Tutoriumsblatt 2 mit Musterlösung

Aufgabe 2.1: Selbsttaktende Codes

Eine wichtige Eigenschaft von Leitungscodes ist die *Selbsttaktung*.

a) *Erklären Sie knapp* die Bedeutung des Begriffs *Selbsttaktung*.

b) Geben Sie an, ob die folgenden Codes selbsttaktend sind: *Manchester, NRZ*. Begründen Sie jeweils knapp, warum der Code selbsttaktend ist bzw. warum nicht.

Lösung 2.1

Allgemeine Infos auf Folie II-28.

1.a) *Selbsttaktung* bezeichnet die Fähigkeit eines Leitungscodes, die Synchronisation einer Bitfolge zwischen Sender und Empfänger ohne weitere Hilfsmittel (z.B. Taktleitung) sicherzustellen. Dazu wird in Kombination mit den zu übertragenden Daten eine Taktinformation mit in die erzeugte Signalfolge eingebettet, anhand derer der Empfänger den Takt auslesen und die Daten synchronisiert entnehmen kann.

Oder anders ausgedrückt (aus „Einführung in die Informations- und Codierungstheorie“): Ein Code ist selbstakttend, wenn der Empfänger die Möglichkeit hat, die Länge eines Bits auszumessen.

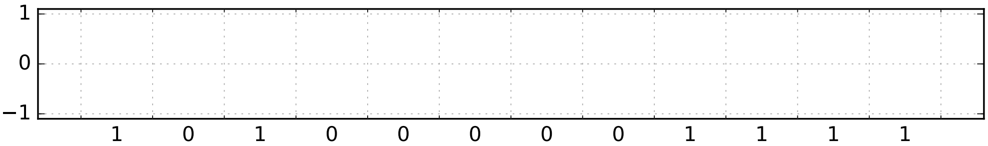
1.b) *Manchester* ist selbsttaktend – jedes Bit wird für zwei Schritte übertragen, und als Taktsignal nehmen wir zwischen beiden Schritten einen Pegelwechsel vor.

NRZ ist nicht selbsttaktend – jedes Bit wird für einen Schritt übertragen und mit einem festgelegten Pegel codiert. Tritt eine lange Folge des gleichen Bitwerts auf, senden wir lange auf dem gleichen Pegel. Es gibt keine Veränderung, also kein eingebettetes Taktsignal.

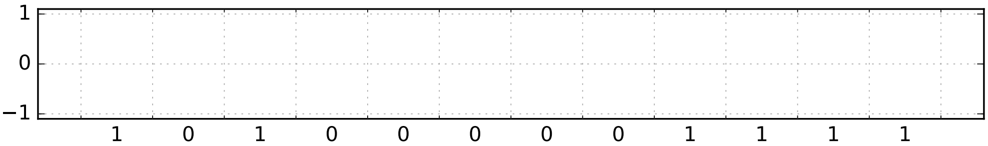
Aufgabe 2.2: Modulation und Leitungscodes

Ein Rechner hat die Bitsquenz `101000001111` zu übertragen.

Skizzieren Sie im nachfolgenden Diagramm die Übertragung der Bitsequenz mittels *Phasenmodulation*:

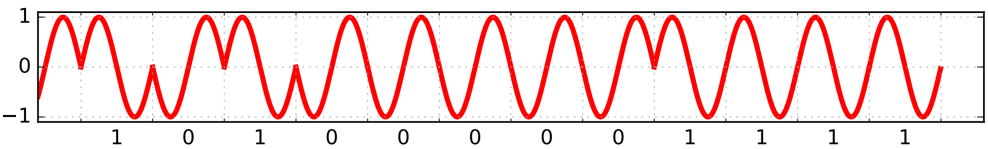


Codieren Sie die Bitsequenz nun mittels des Leitungscodes *Biphase-S*. Dieser Code ist eine Variante des Manchester-Codes. Die logische Null wird wie beim differentiellen Manchester-Code durch je einen Pegelwechsel im ersten und zweiten Schritt dargestelltb. Die logische 1 wird durch einen Pegelwechsel am Anfang des Signals dargestellt; auf dem resultierenden Pegel wird für zwei Schritte gesendet.



