



Herzlich willkommen zur 10. Übung Präskriptive Entscheidungstheorie

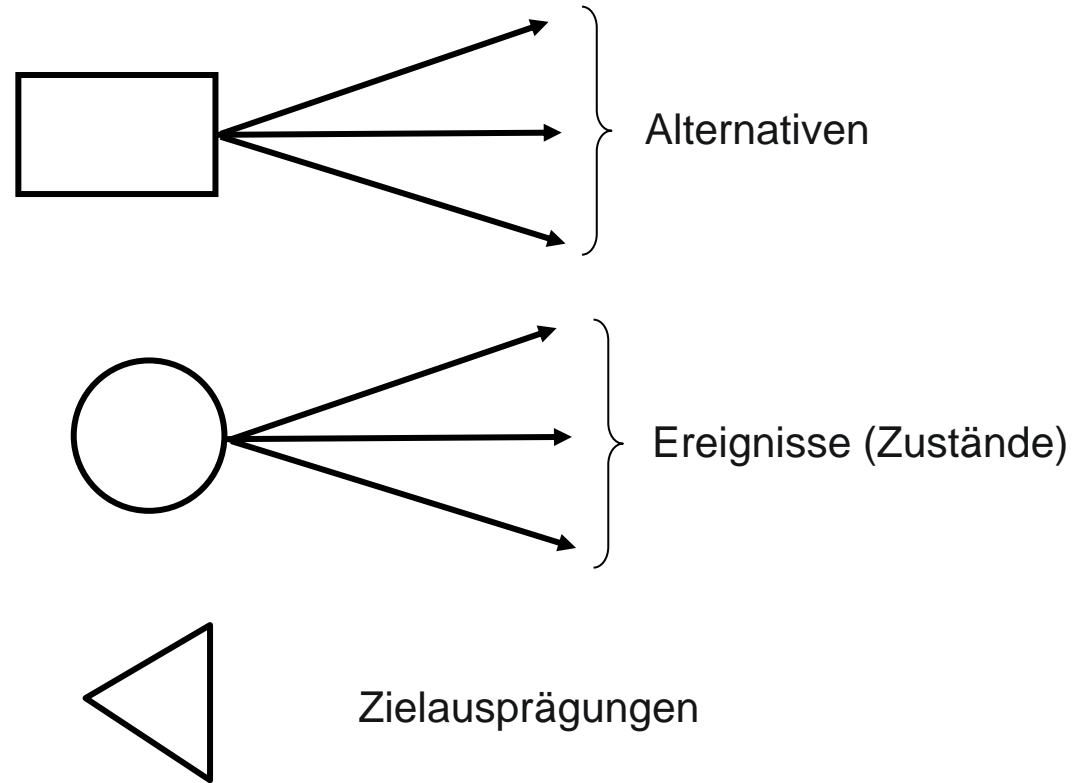
**Bitte halten Sie jede dritte Reihe im
Hörsaal frei.**

Übersicht der 10. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

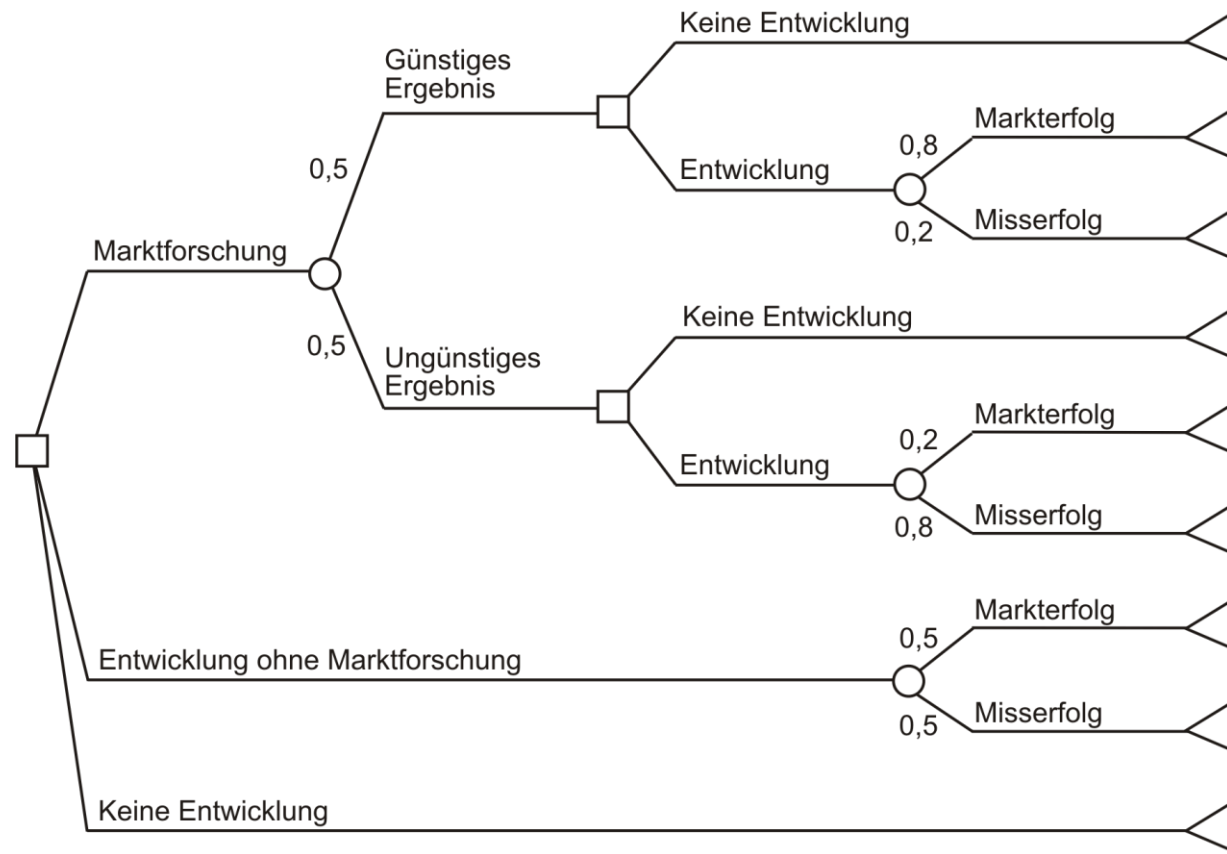
- Der Entscheidungsbaum: Das Roll – Back – Verfahren
- Aufgabe 9

