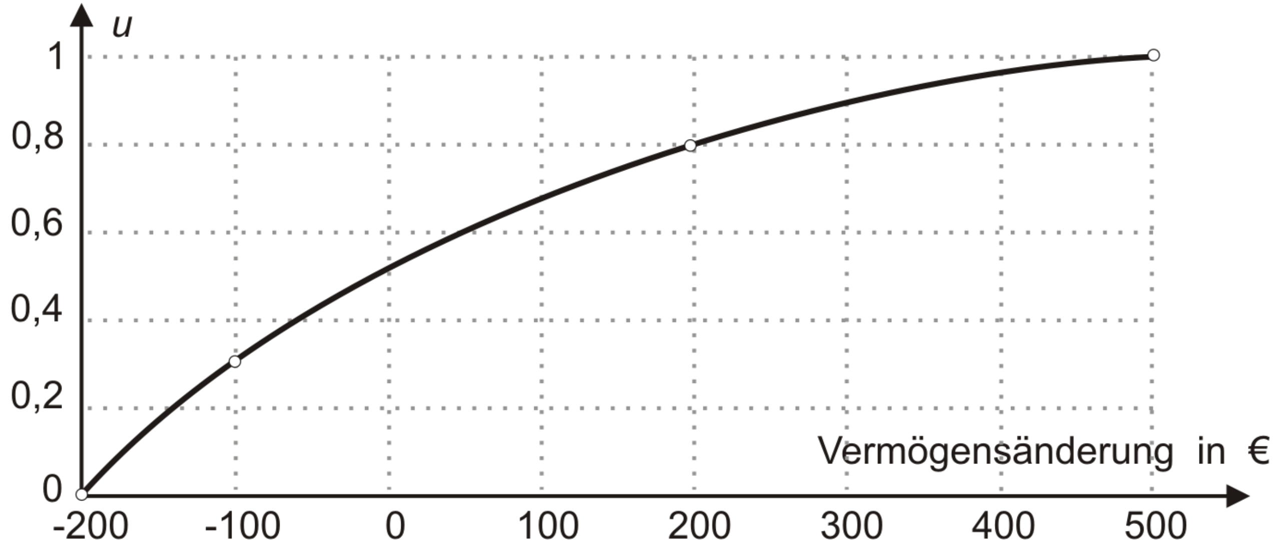
Expected Utility

Nutzenfunktion

Erwartungsnutzenberechnung: Beispiel

Alternative *a*: (50%, 500 €; 50%, -200 €)

Alternative *b*: (80%, 200 €; 20%, -100 €)



EU(a) = 50% · *u*(500 €) + 50% · *u*(-200 €) = 50% · 1 + 50% · 0 = 0,5

EU(b) = 80% · *u*(200 €) + 20% · *u*(-100 €) = 80% · 0,8 + 20% · 0,3 = 0,7

b sollte *a* vorgezogen werden

Aufgabe 2 (Lehrbuch Teil III, S. 190-194)

Sie werden als erfahrener Entscheidungsanalytiker konsultiert, um eine Nutzenfunktion über den zu erwartenden Gewinn im nächsten Quartal zu ermitteln. Ihr Chef gibt an, dass er einen Quartalsgewinn jenseits von -10 Mio. € und 70 Mio. € für realitätsfern hält. Er behauptet, über ein konstantes Risikoverhalten zu verfügen.

a) Um Ihnen die Bestimmung seiner Nutzenfunktion zu ermöglichen, gibt Ihr Chef an, dass er im Vergleich zwischen einem sicheren Gewinn in Höhe von 30 Mio. € und einer unsicheren Chance auf entweder 5 Mio. € Verlust oder 65 Mio. € Gewinn sich bei einer Wahrscheinlichkeit von 60% für den Gewinn nicht entscheiden kann, ob er die sichere oder unsichere Option bevorzugt. Welche Art von Nutzenfunktion empfehlen Sie? Helfen Ihnen diese Angaben bei der Erfüllung Ihres o.g. Auftrages?

b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Aussagen aus a) entsprechend korrigiert wurden und geben Sie unter ansonsten identischen Prämissen seine Nutzenfunktion für die gegebene Situation an.

c) Was können Sie unternehmen, um die Anwendbarkeit der von Ihnen ermittelten Nutzenfunktion zu verifizieren?