Lösung 2.2

Phasenmodulation:



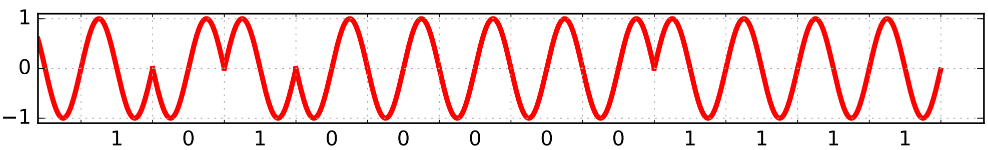
ACHTUNG! Abweichende Lösungen sind möglich! In dieser Lösung gewählt wurde die Codiervorschrift

- 1 → Übertrage Sinussignal ohne Phasenverschiebung
- 0 → Übertrage Sinussignal mit 180° Phasenverschiebung

(Man könnte die Bitwerte genausogut umgekehrt codieren. Das ist alles eine Frage, wie ein konkretes Kommunikationssystem standardisiert wird. Der Standard der BItübertragungsschicht muss dies exakt definieren.)

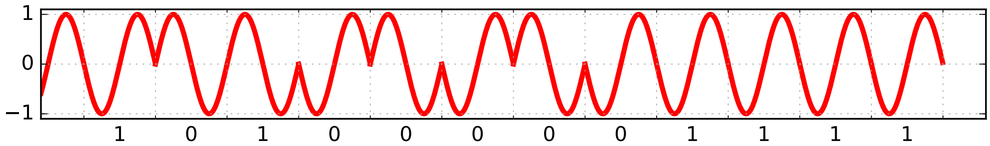
Hier wurde der Takt bzw. die Frequenz des Trägersignals so gewählt, dass in jedem Takt exakt eine Schwingung erfolgt. Je nach Verhältnis von Trägerfrequenz und Schrittdauer können es auch zwei, drei, ... Schwingungen sein.

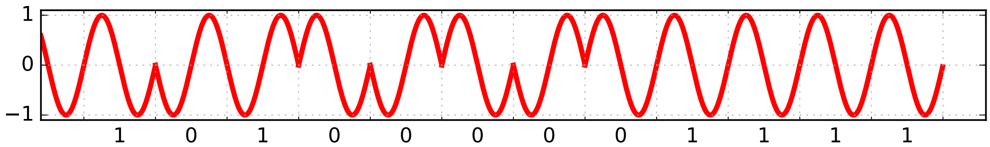
Die halbe Schwingung ganz am Anfang ist das Ende von vorher übertragenen (und nicht von uns betrachteten) Bits. Da wir hier nach fester Vorschrift codieren, ist es für unsere Lösung eigentlich irrelevant. Die sieht genauso aus, wenn das Signal vorher invertiert gewesen wäre:



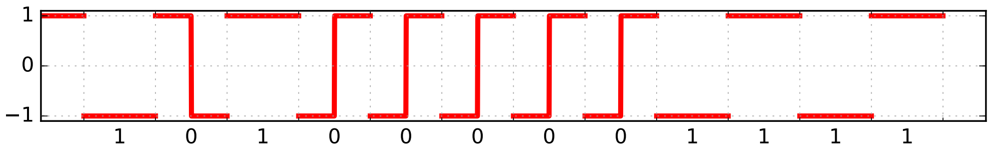
Wofür ist das am Anfang dann überhaupt gut? Die Antwort liefert ein Blick auf die Vorlesungsfolie zur Phasenmodulation: dort wird eine differentielle Modulation verwendet, bei der ein Phasensprung von 180° zu Beginn eines Taktes eine 0 darstellt. Eine 1 wird dadurch dargestellt, dass man am Anfang des Taktes keinen Phasensprung vornimmt. Also wie beim differentiellen NRZ-Code.

Das Diagramm sähe dann, je nach Verlauf des vorherigen Signals, so aus:





Biphase-S:

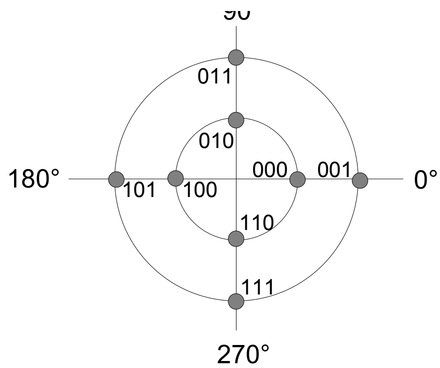


Dieses Verfahren verwendet eine differentielle Codierung, wenn eine 1 dargestellt werden soll: wir wechseln den Pegel zu Beginn des Taktes, in dem die 1 übertragen wird. In der Abbildung wird die erste 1 durch einen hohen Pegelwert codiert. Aber man könnte sie auch durch einen niedrigen Pegelwert codieren, wenn man annimmt, dass vorher ein hoher Wert übertragen wurde. Deswegen ist hier in der Lösung auch der angenommene vorherige Wert eingetragen. Es ist das gleiche wie oben bei der differentiellen Phasenmodulation.

