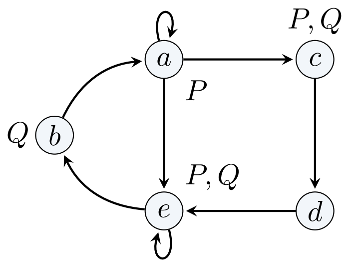
Tutoriumsaufgabe 1 (Modallogik)

Wir betrachten die Modallogische Formel

$$\varphi := \Diamond(Q \to \Box(P))$$

und die folgende Kripkestruktur $\mathfrak{A}$ mit Universum A.



Finden Sie alle Welten $x \in A$ sodass

$$\mathfrak{A}, x \models \varphi.$$

Formel P : a, c, e

Q : b, c, e

$\Box P$: a, b, d

$Q \to \Box P$: a, d, b

$\Diamond(Q \to \Box P)$: e, c, a, b

Tutoriumsaufgabe 2 (Definierbarkeit in der Modallogik)

Zeigen Sie oder widerlegen Sie, dass folgende Eigenschaften von Kripkestrukturen mit ausgewählter Welt a durch eine modallogische Formel definierbar sind. (Beweisen Sie die Definierbarkeit durch eine Formel, und widerlegen Sie sie, indem Sie die Gewinnstrategie für (D) in einem Bisimulationsspiel angeben.)

a) a ist eine Endwelt (hat keine Nachfolgerwelten).

Nachfolgerwelt

b) Wenn a zwei verschiedene erreichbare Welten hat, in den P gilt, dann ist Q aus a beweisbar.

$\Box(Q)$

c) a liegt auf einem Dreieck in dem Digraphen der Kripkestruktur.

$\Diamond$ $\Box$

d) Wenn P in a möglich ist, dann ist Q aus a beweisbar.

a) $\neg \exists x' \; E(x, x')$

$\neg \Diamond \top \;\equiv\; \Box \bot$

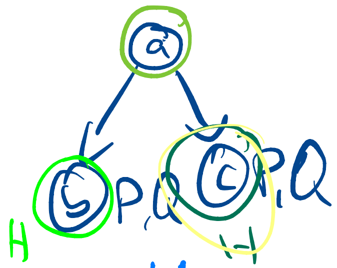
b) nicht definierbar

1

2' D gewinnt

2'' D gewinnt

2''' D gewinnt

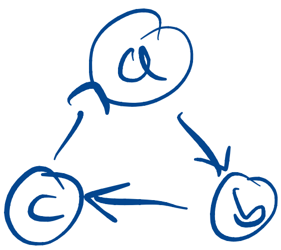


In Welt a gilt die Eigenschaft

In Welt a' nicht

Dublikator gewinnt $BS(\mathfrak{A}, a, \mathfrak{B}, a')$

c) nicht definierbar



für $n \in \mathbb{N}$ Welt n mit Nachfolger $n+1$

In Welt a gilt die Eigenschaft

In den Welten a' & 0 gilt die Eigenschaft nicht

Dublikatoring gewinnt, da sie immer einen Nachfolger wählen kann.

d) $(\Diamond(P)) \rightarrow (\Box(Q))$