

第6章 机械的平衡

§ 6-1 机械平衡的目的及内容

§ 6-2 刚性转子的平衡计算

§ 6-3 刚性转子的平衡实验



§ 6-1 机械平衡的目的及内容



1 机械平衡的目的

1) 机械不平衡的原因

机械运动过程中所产生的惯性力的作用

2) 机械不平衡惯性力导致的不良影响

- ▲ 在运动副中产生附加的动压力，降低机械的效率和使用寿命
- ▲ 变化的惯性力引起机械和机座的振动，常导致破坏性事故

3) 机械平衡的目的

消除或减小不平衡惯性力的不良影响。特别在高速精密机械中，机械的平衡具有重要意义。

4) 机械不平衡的合理利用

机械中的不平衡惯性力可以利用来做有益的工作，如：振动筛、振动装料机、振动选料机、按摩机等。

惯性力的影响 惯性力及惯性力矩随着机构的运动作周期性变化

举例：已知图示转子的重量为 $G=10\text{N}$ ，重心与回转轴线的距离为 1mm ，转速为 $n=3000\text{rpm}$ ，求离心力 P 的大小。

$$P=ma=Ge\omega^2/g$$

$$=10 \times 10^{-3} [2\pi \times 3000/60]^2 / 9.8 = 100 \text{ N}$$

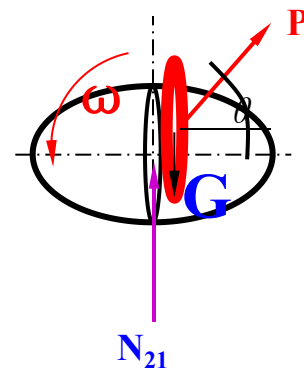
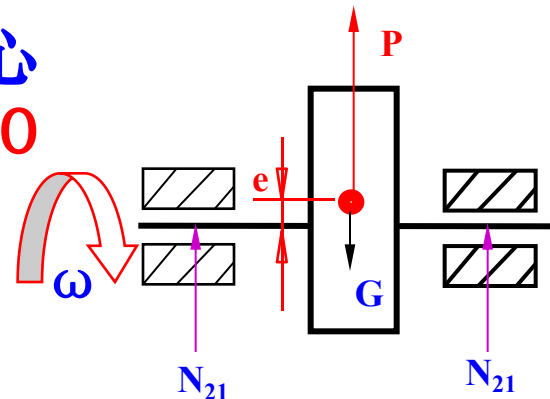
如果转速增加一倍， $n=6000\text{rpm}$ $P=400\text{ N}$

由此可知：不平衡所产生的惯性力对机械运转有很大的影响。

P 力的大小方向始终都在变化，将对运动副产生动压力。

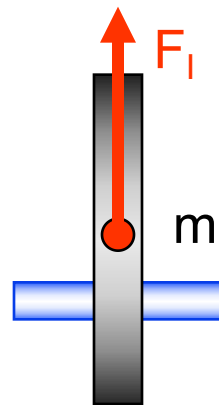
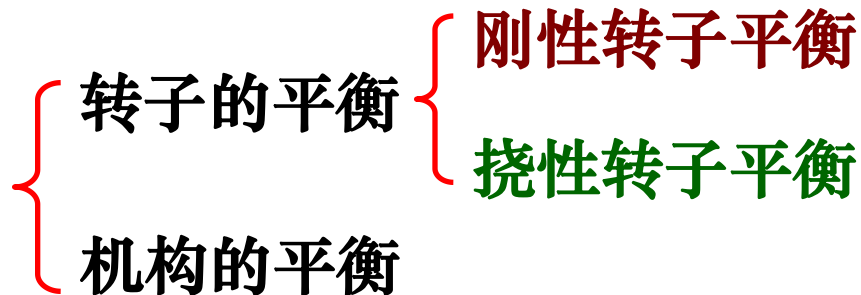
附加动压力会产生一系列不良后果：

- ①增加运动副的摩擦，降低机械的使用寿命。
- ②产生有害的振动，使机械的工作性能恶化。
- ③降低机械效率。



2 机械平衡问题的内容

机械平衡问题的分类



转子——绕固定轴回转的构件

刚性转子:

工作转速低于 $(0.6 \sim 0.75)$ 一阶共振转速的转子, 此状态下的转子的弹性变形可忽略不计

挠性转子

质量较大、径向尺寸较小且工作转速高于 $(0.6 \sim 0.75)$ 一阶共振转速的转子, 此状态下转子的弯曲弹性变形不可忽略



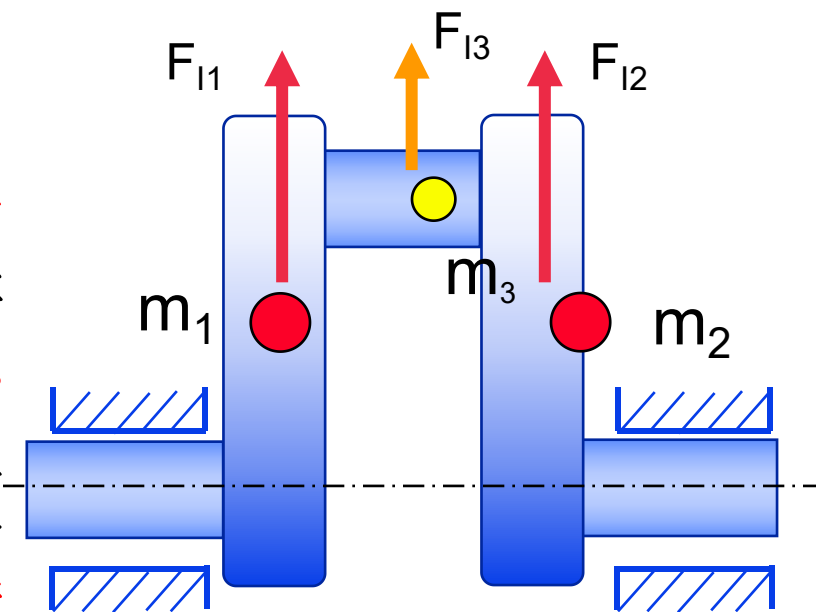
2 机械平衡问题的内容

机构的平衡(机构在机架上的平衡)

对平面连杆机构，由于作往复运动和平面运动的构件总是存在加速度，就单个构件而言，是无法平衡的。但可以将整个机构一并考虑，采取措施对总的惯性力或惯性力矩进行平衡。

本章重点介绍刚性转子的平衡问题

所谓刚性转子的不平衡，是指由于**结构不对称**、**材料缺陷**以及**制造误差**等原因而使质量分布不均匀，致使**中心惯性主轴与回转轴线不重合**，而产生离心惯性力系的不平衡。根据平衡条件的不同，又可分为**静平衡**和**动平衡**两种情况。



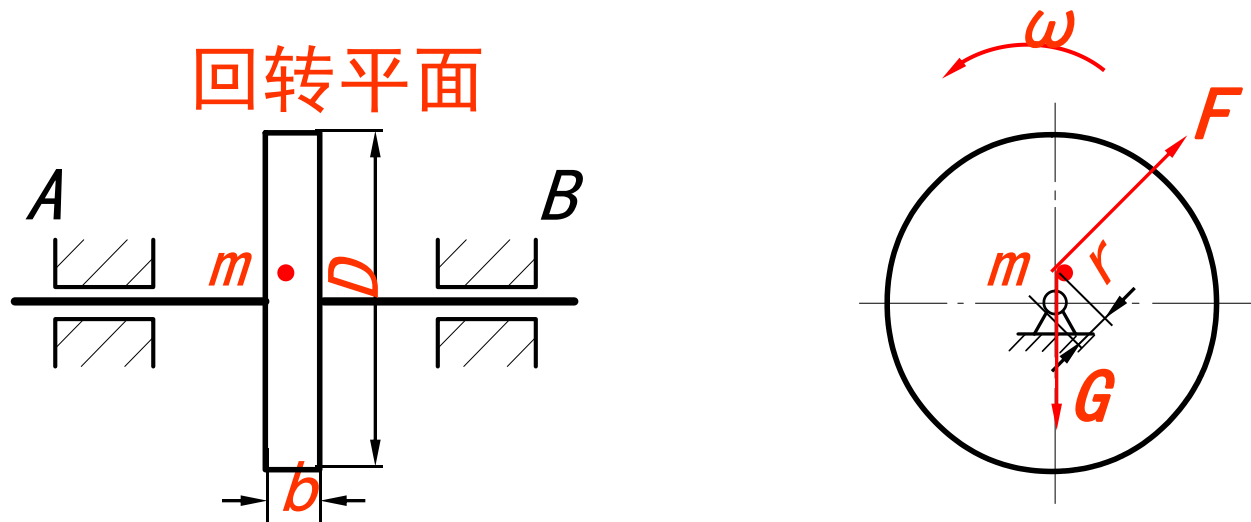
§ 6-2 刚性转子的平衡计算

1 刚性转子的静平衡计算

(1) 静不平衡转子：

适用对象：相对较薄($b < 0.2D$)，可近似认为质量分布在同一平面内，各质点惯性力共面。

特点——若重心不在回转轴线上，则在静止状态下，无论其重心初始在何位置，最终都会落在轴线的铅垂线的下方这种不平衡现象在静止状态下就能表现出来，故称为**静不平衡**。



§ 6-2 刚性转子的平衡计算

1 刚性转子的静平衡计算

(2) 静平衡及其条件

静平衡 对于静不平衡转子，利用在其上增加或除去一部分质量，使其质心与回转轴心重合，即可使转子的惯性力得以平衡的方法。

静平衡的条件 平衡后转子的各偏心质量（包括平衡质量）的惯性力的合力为零。即

$$\Sigma F=0$$

(3) 静平衡计算

静平衡计算主要是针对由于结构所引起的静不平衡的转子而进行平衡的计算。

根据其结构，计算确定需增加或除去的平衡质量，使其在设计时获得静平衡。



§ 6-2 刚性转子的平衡计算

条件： $b/D < 1/5$, 所有惯性力
可认为在同一个平面上

惯性力为平面汇交力系：

$$\vec{F}_i = m_i \vec{r}_i \omega^2$$

其合力

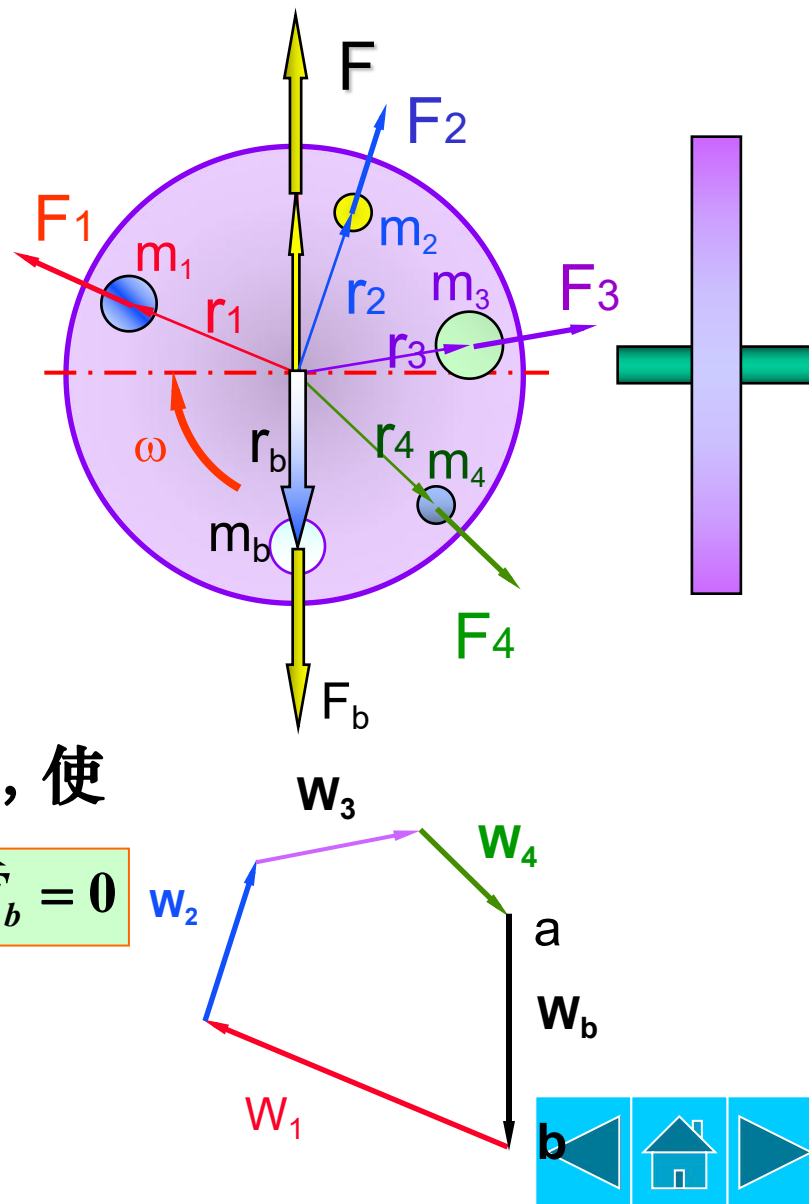
$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i \neq 0$$

平衡方法： 在合力P的反向加 m_b , 使

$$\vec{F}_b = -\vec{F} \quad \text{则} \quad \boxed{\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_i + \vec{F}_b = 0}$$

$$m_b r_b = \overline{ab} \cdot \mu$$

平衡： 去重或配重



§ 6-2 刚性转子的平衡计算

质径积表达方式

- 平衡方程:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_b = 0$$

$$m_1 \vec{r}_1 \omega^2 + m_2 \vec{r}_2 \omega^2 + m_3 \vec{r}_3 \omega^2 + m_4 \vec{r}_4 \omega^2 + m_b \vec{r}_b \omega^2 = 0$$

- 质径积矢量方程:

$$m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_4 \vec{r}_4 + m_b \vec{r}_b = 0$$

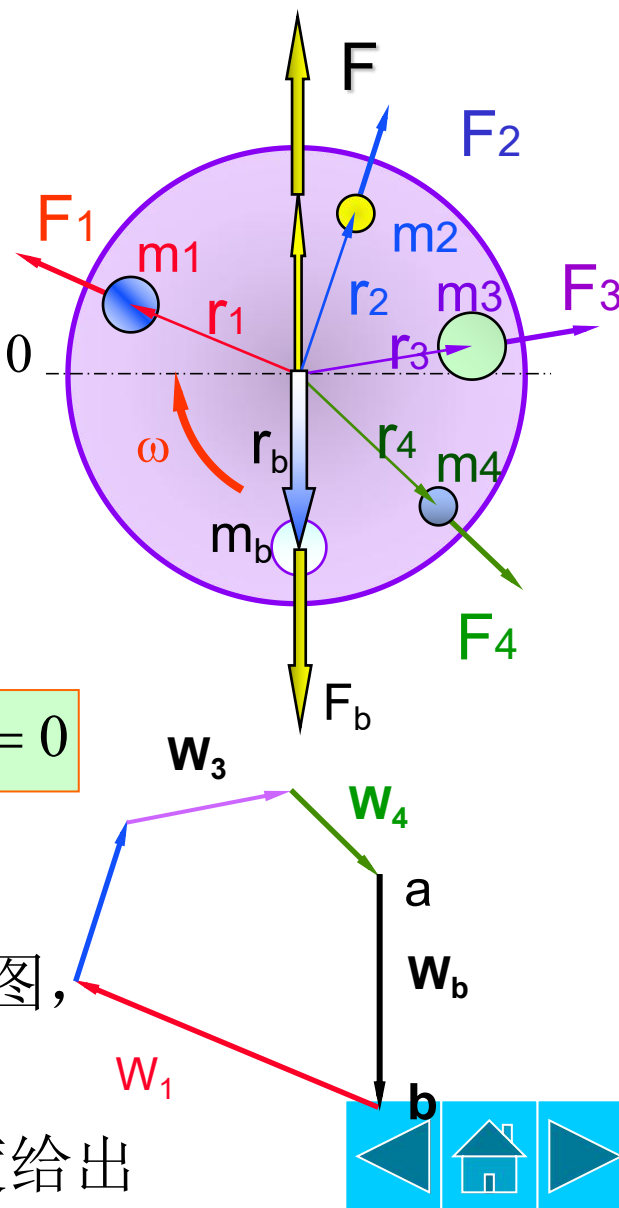
$$\vec{W}_1 + \vec{W}_2 + \vec{W}_3 + \vec{W}_4 + \vec{W}_b = 0$$

- 质径积矢量方程:

$$m\vec{e} = \sum m_i \vec{r}_i + m_b \vec{r}_b = 0$$

质径积矢量方程解法:

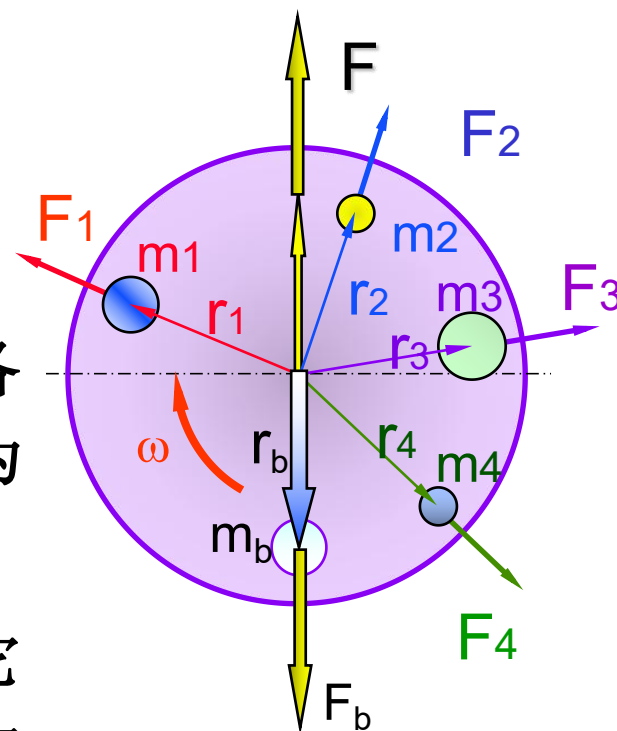
- 图解法: 定比例尺 μ , 作质径积矢量图, 量平衡质径积的大小
- 解析法: 若各不平衡质量方向以角度给出



§ 6-2 刚性转子的平衡计算

静平衡结论

- 产生静不平衡的原因是合惯性力不为零
- **静平衡的条件：**分布于转子上的各个偏心质量的离心惯性力的合力为零，或质径积的向量和为零
- 对于静不平衡的刚性转子，无论它有多少个偏心质量，只要适当增加（或减小）一个平衡质量，就能使其获得平衡。即对静不平衡的转子，需加平衡质量的最少数目为1



刚性转子静平衡具体措施

在 r_b 处增加一个平衡质 m_b (配重)