- Wert einer Information, Bayes'sches Theorem
- Aufgabe 10

Die Komponenten eines Entscheidungsbaums

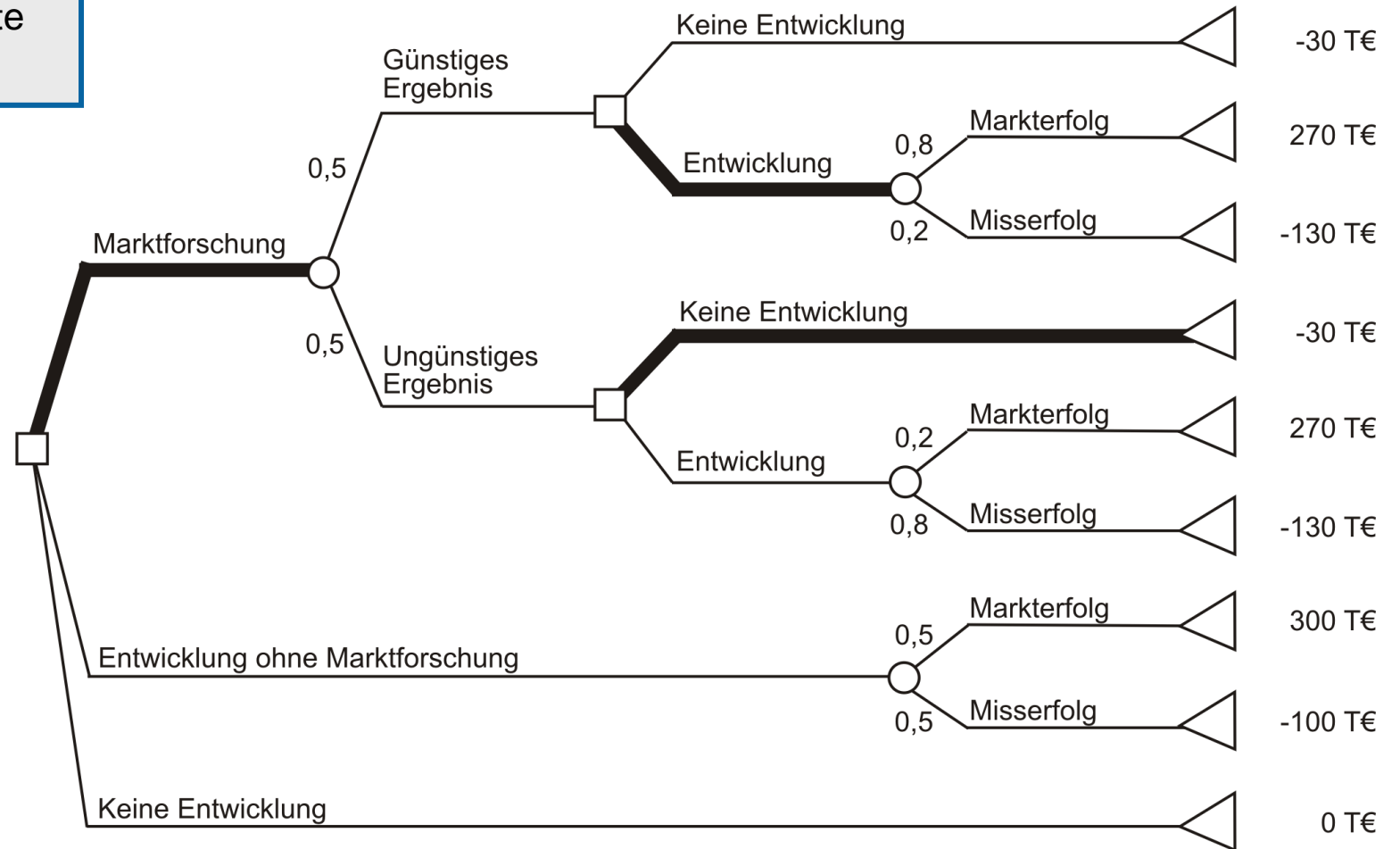


Ein Beispiel eines Entscheidungsbaums



Kennzeichnung einer Strategie im Entscheidungsbaum

Eine Strategie ist eine bedingte Handlungsfolge

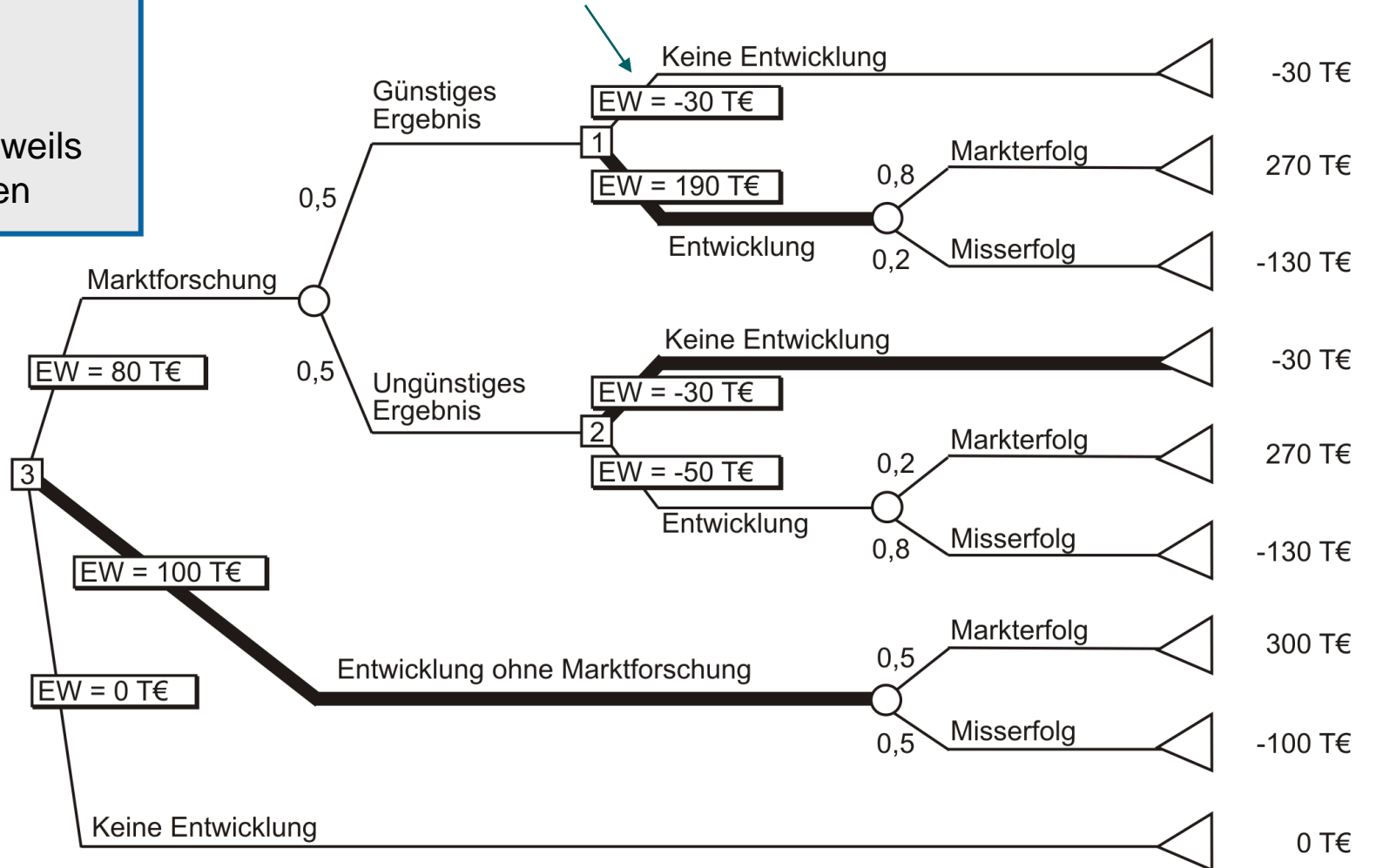


Ermittlung einer optimalen Strategie über das Roll-Back-Verfahren

Roll-back-Verfahren

- „Aufrollen“ von rechts nach links
- In jedem Entscheidungsknoten die jeweils beste Handlungsalternative auswählen

Bei Risikoneutralität: Erwartungswerte

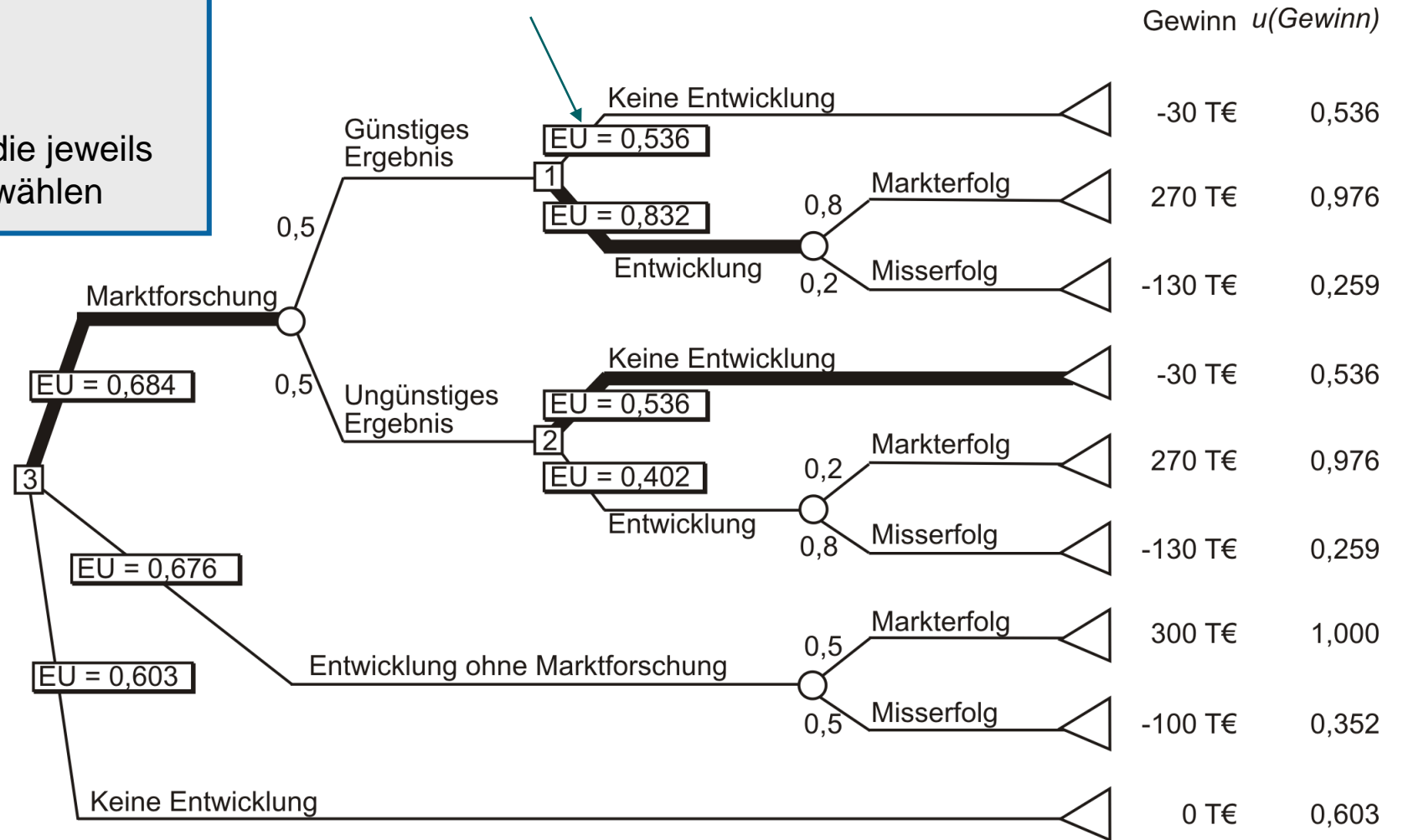


Roll-Back-Verfahren bei risikoscheuem Entscheider

Roll-back-Verfahren

- „Aufrollen“ von rechts nach links
- In jedem Entscheidungsknoten die jeweils beste Handlungsalternative auswählen

Bei Risikoscheu: Nutzenerwartungswerte



Aufgabe 9 (Lehrbuch Teil III, S. 242-247)

Ein aufstrebender Sänger hat einen spontanen Gastauftritt in einer Freitagabend-Show in Köln. Leider ist es bereits Freitagnachmittag und er befindet sich noch in Osnabrück. Nun hat er die Möglichkeit, entweder mit seinem Auto oder mit der Bahn nach Köln zu fahren – Hauptsache er kommt möglichst schnell an.

