

Travaux pratiques n°2: Traitement des Images

Etudiants: Dogan Ozgur et Melissaratos Konstantinos

Encadrant: M. Girard Félix

1 Transformée de Fourier 2D

1.1 Calcul de Transformée de Fourier

1.1.1 Tranformée de Fourier d'une image de disque

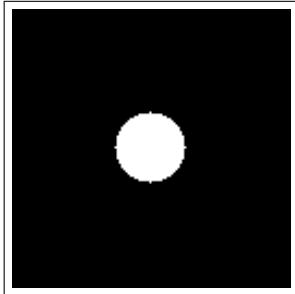


Figure 1: Image de disque de rayon 16

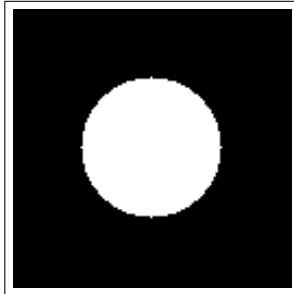


Figure 2: Image de disque de rayon 32

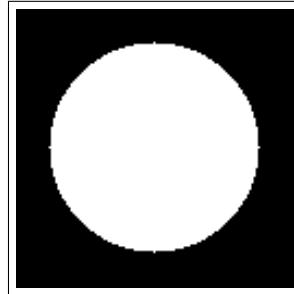


Figure 3: Image de disque de rayon 48

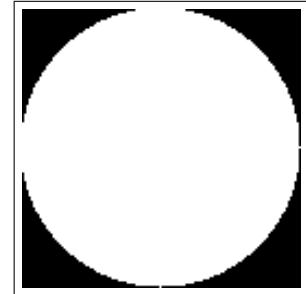


Figure 4: Image de disque de rayon 64

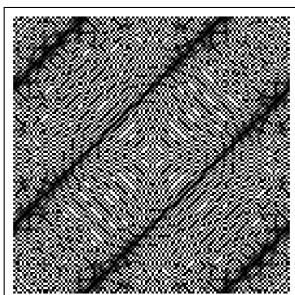


Figure 5: TF de l'image du disque de rayon 16

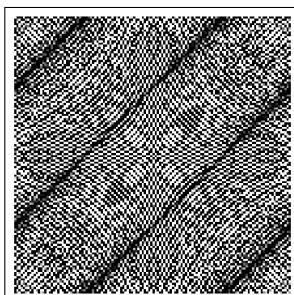


Figure 6: TF de l'image de disque de rayon 32

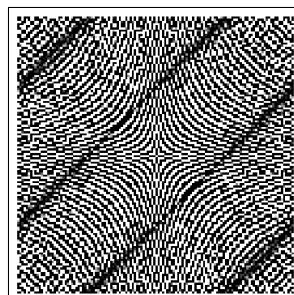


Figure 7: TF de l'image de disque de rayon 48

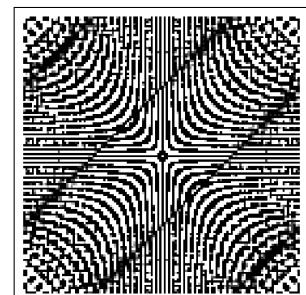


Figure 8: TF de l'image de disque de rayon 64

Nous pouvons voir sur les TF figurant sur les images ci-dessus que plus le rayon du cercle augmente, plus la forme visible dans les quatre coins de la transformée est clairement distinguable.