Aufgabe 2 (Lehrbuch Teil III, S. 195-197)

d) Wie muss das Sicherheitsäquivalent zu einer 55%igen Chance auf einen Gewinn von 30 Mio. € lauten, wenn diesem eine 45%ige Chance auf 0 € gegenübersteht und Sie von der aus b) ermittelten Nutzenfunktion ausgehen?

e) Abschließend sollen Sie Ihrem Chef noch eine Entscheidungsempfehlung bezüglich folgender zweier Handlungsalternativen geben:

Alternative 1	
W-keit	Gewinn
25 %	-10 Mio. €
10 %	0 Mio. €
40 %	20 Mio. €
25 %	70 Mio. €

Alternative 2	
W-keit	Gewinn
15 %	8 Mio. €
30 %	12 Mio. €
35 %	31 Mio. €
20 %	34 Mio. €

Welche Alternative sollte er wählen?

Aufgabe 2a – Lösung

a) Welche Art von Nutzenfunktion empfehlen Sie?

- Exponentielle Nutzenfunktion, da gegebene Daten (⇨ Indifferenz zwischen „Spiel" und sicherem Betrag sowie das konstante Risikoverhalten) dafür sprechen.

Hilfreich? Nein, da die Intervallgrenzen der Indifferenzaussage nicht denen des Realproblems entsprechen. Somit ist es nicht möglich, den Risikoparameter c zu berechnen. Denn hierfür muss gelten:

$$\frac{x^- + x^+}{2} \sim \begin{cases} x^+ \\ x^- \end{cases} \quad \rightarrow \quad c = -2\ln\left(\frac{1}{p} - 1\right)$$

Wobei x^+ und x^- den Bandbreiten des Realproblems entsprechen muss, um zu gewährleisten, dass $u(x^-) = 0$ und $u(x^+) = 1$

Aufgabe 2b – Lösung

b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Aussagen aus a) entsprechend korrigiert wurden und geben Sie unter ansonsten identischen Prämissen seine Nutzenfunktion für die gegebene Situation an.

Neue Intervallgrenzen: [-10 Mio. €; 70 Mio. €]

30 Mio. € ~ 60 % → 70 Mio. € = x^+; 40 % → - 10 Mio. € = x^-

$$\frac{x^- + x^+}{2} = \frac{-10+70}{2} = 30$$

Risikoparameter:

$$c = -2 \cdot \ln\left(\frac{1}{0{,}6} - 1\right) \approx 0{,}811$$

Nutzenfunktion:

$$u(x) = \frac{1 - e^{-0{,}811 \cdot \frac{x-(-10)}{70-(-10)}}}{1 - e^{-0{,}811}} = \frac{1 - e^{-0{,}811 \cdot \frac{x+10}{80}}}{1 - e^{-0{,}811}}$$

Aufgabe 2c – Lösung

c) Was können Sie unternehmen, um die Anwendbarkeit der von Ihnen ermittelten Nutzenfunktion zu verifizieren?

- Um die Anwendbarkeit der ermittelten Nutzenfunktion zu verifizieren, sollte:

1. eine weitere Indifferenzaussage vom Entscheider eingeholt werden, woraufhin
2. mit der ermittelten Nutzenfunktion der Nutzen des Sicherheitsäquivalents und der Erwartungsnutzen der unsicheren Chance bestimmt wird. Stimmen Nutzen und Erwartungsnutzen näherungsweise überein, so bestätigt dies die Gültigkeit der Nutzenfunktion:

$$u(SÄ) = p \cdot u(x^+) + (1 - p) \cdot u(x^-)$$

Aufgabe 2d – Lösung

d) Wie muss das Sicherheitsäquivalent zu einer 55%igen Chance auf einen Gewinn von 30 Mio. € lauten, wenn diesem eine 45%ige Chance auf 0 € gegenübersteht und Sie von der aus b) ermittelten Nutzenfunktion ausgehen?

x entspricht dem Sicherheitsäquivalent → Für Indifferenz muss gelten: $\mathrm{u}(\mathrm{x}) = EU(\text{"Chance"})$

$$EU(\text{"Chance"}) = 0{,}55 \cdot \mathrm{u}(30\ \text{Mio.}\,€) + 0{,}45 \cdot \mathrm{u}(0€)$$

$$= 0{,}55 \cdot \frac{1-e^{-0{,}811\cdot\frac{30+10}{80}}}{1-e^{-0{,}811}} + 0{,}45 \cdot \frac{1-e^{-0{,}811\cdot\frac{0+10}{80}}}{1-e^{-0{,}811}}$$

$$\approx 0{,}55 \cdot 0{,}6 + 0{,}45 \cdot 0{,}1735 = 0{,}4081$$

$$EU(\text{"Chance"}) = \mathrm{u}(\mathrm{x})$$

$$\Leftrightarrow 0{,}4081 = \frac{1-e^{-0{,}811\cdot\frac{x+10}{80}}}{1-e^{-0{,}811}}$$