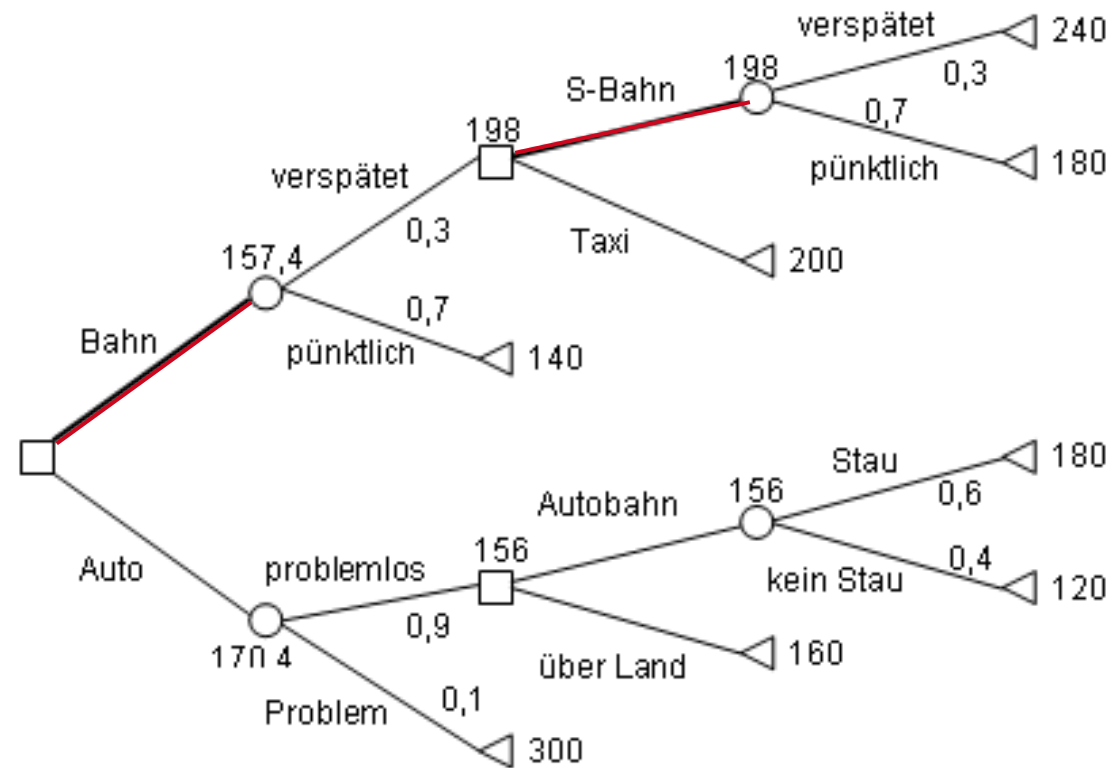
Aus der Erfahrung weiß er, dass sein Auto nur in 90% der Fälle problemlos funktioniert. Ist dies nicht der Fall, so wird er bis Köln 5 Std. benötigen. Wenn es fährt, dann hat er die Wahl zwischen einer staufreien Überland-Route mit einer Fahrzeit von 2:40 Std. und der Autobahn, auf der zu dieser Zeit in 60% der Fälle Stau herrscht. Ohne Stau schafft er die Strecke in glatt 2 Std., mit Stau wird die Fahrt in etwa 3 Std. in Anspruch nehmen.

Sein alternatives Verkehrsmittel, die Bahn, wird an dem Tag teilweise bestreikt. Man weiß jedoch nicht, welche Züge dies betrifft. Die Wahrscheinlichkeit für eine Verspätung wird jedoch bei allen Zugtypen auf 30% geschätzt. Ist sein Zug pünktlich, so kann er noch vom Bahnhof abgeholt werden und ist bereits nach 2:20 Std. am Ziel. Für den Fall, dass er sich verspätet, muss er selbst für die Weiterfahrt sorgen und kann entweder das sichere Taxi oder die S-Bahn nehmen. Mit dem Taxi kommt er auf eine Fahrzeit von insgesamt 3:20 Std., während diese mit einer pünktlichen S-Bahn nur 3 Std. beträgt. Verspätet sich sogar noch die S-Bahn, so ist mit einer Gesamtfahrzeit von 4 Std. zu rechnen.

- a) Stellen Sie dieses Problem mittels eines Entscheidungsbaumes dar.
- b) Benutzen Sie das Roll-Back-Verfahren und bestimmen Sie die optimale Strategie! Dabei liegt das Ziel in der Minimierung der Fahrzeit. Rechnen Sie in Minuten.
- c) Nennen Sie alle anderen möglichen Strategien!

a)

- = Entscheidungskonten
- = Ereigniskonten
- ◁ = Konsequenz



b) Ziel: minimiere Fahrzeit (in Minuten)

Optimale Strategie: Bahn fahren, im Falle einer Verspätung der Bahn letzte Teilstrecke mit der S-Bahn zurücklegen.

[siehe auch a)]

c) weitere Strategien:

- Bahn fahren, im Falle einer Verspätung Taxi nehmen
- Auto fahren, falls es anspringt via Autobahn
- Auto fahren, falls es anspringt via Landstraße

Übersicht der 10. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Der Entscheidungsbaum: Das Roll – Back – Verfahren
- ✓ Aufgabe 9
- Wert einer Information, Bayes'sches Theorem
- Aufgabe 10

Beispiel zur grundlegenden Vorgehensweise

Situation ohne zusätzliche Information

SPIEL

Nicht einsehbare Urne mit
einer Kugel

Weiß → 90 €

Schwarz → 0 €

SICHER

50 €

Erwartungswert:

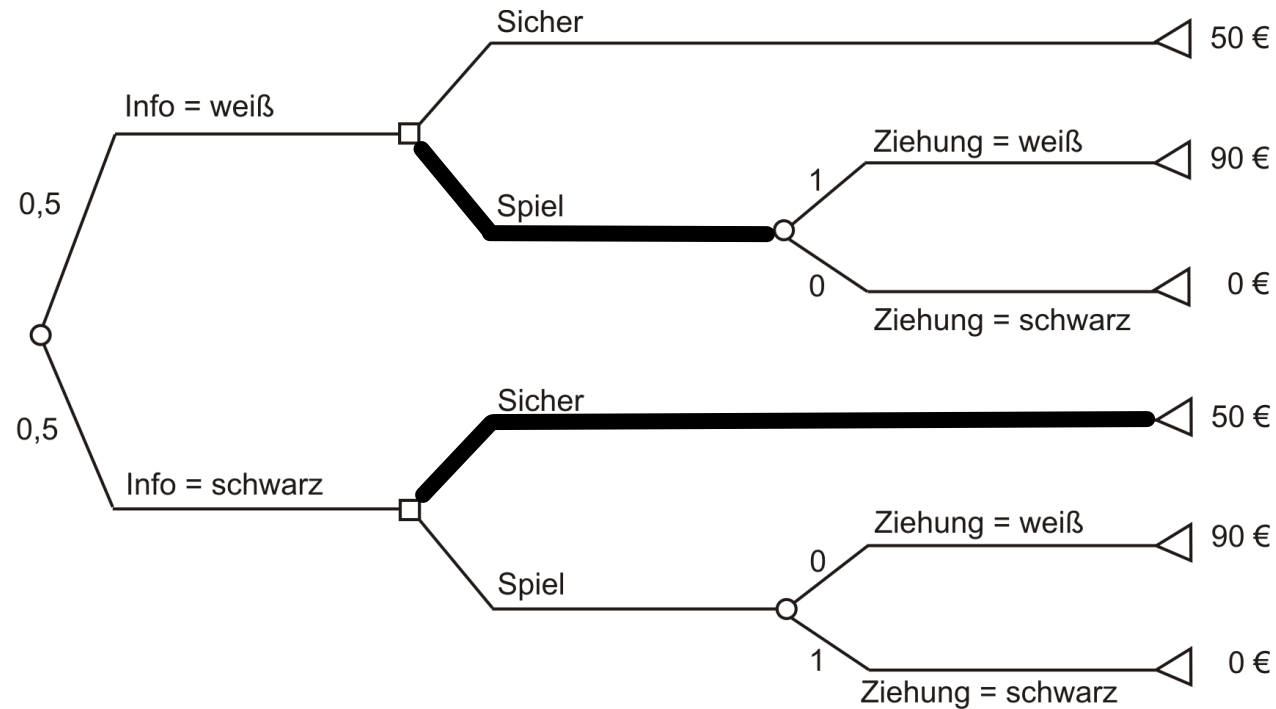
45 €

50 €

Entscheider wählt SICHER und erhält 50 €

Berechnung des Erwartungswertes mit Information

Situation mit Information über Farbe



Der Erwartungswert mit der optimalen Strategie liegt bei 70 €

Ermittlung des Wertes der Information im Beispiel

Der Wert der Information ergibt sich aus einem Vergleich der Situation mit und ohne Information

	Situation ohne Information	Situation mit Information
Erwartungswerte:	50 €	70 €

Der Wert der Information liegt bei 20 €

Erweiterung des Spiels mit zwei Kugeln

Situation ohne zusätzliche Information

SPIEL

Urne mit zwei Kugeln
(WW, WS, SW, SS)

Weiß → 90 €

Schwarz → 0 €

SICHER

50 €

Erwartungswert:

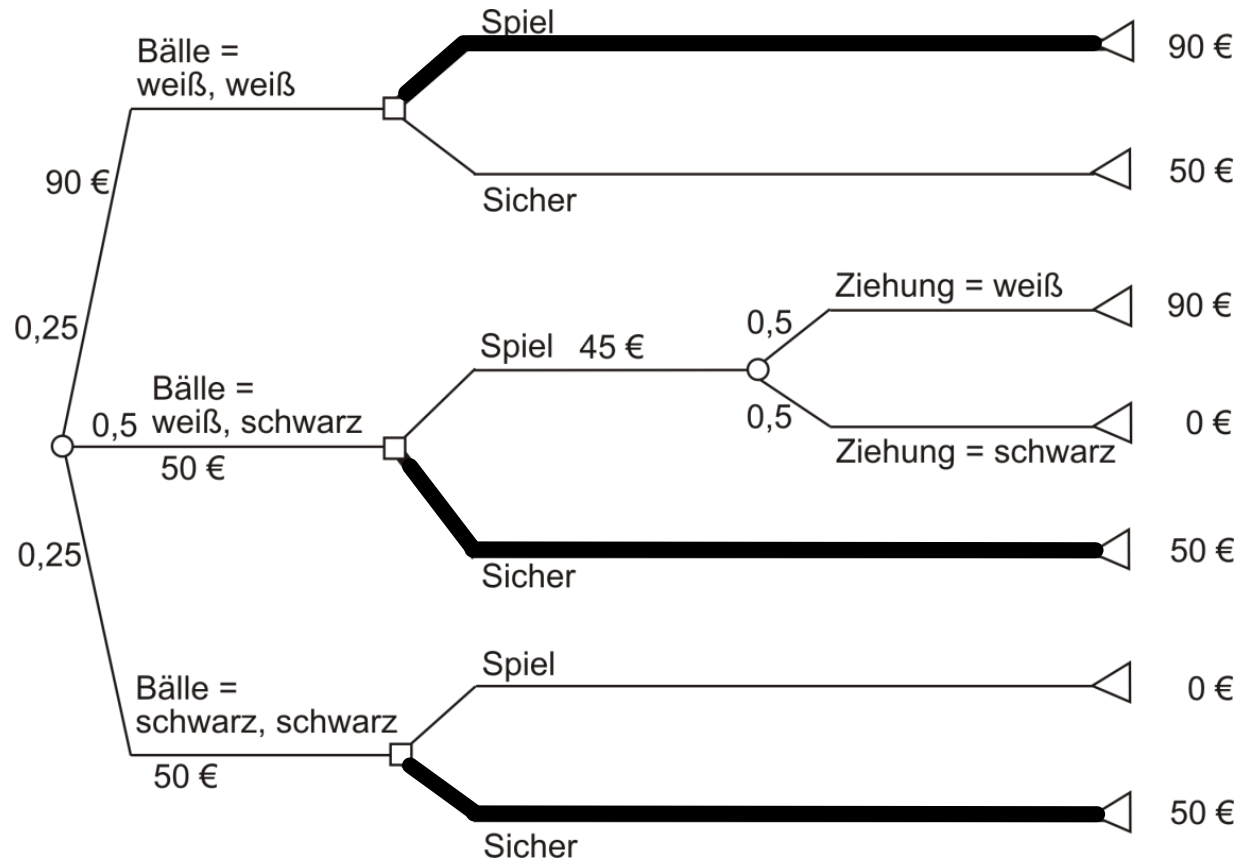
45 €

50 €

Entscheider wählt SICHER und erhält 50 €

Berechnung des Erwartungswertes bei zwei Kugeln mit Information

Situation mit Information über Farbkombination

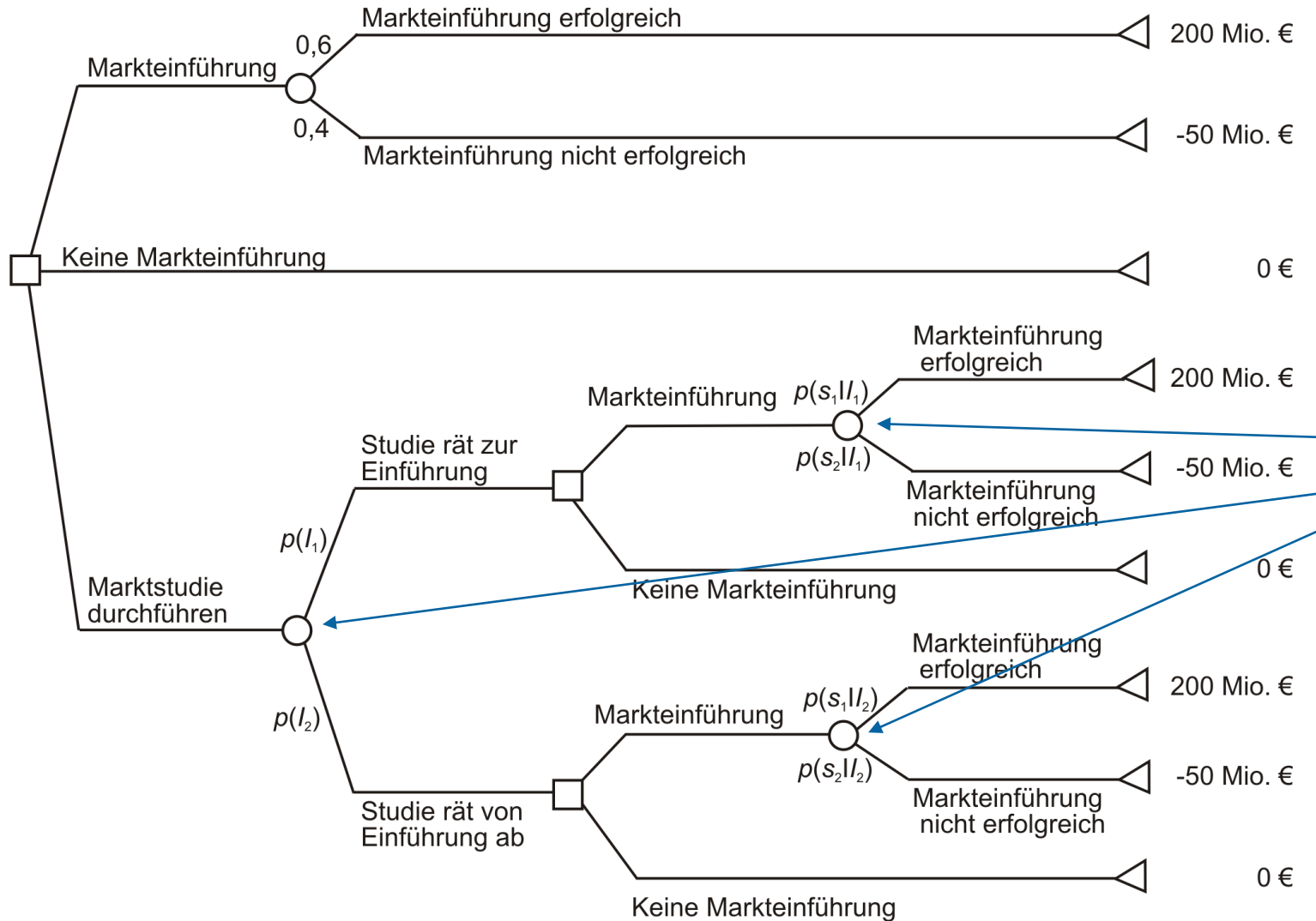


Der Erwartungswert der optimalen Strategie liegt bei 60 €

Vergleich der Situationen

	Beispiel mit einer Kugel	Beispiel mit zwei Kugeln
Information über:	Farbe	Farbkonstellation
Vollkommene Info:	JA	NEIN
Wert der Info:	20 €	10 €

Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten für Informationsbeschaffungsmaßnahmen



Häufiges Problem:

Wahrscheinlichkeiten, dass sich nach der Information die jeweiligen Ereignisse einstellen („a posteriori“), sind meist nicht bekannt

Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeiten über Bayes'sches Theorem

s_1 = Erfolgreiche Markteinführung
 s_2 = Keine erfolgreiche Markteinführung

I_1 = Positives Ergebnis der Marktstudie
 I_2 = Negatives Ergebnis der Marktstudie

