

문제 1. (20점)

meter-kilo-second

a) 일은 MKS 단위계에서 1J (Joule) = 1 N · m 으로 정의된다. 한편, CGS (cm, gram, second) 단위계에서 일은, 1 erg = 1 dyne · cm로 정의된다. (단, 1dyne = 1g cm/s<sup>2</sup>)

MKS 단위계에서 1J은 CGS 단위계에서 몇 erg인가?

(20)

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne} = 10^5 \text{ g} \cdot \text{cm} / \text{s}^2$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 10^5 \text{ dyne} \cdot 100 \text{ cm} = 10^7 \text{ erg}$$

$$10^7 \text{ erg} = 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 / \text{s}^2$$

$$10^7 \text{ erg} = 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 / \text{s}^2$$

$$1 \times 10^7 \text{ erg}$$

b) 물체의 탄성계수는 압력이 가해질 때, 변형되는 물체의 단위 길이로 정의된다.

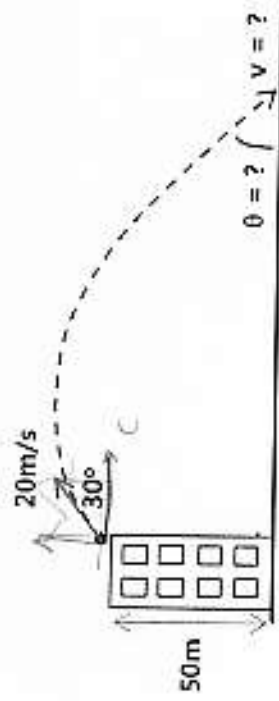
즉,  $\sigma = E \epsilon$  으로 표현된다.  $\sigma$  : 물체에 가한 압력 = 단위면적 당 힘,  $\epsilon$  = 단위길이당 변형  
된 정도 =  $\Delta L / L$ ,  $E$  : 물체의 탄성계수

물체의 탄성계수 E의 단위를 MKS로 표현하시오.

$$N/m^2 \Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

문제2. (20점) 높이가 50m인 건물 꼭대기에서 질량  $m$ 인 고무공을  $20\text{m/s}$ 의 속도로 수평 각  $30^\circ$ 로 던졌다. 지면에 공이 떨어질 때의 속력은 얼마인가? 떨어지는 공이 지면과 이루는 각도는 얼마인가? (단,  $g = 9.8\text{m/s}^2$  이며, 공기저항력은 무시함)

Hint 1) 2차원 운동이론, hint 2) 에너지보존, hint 3) 엑셀 시뮬레이션 (hint 3인 경우 엑셀답안제출)



1) 속도 (velocity)

$$v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 17.32 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 10.0 \text{ m/s}$$

$$v_x = 17.32 \text{ m/s} \quad v_y = 10.0 \text{ m/s}$$

$$\Delta y = 10.0 \times t - \frac{1}{2} 9.8 t^2$$

$$-50 = 10t - 4.9t^2$$

$$= -4.9t^2 + 10t + 50$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(-4.9)(50)}}{2(-4.9)}$$

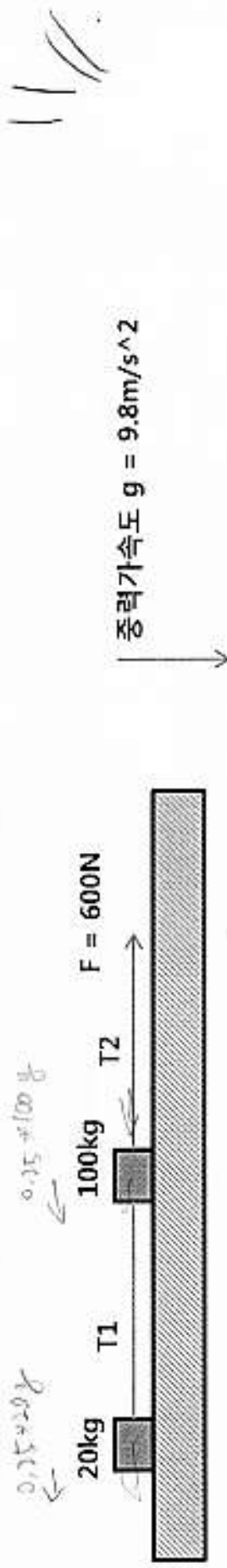
$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(17.32)^2 + (-32.14)^2} = \underline{\underline{36.50999}}$$