$$\Leftrightarrow 0{,}4081 \cdot (1 - e^{-0{,}811}) = 1 - e^{-0{,}811\cdot\frac{x+10}{80}}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0{,}811\cdot\frac{x+10}{80}} \approx 0{,}77327$$

$$\Leftrightarrow -0{,}811 \cdot \frac{x+10}{80} = \ln(0{,}77327) = -0{,}257$$

$$\Leftrightarrow x = 15{,}35\ \text{Mio.}\,€$$

Aufgabe 2e – Lösung

Alternative 1	
W-keit	Gewinn
25 %	-10 Mio. €
10 %	0 Mio. €
40 %	20 Mio. €
25 %	70 Mio. €

Alternative 2	
W-keit	Gewinn
15 %	8 Mio. €
30 %	12 Mio. €
35 %	31 Mio. €
20 %	34 Mio. €

e) Welche Alternative sollte er wählen?

Erwartungsnutzen von Alternative 1:

u(-10 Mio. €) = ……. = 0

u(0 Mio. €) = ……… = 0,1735

u(20 Mio. €) = …….. = 0,4720

u(70 Mio. €) = …….. = 1

EU(„Alternative 1") = 0,25 · 0 + 0,1 · 0,1735 + 0,4 · 0,472 + 0,25 · 1 = **0,4562**

Erwartungsnutzen von Alternative 2:

u(8 Mio. €) = ……… = 0,3002

u(12 Mio. €) = …….. = 0,3598

u(31 Mio. €) = …….. = 0,6121

u(34 Mio. €) = …….. = 0,6477

EU(„Alternative 2") = 0,15 · 0,3002 + 0,3 · 0,3598 + 0,35 · 0,6121+ 0,2 · 0,6477 = **0,4967**

Der Manager sollte Alternative 2 wählen, da EU („Alt. 1") < EU („Alt. 2").

Übersicht der 7. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Dominanz von Alternativen
- ✓ Aufgabe 1

- ✓ Exponentielle Nutzenfunktion
- ✓ Aufgabe 2

- Additive Nutzenfunktion
- Aufgabe 3

Das additive Modell: Idee und Notation

Im additiven Modell werden die zielspezifischen Nutzenwerte additiv und gewichtet aggregiert.

Prämisse: Es gibt für jedes Ziel eine zielspezifische Nutzenfunktion $u_r \ (1 \leq r \leq m)$

Additives Modell bei Sicherheit:

Jede Alternative lässt sich als Vektor $a = (a_1, a_2, ..., a_m)$ schreiben. Es gilt dann:

Heute & nächste Woche

$$u(a) = \sum_{r=1}^{m} w_r u_r(a_r) \quad \textit{mit } w_r > 0 \ (1 \leq r \leq m) \text{ und } \sum_{r=1}^{m} w_r = 1$$

Erweiterung des additiven Modells bei Risiko:

Sei a_{ij} die Ausprägung der Alternative a im i-ten Zustand und j-ten Ziel, sowie $p(s_i)$ die Wahrscheinlichkeit des Umweltzustands s_i, dann gilt:

$$EU(a) = \sum_{i=1}^{n} p(s_i)(w_1 u_1(a_{i1}) + w_2 u_2(a_{i2}) + ... + w_m u_m(a_{im}))$$

übernächste Woche

Anforderungen des additiven Modells an das Zielsystem

Damit das additive Modell angewendet werden darf, müssen eine Reihe von Bedingungen erfüllt sein:

1. **Fundamentalität:** Zielsystem darf keine Instrumentalziele umfassen
2. **Messbarkeit:** Die Zielausprägungen sollten noch gut auf einer diskreten oder stetigen Skala abzubilden sein
3. **Vollständigkeit:** Alle entscheidungsrelevanten Aspekte müssen im Zielsystem auftauchen
4. **Redundanzfreiheit:** Kein Aspekt sollte in mehreren Zielen gleichzeitig benannt werden
5. **Präferenzunabhängigkeit**: Weder in der zielspezifischen Bewertung (Typ 1) noch bei der Zielgewichtung (Typ 2) dürfen Präferenzen von Ausprägungen in anderen Zielen abhängen