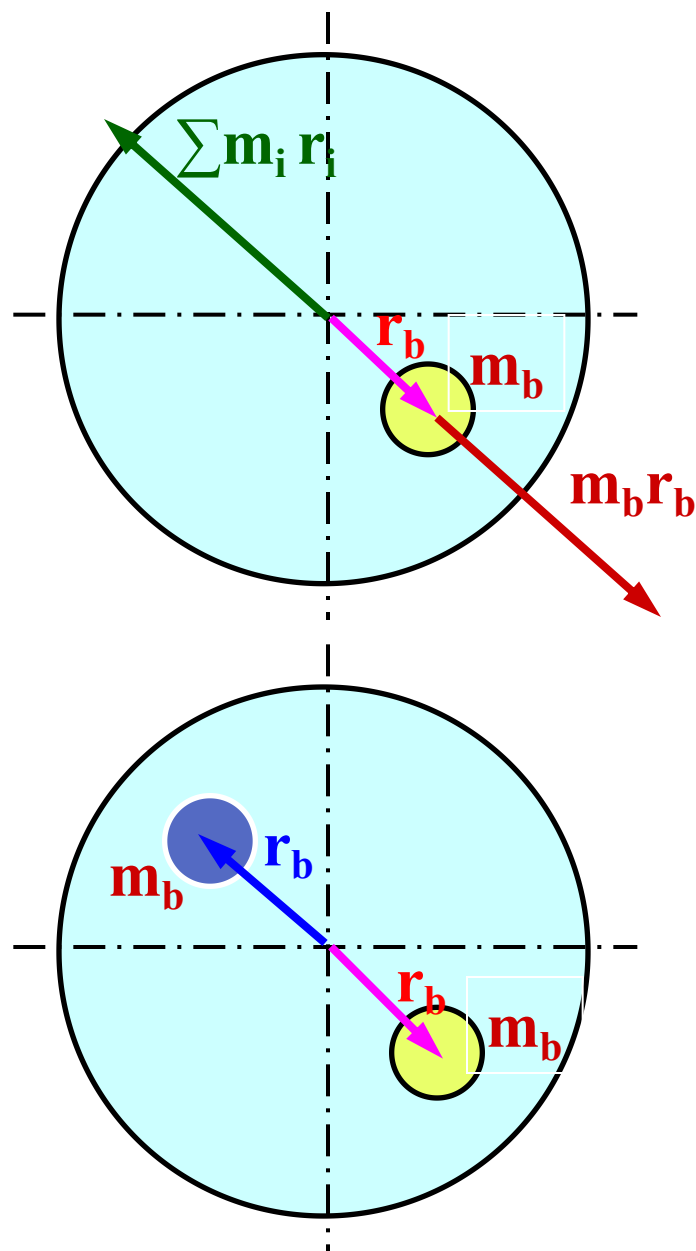
或在 r_b 相反方向减去一个 m_b (去重)

静平衡也被称作单面平衡

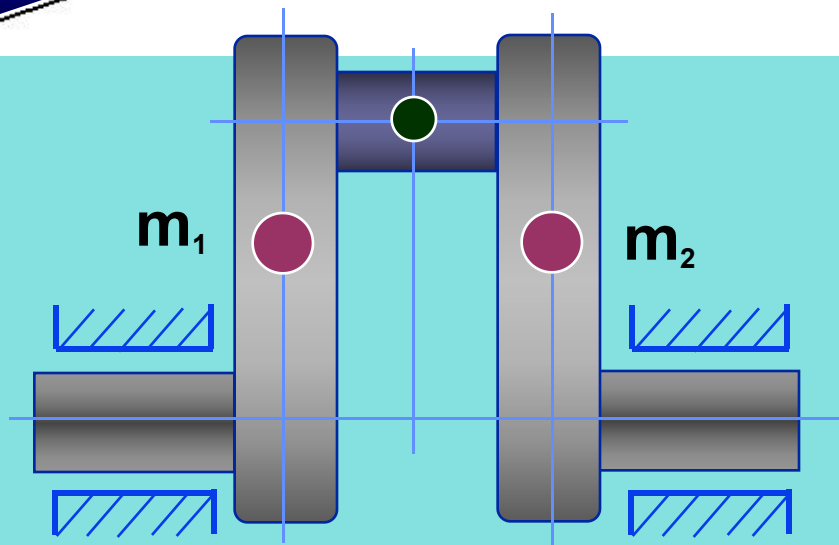
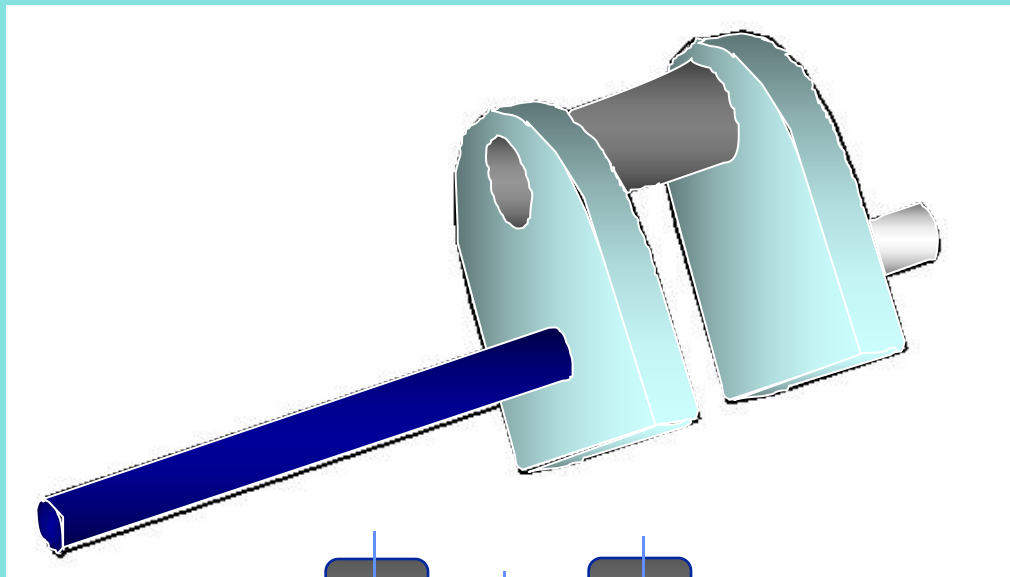
满足静平衡的条件:

质径积矢量和为零

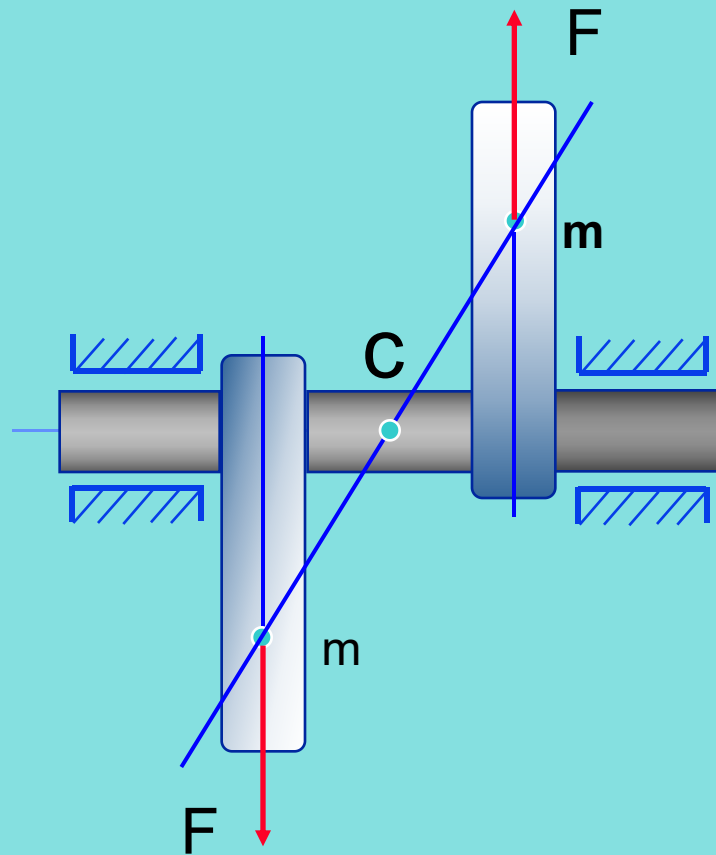
$$\sum \overrightarrow{M_i r_i} + \overrightarrow{M_b r_b} = \mathbf{0}$$



常见的动不平衡实例



不能认为质量分布在同一平面



静平衡而动不平衡



2 刚性转子的动平衡计算



适用条件:

轴向尺寸较大的场所 ($b/D > 0.2$)

在 I - I、II - II 平面

存在着偏心质量 m_1 、 m_2 , 且:

$$m_1 = m_2, \quad r_1 = r_2$$

质径积 $\overrightarrow{m_1 r_1}$ 、 $\overrightarrow{m_2 r_2}$ 在

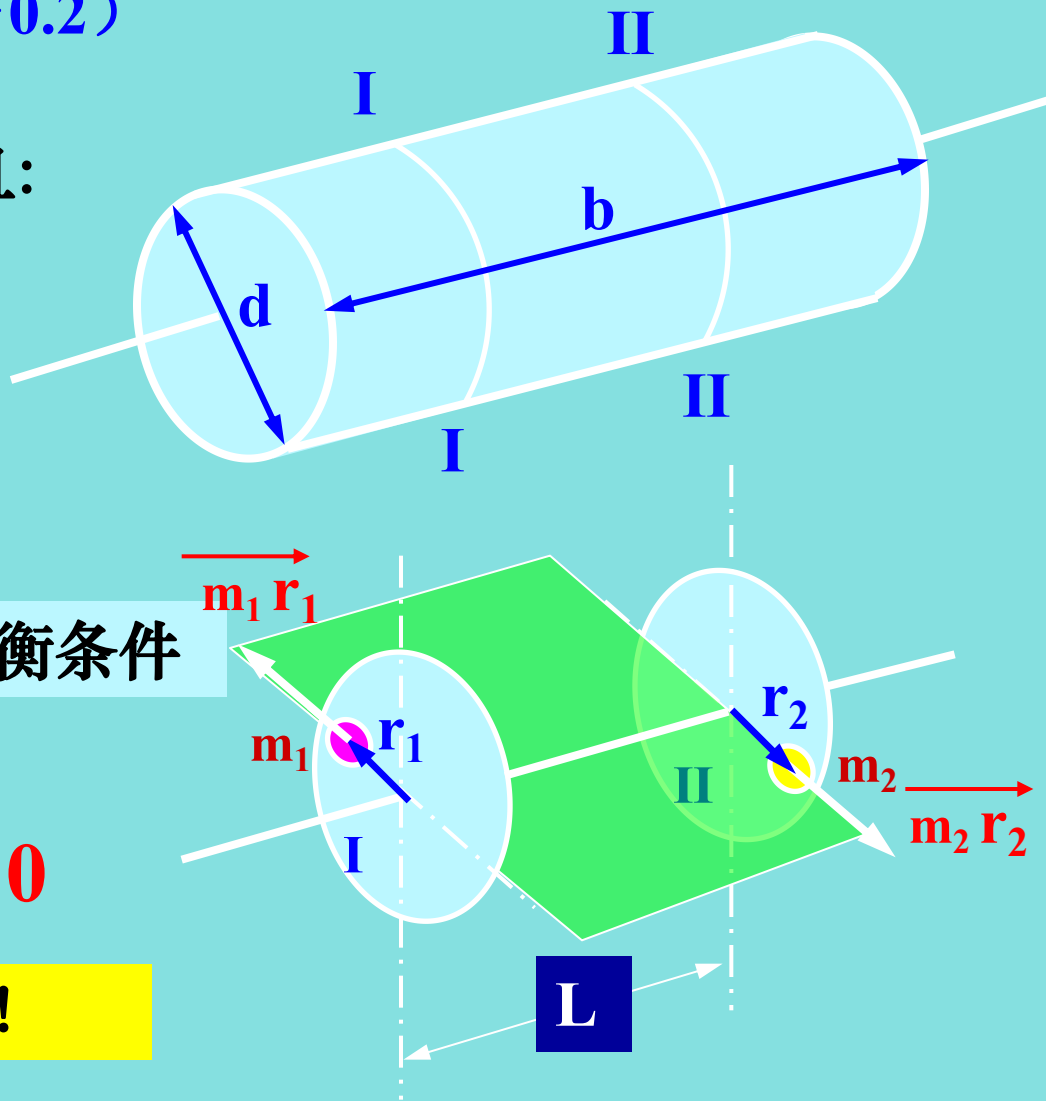
同一平面上。即:

$$\overrightarrow{m_1 r_1} + \overrightarrow{m_2 r_2} = 0 \quad \text{满足静平衡条件}$$

但 $\sum M \neq 0$ 即:

$$M = m_1 r_1 \cdot L = m_2 r_2 \cdot L \neq 0$$

该情况为静平衡而动不平衡!



满足动平衡的条件 { 质径积矢量和为零 $\sum m_i r_i + m_b r_b = 0$
质径积力矩和为零 $\sum M = 0$

注意(重要概念点):

- ▲ 满足动平衡一定同时满足静平衡;
- ▲ 满足静平衡却不一定同时满足动平衡;
- ▲ 静不平衡构件中的所有惯性力
为一平面汇交力系(单面平衡);
- ▲ 动不平衡构件中的所有惯性力
为一空间任意力系(双面平衡)。



动平衡计算的力学基础

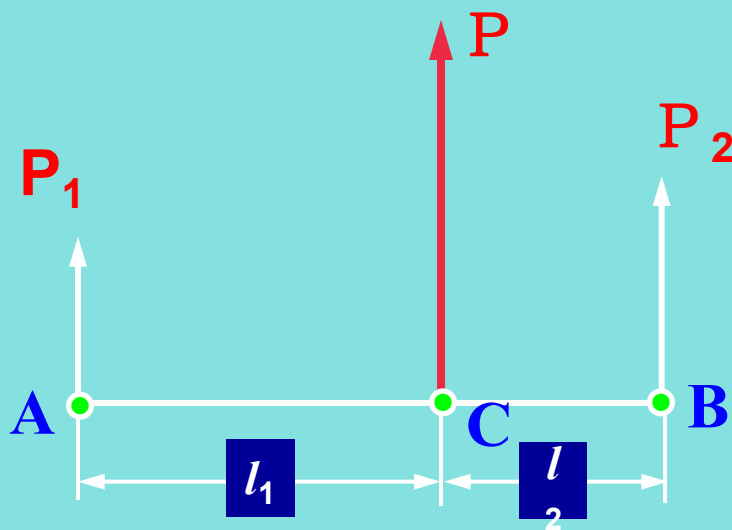


力学基础：力的平行分解

将力 \mathbf{P} 平行分解为 \mathbf{P}_1 、 \mathbf{P}_2

\mathbf{P}_1 、 \mathbf{P}_2 等效代替 \mathbf{P} 应满足的条件：

- 力等效
- 力矩等效



得出：

力等效： $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

力矩等效：

$$\sum M_A = 0 \quad P_2(l_1 + l_2) = Pl_1$$

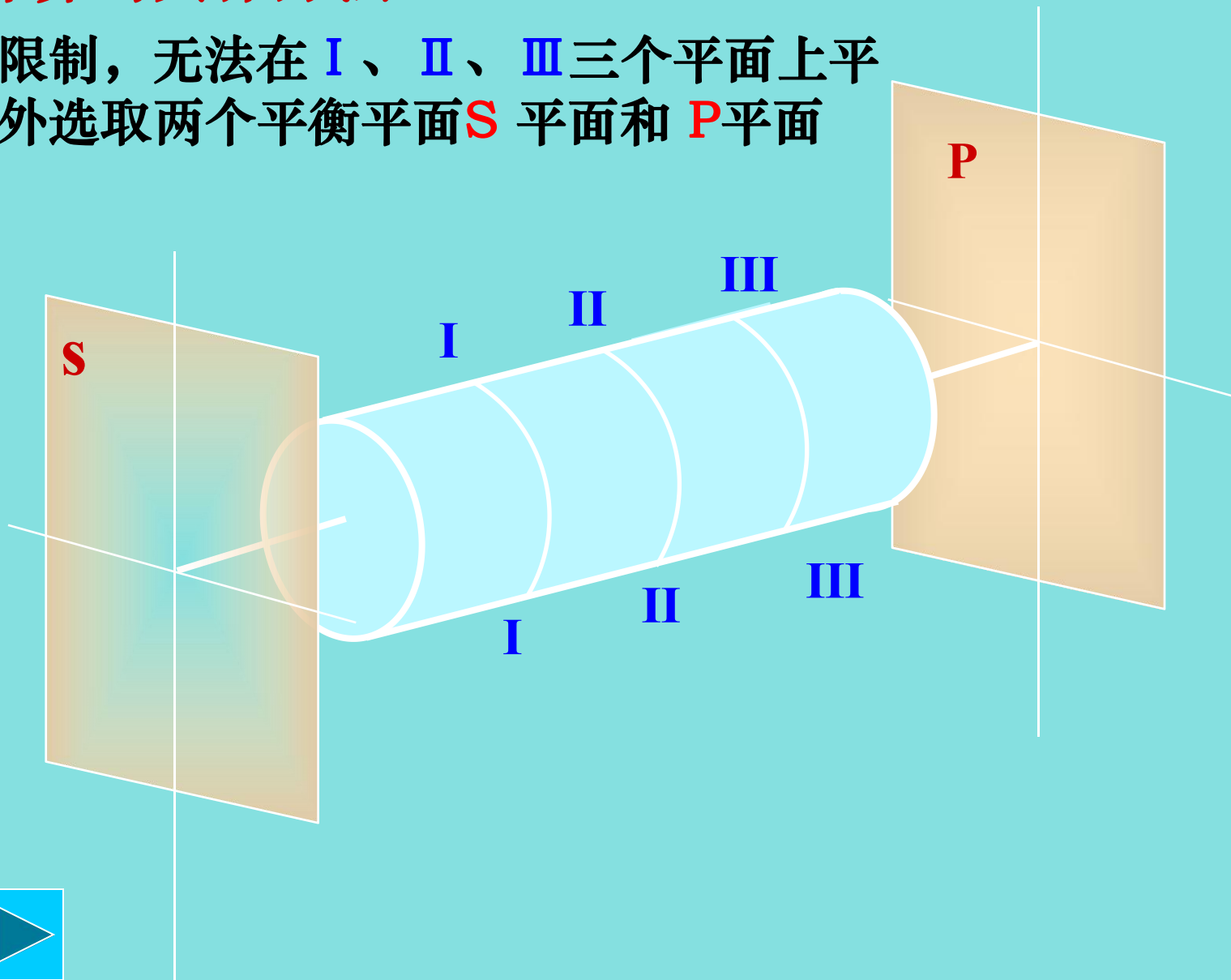
$$\sum M_B = 0 \quad P_1(l_1 + l_2) = Pl_2$$

