第五章 机械的效率和自锁

§5－1 机械的效率

§5－2 机械的自锁

本章内容：

1. 基本要求

①理解机械效率 η 的概念，掌握机械效率的各种表达形式和计算方法。

②理解机械自锁的概念，以及求简单机械自锁的几何条件。

2. 重点难点

机械效率的计算，机械自锁条件的确定。

第五章　机械的效率和自锁

§ 5-1 机械的效率

关于机械系统中，**输入功**、**输出功**、**损失功**的解释：

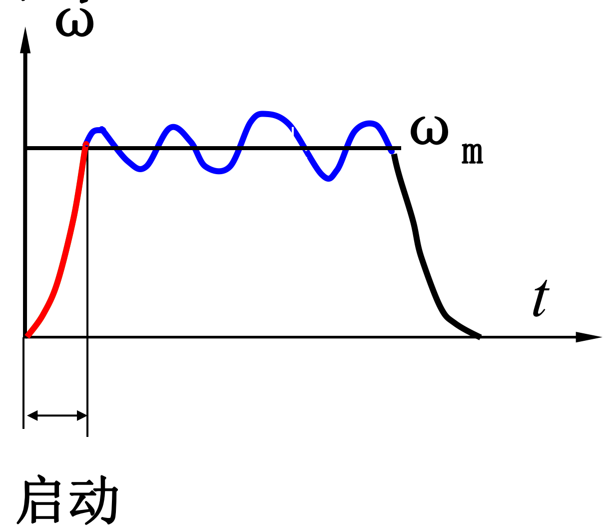
输入功—在一个机械系统中，驱动力（或驱动力矩）所作的功称为输入功，用W_d表示;

输出功—在一个机械系统中，克服工作阻力（或驱动力矩）所作的功，称为输出功，用W_r表示;

损失功—在一个机械系统中，克服有害阻力（如摩擦阻力、空气阻力等）所作的功，称为损失功，用W_f表示;

§5－1 机械的效率

一、机械运转时的功能关系



1. 动能方程

机械运转时，所有作用在机械上的力都要做功，由能量守恒定律知：所有外力之功等于动能增量

$$W_d - W_r - W_f = E - E_0$$

驱动功　有效功　损失功　动能增量

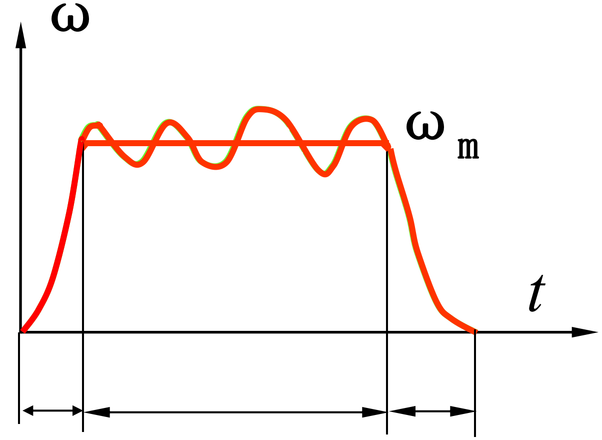
2. 机械的运转（过程）

a) 启动阶段　速度0→ω，动能0→E

$$W_d - W_r - W_f = E - 0 > 0$$

输入功大于有效功与损失功之和。

b)稳定运转阶段



①变速稳定阶段 ω 在 ω_m 上下周期波动， $\omega(t)=\omega(t+T_p)$

在一个循环内有： $\Delta E=0$

$$W_d - W_r - W_f = E - E_0 = 0 \quad \rightarrow W_d = W_r + W_f$$

②匀速稳定阶段 ω ＝常数，任意时刻都有：

$$W_d - W_r - W_f = E - E_0 = 0 \quad \rightarrow W_d = W_r + W_f$$

输入功总是等于有效功与损失功之和。

c)停车阶段 $\omega \rightarrow 0$

$$W_d - W_r - W_f = E - E_0 < 0$$

输入功小于有效功与损失功之和。

二、机械的效率(mechanical effeciency)