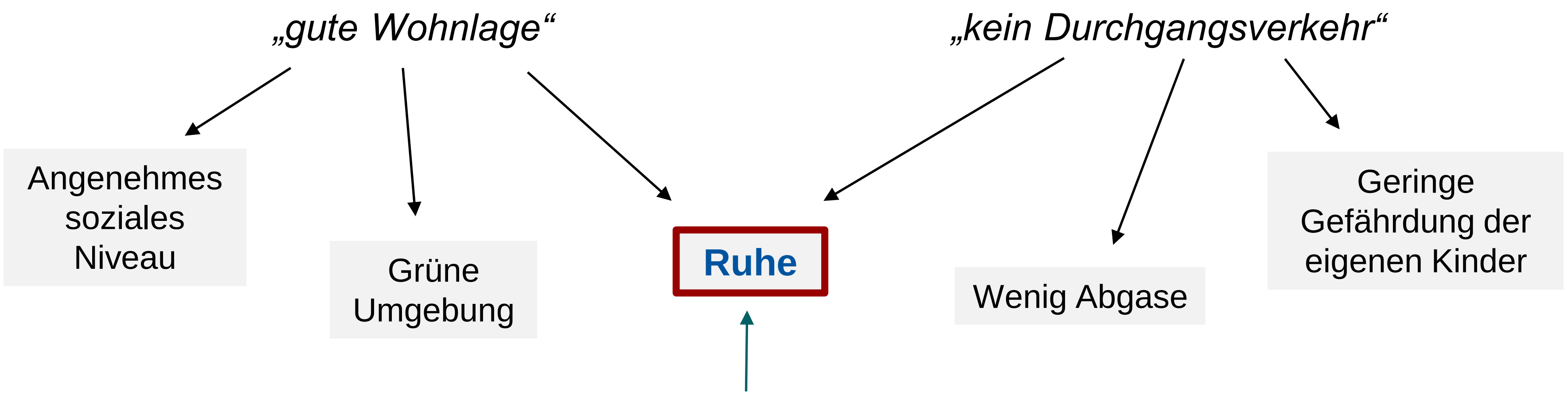
Beispiel einer Redundanz

Beispiel: „Wohnungssuche“

Sie suchen eine neue Wohnung und haben die Auswahl zwischen mehreren Offerten. Relevant seien zunächst folgende Ziele:

1. *„niedriger Mietpreis“*
2. *„gute Wohnlage“*
3. *„kein Durchgangsverkehr“*

Hinterfragen der Ziele führt zu mehr Fundamentalität und deckt Redundanz auf:



Dieser redundante Aspekt würde in einem additiven Modell doppelt gezählt werden

Präferenzabhängigkeit: Typ 1

Typ 1: Präferenzabhängigkeit in der zielspezifischen Bewertung

Beispiel

Marke	Farbe
Toyota	Rot ist besser als Schwarz
VW	Schwarz ist besser als Rot

Präferenz in einem Ziel ist abhängig von der Ausprägung in einem anderen Ziel

Präferenzabhängigkeit: Typ 2 (komplementäre Interaktion)

Typ 2: Präferenzabhängigkeit in der Zielgewichtung

Beispiel

Bewertung eines neu einzustellenden Redakteurs anhand zweier Ziele

Schreibtalent

Fachkenntnisse

Je besser die Zielausprägung in einem Ziel, desto wichtiger wird das andere Ziel (komplementäre Interaktion)

Präferenzabhängigkeit: Typ 2 (substitutionale Interaktion)

