1 Números aleatórios

Criou-se um gerador congruente linear de números aleatórios sob a forma de uma subrotina, chamada GENRDM (de "generate random number"). Seu funcionamento consistia em modificar uma variável inteira R, cujo valor inicial se nomeia "semente" ou "seed", para um novo valor randômico a cada chamada, segundo a seguinte expressão:

$$R = MOD(aR + c, m)$$

Em que MOD é a função nativa para a operação de módulo no FORTRAN e $a,\,c$ e m são parâmetros inteiros.

Para medir o período do gerador, armazenou-se a semente também em outra variável A1, e executou-se um laço DO WHILE (R /= A1), que chamava GEN-RDM em R e incrementava uma variável contadora a cada ciclo.

É importante notar que fez-se necessário chamar a subrotina uma única vez antes do laço, para impedir que o condicional R /= A1 fosse violado já na primeira execução do loop e este, portanto, nem iniciasse. Disso resulta que a contadora deve iniciar em 1.

O programa descrito, incrementado de impressões auxiliares, foi rodado a partir de cinco valores sementes distintos, com os parâmetros a=7,c=4 e m=15, culminando no seguinte output:

SEED:			1		
R	1	:		11	
R	2	:		6	
O PERIOL	OO VALI	3		3	
SEED:			5		
R	1	:		9	
R	2	:		7	
R	3	:		8	
R	4	:		0	
R	5	:		4	
R	6	:		2	
R	7	:		3	
R	8	:		10	
\mathbf{R}	9	:		14	
\mathbf{R}	10	:		12	
R	11	:		13	

O PERIOI	OO VALE	12	
SEED:	10		
R	1 :	14	
R	2 :	12	
R	3 :	13	
R	4:	5	
R	5 :	9	
R	6 :	7	
R	7 :	8	
R	8 :	0	
R	9:	4	
R	10 :	$\frac{2}{2}$	
R	11 :	3	
O PERIOI	OO VALE	12	
SEED:	9		
R	1 :	7	
R	2 :	8	
R	3 :	0	
\mathbf{R}	4:	4	
R	5:	2	
R	6 :	3	
R	7:	10	
R	8 :	14	
R	9 :	12	
R	10 :	13	
R	11 :	5	
O PERIOI	OO VALE	12	
SEED:	12		
R	1 :	13	
R		5	
R	$\begin{array}{ccc} 2 & : \\ 3 & : \end{array}$	9	
R	4 :	7	
R	5 :	8	
R	6 :	0	
R	7 :	4	
R	8 :	2	
R	9 :	3	
R	10 :	10	

R	11 :	14	
O PERIO	DO VALE	12	

Percebe-se que, com exceção da seed 1, o período manteve-se o mesmo para qualquer valor inicial de R, só dependendo da escolha dos parâmetros.

Repetindo o processo para m=17, chega-se em:

SEED:	1		
R	1 :	11	
R	2 :	13	
R	3 :	10	
R	4 :	6	
R	5:	12	
R	6 :	3	
R	7 :	8	
R	8 :	9	
R	9 :	16	
R	10 :	14	
R	11:	0	
R	12:	4	
R	13:	15	
R	14:	7	
R	15:	2	
O PERIOI	OO VALE	16	
O PERIOI SEED:	DO VALE 5	16	
SEED:	5		
SEED: O PERIOI	5 DO VALE	16	
SEED:	5		
SEED: O PERIOI	5 DO VALE		
SEED: O PERIOI SEED:	5 OO VALE	1	
SEED: O PERIOI SEED: R	5 DO VALE 10 1 :	6	
SEED: O PERIOR SEED: R R	5 DO VALE 10 1 : 2 : 3 : 4 :	1 6 12	
SEED: O PERIOI SEED: R R R R R R	5 DO VALE 10 1 : 2 : 3 : 4 : 5 :	1 6 12 3 8 9	
SEED: O PERIOI SEED: R R R R R R R	10 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 :	1 6 12 3 8 9 16	
SEED: O PERIOR SEED: R R R R R R R R	10 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7:	1 6 12 3 8 9 16 14	
SEED: O PERIOI SEED: R R R R R R R R	10 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 :	1 6 12 3 8 9 16	

R	10 :	15
R	11 :	7
R	12 :	2
R	13:	1
R	14:	11
R	15 :	13
O PERIOI	DO VALE	16
SEED:	9	
R	1 :	16
R	2 :	14
R	3:	0
R	4 :	4
R	5 :	15
R	6 :	7
R	7 :	2
R	8 :	1
R	9 :	11
R	10 :	13
R	11 :	10
R	12 :	6
R	13:	12
R	14 :	3
R	15 :	8
O PERIOI	DO VALE	16
SEED:	12	
R	1 :	3
R	2 :	8
R	3 :	9
R	4:	16
R	5 :	14
R	6 :	0
R	7 :	4
R	8 :	15
R	9 :	7
R	10 :	2
R	11 :	1
R	12 :	11
R	13 :	13
R	14 :	10
R	15:	6

O PERIODO VALE

16

Dessa vez, o caso da semente 5 mostrou-se sui generis. É perceptível que o laço não foi executado sequer uma vez, ou seja, R continua igual a A1 mesmo após GENRDM ser chamada, e a subrotina então forma uma sequência constante.