机械在稳定运转时期，输入功等于输出功与损耗功之和，即：

$$W_d = W_r + W_f$$

1.定义：

$$\eta = W_r / W_d$$

效率有瞬时效率和平均效率(简称效率)之分，前者指在任一瞬时能量的利用程度，而后者则指在一个运动周期中所有瞬时效率的平均值。

2. 性质 $\eta = W_r / W_d$ $0 < \eta < 1$

分析：η总是小于 1，当W_f 增加时将导致η下降。

设计机械时，尽量减少摩擦损失，措施有：

a)用滚动代替滑动 b)考虑润滑 c)合理选材

二、机械的效率(mechanical effeciency)

3. 表示方法

a. 功表示

$$\eta = W_r / W_d = (W_d - W_f)/W_d = 1 - W_f / W_d$$

$$(W_f \nearrow \rightarrow \eta \searrow)$$

($\eta = 1$——理想机器——永动机)

b. 功率表示

$$\eta = (W_r/t)/(W_d/t) = \mathrm{P_r} / \mathrm{P_d} = (\mathrm{P_d} - \mathrm{P_f})/\mathrm{P_d}$$

$$= 1 - \mathrm{P_f}/\mathrm{P_d}$$

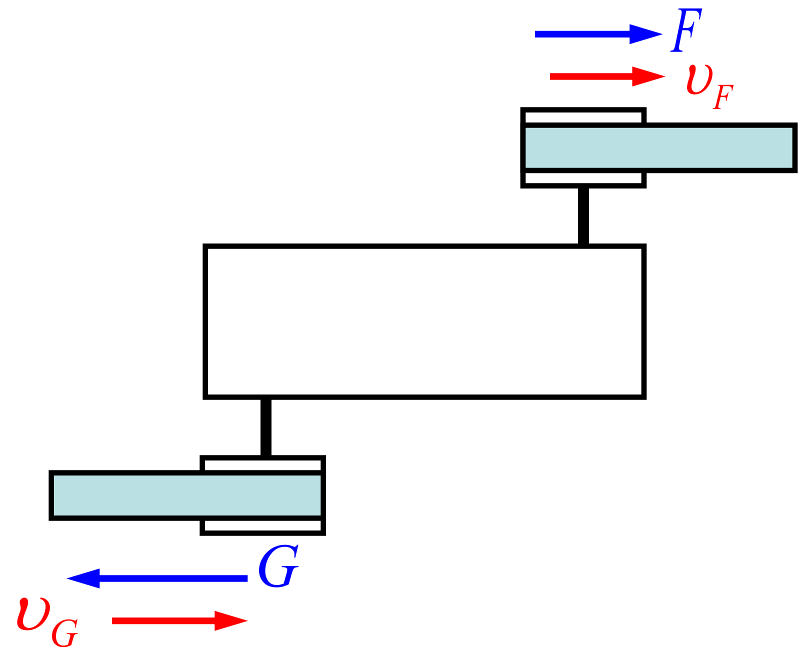
令：$\xi = \dfrac{P_f}{P_d} = \dfrac{W_f}{W_d}$

$$\eta + \xi = 1$$

ξ —— 机械损失系数

由于机械摩擦不可避免，故必有：$\xi > 0$，$\eta < 1$

图5-1为机械传动装置的示意图



设F为驱动力，G为生产阻力，V_F、V_G 分别为F 、G作用点沿该力作用线方向的分速度，其效率为：

$$\eta=\frac{P_r}{P_d}=\frac{G\upsilon_G}{F\upsilon_F} \quad \text{（a）}$$

为了将上式简化，引入**理想机械**的概念，即在理想机械中不存在摩擦，当工作阻力为G时，所需的驱动力为理想驱动力F_0 由于理想机械不存在摩擦，显然理想驱动力F_0小于实际驱动力F，此时机械的效率为：

$$\eta_0=\frac{P_r}{P_d}=\frac{G\upsilon_G}{F_0\upsilon_F}=1$$

$$G\upsilon_G=F_0\upsilon_F \quad \text{（b）}$$

将（b）代入（a）中

$$\begin{cases} G\upsilon_G = F_0\upsilon_F & \text{（a）} \\ \eta = \dfrac{P_r}{P_d} = \dfrac{G\upsilon_G}{F\upsilon_F} & \text{（b）} \end{cases} \Rightarrow \eta = \frac{F_0\upsilon_F}{F\upsilon_F} = \frac{F_0}{F} \quad \text{（c）}$$

如用力矩表示，则有： $\eta = \dfrac{M_0}{M}$ （d）

综合（c）、（d），可得到：

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}} \qquad \eta = \frac{F_0}{F} = \frac{M_0}{M}$$