Typ 2: Präferenzabhängigkeit in der Zielgewichtung

Beispiel

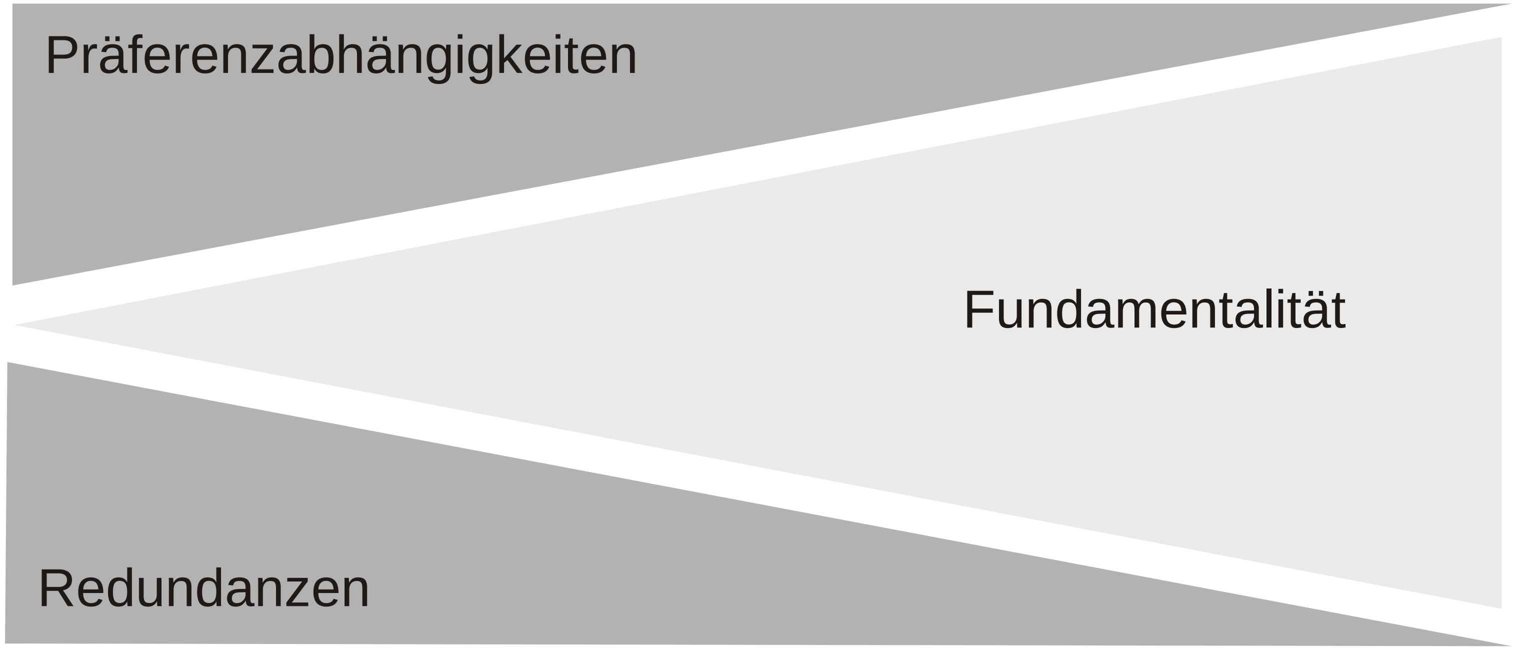
Job in Köln und Bewertung einer neuen Wohnung in Aachen anhand zweier Ziele

Entfernung zur Autobahnauffahrt

Entfernung zum Bahnhof

Je besser die Zielausprägung in einem Ziel, desto unwichtiger wird das andere Ziel (substitutionale Interaktion)

Der hohe Nutzen von fundamental formulierten Zielen



➔ Ziele mit „Warum ist das wichtig?“ hinterfragen, bis sie fundamental genug sind

Zur Wahl einer Messskala für ein gegebenes Ziel

Vorgehensweise in der Festlegung einer Messskala:

- Im Falle einer natürlichen, kontinuierlichen Skala (z. B. Geld in €): Definiere Bandbreite möglicher Zielausprägungen $[x_r^-, x_r^+]$ als Definitionsbereich einer normierten Nutzenfunktion $u([x_r^-, x_r^+]) \rightarrow [0, 1]$.
- Sonst: Eigene (diskrete) Skala definieren

