Herzlich willkommen zur 5. Übung
Deskriptive Entscheidungstheorie

Bitte halten Sie jede dritte Reihe im Hörsaal frei.

Übersicht der 5. Übung – Deskriptive Entscheidungstheorie

- Risikoverhalten
- Aufgabe 3

- Risikoeinstellung
- Aufgabe 4

Risikoverhalten vs. Risikoeinstellung: Das Entenbeispiel

Beispiel:

Eine Portion gebackene Ente für 12,90 €	vs.	50%-Chance auf zwei Portionen gebackene Ente

→ Präferenz für eine Portion zeigt nicht Risikoscheu, sondern abnehmenden Grenznutzen an!

Risikoeinstellung und Risikoverhalten sind tatsächlich zwei verschiedene Konzepte

Risikoverhalten vs. Risikoeinstellung

Risikoeinstellung:

- Innere Einstellung gegenüber Risiko
- Muss unabhängig von den Höhenpräferenzen gesehen werden
- Nicht direkt beobachtbar

Risikoverhalten:

- Beobachtbares Verhalten in Risikosituationen
- Sicherheitsäquivalent eines Spiels mit dem Erwartungswert einer Lotterie vergleichen
- Resultat aus Höhenpräferenzen und Risikoeinstellung

Was versteht man genau unter „Risikoverhalten“?

Risikoprämie = Erwartungswert - Sicherheitsäquivalent

Welchen sicheren Betrag sieht der Entscheider als äquivalent zur unsicheren Alternative an?

Beispiel:

40 € ~ (50%: 100 €; 50%: 0 €)

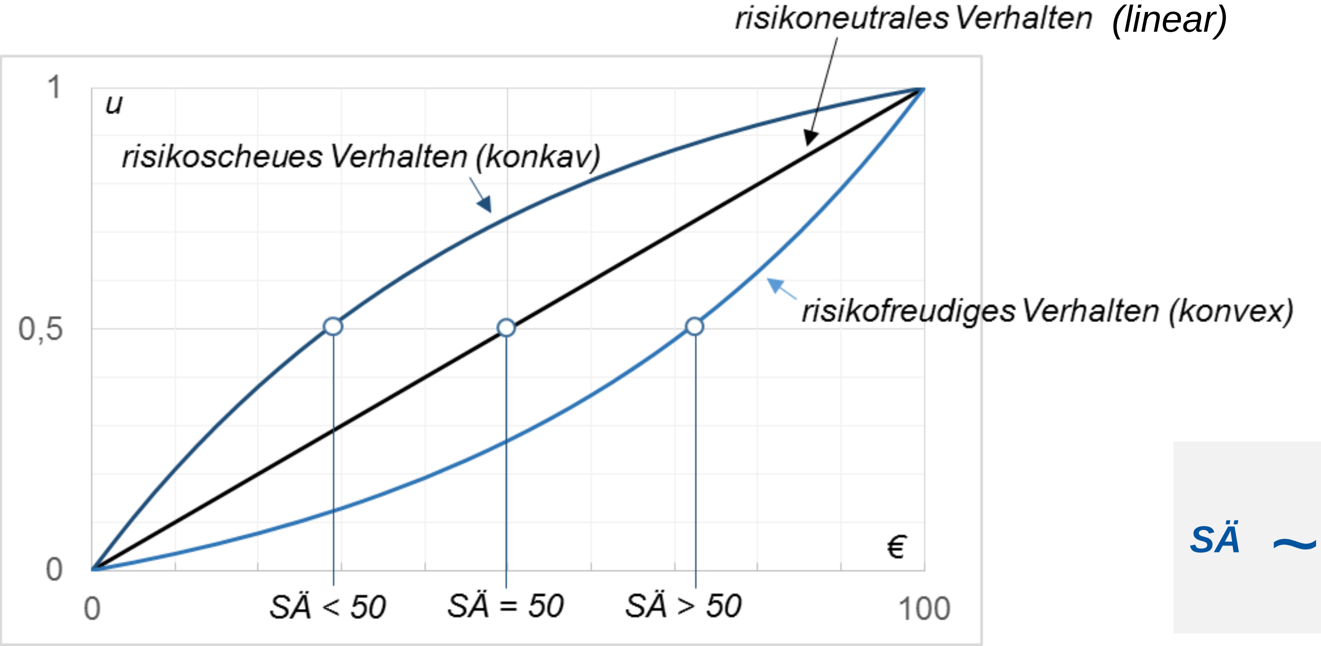
Erwartungswert = 50 €
Sicherheitsäquivalent = 40 €
Risikoprämie = 10 €