1.1.2 Transformée de Fourier d'une image sinusoïdale verticale

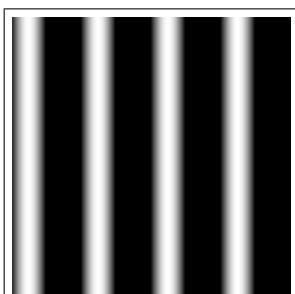


Figure 9: Image sinusoïdale verticale de fréquence 4

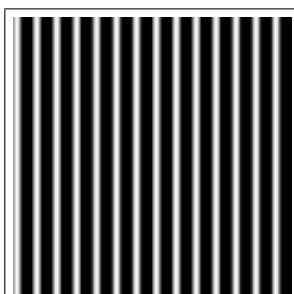


Figure 10: Image sinusoïdale verticale de fréquence 14

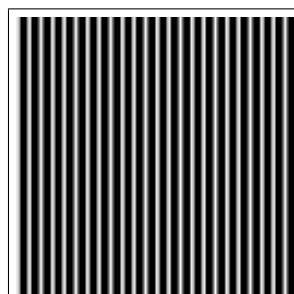


Figure 11: Image sinusoïdale verticale de fréquence 24

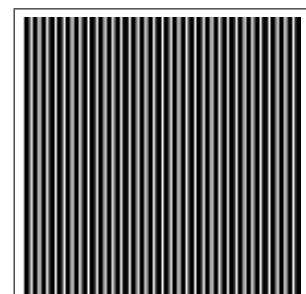


Figure 12: Image sinusoïdale verticale de fréquence 34

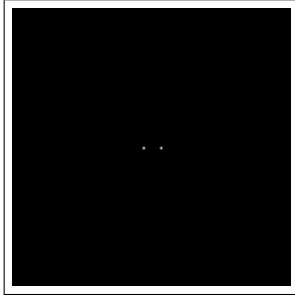


Figure 13: TF de l'image sinusoïdale verticale de fréquence 4

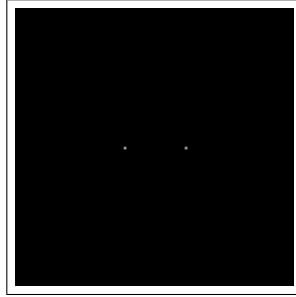


Figure 14: TF de l'image sinusoïdale verticale de fréquence 14

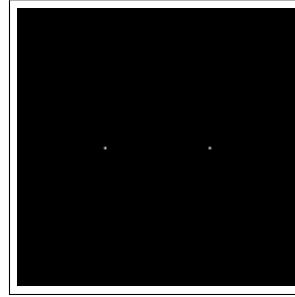


Figure 15: TF de l'image sinusoïdale verticale de fréquence 24

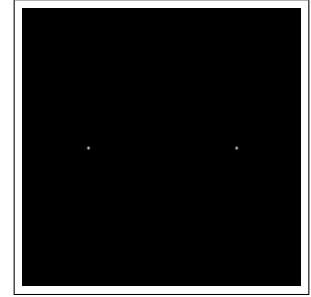


Figure 16: TF de l'image sinusoïdale verticale de fréquence 34

Nous pouvons voir sur les figures de la Transformée de Fourier de la sinusoïde deux points qui correspondent à des diracs *modélisant* la fréquence du sinus. Nous pouvons constater que plus la fréquence augmente, plus ces deux points s'éloignent entre eux.

1.1.3 Transformée de Fourier d'une image sinusoïdale horizontale

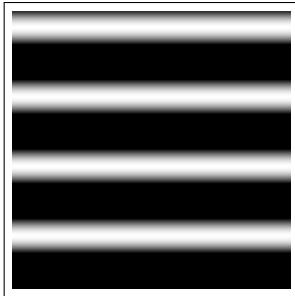


Figure 17: Image sinusoïdale horizontale de fréquence 4

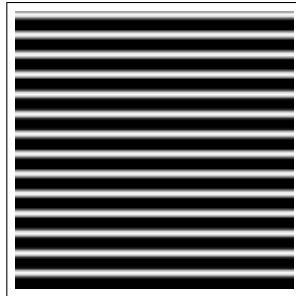


Figure 18: Image sinusoïdale horizontale de fréquence 14

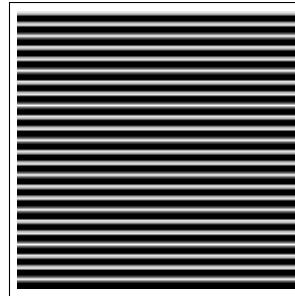


Figure 19: Image sinusoïdale horizontale de fréquence 24

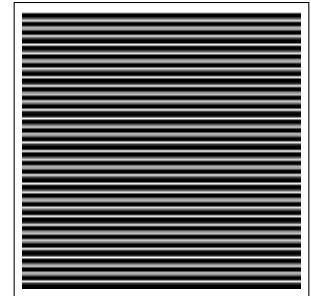


Figure 20: Image sinusoïdale horizontale de fréquence 34

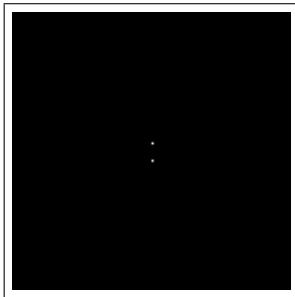


Figure 21: TF de l'image sinusoïdale horizontale de fréquence 4

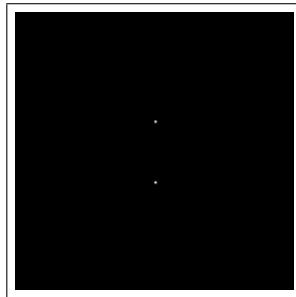


Figure 22: TF de l'image sinusoïdale horizontale de fréquence 14

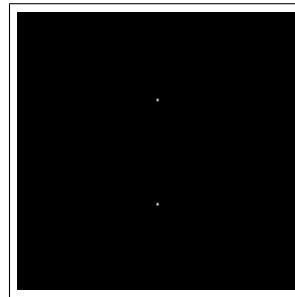


Figure 23: TF de l'image sinusoïdale horizontale de fréquence 24

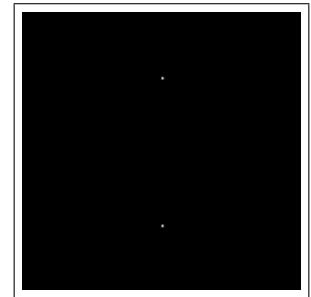


Figure 24: TF de l'image sinusoïdale horizontale de fréquence 34

Nous pouvons constater que la transformée de la sinusoïdale horizontale est identique à celle de la sinusoïdale verticale à $\frac{\pi}{2}$ près.