2) 각도

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-32.14}{17.32} = -1.8556$$

$$\theta = \tan^{-1}(-1.8556) = -1.0765 \text{ radian}$$

문제3. (15점) 20Kg과 100Kg인 두 물체를 끈으로 연결하여, 0.25의 운동 마찰계수를 갖는 지면에서 600N의 수평 힘으로 잡아 당기고 있다.



1) 운동 가속도는 얼마인가 ?

$$590N = 600 - 0.25 \times 100g - 0.25 \times 20g = 590N \quad \text{계산오류!} \quad \Rightarrow 305N$$

$$F = ma \quad a = 4.75 \text{ m/s}^2$$

2) 두 줄의 장력은 각각 얼마인가 ?  $T_2 =$

$$T_1 = 0.25 \times 20g = 20 + 4.75$$

$$T_2 = 0.25 \times 100g + 0.25 \times 20g = 120 + 4.75 - 0.25 \times 20g$$

$$T_1 = 144N \quad T_2 = 864N \quad \Rightarrow \text{오답률 약 5-1} \quad (-2)$$

3) 10m를 움직였을 때, 두 물체의 속도는 얼마인가 ?

$$V = V_0 + at$$

$$S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$V_0 = 0$$

$$10 = \frac{1}{2} at^2$$

$$20 = at^2$$

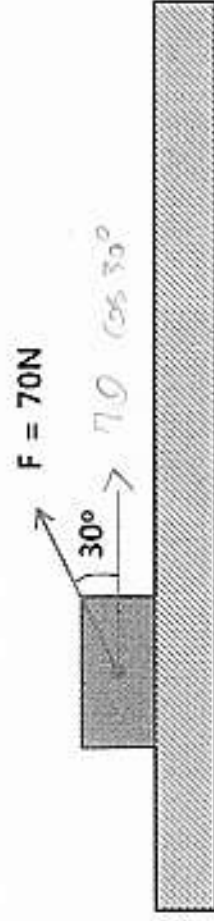
$$V = 4.75 \times t$$

$$V = 9.746794 \text{ m/s}$$

$$\sqrt{\frac{20}{4.75}} = t$$

문제 4. (15점) 3.0 kg의 나무 도막에 수평각  $\theta = 30^\circ$ , 크기 70 N의 힘  $F$ 를 그림과 같이 작용하고 있다. 바닥과 나무 토막 사이의 운동 마찰계수  $\mu$ 는 0.2이다. 힘을 가하면서 5.0m를 이동했을 때, 마찰에 의해 소모된 에너지 (= 열에너지)와 운동에너지는 각각 얼마인가? (중력 가속도  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ )

15 //



$$= 70 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0.2 \text{ J}$$

$$W = mgh - F \sin \theta$$

$$W = 70 \cos 30^\circ \times 5$$

$$= 70 \cdot 0.8$$

$$= (-0.2) (5 \cdot 9.8) - 70 \sin 30^\circ \times 5$$

이제

$$W = 70 \cos 30^\circ \times 5$$

$$\text{운동에너지} = 303.1089 \text{ J}$$

$$\text{마찰에 의해 소모된 에너지} = 14 \text{ J}$$

$$\text{운동에너지} = 303.1089 \text{ J}$$

마찰에 의해 소모된 에너지

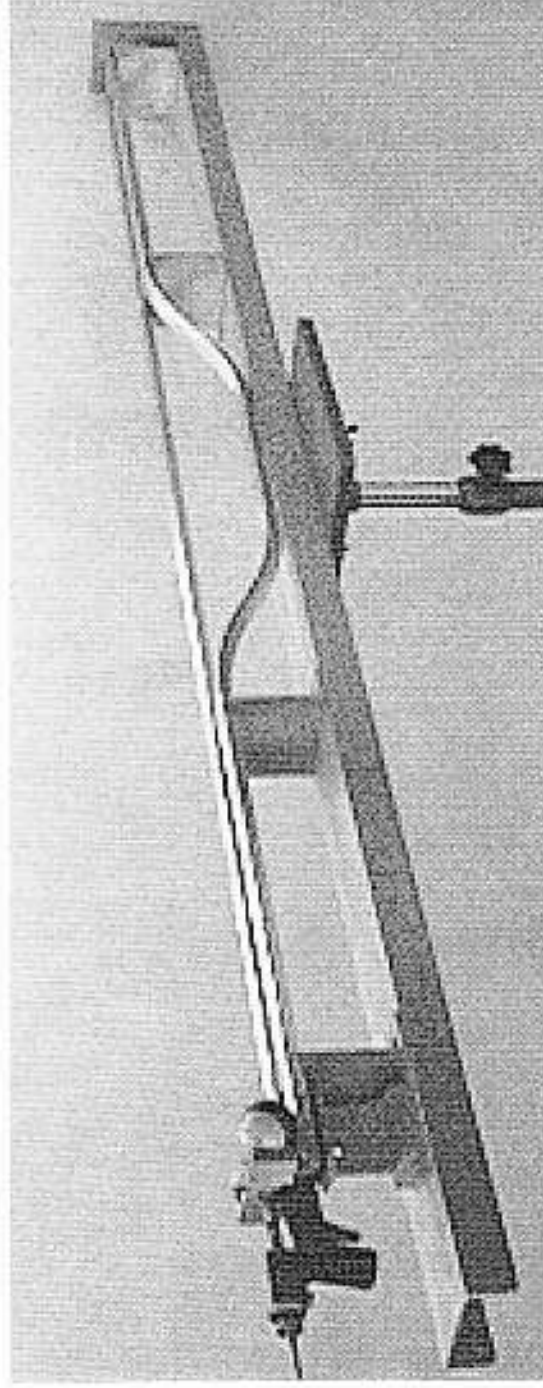
문제5. 아래 그림의 두 트랙에서, 동일한 공을 동일한 속도로 쏘았을 때,

2/11

1) 어느 공이 먼저 도착할까?(5점) 단, 마찰력을 무시하고, 공의 속도는 굽혀진 트랙을 유지할 정도로 느린 상태 가정.

3

1. 직선 트랙, 2. 굽혀진 트랙, 3. 같이 도착

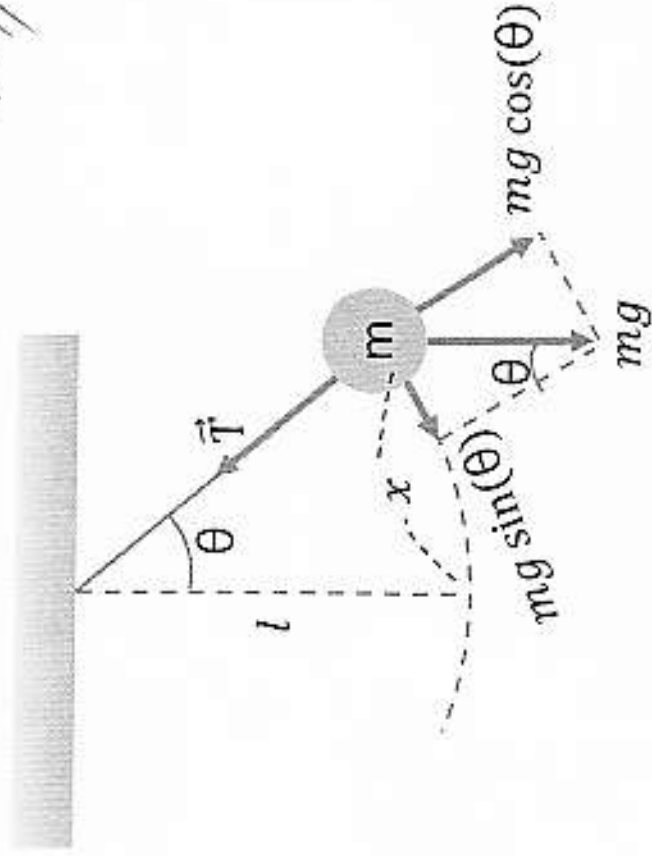


2) 1번 답의 이유를 설명하시오. (5점)

