materia: fecha:

Antes de iniciar quería poner la demostración de la fórmula que uso para varios casos (por si acaso)

$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ para todo número natural n

$1 = \frac{1(1+1)}{2}$

$1 = \frac{2}{2}$

$1 = 1$

Por lo tanto la fórmula funciona para $n=1$

Si la fórmula es cierta para K y para K+1 entonces es cierta para todos los números naturales

Suponiendo que es cierto para $n=K$

$$1+2+3+\dots+K = \frac{K(K+1)}{2}$$

Demostrando que es cierto $n=K+1$

$$1+2+3+\dots+K+(K+1) = \frac{K(K+1)}{2}+(K+1) =$$
$$\frac{K(K+1)+2(K+1)}{2} = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$ entones

$1+2+3+\dots K+(K+1) = \frac{((K+1))((K+1)+1)}{2}$ y com $n=1$ funciona la fórmula es correcta para todo número natural n

(Me costó un buen rato entender esta explicación pero lo logró)

1.

$a=0$

$=[0]+[0\cdot 2]+[0\cdot 3]+[0\cdot 4] \ldots +[0\cdot n]=\underbrace{0+0+0+0\ldots+0}_{n \text{ veces}}=$

0 y 0 es divisible entre cualquier n

por lo tanto $a=0$ es una solución

2.

$a=1$

$=[1]+\ldots+[n]=\frac{n(n+1)}{2}$

$\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n}{1}}=\frac{n(n+1)}{2n}=\frac{n+1}{2}$ por lo tanto si $n=2K$ (par)

$\frac{2K+1}{2}$ dejaría residuo por lo tanto $a=1$ no es una solución

3. $a=2$

$=[2\cdot 1]+[2\cdot 2]+[2\cdot 3]+\ldots[2\cdot n]=2(1+2+3+\ldots+n)=\frac{2(n(n+1))}{2}=n(n+1)$

y $n(n+1)$ es un mútiplo de todo n ya que $\frac{n(n+1)}{n}=n+1$

por lo tanto $a=2$ es una solución

4.

$a=2K$ K= entero

$=[2K\cdot 1]+[2K\cdot 2]+[2K\cdot 3]+\ldots[2Kn]=2K(1+2+3+\ldots+n)=\frac{2K(n(n+1))}{2}=$

$K(n(n+1))=Kn(n+1)$ lo cual es un múltiplo de todo n ya que

materia: fecha:

$\frac{k2(n+1)}{n} = k(n+1)$ por lo tanto $q=2k$ es una solución.

5.

$q=2k+1$ $k=$ entero

$[(2k+1)\cdot 1] + [(2k+1)\cdot 2] + [(2k+1)\cdot 3] + \dots + [(2k+1)n] = (2k+1)(1+2+3 \dots n) =$

$(2k+1)\frac{n(n+1)}{2}$ que al dividirlo entre n:

$$\frac{\frac{(2k+1)[n(n+1)]}{2}}{\frac{n}{1}} = \frac{(2k+1)[n(n+1)]}{2n} = \frac{(2k+1)(n+1)}{2} \text{ donde}$$

$(2k+1)$ es impar por lo tanto para que la división no deje residuo n debe ser impar por lo tanto $\frac{(2k+1)[n(n+1)]}{2}$ no es un múltiplo de todo n así que $q=2k+1$ no es una solución

6.

$q=\frac{1}{2}$

Suponiendo que $n=2$

$\left[\frac{1}{2}\right] + \left[\frac{2}{2}\right] = 0+1 = 1$ y 1 no es múltiplo de 2 ya que $\frac{1}{2}$ deja residuo por lo tanto $q=\frac{1}{2}$ no es una solución

materia: fecha:

7.

todo $q \in (0,1]$

Si q es lo suficientemente pequeño puede llevar multiplicando a cualquier número a un valor menor que 1 que con el [] se volverá 0 pero siempre llegarás a un n lo suficientemente alto para que multiplicado sea mayor que 1 y menor que 2 con lo que obtendrías esta secuencia:

$\underbrace{0+0+0+0+0...0}_{n-1 \text{ veces}},+[n \cdot q]$ donde n será un valor

en el que la multiplicación dará un valor $1 \leq x < 2$ por lo que la suma será 1 y el único divisor de 1 es 1 por lo que nunca se cumplirá que sea divisible entre n excepto para $n=1$

llegando a la conclusión que ningún q es válido para todo n

mejor explicado sería que eventualmente n llegaría a un valor que por más pequeño que sea n podría llevarlo hasta 1 que no cumple con la condición.

materia: fecha:

8.

$[-1;0)$

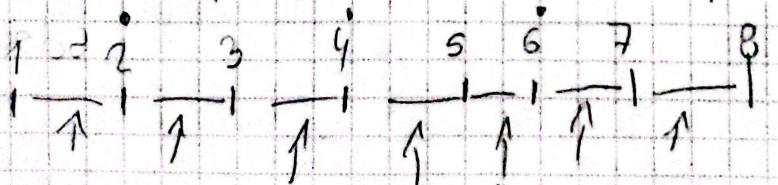
Con la misma lógica del 7 el primer término siempre será -1 y eventualmente n llegará a un valor con el que ~~nxa~~ no sé..., no me sale

9.

$2k + B \in [-1,1]$

$2k$ es todo número par, para conseguir todo número impar se usa $2k+1$ y el resto de números reales se pueden formar así:

- tomas el número real
- le restas el entero par menor mas cercano (haciendo eso siempre te quedará un número menor que 1)



donde están las flechas son los intervalos que podemos cubrir con $B \in [-1,1]$ por lo tanto podemos cubrir cada intervalo y crear cada número real

materia: fecha:

10

$a = 2k + \beta$ k=entero $\beta \in [-1, 1)$

cuando $\beta = 0$ si es solución porque quedaría

$a = 2k$ que ya se demostró que si es solución

$2k+1 = 2k-1$ que no son soluciones ya comprobado

$\lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$

entonces $\lfloor 2k\cdot 1 + \beta\cdot 1 \rfloor + \lfloor 2k\cdot 2 \cdot \beta\cdot 2 \rfloor + \lfloor 2k\cdot n + \beta n \rfloor$ es igual

a $2k + 2k\cdot 2 + 2k\cdot 3 + 2k\cdot 4 \dots + 2k\cdot n + \lfloor \beta \rfloor + \lfloor 2\beta \rfloor + \lfloor 3\beta \rfloor + \dots + \lfloor n\beta \rfloor =$

$\frac{2k(n(n+1))}{2} + \lfloor \beta \rfloor + \lfloor 2\beta \rfloor + \lfloor 3\beta \rfloor + \lfloor 4\beta \rfloor + \dots \lfloor n\beta \rfloor$

$k(n(n+1))$ ↓ si es divisible entre n

pero aquí uso la misma lógica que en el 7, con cualquier β positivo tarde o temprano se llegaría a 1 y la condición no se cumpliría y con negativo no lo se... porque no pude la 8

Escaneado con CamScanner