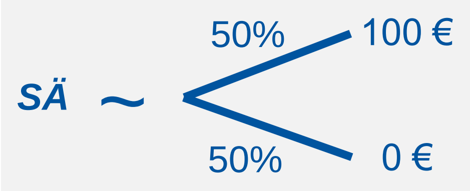
Definition „Risikoverhalten“:

- *Risikoprämie = 0: Entscheider verhält sich risikoneutral*
- *Risikoprämie > 0: Entscheider verhält sich risikoscheu*
- *Risikoprämie < 0: Entscheider verhält sich risikofreudig*

Risikoverhalten und die Gestalt der Nutzenfunktion

An der Gestalt der Nutzenfunktion ist abzulesen, welches Risikoverhalten der Entscheider zeigt!



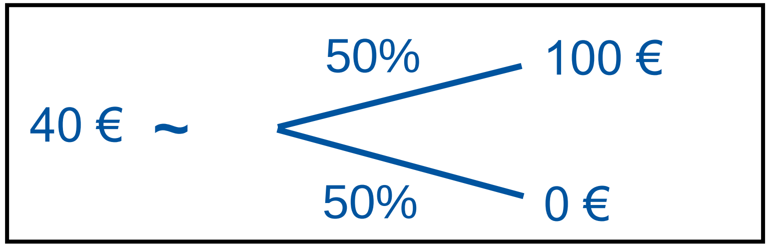


***Beachte**: Das Risikoverhalten bildet gleichzeitig auch die Höhenpräferenzen mit ab!*
(siehe Entenbeispiel aus dem Skript)

Definition verschiedener Formen von Risikoeinstellung

Zur Ermittlung der Risikoeinstellung ist die „Wertkomponente“ herauszurechnen

Beispiel: Es gelte



Eine risikoneutrale Einstellung liegt unter dieser Annahme genau dann vor, falls für die Wertfunktion

$$v(40\text{ €}) = 0{,}5 \cdot v(100\text{ €}) + 0{,}5 \cdot v(0\text{ €})$$

gilt, d.h. 40 € genau die „Präferenzmitte“ in dem Intervall darstellt.

Allgemeine Definition von Risikoeinstellungen

Sei a eine sichere Alternative und $b = \begin{array}{l} \xrightarrow{p_1} b_1 \\ \xrightarrow{p_2} b_2 \end{array}$

und gilt zusätzlich $v(a) = p_1 \cdot v(b_1) + p_2 \cdot v(b_2)$,

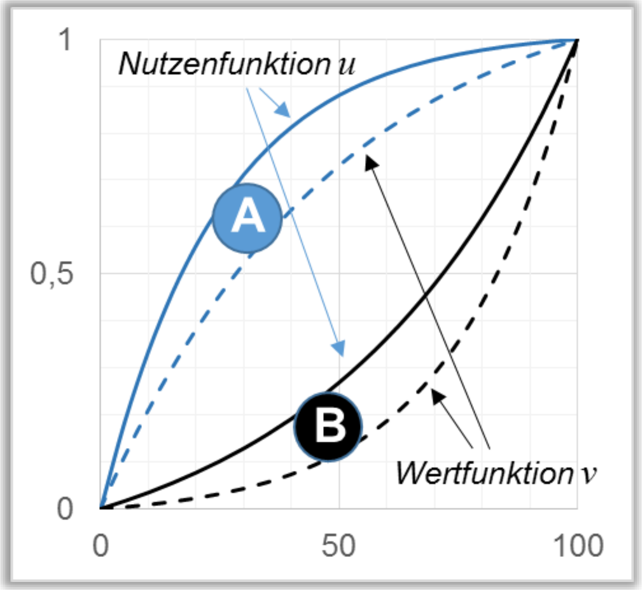
dann folgt:

$a \succ b$	➔ *risiko<u>scheue</u>* Einstellung
$a \sim b$	➔ *risiko<u>neutrale</u>* Einstellung
$a \prec b$	➔ *risiko<u>freudige</u>* Einstellung

Risikoverhalten und Risikoeinstellung im Vergleich

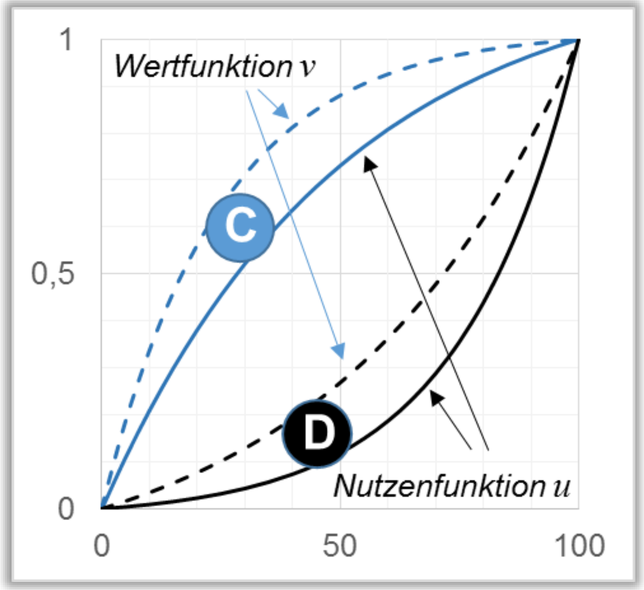
Die Risikoeinstellung kann nur an der Differenz zwischen Nutzenfunktion *u* und Höhenpräferenzfunktion (Wertfunktion *v*) abgelesen werden.

Risikoscheue *Einstellung, falls Nutzen-funktion u* ***über*** *Wertfunktion v liegt*



A*: risikoscheues Verhalten*
B*: risikofreudiges Verhalten*

Risikofreudige *Einstellung, falls Nutzen-funktion u* ***unter*** *Wertfunktion v liegt*



C*: risikoscheues Verhalten*
D*: risikofreudiges Verhalten*

Nutzenfunktion umfasst sowohl Höhenpräferenzen als auch Risikoeinstellung

Entscheider A:

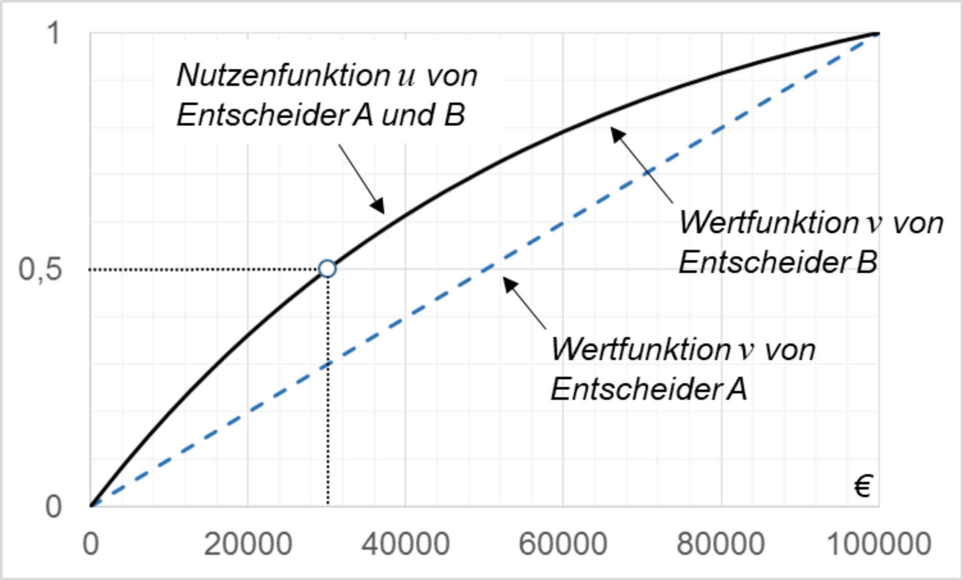
- viele Konsumwünsche bis 100.000 €
- keinen abnehmenden Grenznutzen
- klare Abneigung gegenüber Risiko