Aufgabe 2.3: Quadrature Amplitude Modulation

Es soll mit einer vereinfachten Variation der 8-QAM übertragen werden, die im Folgenden dargestellt ist:

Bitwert	*Amplitude*	*Phasenverschiebung*
000	*1*	*0°*
001	*2*	*0°*
010	*1*	*90°*
011	*2*	*90°*
100	*1*	*180°*
101	*2*	*180°*
110	*1*	*270°*
111	*2*	*270°*

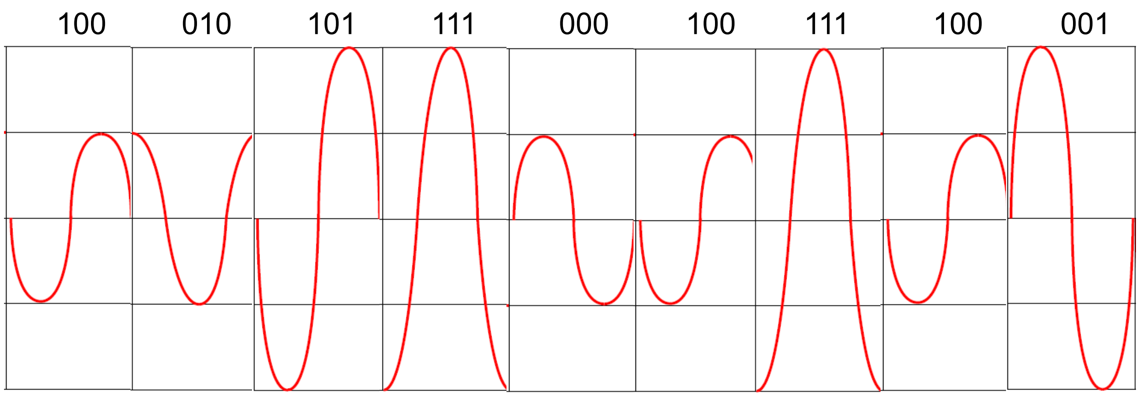


a) Die Bitfolge 100010101111000100111100001 soll gesendet werden. *Zeichnen Sie die Signalfolge*, die dazu übertragen wird. Gehen Sie davon aus, dass ein Schritt genau einer Oszillation der Trägerschwingung entspricht, Sie also jedes Signal mit genau einer Schwingung darstellen können.

b) In der Praxis wird z.B. bei LTE eine QAM mit 256 Zuständen verwendet. Welche *Datenrate* lässt sich damit auf einem rauschfreien Kanal mit einer Bandbreite von 20 MHz erreichen? Welchen Einfluss hätte ein *Rauschen* auf dem Kanal?

Lösung 2.3

3.a)



Achtung: in der Praxis erfolgt auch oft eine differentielle Verwendung der Phasenlagen; man könnte also die Phasenwerte nicht als absolute Startpositionen der Schwingung darstellen, sondern als Unterschiede zum letzten Wert des vorherigen Signals.

3.b)

256 Zustände entspricht $x = 8$ Bit. Laut Nyquist (rauschfreier Kanal) können wir $2 \cdot B \cdot x$ Bit übertragen. Dies ist bei 20 MHz Bandbreite $2 \cdot 20\,\text{MHz} \cdot 8\,\text{Bit} = 320\,\text{MBit/s}$.

Liegt ein Rauschen vor, müsste stattdessen Shannons Theorem verwendet werden. Hierbei ist zu beachten, dass Shannons Theorem unter Umständen einen geringeren Wert liefert. In diesem Fall kann die Anzahl der geplanten Signalstufen schlicht nicht verwendet werden und man müsste auf eine Modulation mit weniger Zuständen umschalten.

Genauer: Rauschen beeinflusst den Kanal, indem es die übertragenen Signale verzerrt. Man kann sich die Phasenmodulation aus der vorherigen Aufgabe hernehmen und die 8-QAM aus dieser Aufgabe und dann eine grobve 256-QAM denebenmalen. dann sieht man: die erlaubten Phasenlagen rücken immer weiter zusammen. Ein Rauschen verzerrt das Signal und dadurch Amplitude und Phase. Der Empfänger bekommt etwas, was eventuell von Phase und Amplitude her irgendwo zwischen den Punkten in den QAM-Diagrammen liegt und „rundet" hin zum nächstgelegenen Punkt. Dadurch kann es zu Fehlinterpretationen und in Folge Bitfehlern kommen... das heißt: je größer das Rauschen, desto genger wird die Zahl an Signalstufen, die man noch sicher verwenden kann. Dadurch sinkt die Datenrate – was Shannons Theorem ausdrückt.