공의 속도가 느린 굽혀진 트랙은 위치할 정도로 느린 상태 (공간 가속도 변화 최소) 및 느리게 속도  
조금 증가하는 경우. 거의 오차 없음. (역설 항고). (+2)  
공간 가속도 크기  $\sim g \sin \theta$  : 작음에 의해 아닌.

문제6. (20점) 하기 진자운동을 0~5s동안 0.01s 간격으로 simulation하여,  $t_i$ ,  $x(t_i)$ ,  $v(t_i)$ 를 구하고, 시간에 따른  $x(t_i)$ 의 그래프를 그리시오. 주기는 얼마인가?  $\sim 8$ 초  $\sim 8$ 초  
그 결과를 카페의 중간고사 site에 등록하시오. 파일명 : 이름\_중간고사.xls  $2 \cos 60^\circ = 1$

1511



운동 초기 조건 :

질량  $m : 3\text{Kg}$

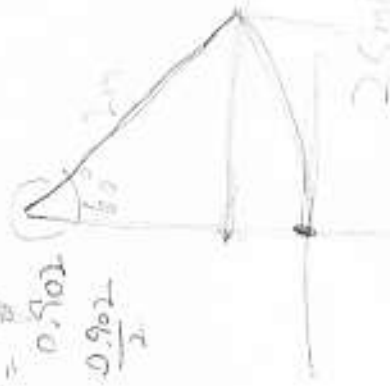
줄의 길이 :  $2\text{m}$

초기  $\theta_0 : \frac{\pi}{3} (=60^\circ)$

$g = 9.8\text{m/s}^2$

$$2 \cos \theta = \frac{0.902}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{0.902}{2}$$



$$x \text{ 정역의 오차 } x = l \theta$$

$$F = ma$$

$$mg \sin \theta = ma$$

$$a = g \sin \theta$$

$$V = x \cdot t$$

$$2\pi \times \frac{\theta}{360}$$

$$x = l \sin \theta$$

(-5)

hint1) 위의 운동은 원호를 따라 움직이는 1차원 운동으로 볼 수 있음. 즉, 중심 (맨 밑부분)부터의 원호의 길이를  $x$ 로 정의하고,  $x$ 에 대한 가속도에 뉴턴 2법칙을 적용하면 됨.  
 $\theta$  위치에서 작용하는 힘은, 운동 중심방향으로  $mg \sin \theta$  인 복원력임. ( $\theta = x/l$ )  
Hint2) 변위  $x$ 에 대한 힘의 부호 설정 중요. 복원력이 발생하도록 힘에 부호를 결정해야 됨.

문제1. 동일한 크기와 질량인 두 물체가, 마찰이 없는 선로 위에서, 서로 반대 방향의 동일한 속도로 탄성 충돌하려고 한다 (a). 두 물체가 충돌하여 가장 가까운 거리에 있는 순간을 고려할 때 (b),

1) 각 물체의 속도는 얼마인가? (10점)

탄성모델을 고려하면, 가장 가까운 거리는 용수철이 최대로 눌렸을 때임. 아래의 정우 운동에너지가 모두 탄성에너지로 변환 상태이므로, 두 물체의 속도는 모두 0.