Beispiel: „Bewertung von Fachkenntnissen“

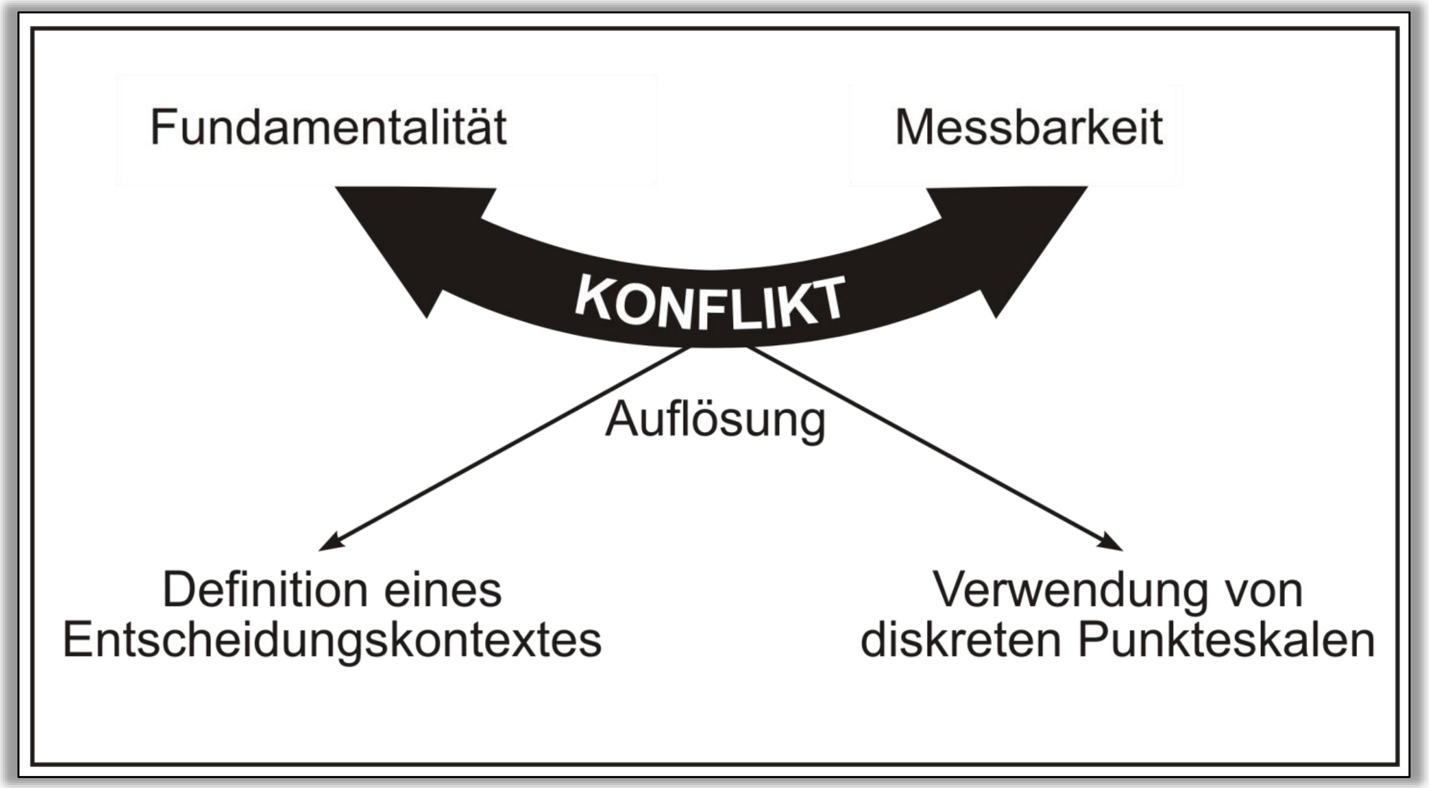
Zielausprägung a_r	**Punktwert**	**Bewertung $u(a)$**
Masternote 1 an der Universität A	100	Normierung der Punktwerte auf das Intervall [0, 1]
Masternote 2 an der Universität A oder Masternote 1 an der Universität B	90	
Masternote 3 an der Universität A oder Masternote 2 an der Universität B oder Masternote 1 an der Universität C	70	

„Direct-Rating-Verfahren“

Beispiel für eine diskrete Punkteskala eines sehr schwer messbaren Ziels

Die Rosser-Matrix zur Bewertung von Lebensqualität				
Behinderungsgrad	**Kein Schmerz**	**Milder Schmerz**	**Mäßiger Schmerz**	**Schwerer Schmerz**
Keine Behinderung	1,0000	0,995	0,990	0,967
Geringfügige gesellschaftliche Behinderung	0,990	0,986	0,973	0,932
Schwere gesellschaftliche Behinderung und/oder leichte Beeinträchtigung bei der Arbeitsverrichtung	0,980	0,972	0,956	0,912
Keine Möglichkeit zur Ausübung bezahlter Tätigkeiten. Alte Leute sind bis auf kurze Spaziergänge an das Haus gebunden, sie können aber nicht mehr allein Einkaufen gehen	0,964	0,956	0,942	0,870
An den Stuhl oder den Rollstuhl gebunden, häusliche Bewegung ist nur noch mit Unterstützung möglich	0,875	0,845	0,680	0,000
An das Bett gebunden	0,677	0,564	0,000	-1,486
Bewusstlos	-1,028	-	-	-
An der Rosser-Matrix lässt sich anhand der Kriterien Behinderung und Schmerz ablesen, wie hoch die Lebensqualität ist. Sie wird in Großbritannien dazu verwendet, den Sinn medizinischer Behandlung einzuschätzen. Eine Operation, die auf Dauer ein schmerzfreies Leben ohne Behinderung ermöglicht, bekommt den optimalen Wert 1,000 und hat damit die besten Chancen, finanziert zu werden.				

Diskrete Punkteskalen lösen einen zentralen Konflikt in der Definition von Zielen



Aufgabe 3 (Lehrbuch Teil III, S. 206-210)

Sie befinden sich auf Wohnungssuche. Dabei achten Sie auf drei Aspekte – Wohnungsgröße, Preis und Lage, welche zugleich Ihr Zielsystem darstellen. Die untenstehende Tabelle zeigt die bewerteten Zielausprägungen $u_r(a_r)$ der Wohnungen in den drei Zielen, wobei eine Gleichgewichtung unterstellt wird.

a) Welche Wohnung sollten Sie mieten?