1.1.4 Transformée de Fourier d'une Gaussienne centrée

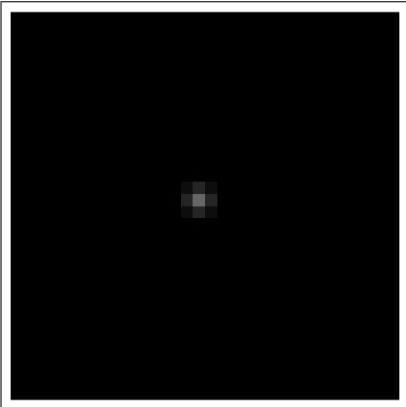


Figure 25: Image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 0.1$

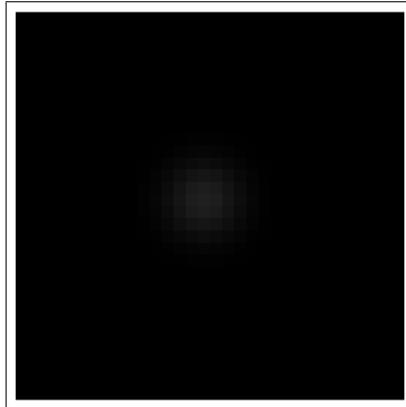


Figure 26: Image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 1$

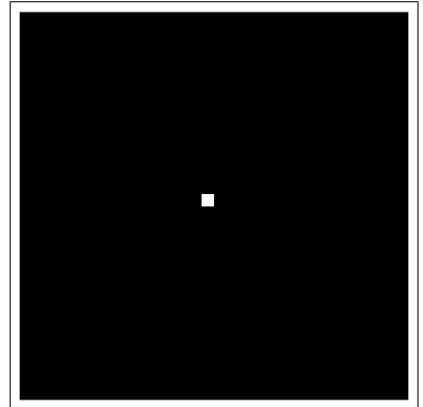


Figure 27: Image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 10$

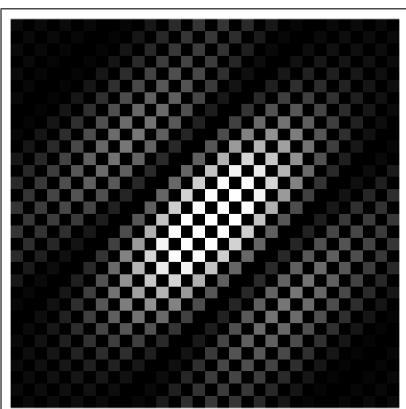


Figure 28: TF de l'image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 0.1$