Entscheider B:

- Bis 30.000 € die wichtigsten Konsumwünsche befriedigt
- darüber nur noch geringen Grenznutzen
- mit Risiko überhaupt kein Problem

Beide Entscheider zeigen folgende Indifferenz:

30.000 € ~ 50% 100.000 € / 50% 0 €



Aufgabe 3 (Lehrbuch Teil III, S. 178-182)

Sie hatten einen fremdverschuldeten Unfall mit Ihrem Pkw, bei dem Sie leicht verletzt wurden. Nun bietet Ihnen die gegnerische Partei ein Schmerzensgeld in Höhe von 800 € an. Von einem Bekannten wissen Sie, dass dies eigentlich zu wenig ist und überlegen, ob Sie versuchen sollten, ein höheres Schmerzensgeld vor Gericht zu erwirken. Ihr Anwalt weiß aus der Erfahrung, dass Sie zu 90% den Prozess gewinnen und ein Schmerzensgeld von 2.300 € erwirken werden. In dem Fall, dass Sie den Prozess verlieren, müssen Sie allerdings die Prozesskosten in Höhe von 4.000 € tragen und erhalten auch nicht die ursprünglich angebotenen 800 €.

Von Ihrer Wertfunktion seien folgende Stützstellen bekannt:

v(800 €) = 12,5

v(-4.000 €) = -55

v(2.300 €) = 34

a) Sie sind indifferent zwischen den beiden Entscheidungsmöglichkeiten. Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme der Risikoprämie Ihr Risikoverhalten!

b) Für welche Option entscheiden Sie sich, wenn Sie von folgender Wahrscheinlichkeitsgewichtefunktion ausgehen:

$$\pi_{\delta,\gamma}(p) := \frac{\delta * p^{\gamma}}{\delta * p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}} := \begin{cases} \pi^{+}(p) := \dfrac{0{,}65 * p^{06}}{0{,}65 * p^{0{,}6} + (1-p)^{0{,}6}} & , falls\ Gewinnsituation \\ \pi^{-}(p) := \dfrac{1{,}25 * p^{0{,}5}}{1{,}25 * p^{0{,}5} + (1-p)^{0{,}5}} & , falls\ Verlustsituation \end{cases}$$

Aufgabe 3a - Lösung

a) Sie sind indifferent zwischen den beiden Entscheidungsmöglichkeiten. Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme der Risikoprämie Ihr Risikoverhalten!

Risikoverhalten:

Risikoprämie = Erwartungswert - Sicherheitsäquivalent

RP = 0 → risikoneutrales Verhalten
RP > 0 → risikoscheues Verhalten
RP < 0 → risikofreudiges Verhalten

Hier: Sicherheitsäquivalent = Angebot der Gegenpartei = 800 €

Erwartungswert = Erwartungswert des Gerichtsprozesses
= 0,9 · 2.300 € + 0,1 · (-4.000 €) = 1670 €

Risikoprämie = 1670 € - 800 € = **870 €**

➢ Sie verhalten sich risikoscheu!