	Größe	Preis	Lage
Wohnung a	0	1	0,6
Wohnung b	1	0,2	1
Wohnung c	0,8	1	0

Aufgabe 3 (Lehrbuch Teil III, S. 206-210)

b) Ebenfalls auf Wohnungssuche ist der unerfahrene Entscheidungsanalytiker Ernst Naiv, der sich zwischen den obigen Wohnungen mit einem anderen, schlecht formulierten Zielsystem entscheiden will. Da er stark auf Wirtschaftlichkeit bedacht ist, hat er ein Zielsystem mit nur zwei Zielgrößen aufgestellt: Preis-/Größenverhältnis und Preis-/Lagenverhältnis. Dieses Zielsystem hat er leider redundant formuliert, da die Zielgröße Preis in beiden Zielen enthalten ist. Ernst kommt somit zu folgender Definition der obigen drei Wohnungen:

	Preis/Größe	Preis/Lage
Wohnung a	0,5	0,8
Wohnung b	0,6	0,6
Wohnung c	0,9	0,5

Stellen Sie auf der Basis dieser Definition die optimale Wohnung in Abhängigkeit des Zielgewichts für das Preis-/Größenverhältnis dar.

Aufgabe 3 (Lehrbuch Teil III, S. 206-210)

c) Ist es möglich, dass sich Ihr Kommilitone mit ein wenig Glück, d.h. bei entsprechender Vergabe der Zielgewichte, für die von Ihnen gewählte, tatsächlich optimale Wohnung auch mit seiner schlechten Formulierung des Zielsystems entscheidet?

Aufgabe 3a - Lösung

a) Berechne Gesamtnutzen der Wohnungen nach dem additiven Modell:

$$u(a) = w_1u_1(a_1) + w_2u_2(a_2) + w_3u_3(a_3) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,53$$

$$u(b) = 0,73$$

$$u(c) = 0,6$$

➢ Sie sollten Wohnung b mieten!

Aufgabe 3b - Lösung

b) Festlegung der Einzelwerte

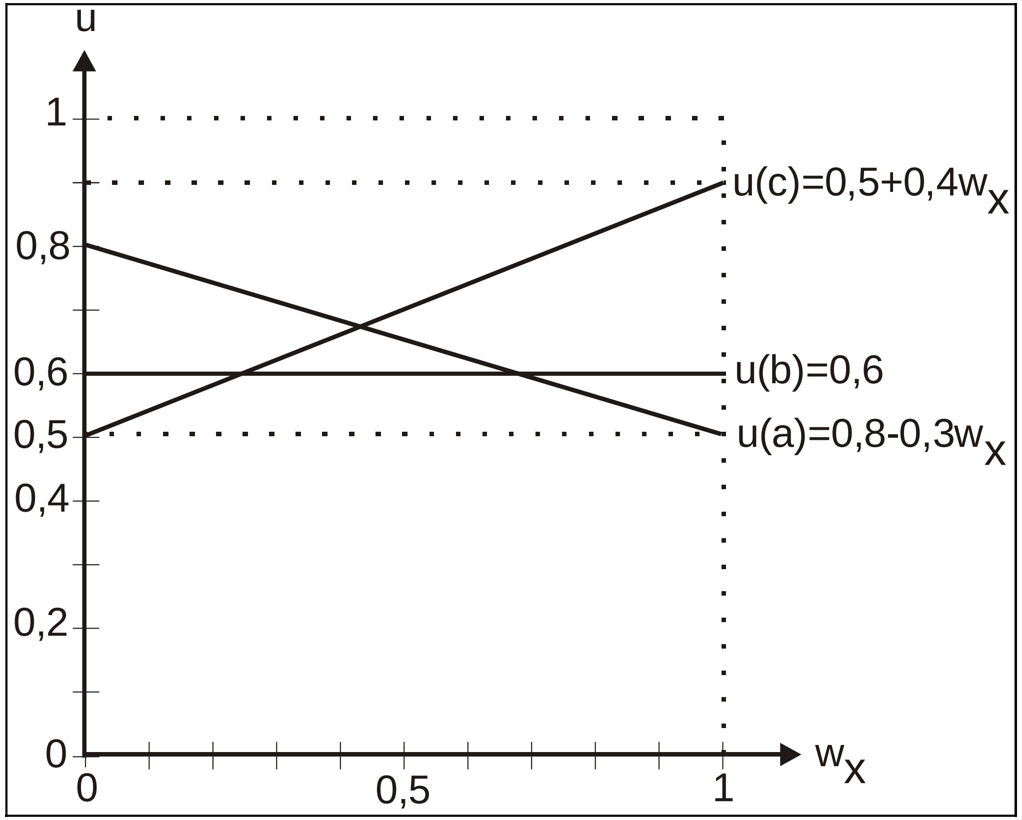
w_x: Zielgewicht für das Ziel Preis-/Größenverhältnis