$$P_1 = P \frac{l_2}{l_1 + l_2}$$

$$P_2 = P \frac{l_1}{l_1 + l_2}$$

动平衡计算的具体方法

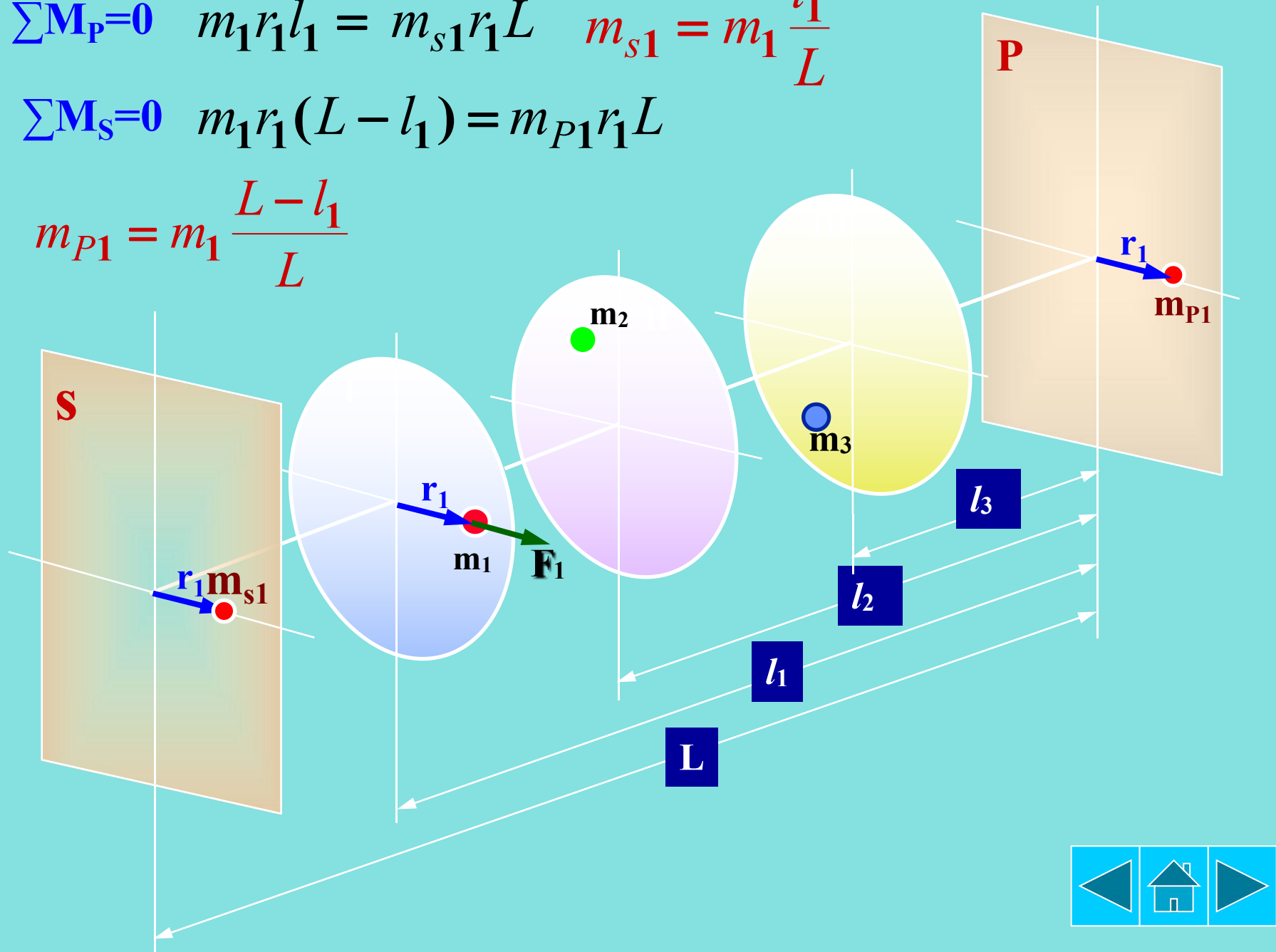
因受结构限制，无法在 **I**、**II**、**III** 三个平面上平衡，故另外选取两个平衡平面 **S** 平面和 **P** 平面



$$\Sigma \mathbf{M}_P = 0 \quad m_1 r_1 l_1 = m_{s1} r_1 L \quad m_{s1} = m_1 \frac{l_1}{L}$$

$$\Sigma \mathbf{M}_S = 0 \quad m_1 r_1 (L - l_1) = m_{P1} r_1 L$$

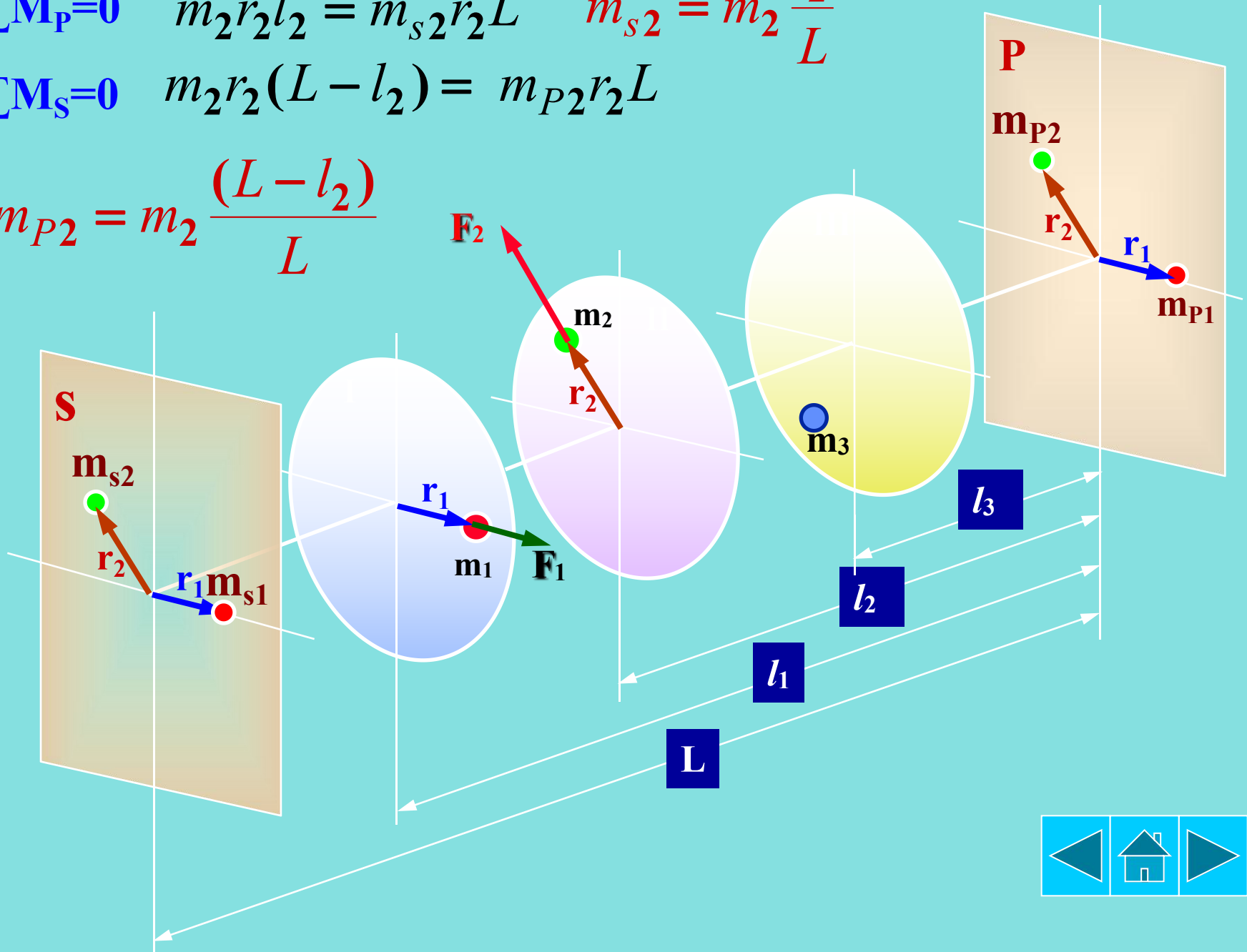
$$m_{P1} = m_1 \frac{L - l_1}{L}$$



$$\Sigma \mathbf{M}_P = 0 \quad m_2 r_2 l_2 = m_{s2} r_2 L \quad m_{s2} = m_2 \frac{l_2}{L}$$

$$\Sigma \mathbf{M}_S = 0 \quad m_2 r_2 (L - l_2) = m_{P2} r_2 L$$

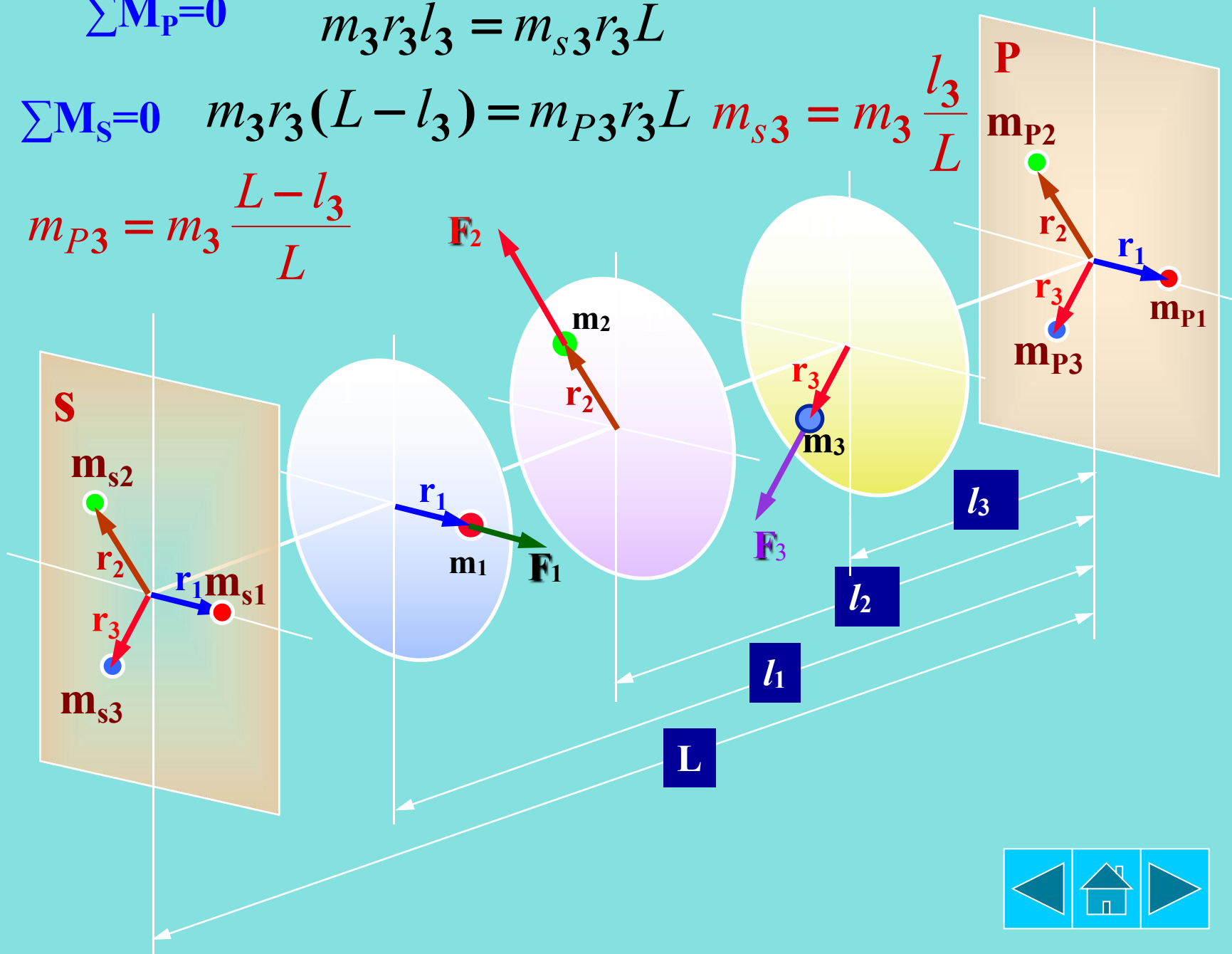
$$m_{P2} = m_2 \frac{(L - l_2)}{L}$$



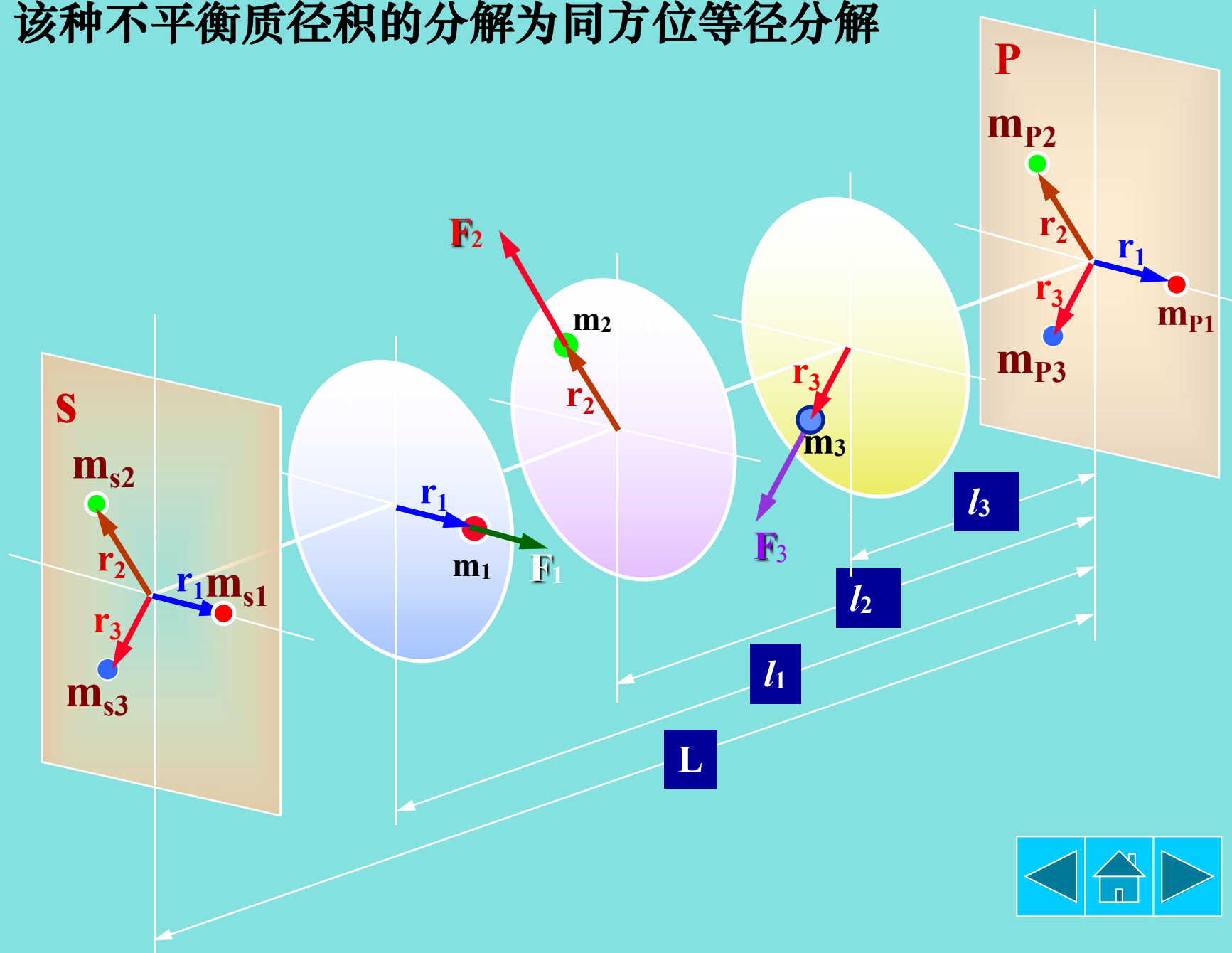
$$\sum \mathbf{M}_P = 0 \quad m_3 r_3 l_3 = m_{s3} r_3 L$$

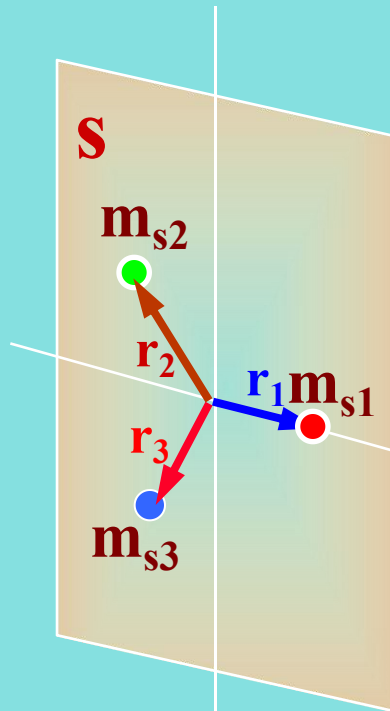
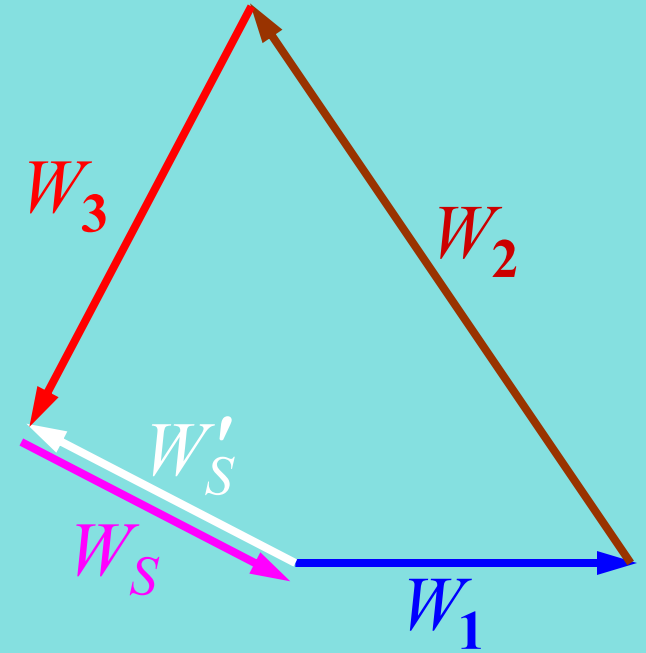
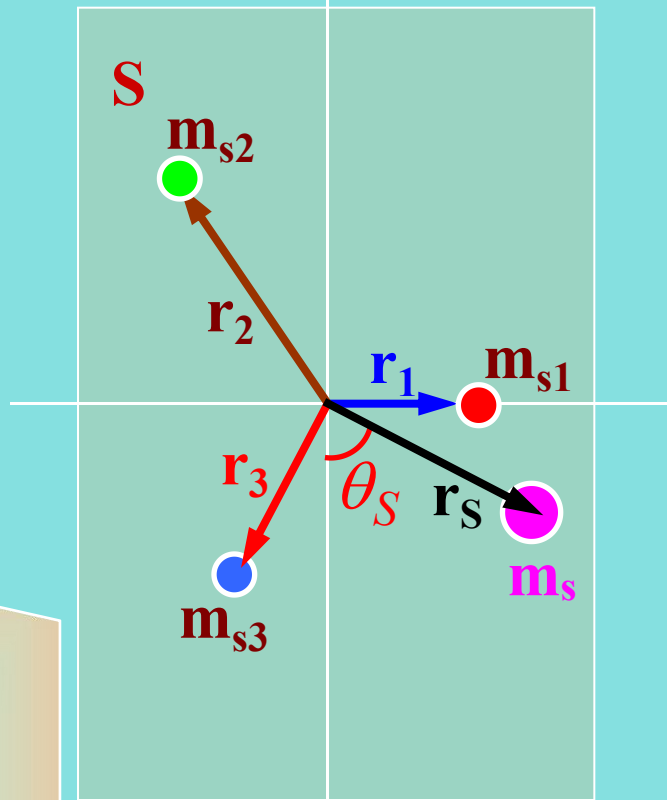
$$\sum \mathbf{M}_S = 0 \quad m_3 r_3 (L - l_3) = m_{P3} r_3 L \quad m_{s3} = m_3 \frac{l_3}{L}$$