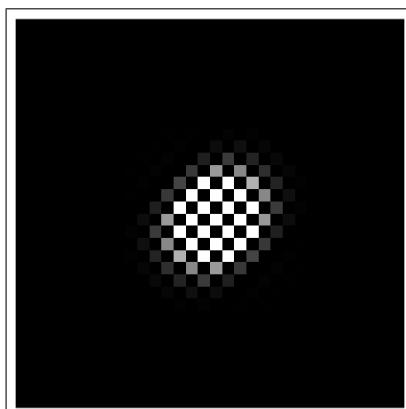


Figure 29: TF de l'image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 1$

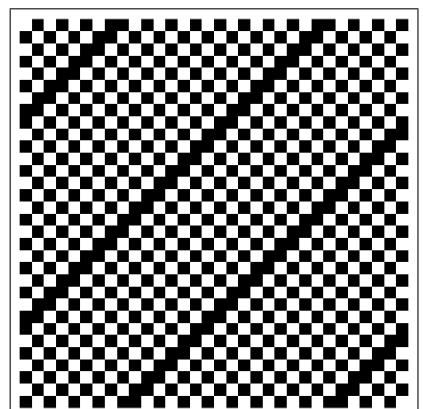


Figure 30: TF de l'image de la fonction gaussienne centrée de $\sigma^2 = 10$

1.1.5 Transformée de Fourier de l'image *barbara.pgm*

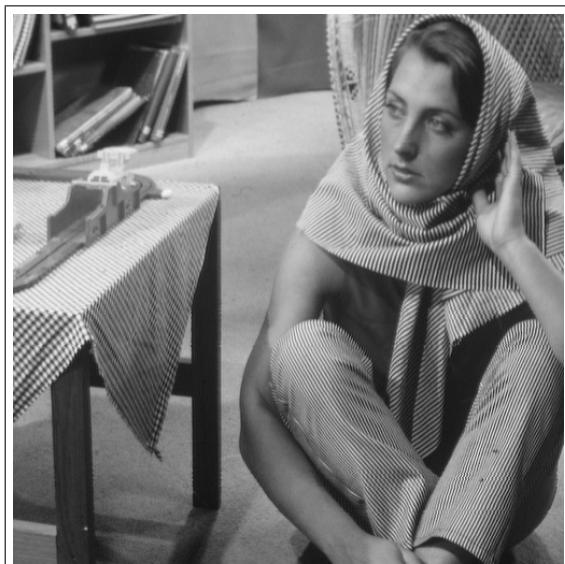


Figure 31: Image *barbara.pgm*

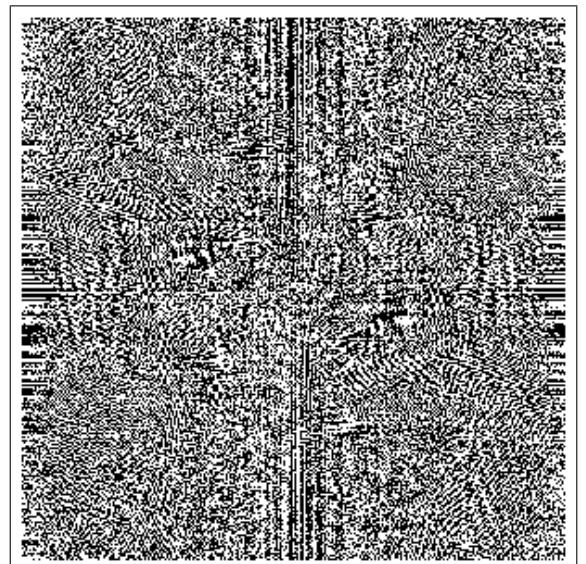


Figure 32: TF de l'image *barbara.pgm*

1.2 Influence du bruit

1.2.1 Image d'un disque

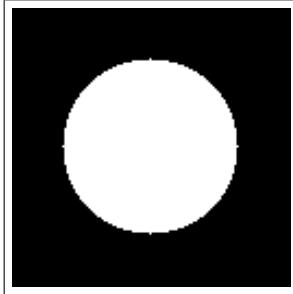


Figure 33: Image d'un disque

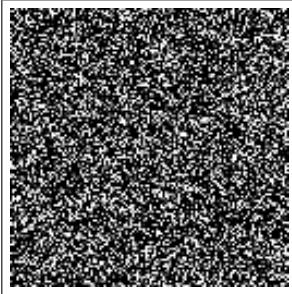


Figure 34: Bruit blanc gaussien ajouté

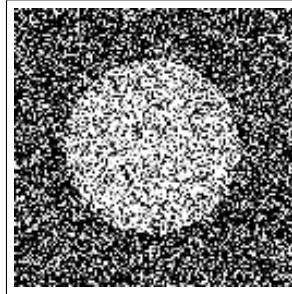


Figure 35: Image du disque bruitée

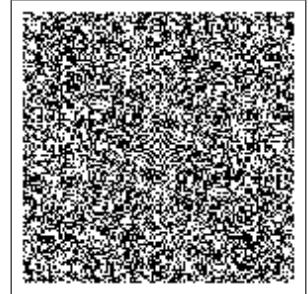


Figure 36: TF de l'image du disque bruitée

Nous pouvons voir sur la figure 36, que après avoir ajouter du bruit à l'image, la forme régulière qui était présente à la TF du disque (c.f. figures 5, 6, 7 et 8) n'existe plus. Celà est un résultat attendu étant donné que les variations de couleur dans l'image se sont multiplié très fortement.

En appliquant des masques circulaires de rayons différents à la TF du disque bruité nous obtenons les résultats suivants:

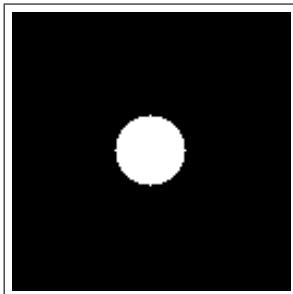


Figure 37: Masque de rayon 16

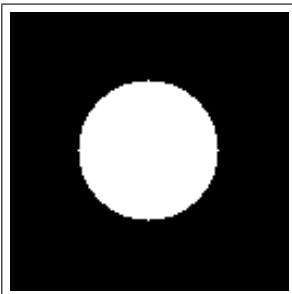


Figure 38: Masque de rayon 32

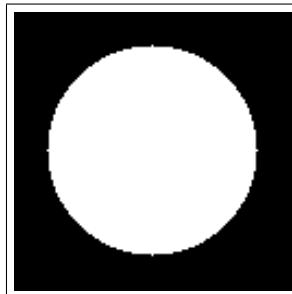


Figure 39: Masque de rayon 48

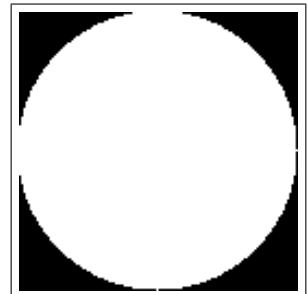


Figure 40: Masque de rayon 64

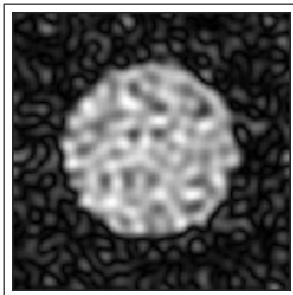


Figure 41: TF inverse après application du masque de rayon 16

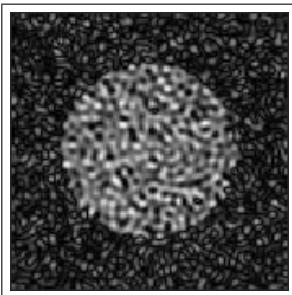


Figure 42: TF inverse après application du masque de rayon 32

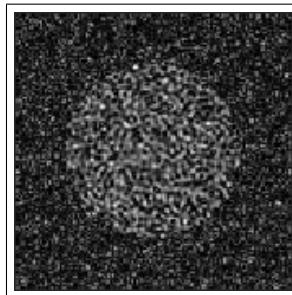


Figure 43: TF inverse après application du masque de rayon 48

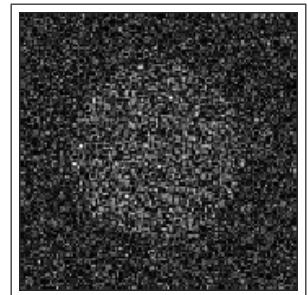


Figure 44: TF inverse après application du masque de rayon 64

Nous pouvons voir que lorsqu'on met à zero les valeurs de la TF située dans la périphérie, c'est-à-dire les hautes fréquences, nous obtenons une images avec moins de bruit. Lorsque le rayon du masque appliqué augmente, alors la réduction du bruit est de moins en moins importante. Pour appliquer ce masque, nous faisons une multiplication dans le domaine fréquentiel, qui dans le domaine spatial équivaut à une convolution.