效率也可用阻力或租力矩表示为：

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}} \qquad \eta = \frac{G}{G_0} = \frac{M'}{M'_0}$$

小结:

用驱动力或驱动力矩表示的效率公式为:

$$\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{M_0}{M}$$

用工作阻力或工作阻力矩表示的效率公式为:

$$\eta = \frac{G}{G_0} = \frac{M'}{M'_0}$$

F_0、M_0 —— 理想驱动力、理想驱动力矩;

F、M —— 实际驱动力、实际驱动力矩;

G_0、M'_0 —— 理想工作阻力、理想工作阻力矩;

G、M′ —— 实际工作阻力、实际工作阻力矩;

以上为机械效率的计算法，但在实际设计中，更常用到的是实验法和经验法，即确定机械效率的三种方法分别为：

计算法

实验法—适用于创新机器产品、无经验可循的效率确定；

经验法 —适用于传统机械产品设计。

三种不同机器组合的效率计算

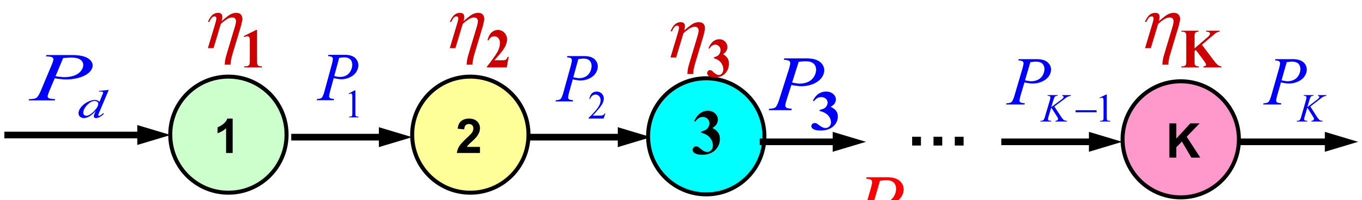
（1） 串联组合机器的效率计算

（2）并联组合机器的效率计算

（3）混联组合机器的效率计算

（1）串联组合机器的效率计算

串联组合机器传递功率的特点：
前一机器的输出功率为后一机器的输入功率。



串联组合机器的总效率 $\eta = \dfrac{P_K}{P_d}$

$$\eta_1 = \frac{P_1}{P_d} \qquad \eta_2 = \frac{P_2}{P_1} \qquad \eta_3 = \frac{P_3}{P_2} \qquad \eta_K = \frac{P_K}{P_{K-1}}$$

$$\frac{\cancel{P_1}}{P_d} \cdot \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{P_1}} \cdot \frac{\cancel{P_3}}{\cancel{P_2}} \cdot \frac{P_K}{\cancel{P_{K-1}}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_K = \frac{P_K}{P_d} = \eta$$

▲总效率为各机器效率的连乘积。即：$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_K$

▲串联机器中任一机器的效率很低，都会使整部机器的效率很低；

▲串联的机器数目越多，效率越低。

（2）并联组合机器的效率计算

各机器的输入功率为： P_1、P_2 …P_K，

输出功率为： $P_1' = P_1 \cdot \eta_1$ $P_2' = P_2 \cdot \eta_2$ $P_K' = P_K \cdot \eta_K$

并联机组的特点：

※机组的输入功率为各机器输入功率之和；

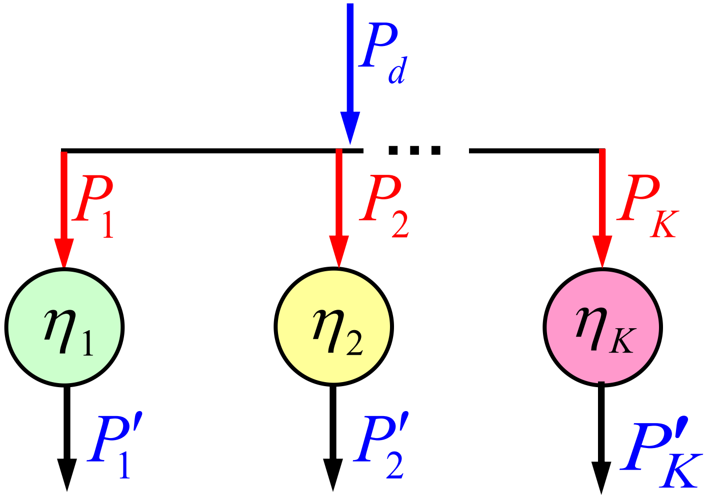
$$P_d = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_K$$