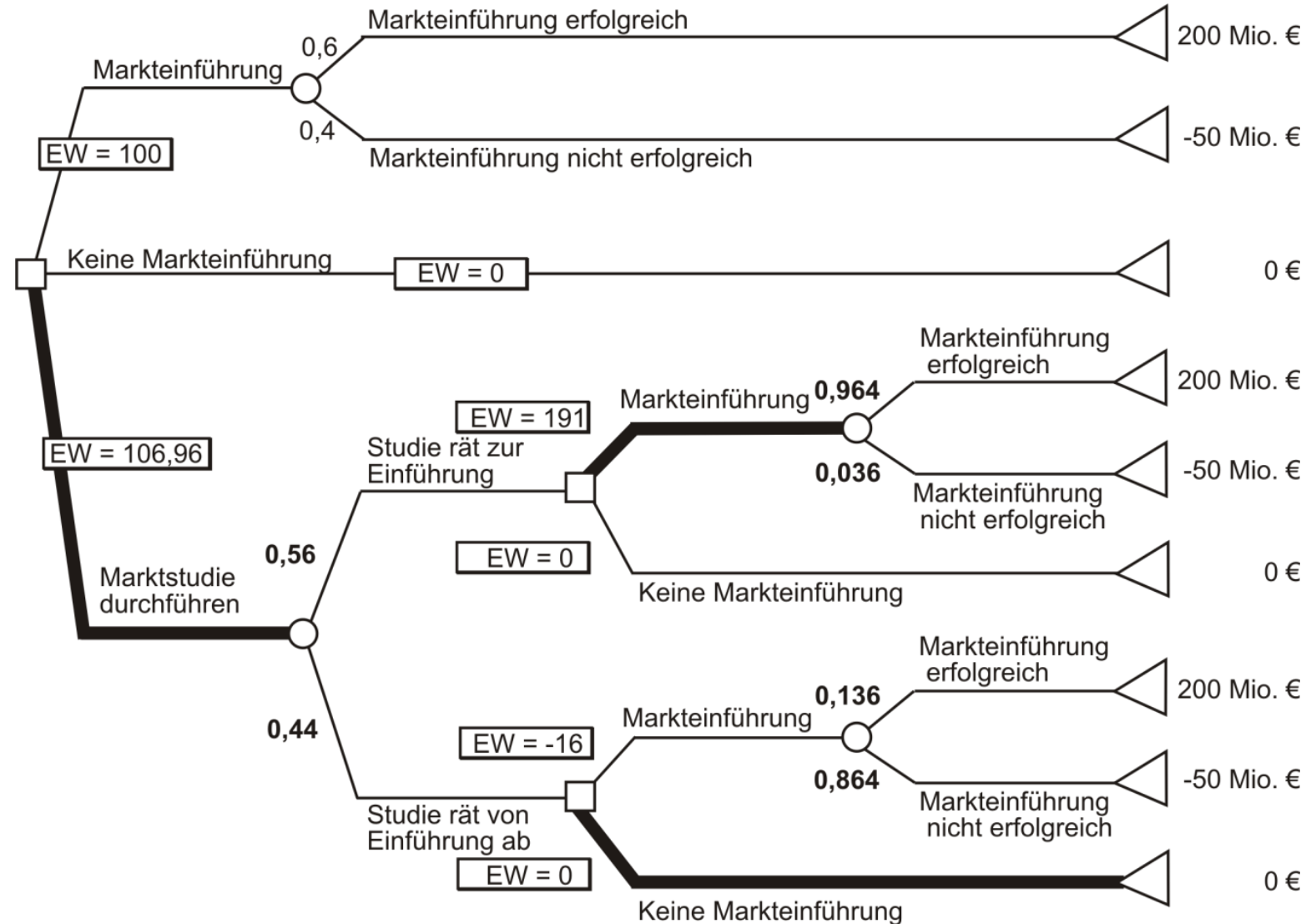
	A-Priori- W.- keiten	Likelihoods $p(I_j s_i)$		Gemeinsame Wahrscheinlichkeiten $p(I_j, s_i) = p(I_j s_i) \cdot p(s_i)$		A-Posteriori- Wahrscheinlichkeiten $p(s_i I_j) = p(s_i, I_j) / p(I_j)$	
	$p(s_i)$	I_1	I_2	I_1	I_2	I_1	I_2
s_1	0,6	0,9	0,1	0,54	0,06	0,964	0,136
s_2	0,4	0,05	0,95	0,02	0,38	0,036	0,864
				$p(I_1)=0,56$	$p(I_2)=0,44$	1	1

Bekannt

(Aussage über Zuverlässigkeit der Information)

gesucht

Beispiel: Marktstudie als Informationsbeschaffungsmaßnahme



Marktstudie darf maximal
6,96 Mio € kosten

Aufgabe 10 (Lehrbuch Teil III, S. 247-254)

Sie haben im Internet ein sehr gutes Gebrauchtwagenangebot aus Ihrer Nähe gefunden. Da der vom sich offensichtlich im Gebrauchtwagenmarkt nicht auskennenden Verkäufer verlangte Preis um 1.000 Euro vom üblichen Durchschnittspreis nach unten abweicht, möchten Sie dieses Auto eigentlich auf jeden Fall kaufen.

Da es sich jedoch um ein Inserat aus dem Internet handelt und Sie kürzlich gelesen haben, dass 10 Prozent aller Gebrauchtwagen dieses Baujahrs eklatante Mängel aufweisen, deren Behebung im Schnitt 2.500 Euro kostet, überlegen Sie, das Auto vor dem Kauf einer Kfz-Prüfstelle vorzuführen. Aufgrund eines Service-Tests in einer Autozeitschrift wissen Sie, dass diese Prüfstelle mangelbehaftete Pkw zu 95 Prozent als solche erkennt. Allerdings ist man dort so vorsichtig, dass bei eigentlich mängelfreien Pkw in 10 Prozent der Fälle Schäden vorhergesagt werden, die in absehbarer Zeit so gar nicht eintreten.

- a) Berechnen Sie die A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten.
- b) Machen Sie das Szenario anhand eines Entscheidungsbaums deutlich.
- c) Unterstellen Sie Risikoneutralität. Wie viel darf die Kfz-Prüfstelle für ihr Urteil maximal verlangen, damit Sie sie in Anspruch nehmen?

a)

Zustände: s_1 : Auto ohne Mängel $p(s_1) = 0,9$
 s_2 : Auto mit Mängeln $p(s_2) = 0,1$ } *bekannte A-Priori
Wahrscheinlichkeiten*