2) 이 순간에 각 물체에 작용하는 힘을 모두 기술시오. (10점)

점속력1 : 물체 1이 물체 2을 미는 힘 (용수철의 복원력)

점속력2 : 점속력1의 반작용력. 즉, 물체2가 물체1을 미는 힘. 점속력1 과 크기는

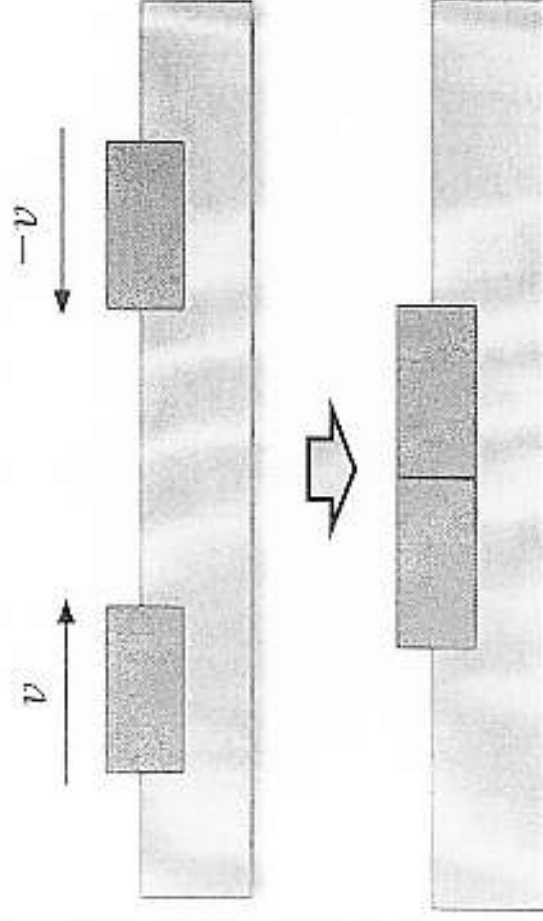
같고 방향은 반대.

물체 1,2의 중력과 이의 반작용력인

수직항력이 존재하나, 이 문제에서는

마찰을 고려하지 않으므로 물체

운동에는 관여하지 않음.



(b)



문제2. 두 남자가 길이 5m인 사다리를 옮기고 있다. 고양이가 앞사람 뒤 1m 지점 위에 타고 있을 때, 고양이를 들어올리는 힘은 앞사람, 뒷사람이 각각 얼마씩 분담하는가?  
단 고양이의 무게는 10Kg중, 사다리 무게는 무시함. (10점)

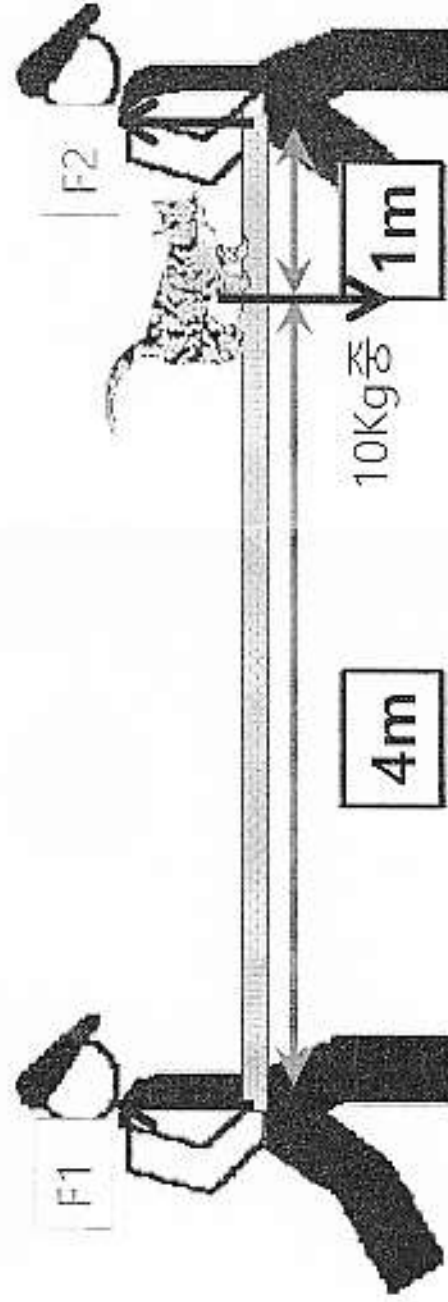
평형상태에서는 힘과 토크가 균형이 맞아야 되므로,

$$\sum F = 0 \quad \sum \tau = 0$$

$$F_1 + F_2 = 10 \text{ Kg중}$$

뒷사람을 회전축으로 해서 (앞사람을 회전축으로 해도 동일한 결과 나옴)  
토크를 구하면,  $4 * 10\text{Kg중} = - 5 * F_2$

$$\rightarrow F_1 = 2\text{Kg중} = \sim 20\text{N}, F_2 = 8\text{Kg중} = \sim 80\text{N}, \text{중력가속도} = \sim 10\text{m/s}^2$$