Bei Shannon handelt es sich um ein theoretisches Maximum - das in der Praxis vermutlich nicht erzielbar ist, da man immer eine Codierung für die Daten benötigt und es z.B. nicht möglich ist, eine Clodierung mit 13,876309 Signalstufen zu verwenden.

Das ganze wird in der nächsten Aufgabe auch noch mal anhand einer Rechnung betrachtet.

Aufgabe 2.4: Signalübertragung - Nyquist & Shannon

Betrachen Sie einen Übertragungskanal mit einer Bandbreite von 3200 kHz. In einem Schritt werden auf diesem Kanal 6 Bits codiert.

a) Wie viele *Signalstufen* müssen bei der Übertragung verwendet werden?

b) Wie hoch ist die *maximale Datenrate*, die erzielt werden kann, wenn ein *rauschfreier Kanal* angenommen wird?

c) Nun sollen Störeinflüsse berücksichtigt werden. Berechnen Sie nun die *maximale Datenrate* des Kanals für die *Signal-Rausch-Abstände* 25 dB und 40 dB.

d) Welche *Beschränkungen* führen zu den *maximal erreichbaren Datenraten* nach Nyquist- bzw. nach Shannon-Theorem? Woran liegt es, dass jeweils nur der *kleinere der beiden Werte* die tatsächlich maximal erreichbare Datenrate angibt? Was bedeutet es, wenn die durch das Shannon-Theorem angegebene Grenze oberhalb der des Nyquist-Theorems liegt? Was im umgekehrten Fall?

e) Gegeben seien zwei Stationen, die durch ein 256 m langes Koaxialkabel miteinander verbunden sind. Wie viele Bits befinden sich maximal auf dem Übertragungskanal, wenn eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von $2 \cdot 10^8$ m/s auf dem Medium vorliegt?

Lösung 2.4

4.a) Zur Codierung von 6 Bit pro Schritt werden $2^6 = 64$ Signalstufen benötigt.

4.b) Wir haben eine Bandbreite und eine Anzahl von Signalstufen gegeben. Hurra, das Nyquist-Theorem kann eingesetzt werden. Nach Nyquist ist die maximale Datenrate $R_{max} = 2 \cdot B \cdot \mathrm{ld} n = 2 \cdot 3200000 \cdot 6 = 38400000 Bit/s$, d.h. 38400 KBit/s oder 38,4 MBit/s.

4.c) Nach Shannon beträgt die maximale Datenrate $R_{max} = B \cdot \mathrm{ld}(1 + \mathrm{S/N})$.

Vorher sollte man noch die in dB angegebenen SNR-Werte in S/N umrechnen:

$\mathrm{SNR_{dB}} = 10 \cdot \lg(\mathrm{S/N})$.

Heißt: $S/N = 10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}$

$25\mathrm{dB} \approx 316$

$40\mathrm{dB} = 10000$

- 25dB: $25\mathrm{dB} \approx 316 \Rightarrow R_{max} = 3200000 \cdot \mathrm{ld}317 \approx 26586685$ bit/s
- 40dB: $40\mathrm{dB} = 10000 \Rightarrow R_{max} = 3200000 \cdot \mathrm{ld}10001 \approx 42521141$ bit/s

Was bedeuten die Ergebnisse hier?

Im ersten Fall kommt weniger als oben bei Nyquist raus. Also ist wohl eine Codierung mit 6 Bit nicht sinnvoll, denn bei dem vorliegenden Rauschen können die Signalstufen nicht mehr detektiert werden.

Im zweiten Fall kommt mehr als bei Nyquist raus. Also können die 6 Bits auf einmal codiert werden. Aber damit erzielt man auch nur die oben angegebene Datenrate. Mehr bekommt man nur über die Leitung, wenn man auch mehr Signalstufen verwendet.

Und das leitet über zu Teil d)

4.d) Nyquist- und Shannon-Theorem geben beide obere Grenzen für die maximale Datenrate an. Dabei betrachtet das Nyquist-Theorem einen rauschfreien Kanal mit beschränkter Bandbreite und einer spezifischen Anzahl von Signalstufen. Das Shannon-Theorem hingegen betrachtet die theoretische Obergrenze der Bitrate auf einem rauschbelasteten Kanal, wobei die Anzahl der Signalstufen nicht betrachtet wird. In der Realität wird man aber einen Kanal mit einer festgelegten Bandbreite zur Verfügung haben und hat auch einen Signal-Rausch-Abstand, an dem man nichts ändern kann. Auch die Anzahl der Signalstufen ist vorgegeben durch die einzusetzende Codierung, wobei man in der Praxis oft mehrere Codes zur Auswahl hat. Um auf die maximale Datenrate zu kommen, ist die höchste Zahl an Signalstufen einzusetzen, die einer der Codes bietet.