$$m_{P3} = m_3 \frac{L - l_3}{L}$$



该种不平衡质径积的分解为同方位等径分解





$$W_1 = m_{s1}r_1 / \mu$$

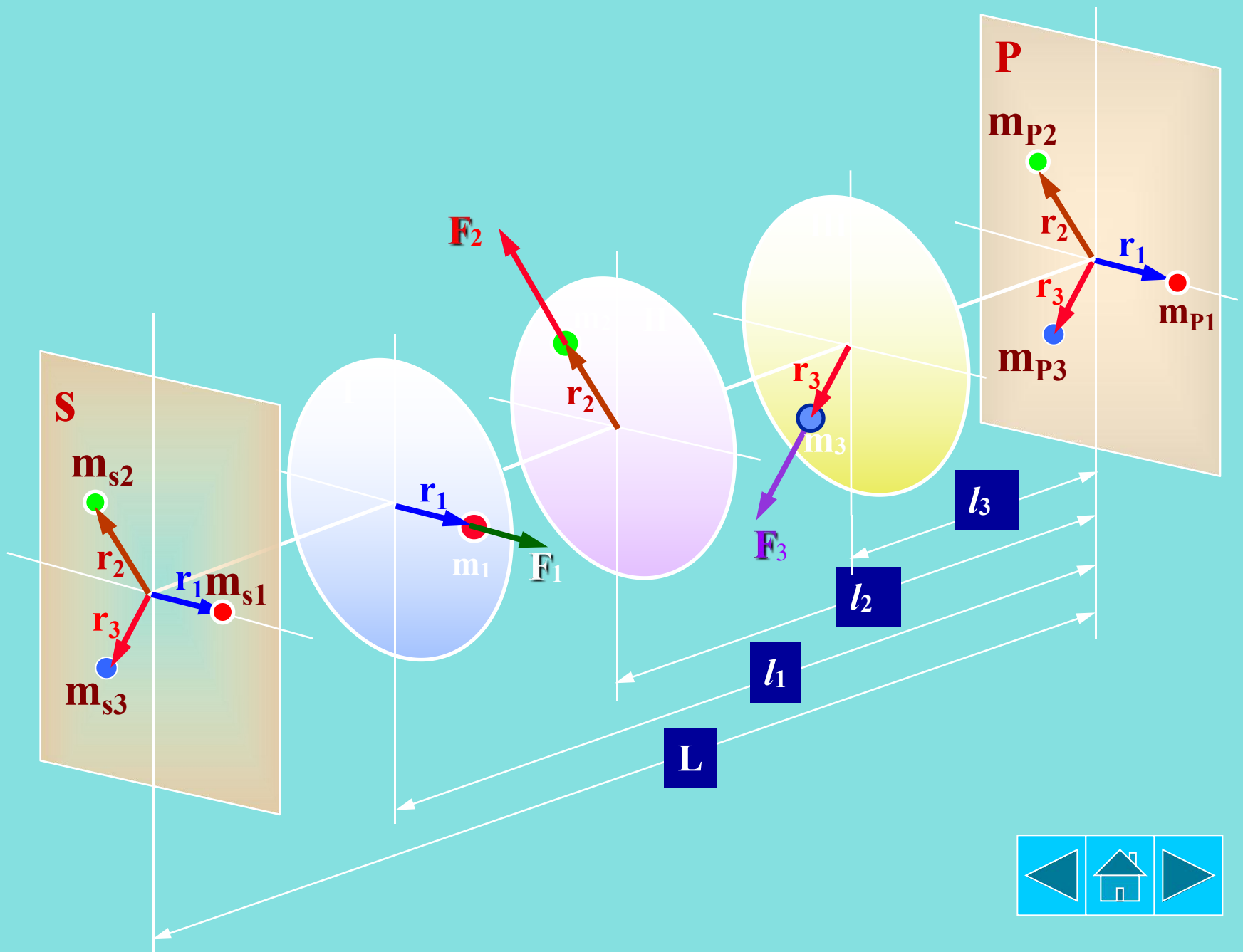
$$W_2 = m_{s2}r_2 / \mu$$

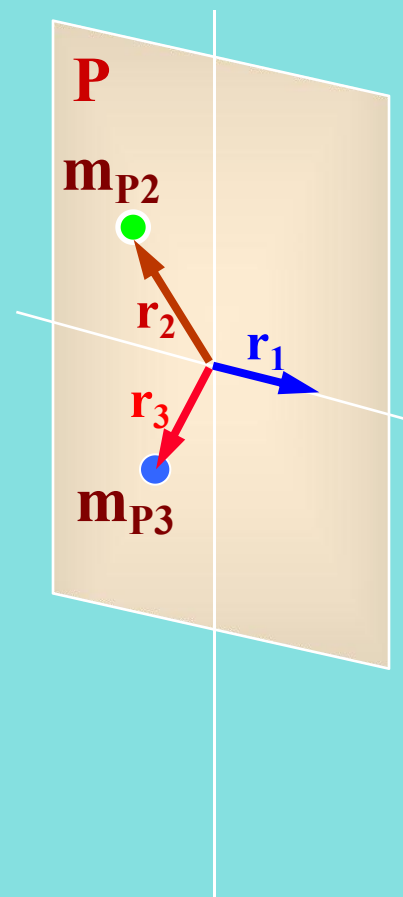
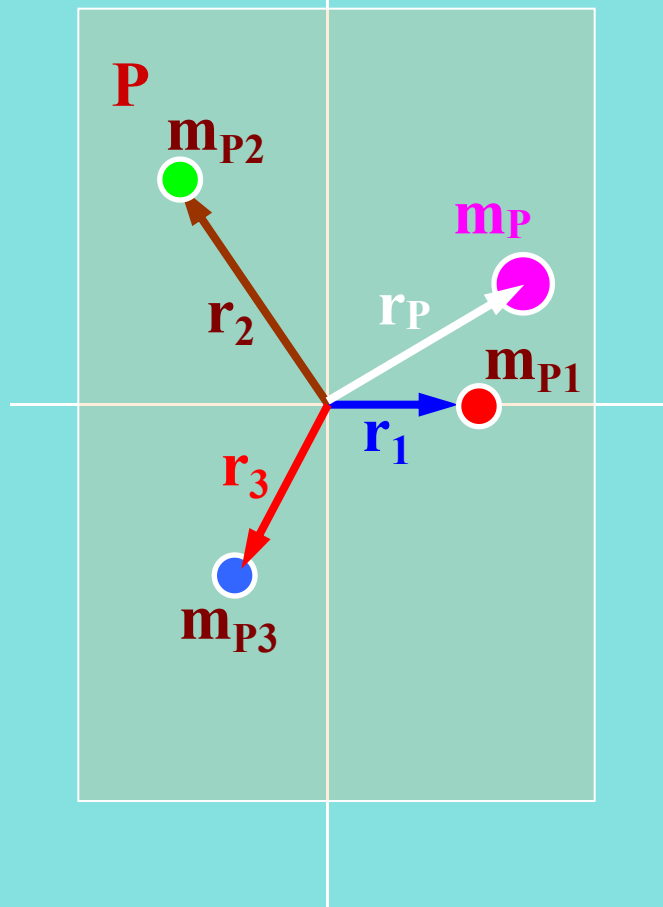
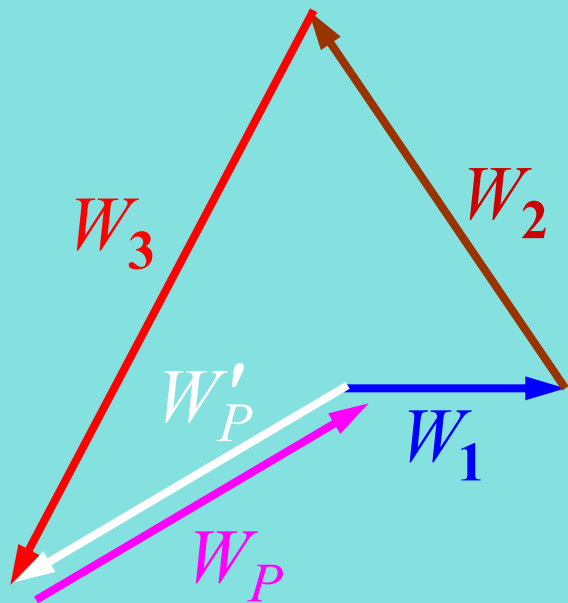
$$W_3 = m_{s3}r_3 / \mu$$

$$m_S r_S = M_S \cdot \mu$$

$$r_S = \frac{M_S \cdot \mu}{m_S}$$







$$W_1 = m_{P1} r_1 / \mu$$

$$W_2 = m_{P2} r_2 / \mu$$

$$W_3 = m_{P3} r_3 / \mu$$

$$m_P r_P = M_P \cdot \mu$$

$$r_P = \frac{M_P \cdot \mu}{m_P}$$



动平衡结论

- 产生动不平衡的原因是合惯性力、合惯性力偶矩均不为零
(特殊情况下, 合惯性力为零, 而合惯性力偶矩不为零)
- 动平衡的条件: 转子上各个质量所产生的空间惯性力系的合力及合力偶均为零
- 对于动不平衡的刚性转子, 只要分别在选定的两个平面内各加适当的平衡质量, 就能达到完全平衡。即要使转子达到动平衡, 所需加的平衡质量的最少数量为2。故动平衡又称双面平衡
- 由于动平衡同时满足静平衡的条件, 故经过动平衡的转子一定静平衡; 反之, 经过静平衡的转子不一定是动平衡的



例题1 在图示盘状转子上有两个不平衡的质量： $m_1=1.5\text{kg}$ ， $m_2=0.8\text{kg}$ ， $r_1=140\text{mm}$ ， $r_2=180\text{mm}$ ，相位如图所示。先用去重法来平衡，求所需挖去的质量的大小和相位（设所需挖去质量处的半径 $r=140\text{mm}$ ）。

解：1. 计算质径积

$$m_1 r_1 = 1.5 \times 0.14 = 0.21 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$m_2 r_2 = 0.8 \times 0.18 = 0.144 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

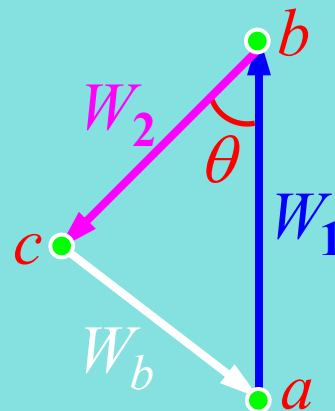
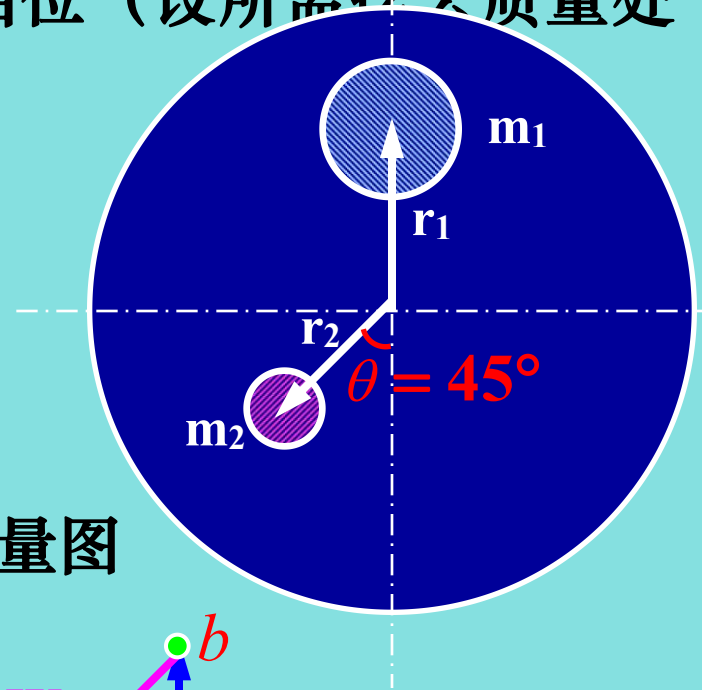
$$\overrightarrow{m_1 r_1} + \overrightarrow{m_2 r_2} + \overrightarrow{m_b r_b} = 0$$

2. 取比例尺 $\mu = 0.005 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{mm}$ 做矢量图

$$W_1 = \frac{m_1 r_1}{\mu} = \frac{0.21}{0.005} = 42 \text{ mm}$$

$$W_2 = \frac{m_2 r_2}{\mu} = \frac{0.144}{0.005} = 28.8 \text{ mm}$$

$$m_b r_b = W_b \cdot \mu \approx 0.148 \text{ kg} \cdot \text{m}$$



3. 求挖去质量的大小和相位

$$m_b = \frac{m_b r_b}{r_b} = \frac{0.148 \times 1000}{140} = 1.057 \text{ kg}$$

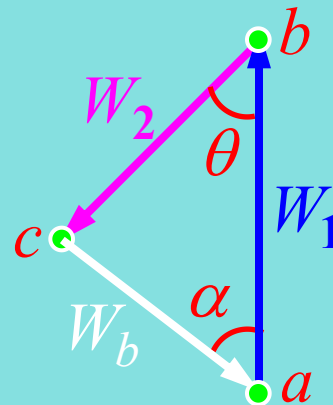
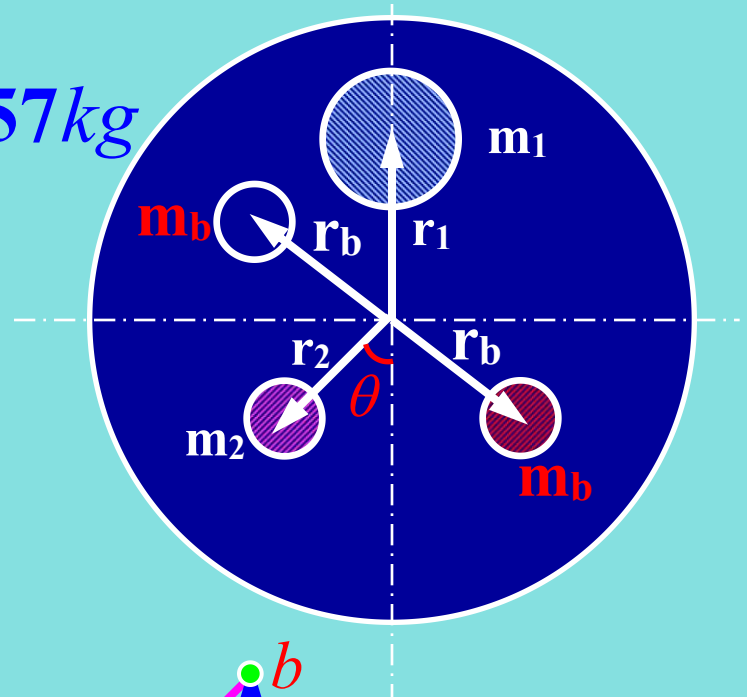
4. 相位角 α

$$\frac{W_2}{\sin \alpha} = \frac{W_b}{\sin \theta} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{W_2 \sin \theta}{W_b} = \frac{m_2 r_2 \sin \theta}{m_b r_b}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{m_2 r_2 \sin \theta}{m_b r_b}$$

$$= \arcsin \frac{0.144 \sin 45^\circ}{0.148} = 43.26^\circ$$



例题2 图示圆盘绕O点转动。圆盘上的平衡质量 $m_b = 0.06\text{kg}$ ，平衡半径 $r_b = 50\text{mm}$ ，不平衡质量 $m_1 = 0.2\text{kg}$ ， $r_1 = 20\text{mm}$ ；不平衡质量 $m_2 = 0.25\text{kg}$ ，试求 r_2 的大小和方位，在没加平衡质量前，轴承处动反力为多大？

解：1. 计算质径积

$$m_1 r_1 = 0.2 \times 20 = 4 \text{ Kg} \cdot \text{mm}$$

$$m_b r_b = 0.06 \times 50 = 3 \text{ Kg} \cdot \text{mm}$$

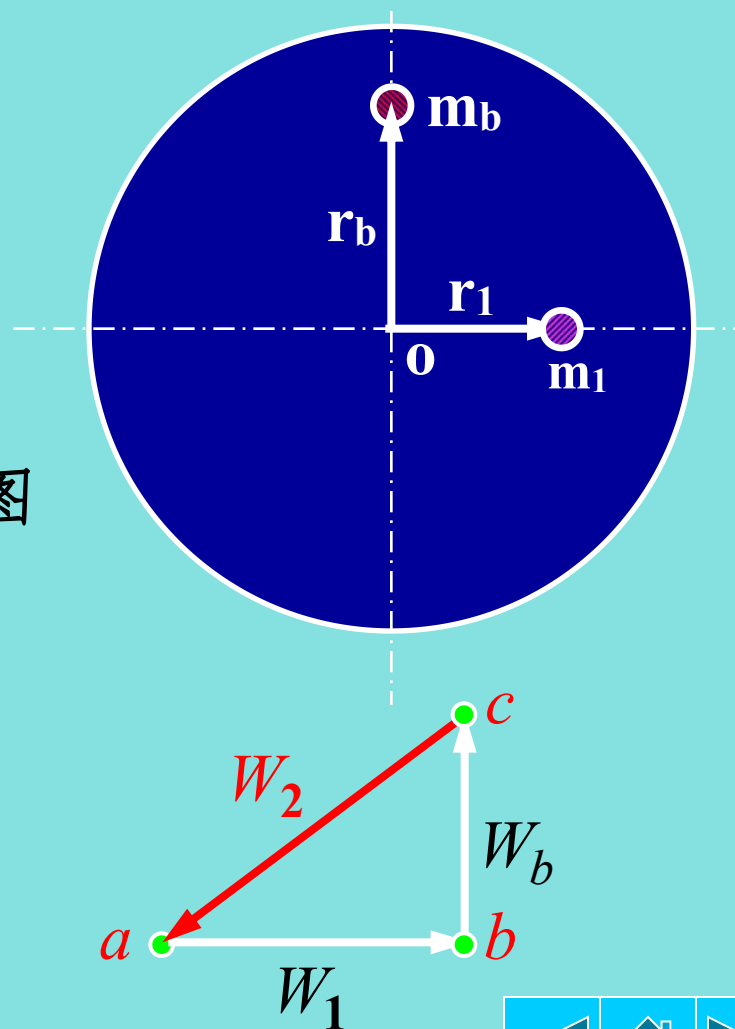
$$\overrightarrow{m_1 r_1} + \overrightarrow{m_2 r_2} + \overrightarrow{m_b r_b} = 0$$