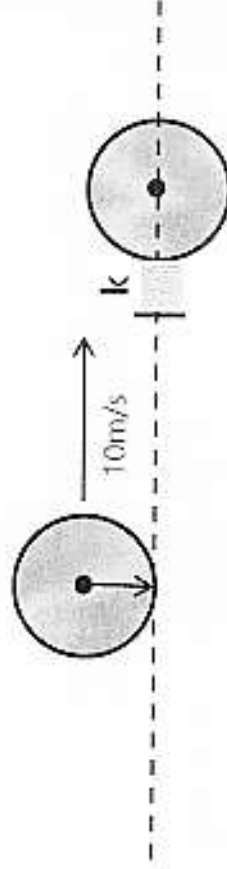


문제3. 2차원 상에서 동일한 질량의 두 공이 완전 탄성 충돌하는 상황을 Simulation하려고 한다. 용수철 모델을 사용하고자 하며, 충돌 조건은 다음과 같다.

a) 각 공의 질량은 2kg, b) 각 공의 반경은 0.1m, c) 충돌 각도는 0~90도, d) 공2는 정지 상태, 공1은 좌측에서 우측으로 10m/s의 속도로 입사.

3-1) 충돌할 때, 공의 찌그러짐을 최대 0.01m 이하로 유지하려고 한다. 용수철 상수는 얼마로 설정하여야 하는가? (단위도 기술할 것) (10점)

공1



공2

공이 최대로 찌그러지는 경우는, 정면충돌할 때, 초기 운동에너지가 용수철의 탄성에너지로 모두 변환될 때임. 따라서

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} k x_0^2 \text{ 에서,}$$

$$m = 2\text{kg}, v_0 = 10\text{m/s},$$

최대 찌그러짐  $x_0 = 0.01\text{m}$ 를 대입하면,

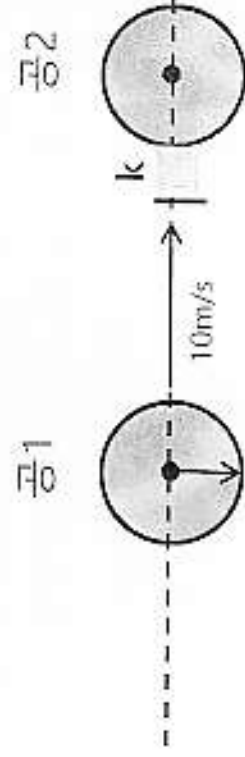
참고)

만약 공 하나의 찌그러짐을 0.01m로 한다면,  $x_0 = 0.02\text{m}$ 를 대입하면 됨.

$$\rightarrow k = 5 \times 10^5 \text{ N/m}$$

$k = 2 \times 10^6 \text{ N/m}$   
으로 설정해야됨

3-2) 3-1에서 설정한 용수철 상수로, 공1과 공2를 정면 충돌시켰을 때, 예상되는 충돌 시간의 얼마인가? 최소 10 point 에서 충돌을 계산하고자 한다면, simulation의 시간간격은 얼마로 해야 되는가? (10점)



충돌하는 시간은 용수철이 평형상태에서 축소되었다가 다시 평형상태로 올 때까지 이므로, 용수철 운동 주기의  $\frac{1}{2}$  이다.

$$\text{접촉시간} = T/2 = \pi \sqrt{\frac{\mu}{k}} \quad \text{에서}$$

$$k = 2 \times 10^6 \text{ N/m}, \quad \mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) = 1 \text{ Kg} \text{을 대입하면}$$