Vorgehensweise: $w_x + w_y = 1$

$u(a) = w_x \cdot 0{,}5 + w_y \cdot 0{,}8 = w_x \cdot 0{,}5 + (1 - w_x) \cdot 0{,}8 = 0{,}8 - 0{,}3w_x$

$u(b) = w_x \cdot 0{,}6 + w_y \cdot 0{,}6 = w_x \cdot 0{,}6 + (1 - w_x) \cdot 0{,}6 = 0{,}6$

$u(c) = w_x \cdot 0{,}9 + w_y \cdot 0{,}5 = w_x \cdot 0{,}9 + (1 - w_x) \cdot 0{,}5 = 0{,}5 + 0{,}4w_x$



Aufgabe 3b – Lösung Fortsetzung

Wann gilt u(a) = u(c)?

$$0{,}8 - 0{,}3w_x = 0{,}5 + 0{,}4w_x$$

$$\Leftrightarrow 0{,}3 = 0{,}7w_x$$

$$\Leftrightarrow w_x = \frac{3}{7}$$

- für $w_x < \frac{3}{7}$ ist a optimal

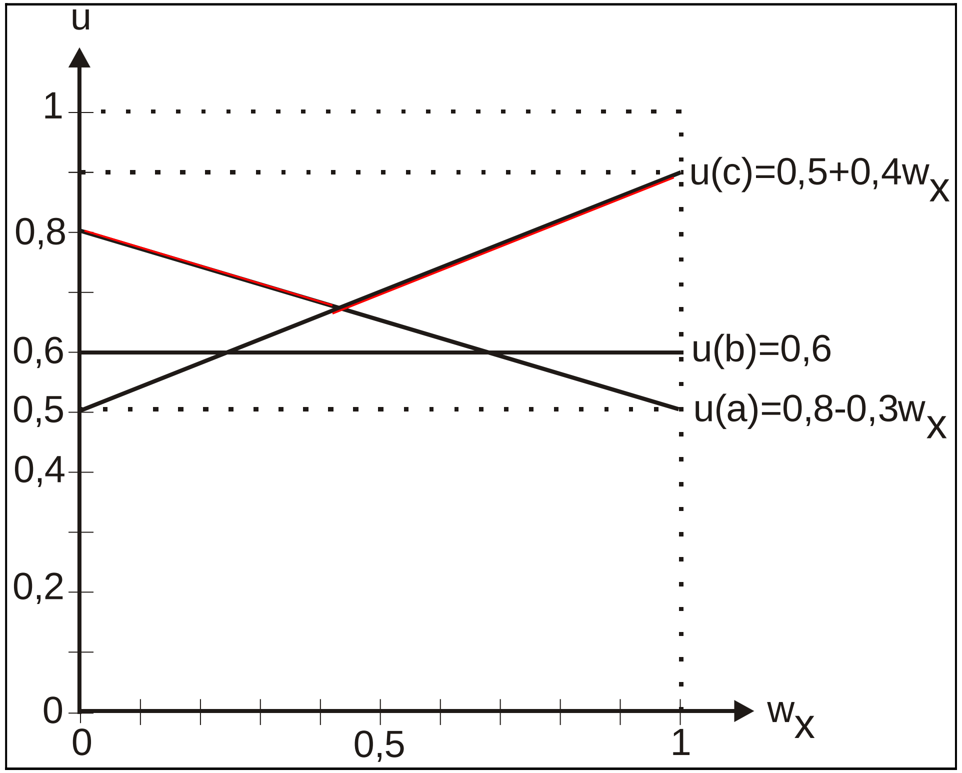
  für $w_x > \frac{3}{7}$ ist c optimal

  für $w_x = \frac{3}{7}$ sind a <u>und</u> c optimal

Aufgabe 3c – Lösung

c) Nein, denn Wohnung b kann unabhängig von der Zielgewichtung niemals optimal werden (s. Grafik).

⇨ Ziele immer redundanzfrei formulieren!



Übersicht der 7. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Dominanz von Alternativen
- ✓ Aufgabe 1

- ✓ Exponentielle Nutzenfunktion
- ✓ Aufgabe 2

- ✓ Additive Nutzenfunktion
- ✓ Aufgabe 3