2. 取比例尺 $\mu = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{mm/mm}$ 做矢量图

$$W_1 = \frac{m_1 r_1}{\mu} = \frac{4}{0.1} = 40 \text{ mm}$$

$$W_b = \frac{m_b r_b}{\mu} = \frac{3}{0.1} = 30 \text{ mm}$$

$$m_2 r_2 = W_2 \cdot \mu = 5 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$



3. r_2 和相位

$$m_2 r_2 = W_2 \cdot \mu = 5 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

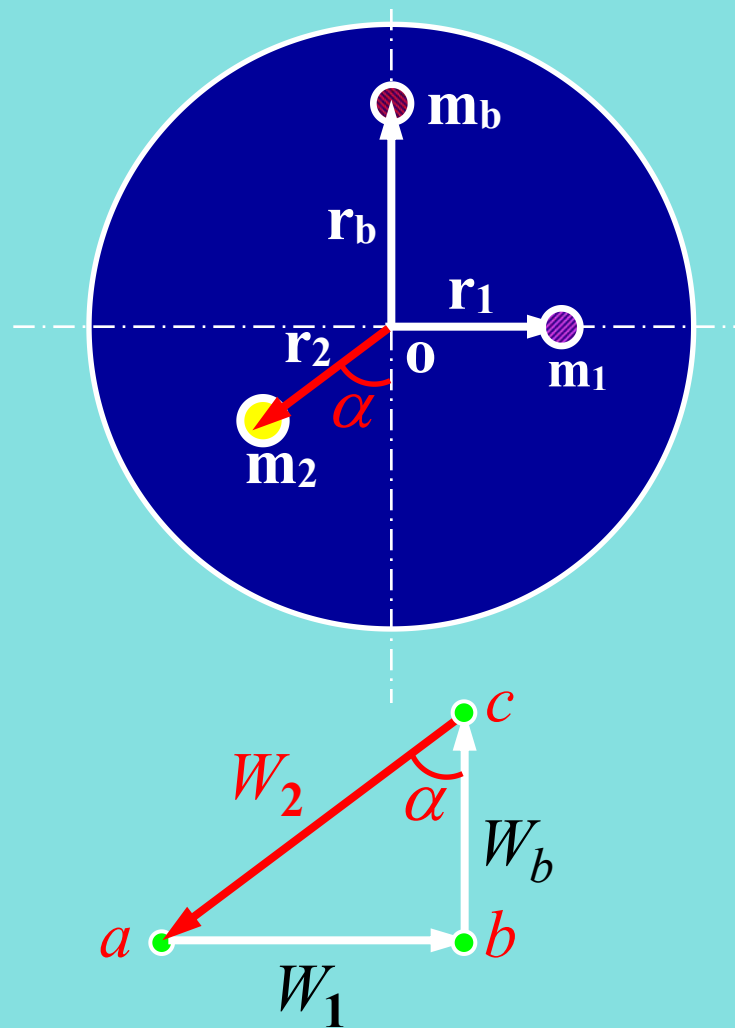
$$r_2 = \frac{m_2 r_2}{m_2} = \frac{5}{0.25} = 20 \text{ mm}$$

$$\sin \alpha = \frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1 r_1}{m_2 r_2} = \frac{4}{5}$$

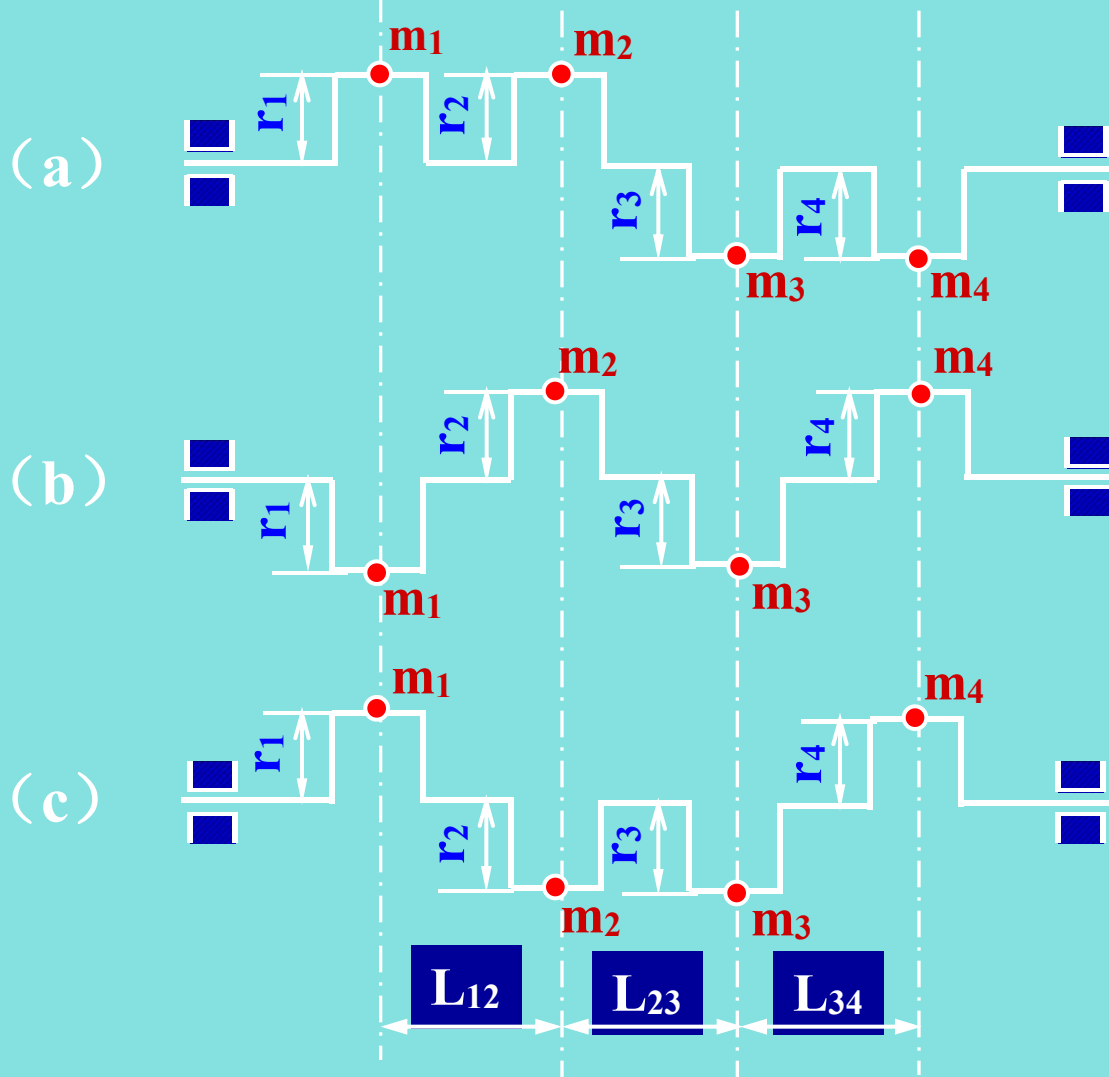
$$\alpha = \arcsin \frac{4}{5} = 53.1^\circ$$

4. 求没加平衡质量前轴承的动反力

$$F_b = m_b r_b \omega^2 = 3 \times 0.05 \times \frac{1000 \times 2\pi}{60} = 3\pi^2 \text{ N}$$



例题3 如图所示的三根曲轴，已知 $m_1=m_2=m_3=m_4=m$ ， $r_1=r_2=r_3=r_4=r$ ， $L_{12}=L_{23}=L_{34}=L$ ，且曲拐在同一平面中，试判断何者已达到静平衡，何者已达到动平衡。



解：1 分析 (a)

动平衡应满足的条件

$$\begin{cases} \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_i = 0 \end{cases}$$

因： $m_1 = m_2 = m_3 = m_4$

故： $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$

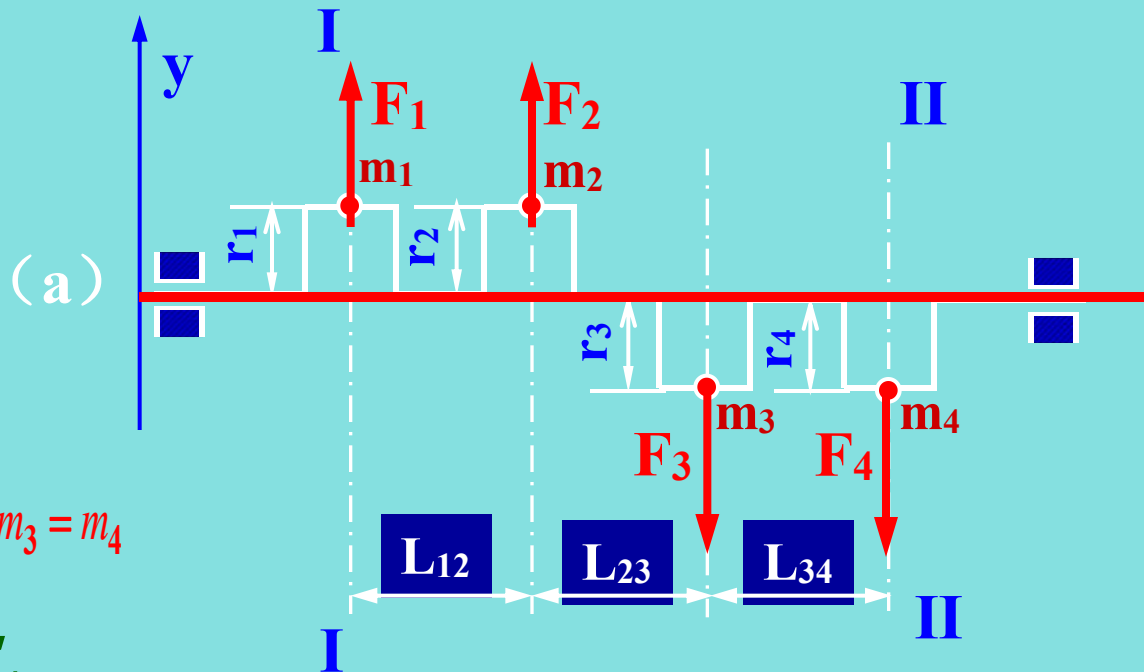
$$\sum F_{iy} = 0 \quad F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = 0$$

满足静平衡条件

$$\sum M_i(I) = 0 \quad L_{12} = L_{23} = L_{34} = L$$

$$F_2 \cdot L - F_3 \cdot 2L - F_4 \cdot 3L = -4FL \neq 0$$

不满足动平衡条件。即该曲轴是静平衡的但不是动平衡的



2 分析 (b)

$$\sum F_{iy} = 0$$

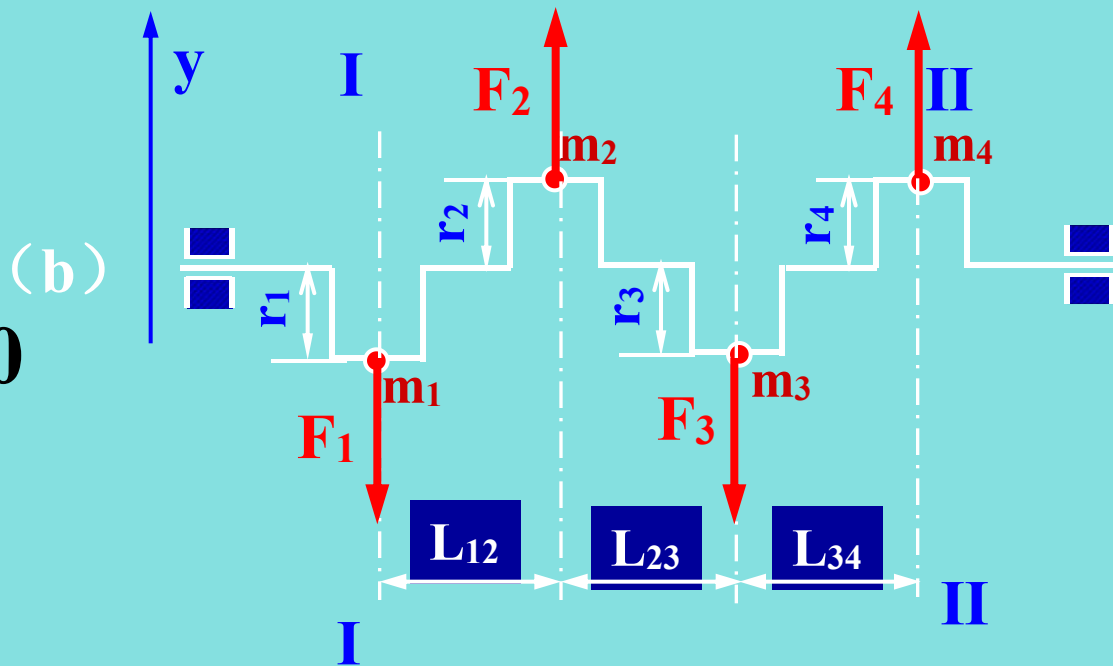
$$-F_1 + F_2 - F_3 + F_4 = 0$$

满足静平衡条件

$$\sum M_i(I) = 0$$

$$F_2 \cdot L - F_3 \cdot 2L + F_4 \cdot 3L = 2FL \neq 0$$

不满足动平衡条件。即该曲轴是静平衡的但不是动平衡的



3 分析 (c)

$$\sum F_{iy} = 0$$

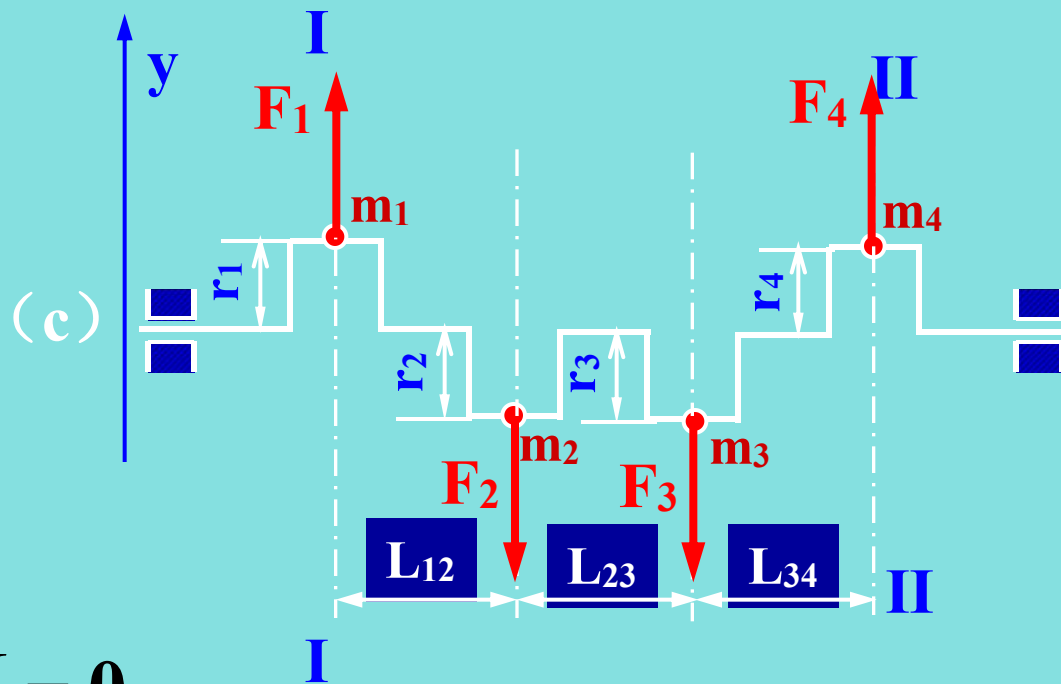
$$F_1 - F_2 - F_3 + F_4 = 0$$

满足静平衡条件

$$\sum M_i(I) = 0$$

$$-F_2 \cdot L - F_3 \cdot 2L + F_4 \cdot 3L = 0$$

满足动平衡条件。即该曲轴既是静平衡的又是动平衡的



例4 已知一轴的中间截面上有一不平衡质量 $m=3\text{kg}$ ，由于结构限制，只能在两端平面A、B上平衡其产生的不平衡惯性力。

$L_A = L_B = 600\text{mm}$ 。要求：

- (1) 按等向径分解质量 ($r=300\text{mm}$) 然后求平衡质径积；
- (2) 按回转半径 $r'=400\text{mm}$ 分解质量，求不平衡质量 m_A' 、 m_B'

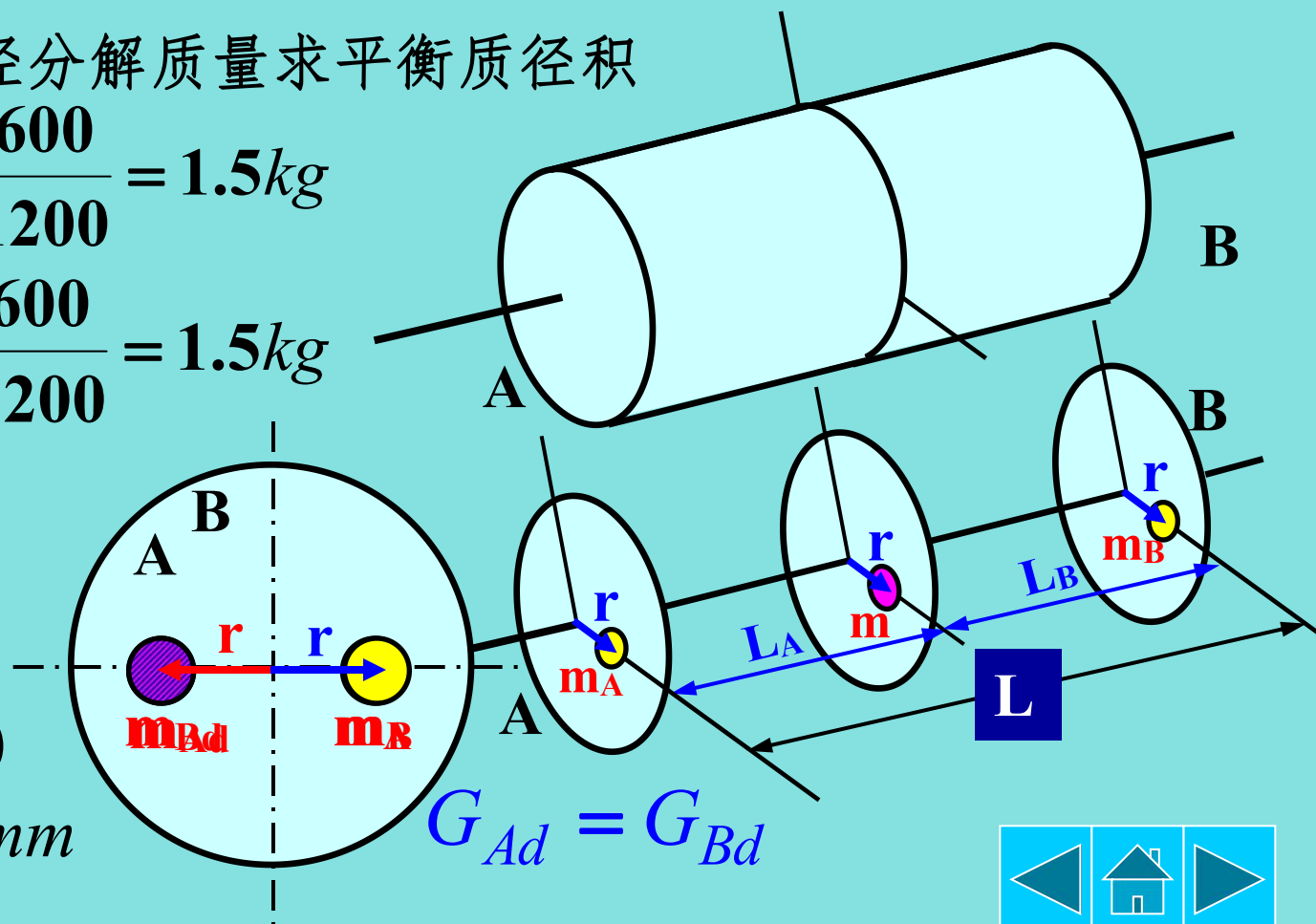
解： (1) 按等向径分解质量求平衡质径积

$$m_A = m \frac{L_B}{L} = 3 \times \frac{600}{1200} = 1.5\text{kg}$$

$$m_B = m \frac{L_A}{L} = 3 \times \frac{600}{1200} = 1.5\text{kg}$$

求平衡质径积

$$\begin{aligned} G_{Ad} &= G_A \\ &= m_A \cdot r \\ &= 1.5 \times 300 \\ &= 450\text{kg} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$