Em seguida, foi implementado o gerador "Padrão Mínimo" de Park e Miller adotando-se os parâmetros $a=7^5=16807,\,c=0$ e $m=2^{31}-1=2147483647.$ Para evitar overflow de inteiros e o surgimento de números negativos inesperados, usou-se inteiros do tipo 2, que ocupam 8 bytes de memória. Para limitar os números gerados ao intervalo de 0 a 1, dividiu-se o resultado por m (somente ao imprimir, não modificando o valor de R).

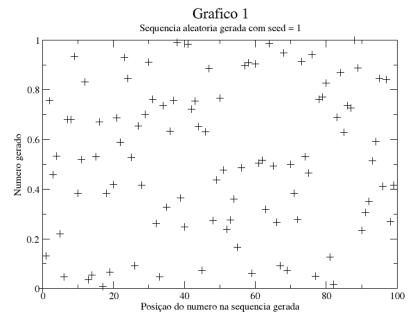
Foram criadas cinco séries aleatórias de 100 termos, cada uma com uma seed diferente, e suas médias e desvio padrão foram determinados com um dos programas criados no último projeto:

$\overline{\text{SEED}} = 1$	
DESVIO PADRAO	0.293284121375065786568896829921955881
MED ARIT.	0.518424693383792600000000000000000180
MED GEOM.	0.348651828239896703535890463674271277
$\overline{SEED = 54321}$	
DESVIO PADRAO	0.283287161024228344284956382709503882
MED ARIT.	0.48387192119749999999999999999999999
MED GEOM.	0.363824768098287321453565857356002073
$\overline{\text{SEED} = 12345}$	
DESVIO PADRAO	0.292136756417067757435692622683129028
MED ARIT.	0.52185707704422999999999999999999742
MED GEOM.	0.368687452583532120042038121305474769
$\overline{\text{SEED} = 99999}$	
DESVIO PADRAO	0.256387595514920214994502526906606715
MED ARIT.	0.4969247239922999999999999999999999999999999
MED GEOM.	0.379035744713097804485614577801251787
$\overline{\text{SEED} = 42}$	
DESVIO PADRAO	0.282532207080993034192227575690754296

Todos os resultados distam por menos que 0.06 dos valores de convergência para conjuntos de dados estocásticos: 0.5 para a média aritmética, $\frac{1}{2\sqrt{3}} = 0.288675...$ para o desvio padrão e $\frac{1}{2} = 0.367879...$ para a média geométrica.

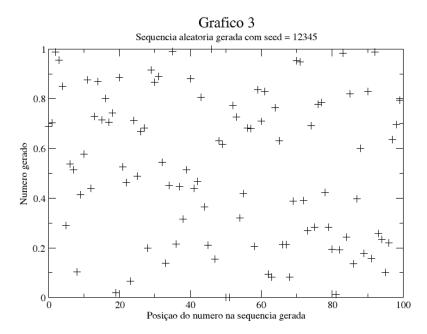
para o desvio padrão e $\frac{1}{e}=0.367879...$ para a média geométrica. Precisou-se fazer uso de reais de 16 bytes para permitir o cálculo da média geométrica em séries de até por volta de 800 termos, pois a operação de produto gerava números demasiadamente elevados para serem comportados nos tipos padrão, de 4 bytes.

As sequências geradas foram então plotadas em gráficos de dispersão:

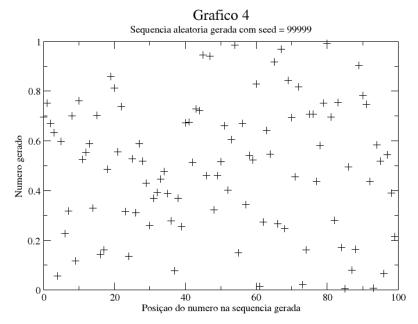


Mon Apr 3 14:38:63 2617

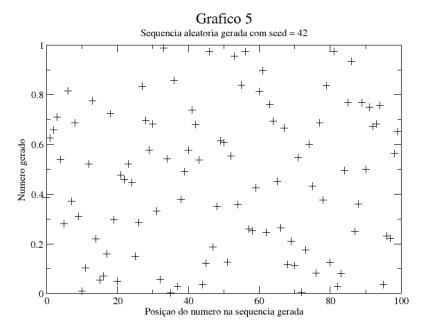
MonApr 3 14:37:26:2817



MonApr 3 14:36:40 2017



Mon Apr 3 14:35:39:281



Mon Apr 3 1285 #9 2817

Como esperado, a análise visual não revela nenhum padrão consistente nas

representações gráficas. Tal desordem mostra-se útil em aplicações simples, menos formais, nas quais o rigor na aleatoriedade não se faz necessária.