Exercice 1 – ***(Bijection réciproque)***

Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^{+*}$ définie par $f(x) = \frac{e^x+2}{e^{-x}}$. Montrer que f est bijective et calculer sa bijection réciporque f^{-1}.

Exercice 2 – ***(Composition, injectivité et surjectivité)***

Soient A, B, C et D 4 ensembles, et des applications $f : A \mapsto B$, $g : B \mapsto C$ et $h : C \mapsto D$.

1. Montrer que si $g \circ f$ injective, alors f est injective.
2. Montrer que si $g \circ f$ surjective, alors g est surjective.
3. Montrer que $g \circ f$ et $h \circ g$ sont bijectives si et seulement si f, g et h sont bijectives.

Exercice 3 – ***(Dérivée de la fonction*** arcsin***)***

Soit $f : [-1, 1] \mapsto [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ telle que $f(x) = \arcsin(x)$. On souhaite déterminer la dérivée de f dans cet exercice.

1. Montrer que $\forall x \in [-1, 1], f'(x) = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$.
2. A l'aide de l'identité $\cos^2 + \sin^2 = 1$, trouver une expression de $\cos(\arcsin(x))$ pour tout $x \in [-1, 1]$.
3. Conclure.

Exercice 4 – ***(Somme de fonctions hyperboliques)***

$\forall (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, montrer que :

1. $sh(x + y) = sh(x)ch(y) + ch(x)sh(y)$
2. $ch(x + y) = ch(x)ch(y) + sh(x)sh(y)$

Exercice 5 – ***(Inégalités de fonctions hyperboliques)***

$\forall x \in \mathbb{R}$, montrer que :

1. $sh(x) \geq x$
2. $ch(x) \geq 1 + \frac{x^2}{2}$

Exercice 6 – ***(Equation)***

Résoudre l'équation $cosh(x) = 2$.