(2) 按回转半径 $r' = 400\text{mm}$ 分解质量，然后求平衡质径积。

a. 求不平衡质径积

$$G = m \times r = 3 \times 300 \\ = 900\text{kg} \cdot \text{mm}$$

b. 向A、B面分解不平衡质径积

$$\sum M_{iA} = 0$$

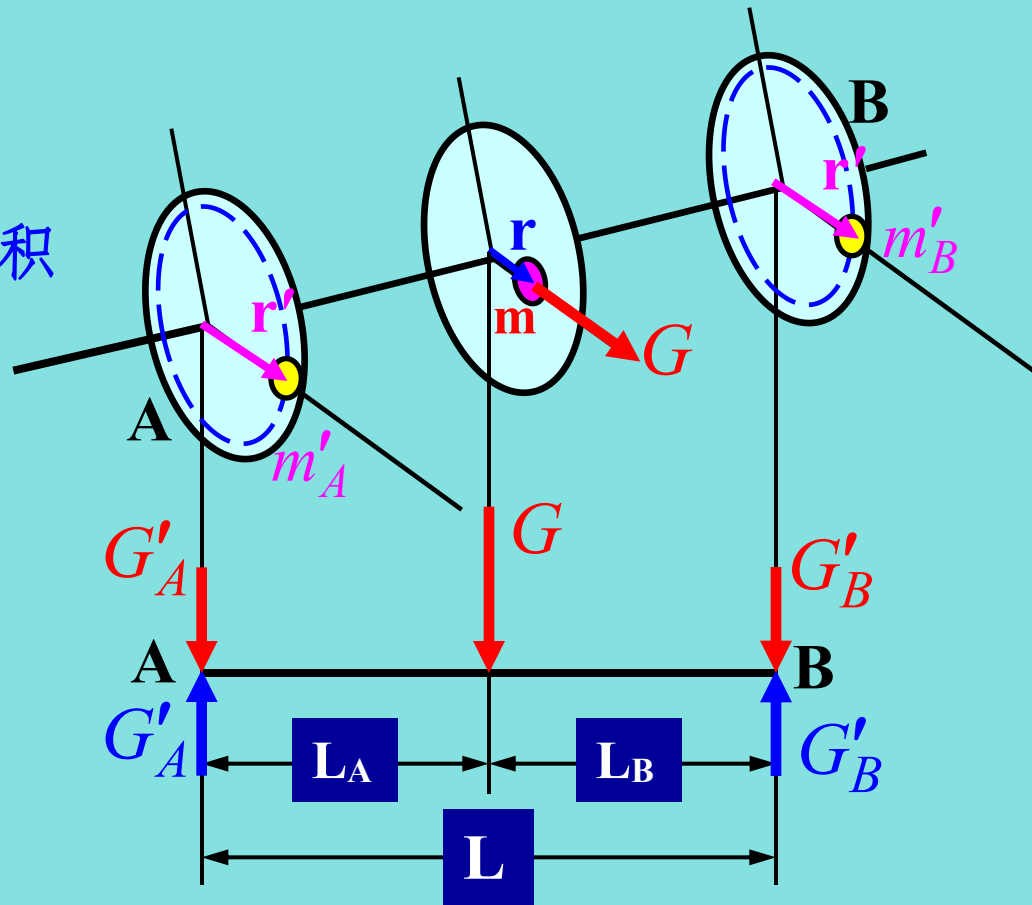
$$G'_B \times L - G \times L_A = 0$$

$$\Rightarrow G'_B = 1/2 G$$

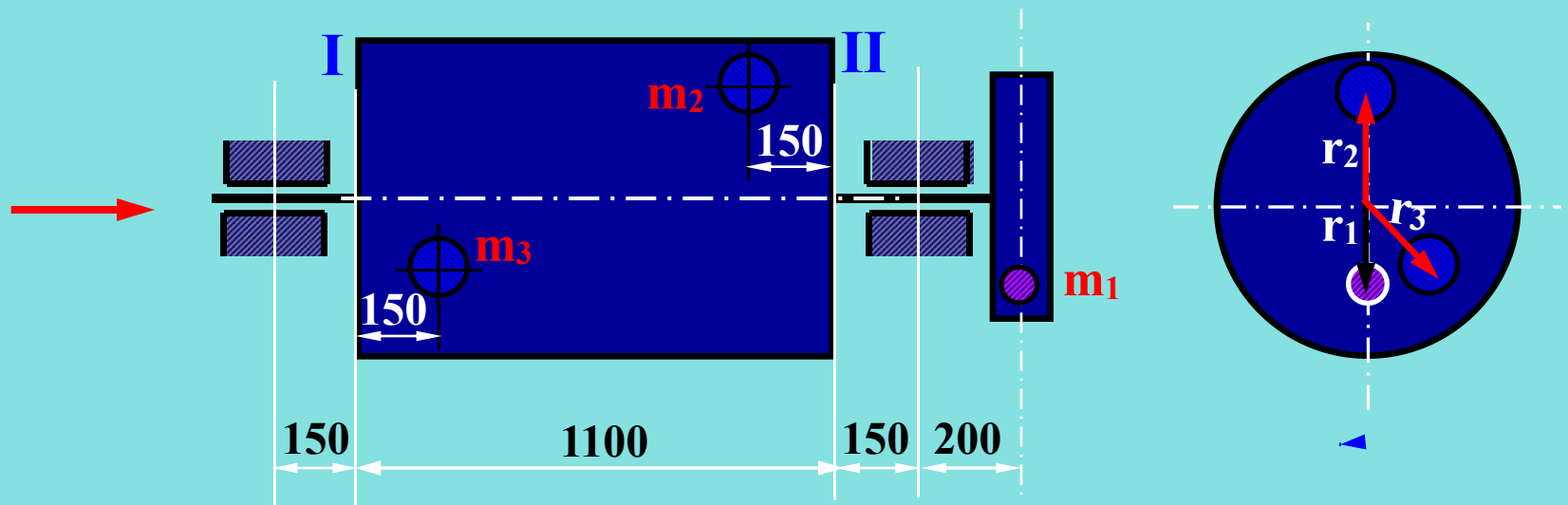
$$\sum F_{iy} = 0 \quad G'_A = G'_B = \frac{1}{2} G$$

c. 求不平衡质量 m_A' m_B'

$$m'_A = m'_B = \frac{G/2}{r'} = \frac{450}{400} = 1.125\text{kg} \cdot \text{mm}$$

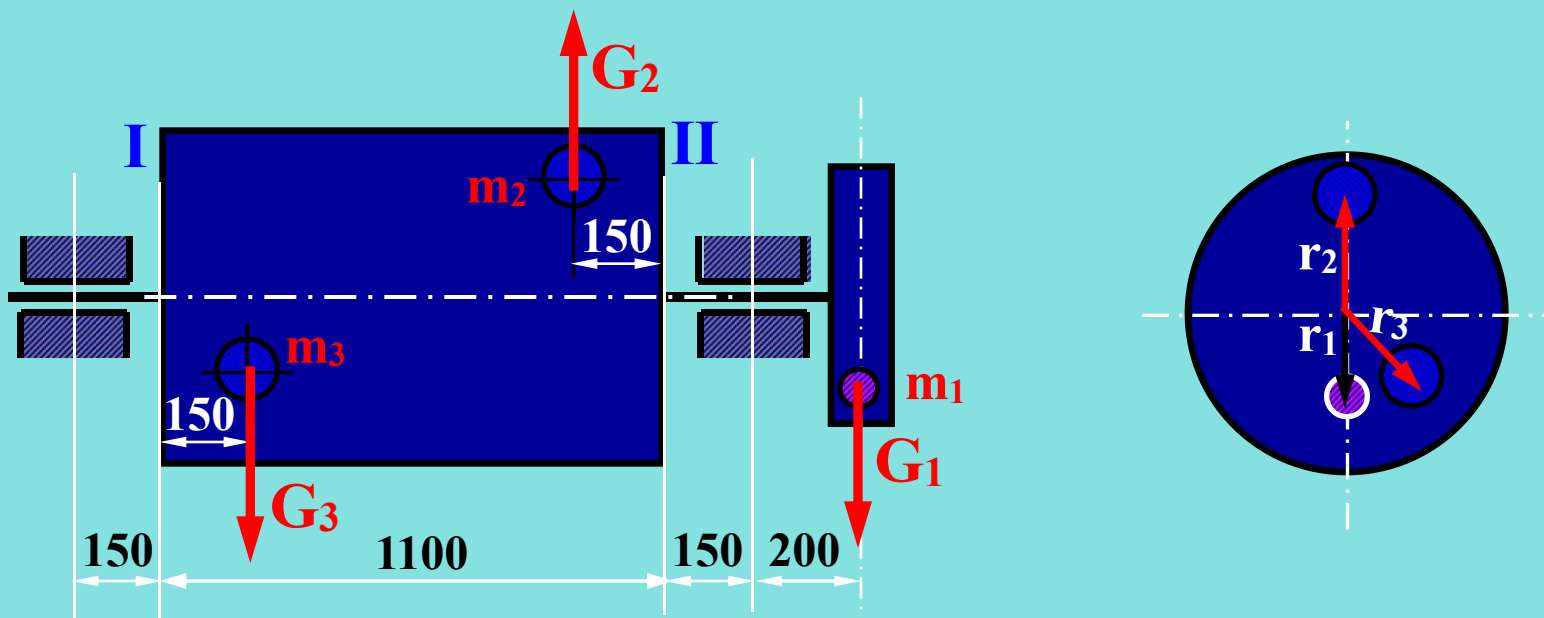


例5 (习题6-7) 如图所示为一滚筒，同轴固结一带轮，测得其上有一偏心质量 $m_1 = 1\text{kg}$ ，测得滚筒上的两偏心质量为 $m_2 = 3\text{kg}$ ， $m_3 = 4\text{kg}$ ，各偏心质量的相位如图所示（长度单位 mm ）。若将平衡基面选在滚筒两端面，且其回转半径均为 400mm ，求两平衡质量的大小和相位。若将平衡基面 Π 改选在带轮宽度的中截面上，其他条件不变，两平衡质量的大小和方位作如何改变？



$$r_1 = 250\text{mm} \quad r_2 = 300\text{mm} \quad r_3 = 200\text{mm}$$





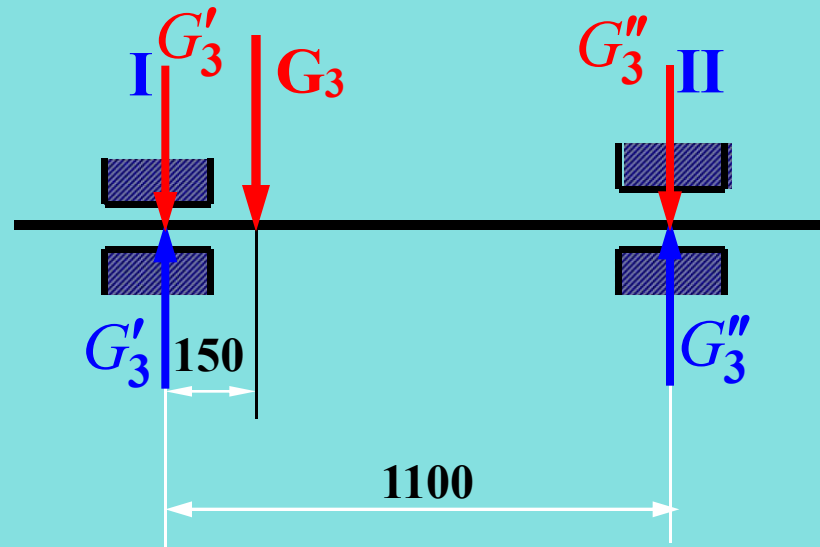
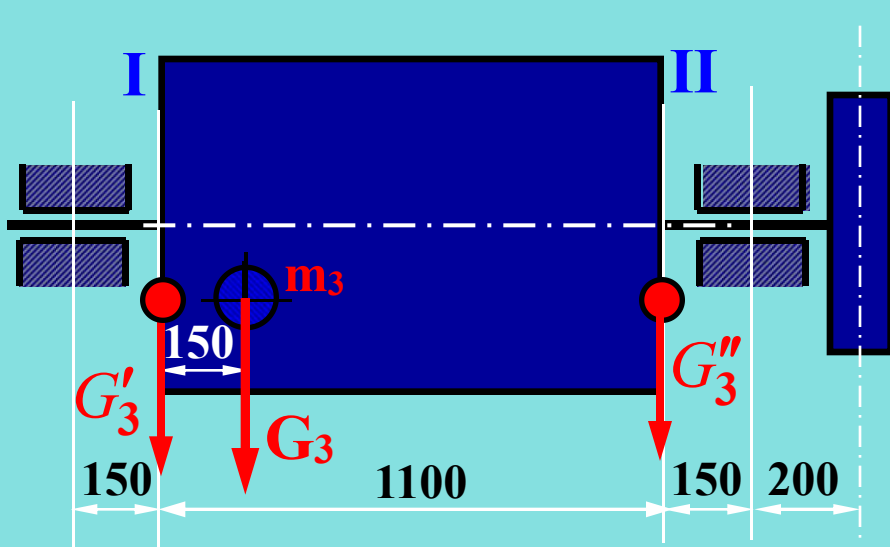
解：1. 计算不平衡质径积

$$G_1 = m_1 r_1 = 1 \times 250 = 250 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_2 = m_2 r_2 = 3 \times 300 = 900 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_3 = m_3 r_3 = 4 \times 200 = 800 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$





2. 向I、II两平面分解不平衡质径积

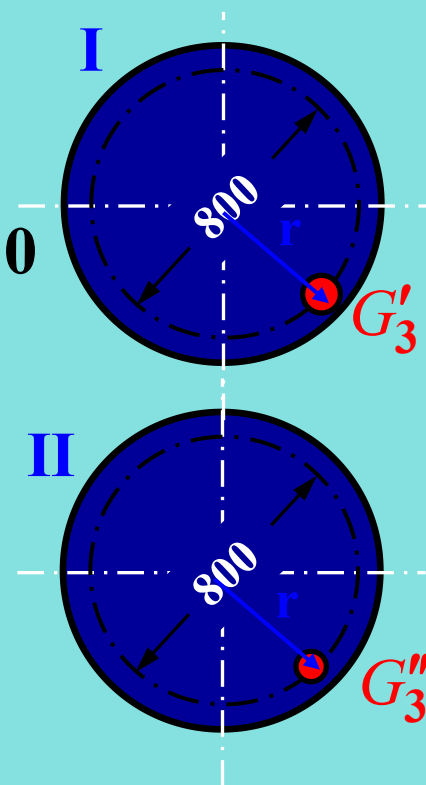
1) 向I面分解 G_3 建立力学模型

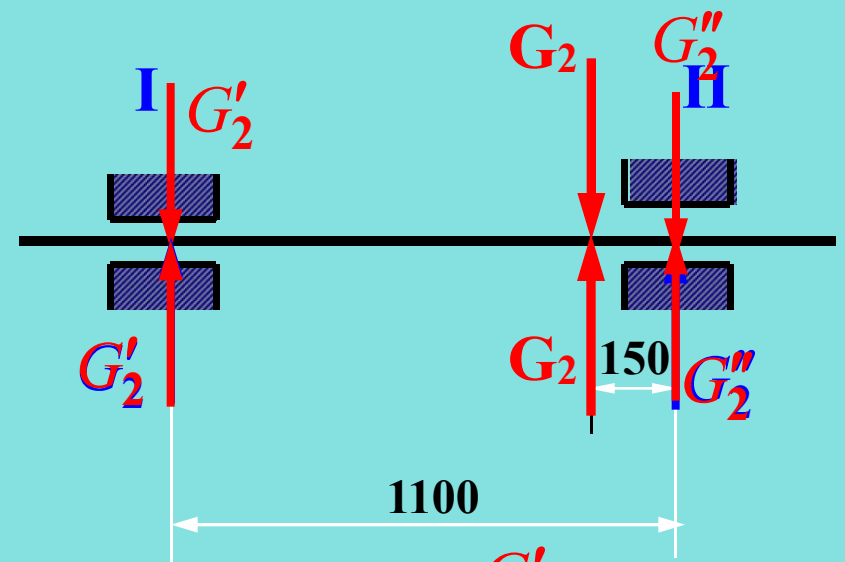
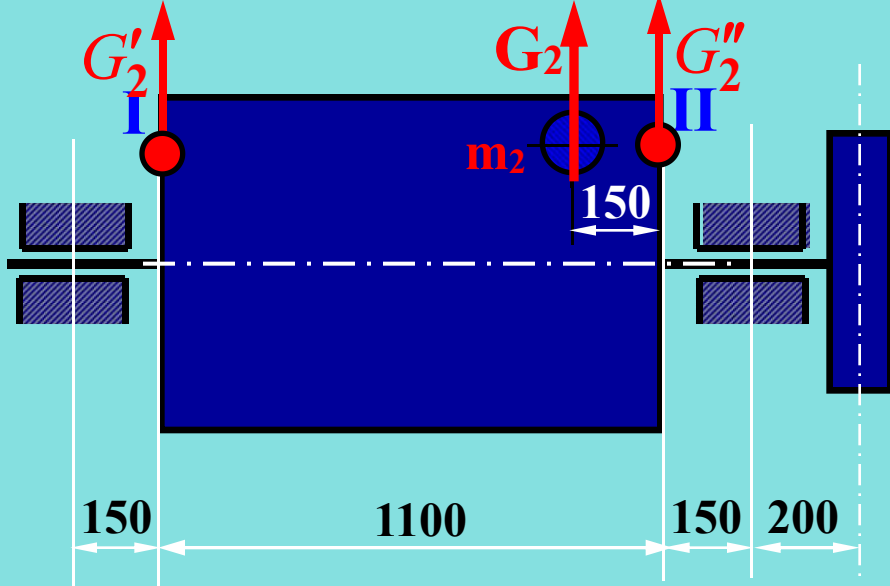
$$\sum M_i(II) = 0 \quad G_3(1100 - 150) - G'_3 \times 1100 = 0$$