Aufgabe 3b - Lösung

b) Für welche Option entscheiden Sie sich, wenn Sie von folgender Wahrscheinlichkeitsgewichtefunktion ausgehen:

$$\pi_{\delta,\gamma}(p) := \frac{\delta * p^{\gamma}}{\delta * p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}} := \begin{cases} \pi^{+}(p) := \dfrac{0{,}65 * p^{06}}{0{,}65 * p^{0{,}6} + (1-p)^{0{,}6}} & , falls\ Gewinnsituation \\ \pi^{-}(p) := \dfrac{1{,}25 * p^{0{,}5}}{1{,}25 * p^{0{,}5} + (1-p)^{0{,}5}} & , falls\ Verlustsituation \end{cases}$$

tatsächliches Verhalten:

PT-Wert des sicheren Schmerzensgeldes: PT(800 €) = (100%) · v(800 €) = 100% · 12,5 = 12,5

PT-Wert des Gerichtsprozesses:

Wahrscheinlichkeitsgewichte:

$$\pi(p=10\%) = \frac{\delta \cdot p^{\gamma}}{\delta \cdot p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}} = \frac{1{,}25 \cdot 0{,}1^{0{,}5}}{1{,}25 \cdot 0{,}1^{0{,}5} + (1-0{,}1)^{0{,}5}} = 29{,}41\%$$ (Verlustsituation)

$$\pi(p=90\%) = \frac{\delta \cdot p^{\gamma}}{\delta \cdot p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}} = \frac{0{,}65 * 0{,}9^{06}}{0{,}65 * 0{,}9^{0{,}6} + (1-0{,}9)^{0{,}6}} = 70{,}84\%$$ (Gewinnsituation)

PT-Wert:

$$PT(Prozess) = \pi(10\%) \cdot v(-4000€) + \pi(90\%) \cdot v(2300€)$$

$$= 29{,}41\% \cdot (-55) + 70{,}84\% \cdot 34 = 7{,}91 < 12{,}5 = PT(800€)$$

➢ Sie entscheiden sich gegen den Prozess!

Übersicht der 5. Übung – Deskriptive Entscheidungstheorie

✓ Risikoverhalten

✓ Aufgabe 3

- Risikoeinstellung
- Aufgabe 4

Aufgabe 4 (Lehrbuch Teil III, S. 178-182)

Peter bekommt von seinem Freund ein lukratives Spiel angeboten: Entweder erhält er 5 € sicher oder er hat die Möglichkeit an einem zweimaligen Münzwurfspiel teilzunehmen. Im Falle von 2x „Kopf“ bekommt Peter einen Gewinn von 30 € ausgezahlt. In allen anderen Fällen beträgt der Gewinn 0 €. Von Peters Wertfunktion sind drei Werte bekannt:

$$v(0\text{ €}) = 0 \quad | \quad v(5\text{ €}) = 2 \quad | \quad v(30\text{ €}) = 8$$

Bestimmen Sie Peters Risikoeinstellung für den Fall, dass er sich für das Spiel entscheidet!

Aufgabe 4 - Lösung

Ermittlung Risikoeinstellung:

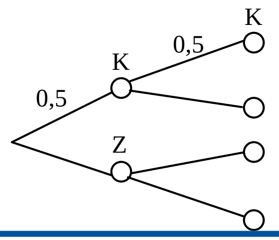
- unverzerrte Wahrscheinlichkeiten
- bewertete Geldbeträge

a $\succ$ b	➔ *risiko<u>scheue</u>* Einstellung
a ~ b	➔ *risiko<u>neutrale</u>* Einstellung
a $\prec$ b	➔ *risiko<u>freudige</u>* Einstellung

Beim Vergleich einer sicheren Alternative a und einer Lotterie $b = (p, b_1; (1-p), b_2)$ muss gelten:

$$v(a) = p \cdot v(b_1) + (1-p) \cdot v(b_2)$$

Erläuterung der Wahrscheinlichktn.:



Diese Bedingung ist hier erfüllt:

$$v(5€) = 2 = 0{,}25 \cdot v(30€) + 0{,}75 \cdot v(0€) = 0{,}25 \cdot 8 + 0{,}75 \cdot 0$$

- Peter entscheidet sich für das Spiel!
- Somit verfügt er über eine **risikofreudige** Risikoeinstellung.

Übersicht der 5. Übung – Deskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Risikoverhalten
- ✓ Aufgabe 3

- ✓ Risikoeinstellung
- ✓ Aufgabe 4