Ereignisse: Urteil: mängelfrei: I_1
 Urteil: mängelbehaftet: I_2

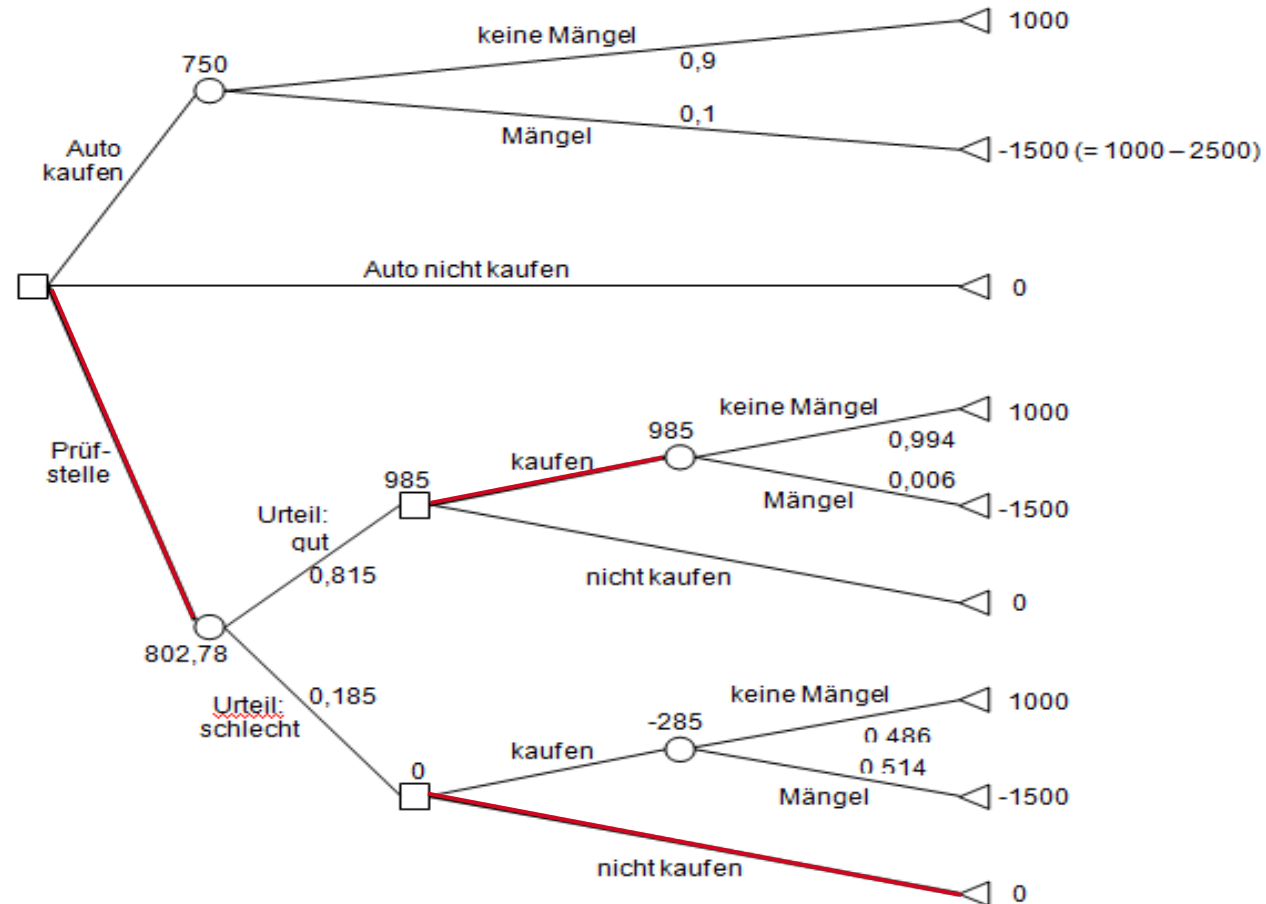
Gegebene Informationen:

		Urteil (Information)	
		mängelfrei (I_1)	mängelbehaftet (I_2)
Autozustand	ohne Mängel (s_1)	$p(I_1 s_1)=90\%=0,9$	$p(I_2 s_1)=10\%=0,1$
	mit Mängeln (s_2)	$p(I_1 s_2)=5\%=0,05$	$p(I_2 s_2)=95\%=0,95$

Likelihoods

A-Priori- Wahrscheinlichkeiten		Likelihoods $p(l_j s_i)$		gemeinsame W'keiten $p(l_j, s_i) = p(l_j s_i) * p(s_i)$		A-Posteriori- W'keiten $p(s_i l_j) = p(s_i, l_j) / p(l_j)$	
	$p(s_i)$	l_1	l_2	l_1	l_2	l_1	l_2
s_1	0,9	0,90	0,10	0,81	0,09	0,994	0,486
s_2	0,1	0,05	0,95	0,005	0,095	0,006	0,514
				0,815 = $p(l_1)$	0,185 = $p(l_2)$	1	1

b)



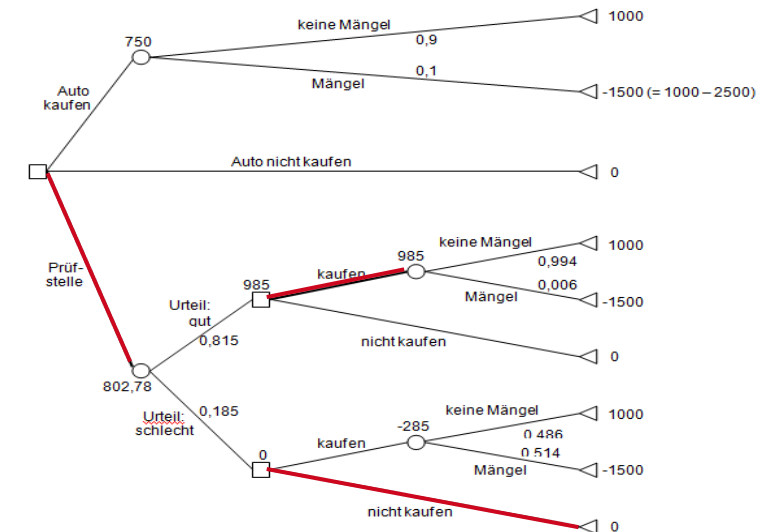
c)

Erwartungswert ohne Prüfstelle: 750

Erwartungswert mit Prüfstelle: $0,815 \cdot 985 + 0,185 \cdot 0 = 802,78$

→ **Wert der Information:** $802,78 - 750 = 52,78$

→ Die Kfz-Prüfstelle darf maximal 52,78 Euro für ihr Urteil verlangen.



Übersicht der 10. Übung – Präskriptive Entscheidungstheorie

- ✓ Der Entscheidungsbaum: Das Roll – Back – Verfahren
- ✓ Aufgabe 9
- ✓ Wert einer Information, Bayes'sches Theorem
- ✓ Aufgabe 10