$$\Rightarrow G'_3 = \frac{950G_3}{1100} = \frac{9.5G_3}{11}$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad G'_3 + G''_3 - G_3 = 0$$

$$G''_3 = G_3 - G'_3 = \left(1 - \frac{19}{22}\right)G_3 = \frac{1.5}{11}G_3$$





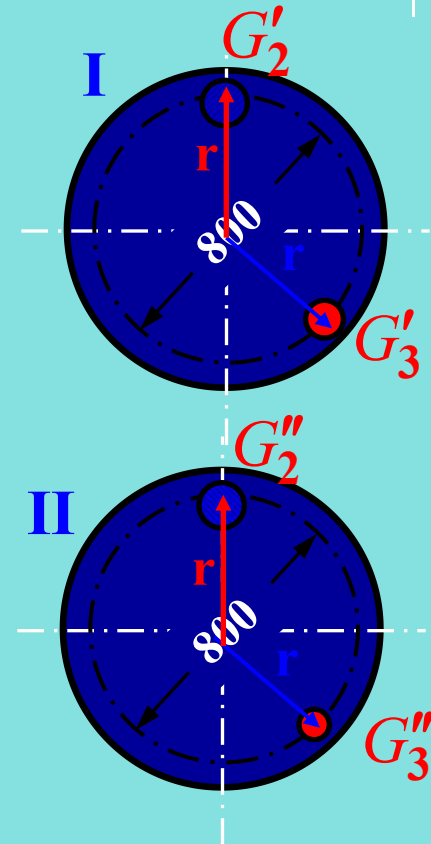
2) 向I面分解 G_2 建立力学模型

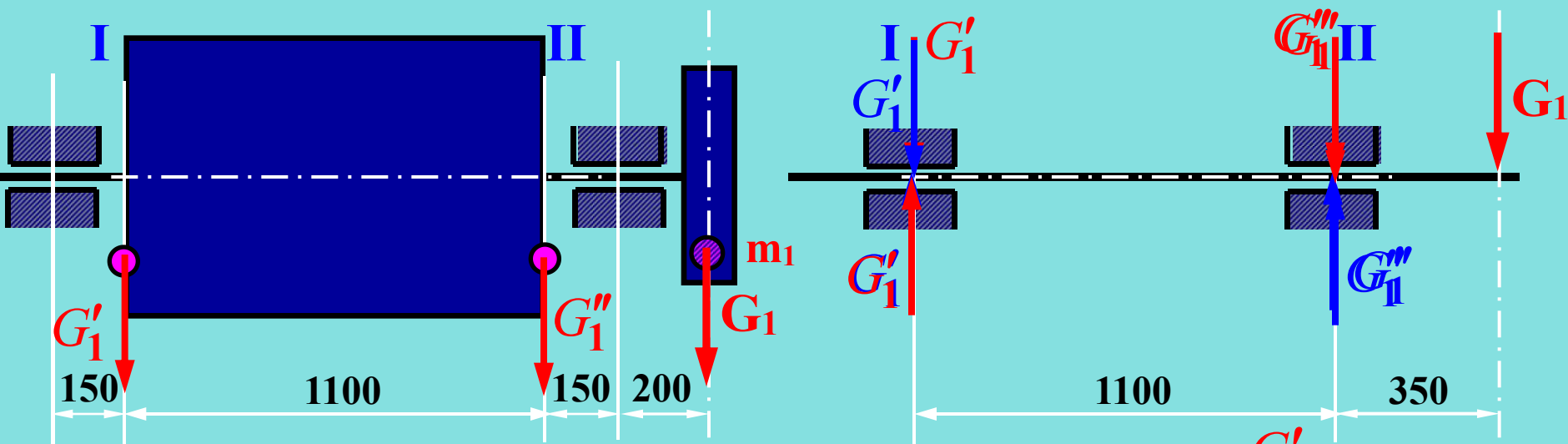
$$\sum M_i(II) = 0 \quad G_2 150 - G'_2 \times 1100 = 0$$

$$\Rightarrow G'_2 = \frac{150 G_2}{1100} = \frac{1.5}{11} G_2$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad G'_2 + G''_2 - G_2 = 0$$

$$G''_2 = G_2 - G'_2 = \left(1 - \frac{1.5}{11}\right) G_2 = \frac{9.5}{11} G_2$$





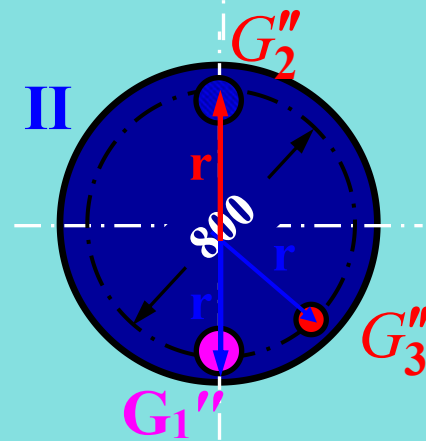
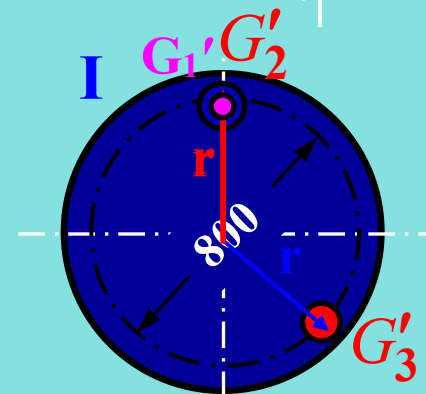
2) 向I面分解 G_1 建立力学模型

$$\sum M_i(II) = 0 \quad -G_1 350 - G'_1 \times 1100 = 0$$

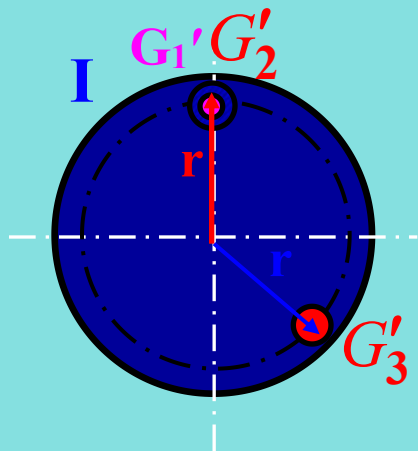
$$\Rightarrow G'_1 = \frac{350G_2}{1100} = -\frac{3.5}{11}G_1 \quad G'_1 \text{方向设反}$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad -G'_1 + G''_1 - G_1 = 0$$

$$G''_1 = G_1 + G'_1 = -(1 + \frac{3.5}{11})G_1 = \frac{14.5}{11}G_1$$



3. 求I面平衡质径积



$$G_1' = \frac{3.5}{11} G_1 = \frac{3.5}{11} \times 250 = 79.54 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_2' = \frac{1.5}{11} G_2 = \frac{1.5}{11} \times 900 = 122.72 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_3' = \frac{9.5 G_3}{11} = \frac{9.5 \times 800}{11} = 690 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

取比例尺 μ 作矢量多边形

$$\mu = \frac{G_1'}{W_1'} = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$$

$$W_1' \Rightarrow G_1'$$

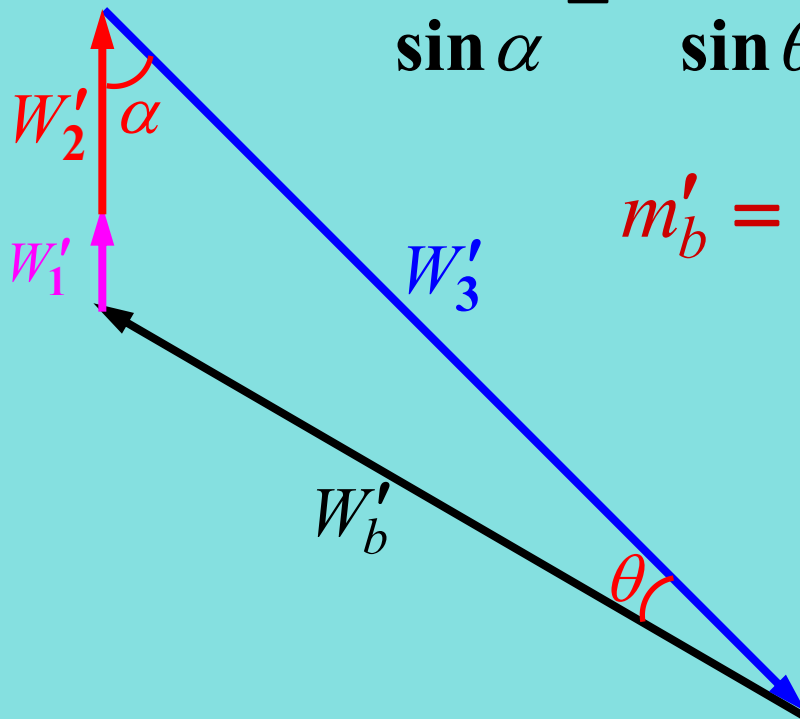
$$W_2' \Rightarrow G_2'$$

$$W_3' \Rightarrow G_3'$$

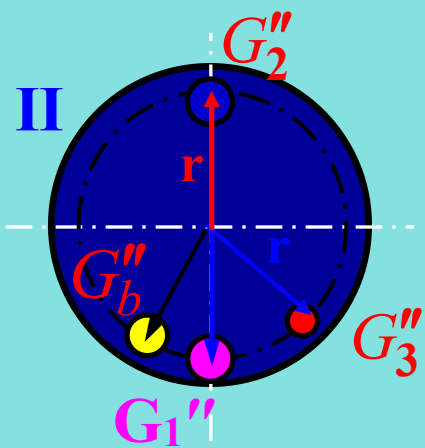
$$W_b' \Rightarrow G_b'$$

$$\frac{W_b'}{\sin \alpha} = \frac{W_1' + W_2'}{\sin \theta} \Rightarrow \theta$$

$$m_b' = \frac{W_1' \mu}{r}$$



4. 求II面平衡质径积



$$G_1'' = \frac{14.5}{11} \times 250 = 330 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_2'' = \frac{9.5}{11} G_2 = \frac{9.5}{11} \times 900 = 777 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$G_3'' = \frac{150 G_3}{1100} = \frac{1.5 \times 800}{11} = 109 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

取比例尺 μ 作矢量多边形

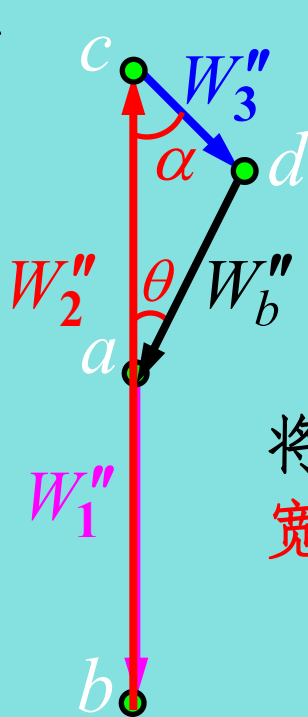
$$\mu = \frac{G_1''}{W_1''} = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$$

$$W_1'' \Rightarrow G_1''$$

$$W_2'' \Rightarrow G_2''$$

$$W_3'' \Rightarrow G_3''$$

$$W_b'' \Rightarrow G_b''$$



$$\frac{W_b''}{\sin \alpha} = \frac{W_3''}{\sin \theta} \Rightarrow \theta$$

$$m_b'' = \frac{W_b'' \mu}{r}$$

将平衡基面II改选在带轮宽度的中截面上解法略

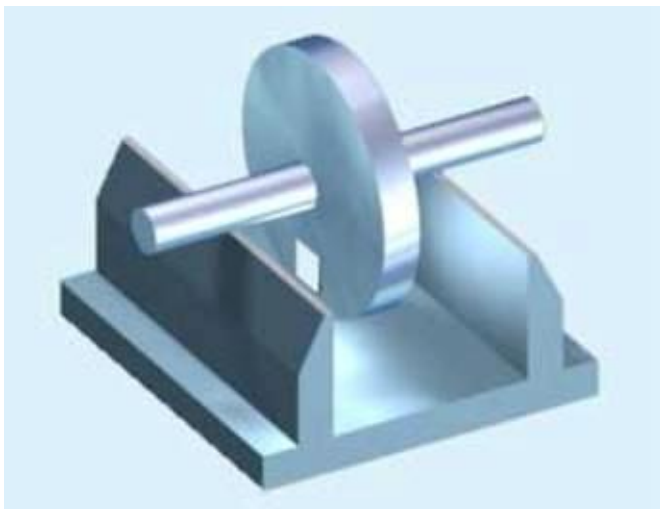


§ 6-3 刚性转子的平衡实验

试验原因及目的：转子经过设计理论上是完全平衡的，实际中还会出现不平衡现象。需要用试验的方法对其做进一步平衡。

一. 静平衡实验

1. 试验对象——宽径比 $b/D \leq 0.2$ 的刚性转子
2. 试验设备——静平衡架



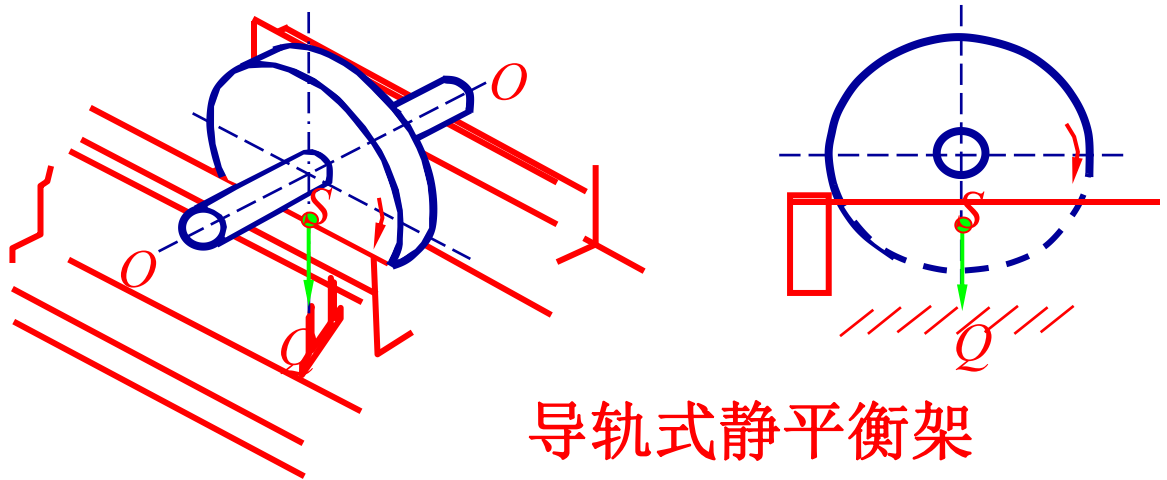
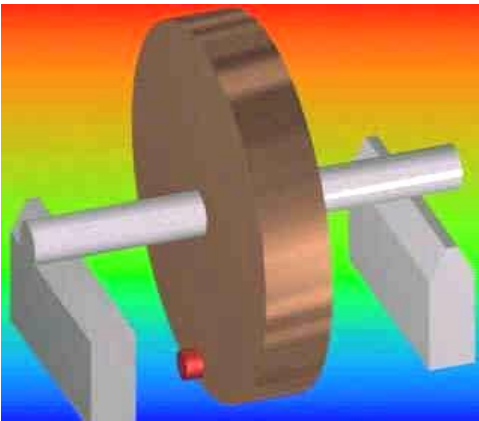
导轨式 转子两端支承轴尺寸相同时采用



滚子式 转子两端支承轴尺寸不同时采用

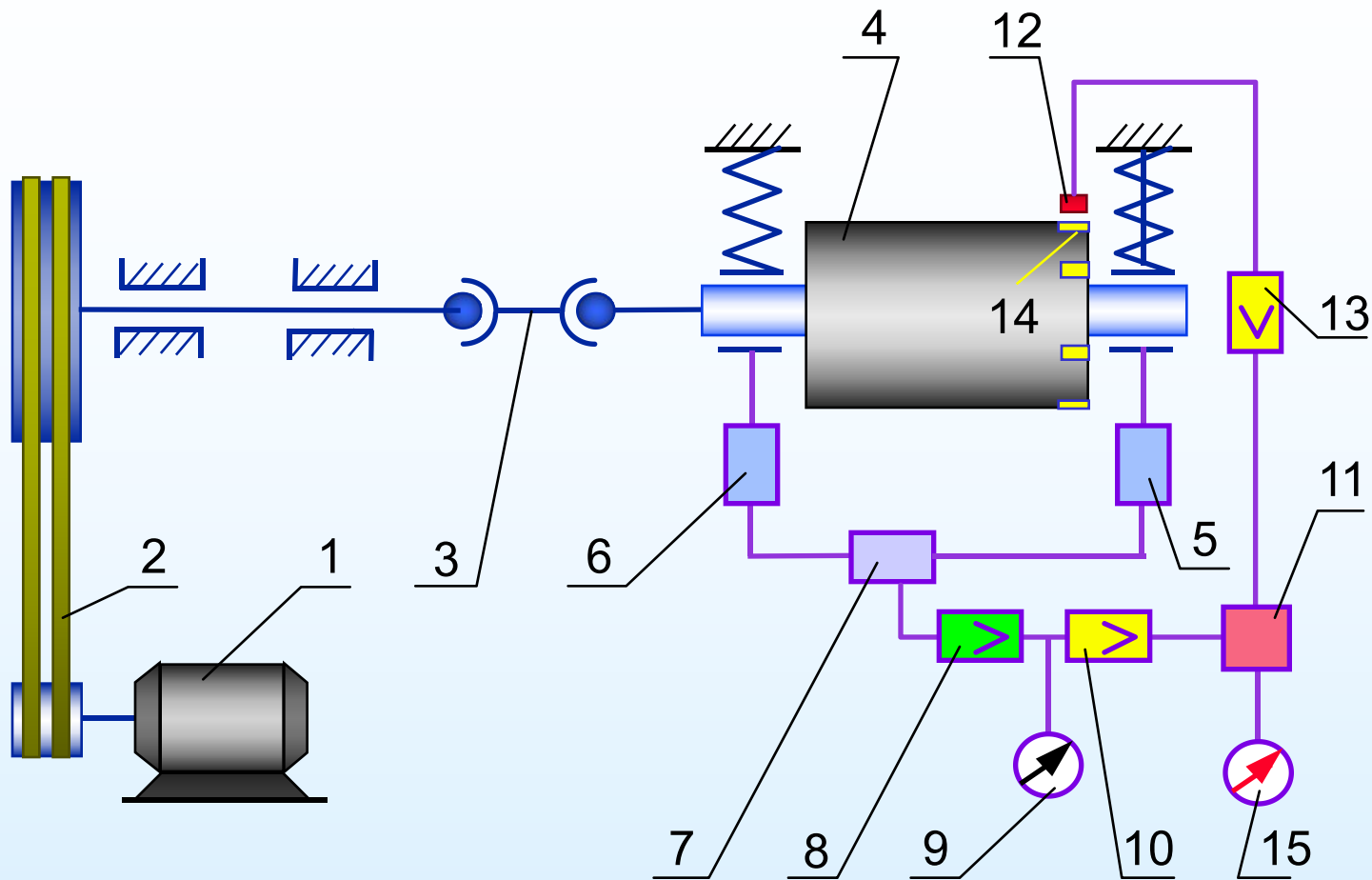
3. 试验方法

- 1) 应将两导轨调整为**水平且互相平行**；
- 2) 将转子放在导轨上，让其轻轻地**自由滚动**；
- 3) 待转子停止滚动时，其质心 S 必在轴心的正下方，这时在轴心的正上方任意向径处加一平衡质量（一般用橡皮泥）；
- 4) 反复试验，加减平衡质量，**直至转子能在任何位置保持静止为止**；
- 5) 根据橡皮泥的质量和位置，得到其质径积；
- 6) 根据转子的结构，在合适的位置上增加或减少相应的平衡质量。