참고)

만약 공 하나의 피그러짐을 0.01m로 한 경우,  
 $k = 5 \times 10^5 \text{ N/m}, \quad \mu = 1 \text{ Kg}$ 이므로,

$$\text{접촉시간} = 0.0044 \text{ s}$$

→ 대략 0.0004s 간격으로 simulation하면 됨.

$$\text{접촉시간} = \sim 0.0022 \text{ s}$$

최소 10 points에서 충돌을 계산하기 위해서는,

$$\text{접촉시간}/10 = \sim 0.0002 \text{ s} \text{ 간격으로}$$

simulation을 진행해야 한다.

문제4. 피겨 선수가 피겨스케이팅 프로그램에서 회전동작 중이다. 팔과 다리를 벌린 상태에서 초당 5바퀴를 돌다가, 갑자기 팔과 다리를 몸 쪽으로 오므렸다. 팔과 다리를 벌렸을 때의 관성모멘트,  $I_0 = 50 \text{ kg m}^2$  이라 하고, 오므렸을 때의 관성모멘트,  $I_1 = 35 \text{ kg m}^2$  이라고 할 때,

- 1) 오므리기 전 후의 각운동량과 각속도는 각각 얼마인가? (10점)  
오므린 후 초당 몇 바퀴를 도는가?

$$\text{오므리기 전 각속도} : \omega_0 = 5 \times 2\pi / \text{s} = 10 \pi / \text{s}$$

$$\text{오므리기 전 각운동량} : L_0 = I_0 \times \omega_0 = 500 \pi \text{ Kg m}^2/\text{s}$$

$$\text{마찰력을 무시하면 각운동량은 보존} : L_1 = I_1 \times \omega_1 = L_0 = I_0 \times \omega_0$$

$$L_1 = 500 \pi \text{ Kg m}^2/\text{s}$$

$$\omega_1 = L_0 / I_1 \times \omega_0 = 50/35 \times 10 \pi = 14.3 \pi / \text{s} \rightarrow \text{초당 7.15바퀴 회전}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$5 \times 2\pi = \frac{2\pi}{T}$$

$$L = I \times \omega$$

$$500 = 35 \times 2\pi \times T$$

- 2) 오므리기 전후의 회전운동에너지는 각각 얼마인가? 에너지가 변했다면, 그 변화된 양은 어디에서 왔는가? (혹은 어디로 빠져 나갔는가?) (10점)

단) 스케이팅 날과 얼음 사이의 마찰력은 무시할 것.

$$KE = \frac{1}{2} I \omega^2$$

회전운동에너지는  $\frac{1}{2} I \omega^2$  이므로,

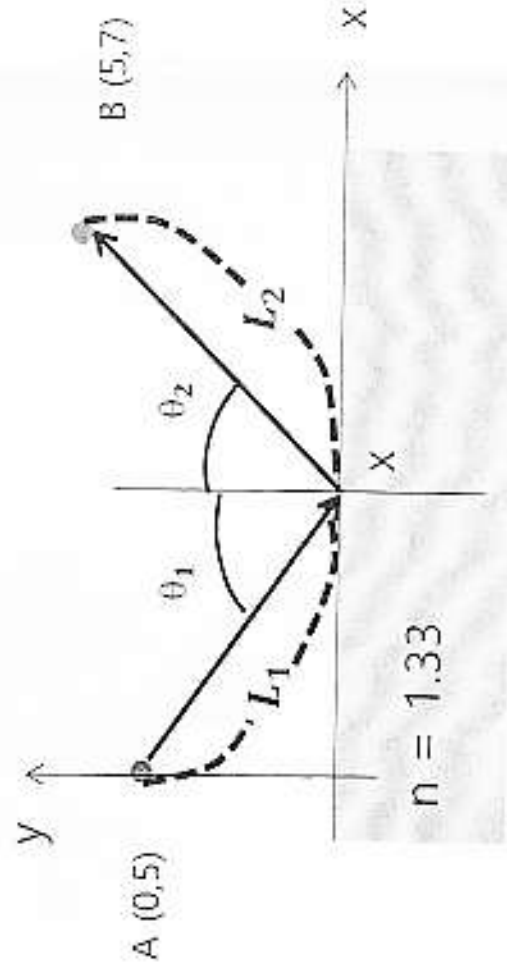
$$\text{오므리기 전} : 24670 \text{ J}$$

$$\text{오므린 후} : 35320 \text{ J}$$

오므린 후 증가된 에너지는 오므릴 때 피겨선수의 근육이 한 일로부터 왔음.

