Übungen zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie
Sommersemester 2025
Esentepe-Gharbi

Blatt 7

(1) Berechnen Sie $\det(A)$ mit der Regel von Sarrus und $\det(B)$ durch Transformation auf untere Dreiecksgestalt:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 10 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Zur Kontrolle berechnen Sie jede der beiden Determinanten noch einmal mit einer anderen Methode.

(2) Gegeben sind $\sigma_1, \sigma_2 \in \mathcal{S}_6$,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie $\sigma_1 \circ \sigma_2, \sigma_2 \circ \sigma_1, (\sigma_2 \circ \sigma_1)^{-1}$ und $\sigma_1^{-1} \circ \sigma_2^{-1}$.

(3) Zeigen Sie nur mithilfe von Determinanten, daß das Parallelogramm, das von den Diagonalen von P aufgespannt wird, doppelt so großen Flächeninhalt wie P hat.

(4) (a) Finden Sie ein a, sodass

$$\det \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 3.$$

Wenn es nicht möglich ist, erklären Sie warum.

(b) Finden Sie a, b, sodass

$$\det \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = 7.$$

Wenn es nicht möglich ist, erklären Sie warum.

(c) Finden Sie a, b, sodass

$$\det \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = 9.$$

Wenn es nicht möglich ist, erklären Sie warum.

(5) (a) Finden Sie a, b, c, sodass

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & 4 & b \\ -2 & -4 & c \end{bmatrix} = 10$$

Wenn es nicht möglich ist, erklären Sie warum.

(b) Finden Sie a, b, c, d, sodass

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & a \\ 2 & 1 & 6 & b \\ 0 & 2 & 4 & c \\ 1 & -1 & 0 & d \end{bmatrix} = 7$$

Wenn es nicht möglich ist, erklären Sie warum.