二、动平衡实验

1. 电机
2. 带传动
3. 万向联轴节
4. 试件
- 5-6. 传感器
7. 解算电路
8. 选频放大器
9. 仪表
10. 整形放大器
11. 鉴相器
12. 光电头
13. 整形放大器
14. 相位标记
15. 相位表



三、现场平衡

§ 6-4 转子的许用不平衡量

一、许用不平衡量的表示方法

- 平衡计算和平衡试验后，转子的不平衡量大大减小，但不可能为 0
- 实际工作中，应对不同工作条件的转子规定不同的许用不平衡量

1. 质径积表示法

- 许用不平衡质径积 $[mr]$ ——与转子质量有关的一个相对量
- 常用来衡量具体的转子的平衡

2. 偏心距表示法

- 许用偏心距 $[e]$ ——与转子质量无关的绝对量
- 二者关系： $[e] = [mr]/m$
- 常用来衡量转子平衡、检测精度

二、平衡精度

平衡精度A：表示转子平衡状态的优良程度
转子的不平衡量以平衡精度的形式表示

表示方法： $e\omega$ $A = \frac{[e]\omega}{1000} \text{ mm / s}$

ISO平衡品质的等级标准：

各种典型转子的平衡等级见表6-1/ P82

平衡精度用法说明

1. 确定平衡精度，计算许用偏心距

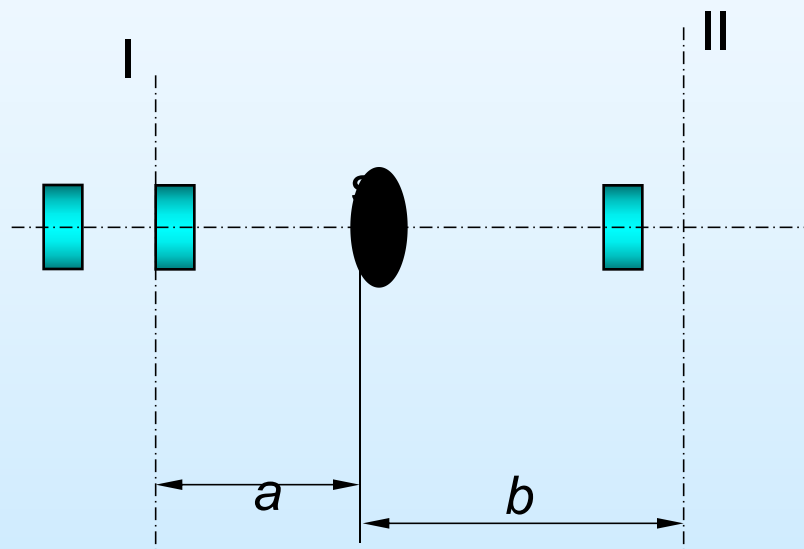
$$[e] = 1000 A / \omega \quad \text{和} \quad [mr] = m[e]$$

2. 对静不平衡转子，许用不平衡量取计算值

3. 对动不平衡转子，计算值应分配在两个平衡平面上

$$[mr]_{\text{I}} = [mr]b / (a + b)$$

$$[mr]_{\text{II}} = [mr]a / (a + b)$$



§ 6-5 平面机构的平衡

产生不平衡惯性力的构件：

平面移动构件、 平面复杂运动构件

研究对象：整个机构

由于平面移动构件、 平面复杂运动构件所产生的不平衡惯性力不便于在构件本身予以平衡，所以必须就整个机构加以研究。

机构中各构件所产生的总惯性力的处理：

合成为一个通过机构质心的总惯性力和一个总惯性力偶矩。

且此惯性力和惯性力偶矩全部由基座来承担。

机构平衡的条件：

机构的总惯性力等于零，即： $F_I = 0$

机构的总惯性力偶矩等于零，即： $M_I = 0$

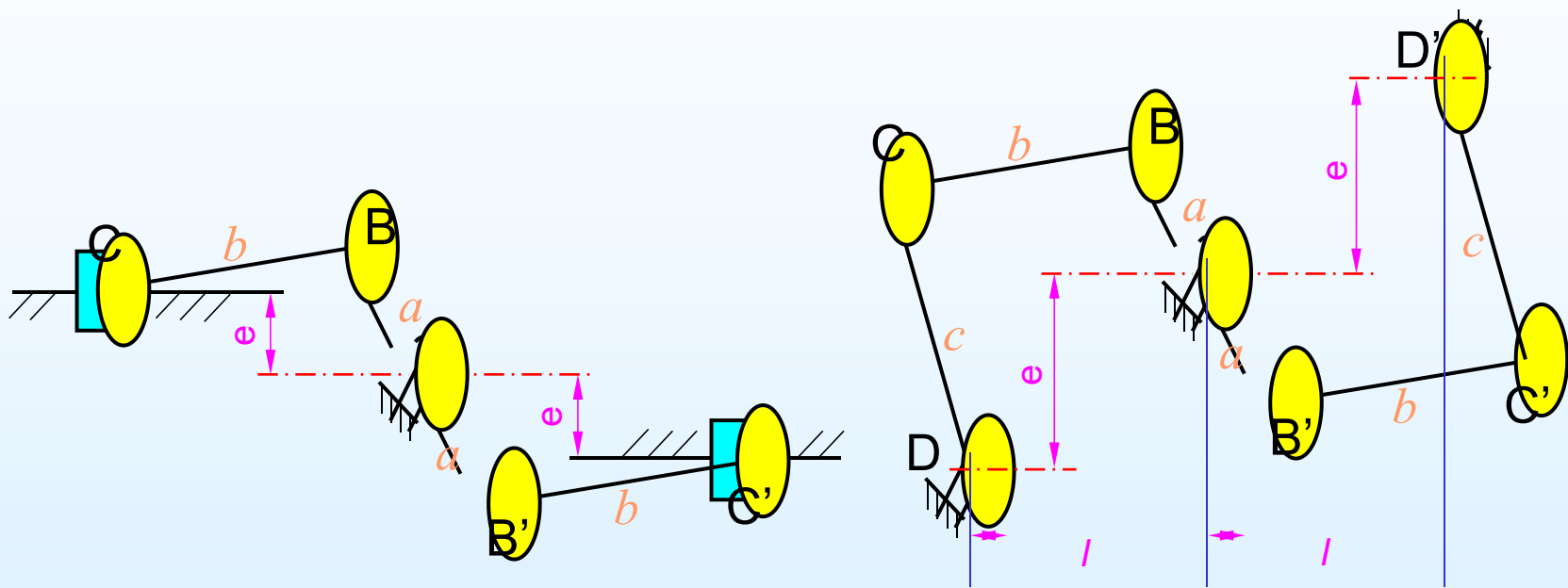
机构平衡的简化处理

只讨论总惯性力的平衡问题



一、机构惯性力的完全平衡

1. 对称布置法



- 优缺点？

2. 平衡质量法——质量替代法

质量替代法：指将构件的质量简化成几个集中质量，并使它们所产生的力学效应与原构件所产生的力学效应完全相同。

替代条件：

- 替代质量之和与原构件质量相等
- 替代质量总质心与原构件质心重合
- 所有替代质量对质心的转动惯量与原构件质量对对质心的转动惯量相同
- **动替代：**满足上述三个条件
- **质量静替代：**满足前两个条件

例：铰链四杆机构平衡设计

- 1) 用 m_B 和 m_C 代替 m_2 ：即将构件2的质量替换到B、C两点

$$m_{2B} = m_2 l_{CS'_2} / l_{BC}$$

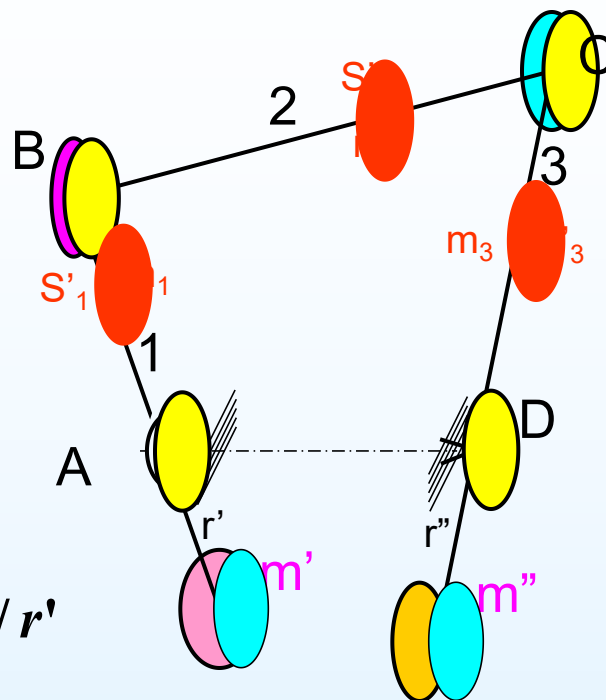
$$m_{2C} = m_2 l_{BS'_2} / l_{BC}$$

- 2) 在构件1的延长线上 r' 处加平衡质量

$$m', \text{ 平衡 } m_{2B} \text{ 和 } m_1: m' = (m_{2B} l_{AB} + m_1 l_{AS'_1}) / r'$$

在构件3的延长线上 r'' 处加平衡质量 m'' ,
平衡 m_{2C} 和 m_3 :

$$m'' = (m_{2C} l_{CD} + m_3 l_{DS'_3}) / r''$$



机构总质心位置



例：曲柄滑块机构平衡设计

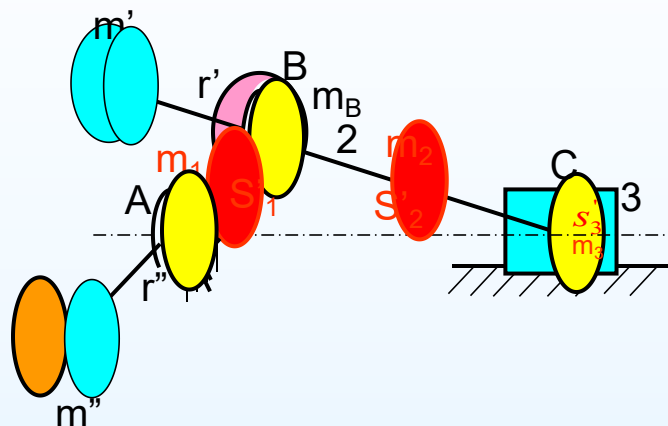
- 1) 加平衡质量 m' ，使 m' ， m_3 ， m_2 的总质量心落在B点：

$$m' = (m_2 l_{BS'_2} + m_3 l_{BC}) / r'$$

$$m_B = m' + m_2 + m_3$$

- 2) 1构件延长线上 r'' 处加平衡质量 m'' ，使总质心落在A点：

$$m'' = (m_B l_{AB} + m_1 l_{AS'_1}) / r''$$



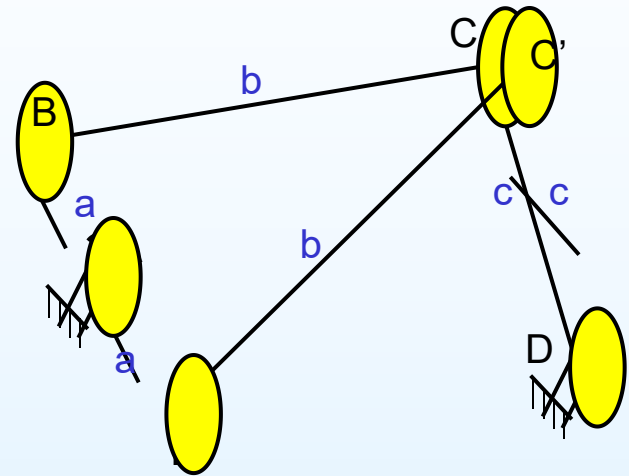
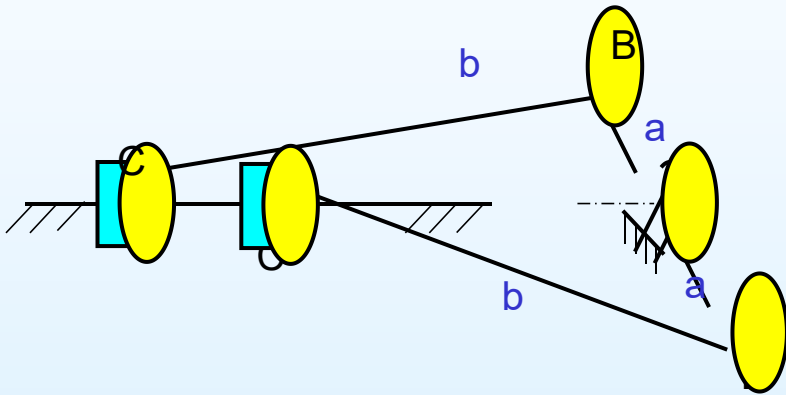
优缺点？

优点：机构总惯性力得到完全平衡

缺点：质量大大增加

二、机构惯性力的部分平衡

1. 近似对称布置



优缺点？

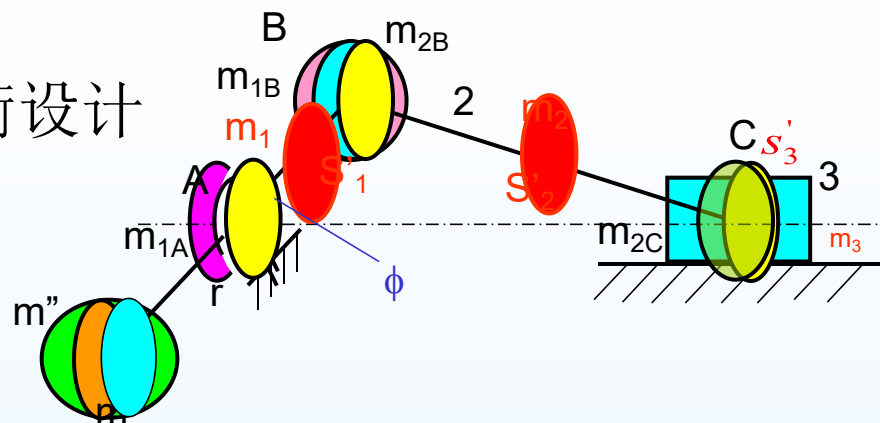
2. 平衡质量法

例：曲柄滑块机构的部分平衡设计

1) 用 m_{2B} 、 m_{2C} 替代 m_2 :

$$m_{2B} = m_2 l_{CS'_2} / l_{BC}$$

$$m_{2C} = m_2 l_{BS'_2} / l_{BC}$$



2) 用 m_{1B} 、 m_{1A} 替代 m_1 :

$$m_{1B} = m_1 l_{AS'_1} / l_{AB}$$

$$m_{1A} = m_1 l_{BS'_1} / l_{BC}$$

$$m_B = m_{1B} + m_{2B}$$

3) 在r处加平衡质量 m'

$$m' = m_B l_{AB} / r$$



$m_C = m_3 + m_{2C}$ 引起的往复惯性力如何平衡

$$a_C \approx -\omega^2 l_{AB} \cos \phi$$

往复惯性力 $P_C \approx m_C \omega^2 l_{AB} \cos \phi$

r处再加质量 m'' , 使 $m'' = m_C l_{AB} / r$

m'' 产生的惯性力的正交分力:

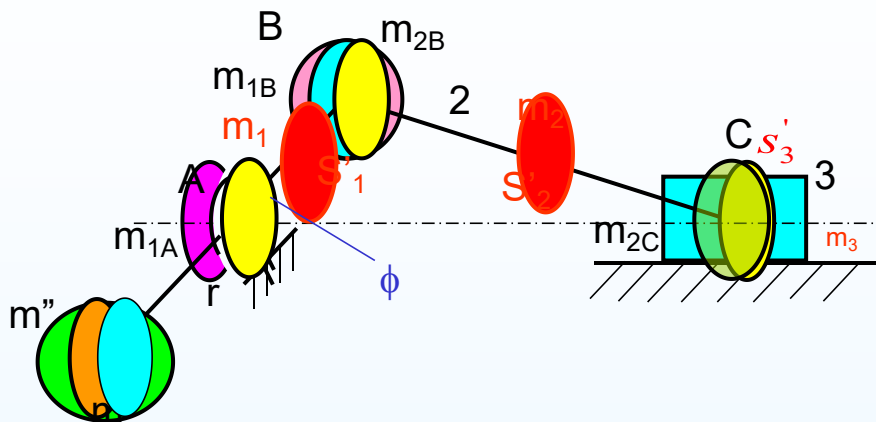
2. 平衡质量法

$$P_h'' = m'' \omega^2 r \cos(180 + \phi) = -m_C \omega^2 l_{AB} \cos \phi$$

$$P_v'' = m'' \omega^2 r \sin(180 + \phi) = -m_C \omega^2 l_{AB} \sin \phi$$

往复惯性力 $P_C \approx m_C \omega^2 l_{AB} \cos \phi$

$\vec{P}_h'' = -\vec{P}_C$ 与往复惯性力平衡。



\vec{P}_v'' 是在平衡 \vec{P}_C 时新产生的惯性力。

工程中，为不致使 \vec{P}_v'' 太大，取 $P_h'' = (\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}) P_C$

即取： $m'' = (\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}) m_C l_{AB} / r$

部分平衡 P_C ，使新产生的惯性力 P_h'' 不至太大

结论

- 进行机构型式设计时，一定要分析机构的受力情况。从而根据不同的机构类型，选择适当的平衡方法
- 在尽可能消除或减少机构的总惯性力或惯性力矩的同时，还应当使机构的结构简单，尺寸较小，从而使整个机械系统具有良好的动力学特性