1.2.2 Image barbara.pgm

Nous appliquons à l'image *barabara.pgm* un bruit blanc gaussien et nous obtenons l'image suivante:

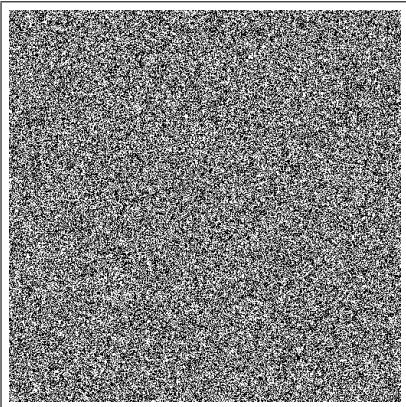


Figure 45: Bruit blanc gaussien

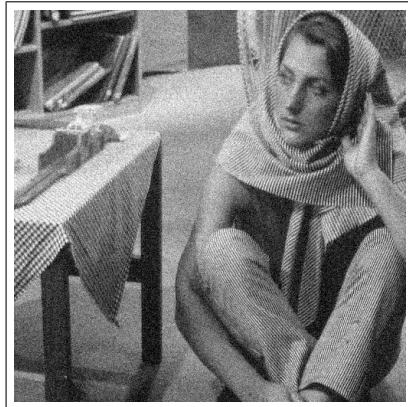


Figure 46: Image bruitée

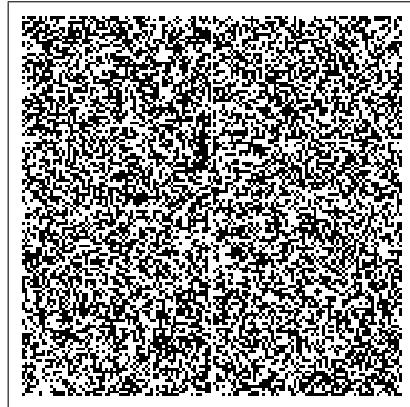


Figure 47: TF de l'image bruitée

En appliquant les mêmes masque que nous avons appliqué au disque, à la TF de l'image *barbara.pgm* bruitée, suivis de la transformation inverse, nous obtenons les résultats suivants:



Figure 48: TF inverse après application du masque de rayon 64



Figure 49: TF inverse après application du masque de rayon 128

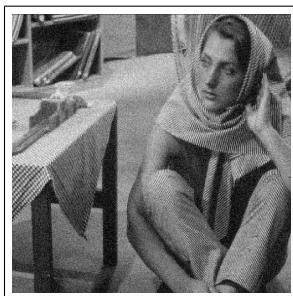


Figure 50: TF inverse après application du masque de rayon 192

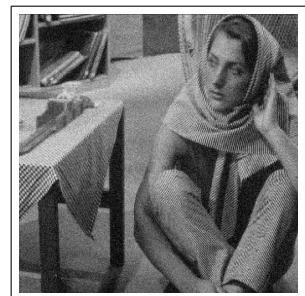


Figure 51: TF inverse après application du masque de rayon 256

Nous pouvons voir que dans le cas d'une image plus complexe, avec une TF plus complexe, plus le rayon du masque appliqué est grand, moins le bruit est atténué.

1.3 Filtrage dans le domaine fréquentiel

Le filtrage dans le domaine fréquentiel se fait comme suit: nous appliquons un certains type de filtre (passe-haut, passe-bas, passe-bande...) afin de supprimer les fréquences non désirées. Souvent, le bruit étant situé dans les hautes fréquences, nous utilisons un filtre passe bas.

Dans les cas suivants nous utilisons un filtre passe-haut, c'est-à-dire mettre à zéro les basses fréquences.

1.3.1 Image d'un disque

Les différents filtres appliqués à l'image du disque sont les suivants:

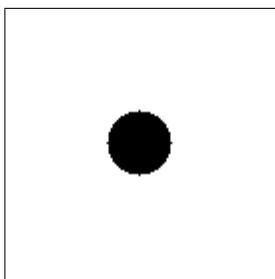


Figure 52: Masque de rayon 16

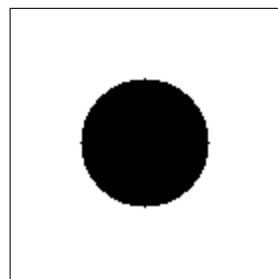


Figure 53: Masque de rayon 32

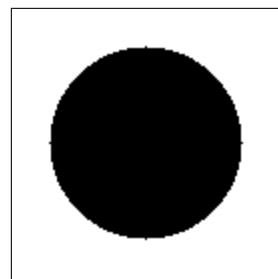


Figure 54: Masque de rayon 48

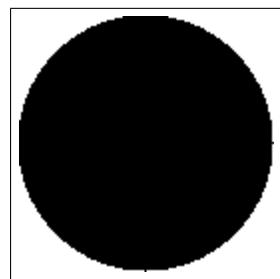


Figure 55: Masque de rayon 64

Les images du disque après avoir appliqué ces filtres dans le domaine fréquentiel sont les suivantes:

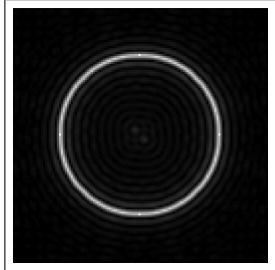


Figure 56: Image du disque après application du masque de rayon 16

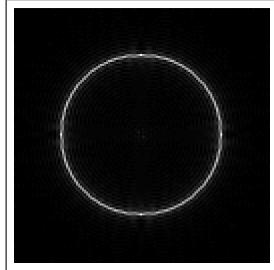


Figure 57: Image du disque après application du masque de rayon 32

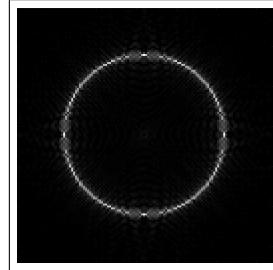


Figure 58: Image du disque après application du masque de rayon 48

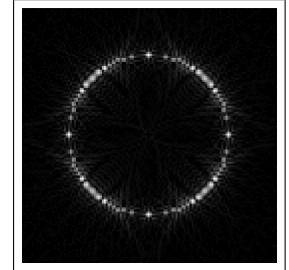


Figure 59: Image du disque après application du masque de rayon 64

Nous pouvons voir que à présent nous avons uniquement le contour du disque, mais du bruit y est présent. Ce bruit augmente lorsque le rayon du masque augmente.

L'opération effectuée dans le domaine fréquentiel est une multiplication, qui correspond à une convolution dans le domaine spatial.

1.3.2 Image facade.png

Dans cette partie, l'image utilisée est l'image suivante:



Figure 60: Image *facade.png*

Après avoir appliqué les filtres passe-haut cité précédemment (c.f. figures 52, 53, 54, 55) au spectre de cette image nous obtenons les images suivantes, après avoir procédé à une transformée de Fourier inverse:



Figure 61: Image obtenue après application d'un masque de rayon 64

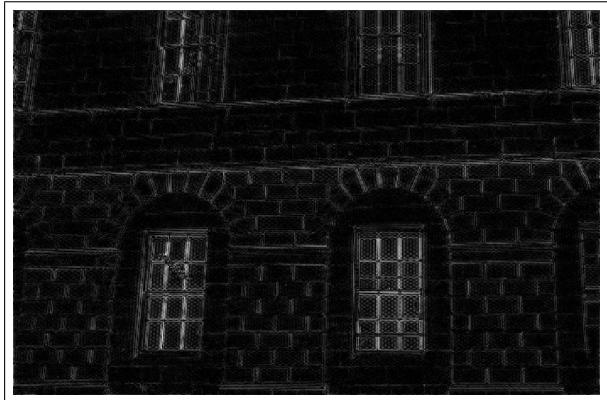


Figure 62: Image obtenue après application d'un masque de rayon 96

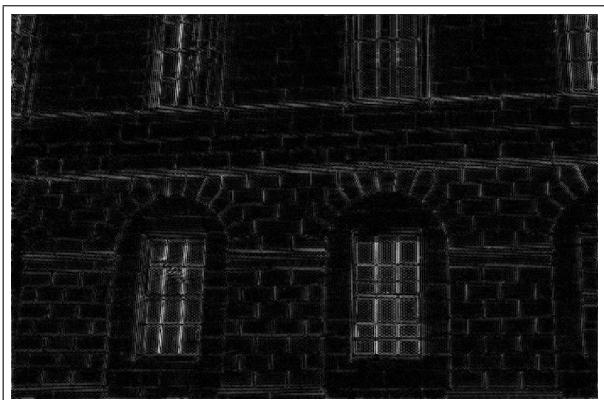


Figure 63: Image obtenue après application d'un masque de rayon 128



Figure 64: Image obtenue après application d'un masque de rayon 160

Il est possible de voir, surtout sur les bordures des briques, que plus le rayon du masque augmente, cette bordure devient de moins en moins claire, du bruit s'y ajoute.