Wir haben also drei Parameter die man berücksichtigen muss, aber wir haben kein Theorem, das alle drei Parameter gleichzeitig behandelt. Daher müssen wir beide Theoreme anwenden, um jeweils einen Teil des Ergebnisses zu bekommen. Da beide einen Maximalwert berechnen, ist der niedrigere Wert der restriktivere.

Die gleichzeitige Berücksichtigung von Rauschen und Signalstufen in einem Theorem wäre zu komplex, da sie in direkter Wechselwirkung stehen: je schwächer oder verzerter ein Signal ist, desto schwerer kann der Empfänger unterschiedliche Signalwerte voneinander unterscheiden. Und je ähnlicher sich verschiedene Signalwerte sind (d.h. bei vielen Signalstufen), desto eher kommt es bei Verzerrungen zu Fehlinterpretationen und damit zu Bitfehlern. Heißt: je niedriger der Signal-Rausch-Abstand, desto weniger Signalstufen gibt es, die weit genug auseinanderliegen, um im Rauschen noch eindeutig voneinander getrennt werden zu können.

Liegt das Ergebnis von Shannon über dem von Nyquist, heißt es, dass die Signalstufen, deren Anzahl man bei Nyquist eingesetzt hat, beim vorliegenden Rauschen noch gut genug unterschieden werden können, um eine korrekte Interpretation sicherzustellen. Zwar wäre noch eine höhere Datenrate möglich, aber die ließe sich nur mit noch mehr Signalstufen erreichen – wir müsen also zunächst eine Codierung finden, die mehr Signalstufen hat, deren Verwendung aber immer noch zu einer Datenrate führt, die unter dem Shannon-Ergebnis liegt.

Liegt das Ergebnis von Nyquist über dem von Shannon, heißt das, dass wir die Zahl an Signalstufen nicht einsetzen können, da sie durch das Rauschen zu stark verzerrt werden und nicht mehr eindeutig unterschieden werden können. Es kommt zu Fehlinterpretationen beim Empfänger. Wir müssen weniger Signalstufen verwenden, um noch ohne Fehler übertragen zu können.

In der Praxis sähe die Berücksichtigung der Theorem wie folgt aus: berechne zuerst mit Shannon, welche Datenrate maximal möglich ist, wenn ein gewisses Rauschen angenommen wird. Teste dann mit Nyquist, welches Maximum an Signalstufen noch eingesetzt werden kann, um den maximalen Wert unterhalb des Shannon-Ergebnisses zu erzielen.

Wobei dies nicht wirklich ein Beispiel aus der Praxis ist. Denn dort viel es viel praktischer umgesetzt. Nehmen wir mal WLAN als praktisches Beispiel her, welches BPSK, QPSK und QAM-Varianten bis 256-QAM unterstützt: Übertrage mit 256-QAM und schaue, ob eine Antwort zurückkommt. wenn nicht, übertrage mit 64-QAM und schaue, ob eine Antwort zurückkommt. Wenn nicht, ... – wir tasten uns also langsam an das Optimum ran. Und warum setzen wir nicht die tollen Theoreme ein? Weil die SNR leider von Empfänger zu Empfänger variiert und sich auch im Laufe der Zeit ändert. Außerdem ist die SNR am anderen Ende der Leitung ausschlaggebend, der Kommunikationspartner müsste sie uns also erst mal mitteilen.

Zusammenfassend: beide Theoreme berücksichtigen nur einen Teil der Parameter eines realen Systems. In der Realität müssen alle Parameter berücksichtigt werden. Beide Theoreme müssen erfüllt werden. Und das restriktivere ist dann ausschlaggebend. Und in der Praxis dienen die Theoreme nur der ersten theoretischen Betrachtung, im laufenden Betrieb tastet man sich lieber an das Optimum ran.

4.e) Signallaufzeit $= \frac{256m}{2 \cdot 10^8 m/s} = 1,28\mu s$.
$\Rightarrow$ Speicherkapazität $= 38400\,\text{kBit/s} \cdot 1{,}28\,\mu\text{s} \approx 49$ Bit