문제5. 점 A (0,5) 에서 나온 빛이 수면을 반사하여 점 B (5,7)에 도달할 때, 파울리의 최소시간원리를 이용하여 다음을 구하시오.

1) 수면 위의 반사점 위치  $x$ 를 구하시오. (10점)



$L1 + L2$ 가 최소가 되는  $x$ 를 찾으면,

$$x = 2.08,$$

$$\tan(\theta_1) = 2.08/5 = 0.42$$

$$\tan(\theta_2) = 2.92/7 = 0.42$$

이므로 두 각은 동일함.

2) 입사각 ( $\theta_1$ ) 과 반사각 ( $\theta_2$ ) 을 구하고, 두 각이 같음을 보이시오. (10점)

문제6-1. 지구 중심을 관통하도록 조그만 관을 뚫었다. 질량  $m$ 인 물체가 지구 내부에서 받는 만유인력을 지구중심으로부터의 거리  $r$ 의 함수로 표현하시오. 단, 지구표면에서의 만유인력은  $g(=9.8\text{m/s}^2)$ , 지구반경  $R$ 은  $6400\text{km}$ 이고, 지구의 밀도는 균일함을 가정하시오. (10점)  
 힌트) 반경  $r$ 에서 이 물체에 작용하는 중력은 반경  $r$  이내의 구의 질량에 의해서만 발생함.

반경  $R$ 에서의 중력 :

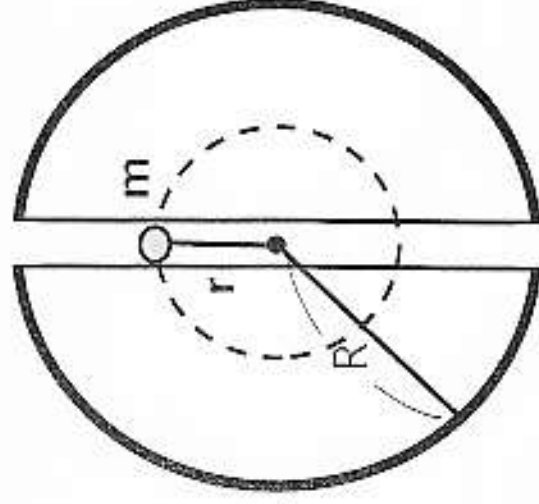
$$G \frac{M m}{R^2} = mg, g = G \frac{M}{R^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

반경  $r$ 에서의 중력은  $r$  이내 구의 질량에 의해서만 작용함.  
 밀도가 균일할 때 반경  $r$ 인 구의 질량은 체적 비율에 비례함.  
 즉

$$M(r) = \frac{r^3}{R^3} M \text{ 이므로,}$$

$$F(r) = G \frac{M(r) m}{r^2} = G \frac{M m}{r^2} * \frac{r^3}{R^3} = G \frac{M m}{R^2} * \frac{r}{R} = mg * \frac{r}{R}$$

방향은 항상 지구 중심 방향, 즉  $-\hat{r}$  방향.



6-2. 질량  $1\text{kg}$ 인 물체를 이 관에 떨어뜨렸을 때의 운동을 엑셀 simulation으로 구하시오.

공이 왕복 운동할 때 그 주기는 얼마인가 ? (20점)

(초기조건 :  $r = R = 6400\text{km}$ , 속도  $= 0$  이고, 시간 구간은  $0 \sim 10000\text{s}$ , 시간 간격은  $50\text{s}$  로 할 것) 엑셀 답안 창조