1.4 Importance de la phase



Figure 65: Image *lena.pgm* d'origine

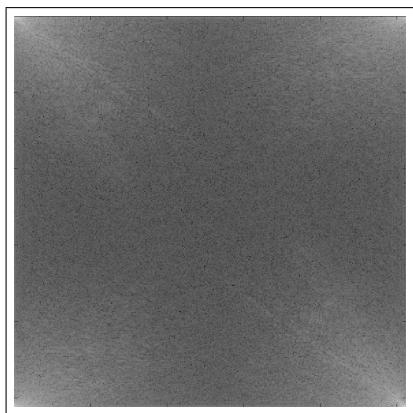


Figure 66: Module de l'image *lena.pgm*

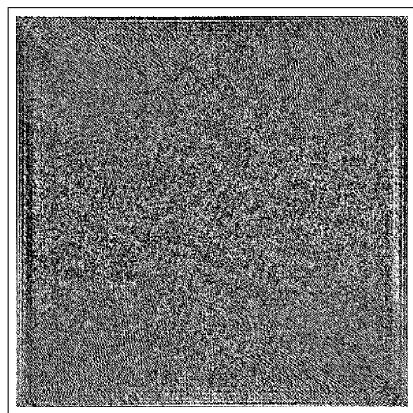


Figure 67: Phase de l'image *lena.pgm*



Figure 68: Image $barbara.pgm$ d'origine

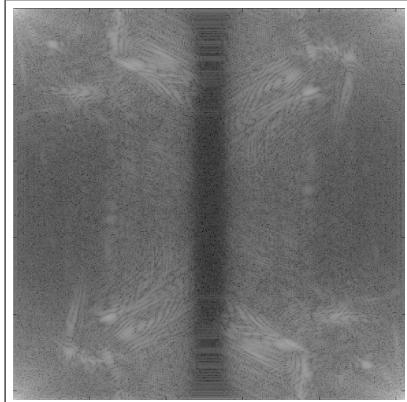


Figure 69: Module de l'image $barbara.pgm$

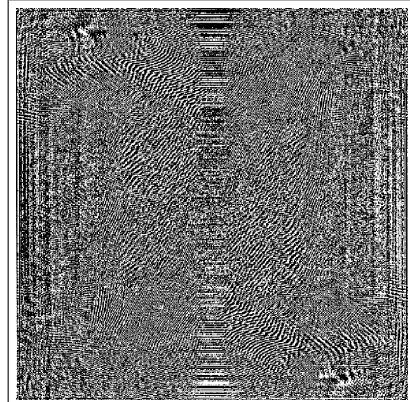


Figure 70: Phase de l'image $barbara.pgm$

En croisant les modules et le phases des images $barbara.pgm$ et $lena.pgm$ nous obtenons les images suivantes surprenantes:



Figure 71: Image $Module_{barbara} + Phase_{lena}$



Figure 72: Image $Module_{lena} + Phase_{barbara}$

Nous pouvons voir, sur les images ci-dessus, que l'image dont la phase a été utilisée est visible sur l'image reconstruite. Nous pouvons conclure que la phase de l'image contient une grande partie de l'information de l'image, concernant les formes et les intensités de niveaux de gris.

2 Correction de défauts

2.1 Combinaison de spectres

Voici les images *lena2.png* et *diagonale.png* ainsi que leur spectres:



Figure 73: Image *lena2.png*

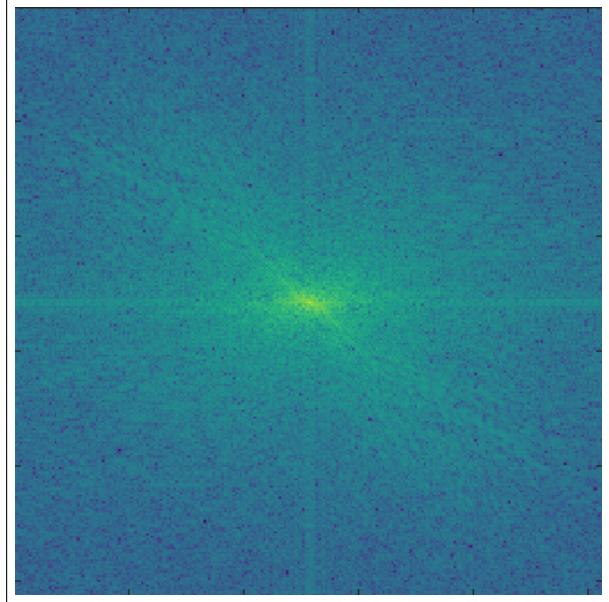


Figure 74: Spectre de l'image *lena2.png*

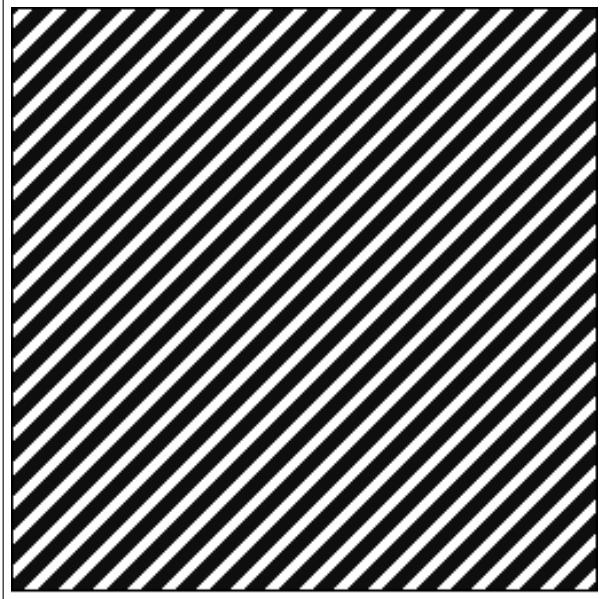


Figure 75: Image *diagonale.png*

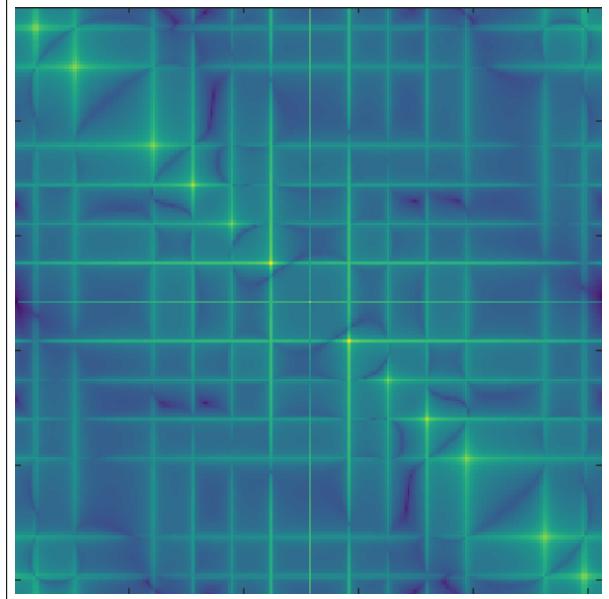


Figure 76: Spectre de l'image *diagonale.png*

En combinant ces deux spectres suivant la formule $S_{comb} = S_{lena} + k \times S_{diagonale}$ avec $k = 0.2$ nous obtenons le spectre avec son images correspondante sur les figure 77 et 78. Nous pouvons voir que le spectre est très proche au spectre d'origine de *lena2.png* auquel nous avons ajouté des points correspondants à un nombre élevé de fréquences présent sur le spectre de *diagonale.png*. Étant donné que nous avons multiplié par une facteur 0.2 le spèctre de *diagonale.png* fait que le résultant est plus proche à celui de *lena.png*.

En faisant une transformée inverse nous obtenons l'addition des deux images, un résultat qui était attendu en raison de la propriété de linéarité de la transformée de Fourier.

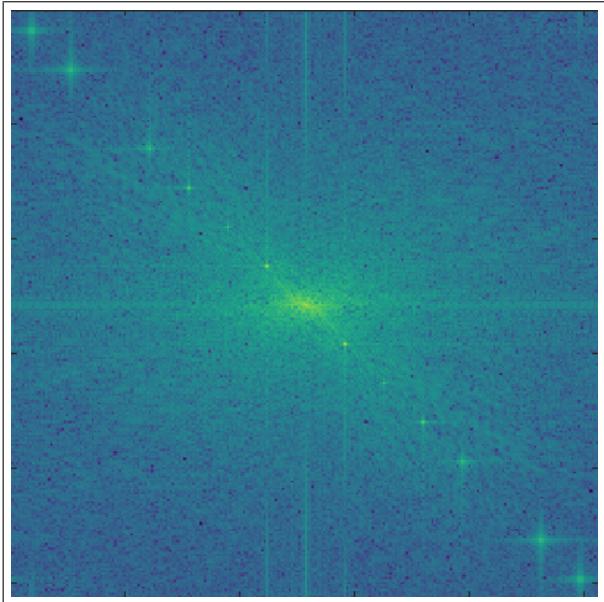


Figure 77: Spectre résultant de la combinaison



Figure 78: Image correspondante

2.2 Atténuation des effets de trame

Afin d'atténuer l'effet des lignes diagonales ajoutées précédemment à l'image *lena2.png* nous allons effectué un filtrage des fréquences non désirées dans le spectre obtenu précédemment (c.f. figure 77). Pour cela nous allons appliqué le masque ci-dessous.

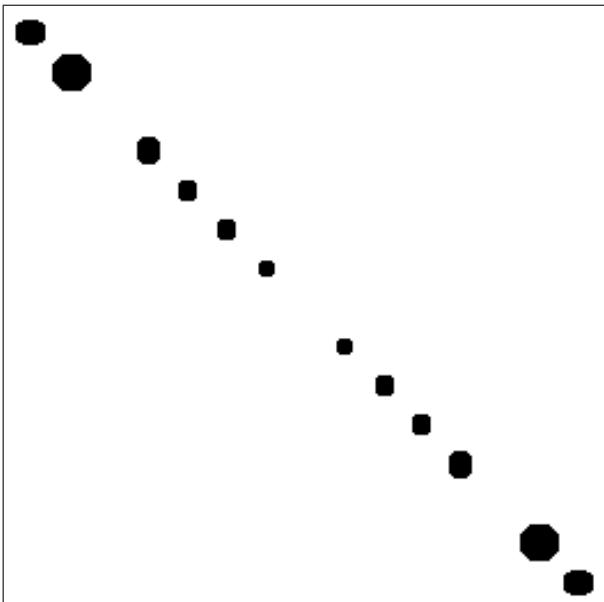


Figure 79: Masque appliqué au spectre

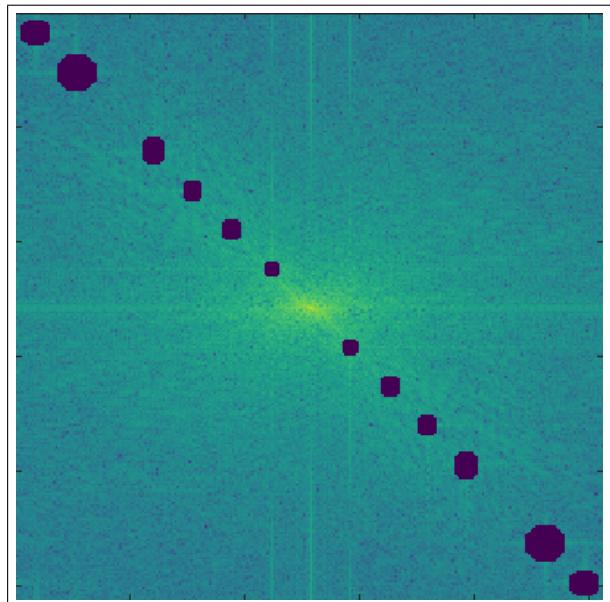


Figure 80: Spectre après application du masque

Ainsi l'image obtenue par transformée inverse du spectre de la figure 80 est l'image suivante, qui est assez proche de l'image d'origine. En effet l'effet de trame est toujours visible mais il a été très fortement atténué.



Figure 81: TF inverse du nouveau spectre