P_d —机器的输入功率

P_r —机器的输出功率

※机组的输出功率为各机器输出功率之和；

$$P_r = P_1' + P_2' + P_3' + \cdots + P_K'$$

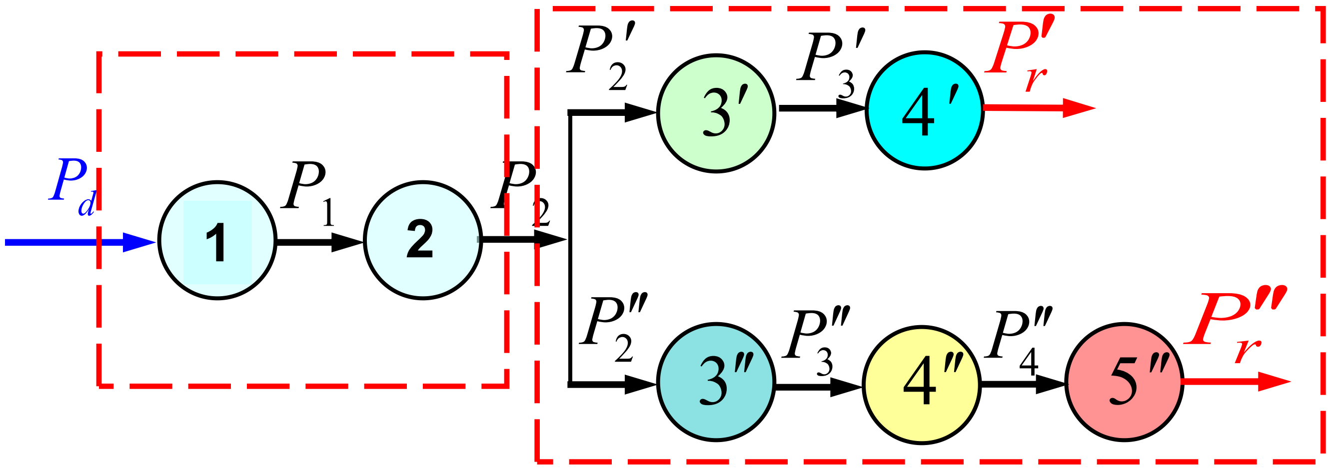


并联组合机器的总效率

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{\sum P_{ri}}{\sum P_{di}} = \frac{P_1' + P_2' + \cdots + P_K'}{P_1 + P_2 + \cdots + P_K}$$

$$= \frac{P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \cdots + P_K\eta_K}{P_1 + P_2 + \cdots + P_K}$$

（3）混联组合机器的效率计算



混联组合机器的总效率

$$\eta = \frac{\sum P_r}{\sum P_d} = \eta' \cdot \eta''$$

η′—串联机构的效率

η″—并联机构的效率

本章要点提示：

1. 效率的一般表达式

（1）用驱动力（或驱动力矩）表示 $\eta=\frac{F_0}{F}=\frac{M_0}{M}$

$$\eta=\frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}}=\frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}}$$

（2）用阻力（或阻力矩）表示 $\eta=\frac{G}{G_0}=\frac{M'}{M'_0}$

$$\eta=\frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}}=\frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}}$$

2. 三种不同机器组合的效率计算

（1）串联组合机器的效率计算 $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \ldots \eta_K$

（2）并联组合机器的效率计算

$$\eta = \frac{\sum P_{ri}}{\sum P_{di}} = \frac{P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \cdots + P_K\eta_K}{P_1 + P_2 + \cdots + P_K}$$

（3）混联组合机器的效率计算

$$\eta = \frac{\sum P_r}{\sum P_d} = \eta' \cdot \eta''$$

例1 在图5-4所示的机械传动中，设各传动机构的效率分别为

$$\eta_1=\eta_2=0.98,\ \eta_3'=\eta_4'=0.96,\ \ \eta_3''=\eta_4''=0.94,\ \ \eta_5''=0.42;$$

并已知输出的功率分别为 $P_r'=5KW,\ \ P_r''=0.2KW.$

求该机械传动装置的机械效率。

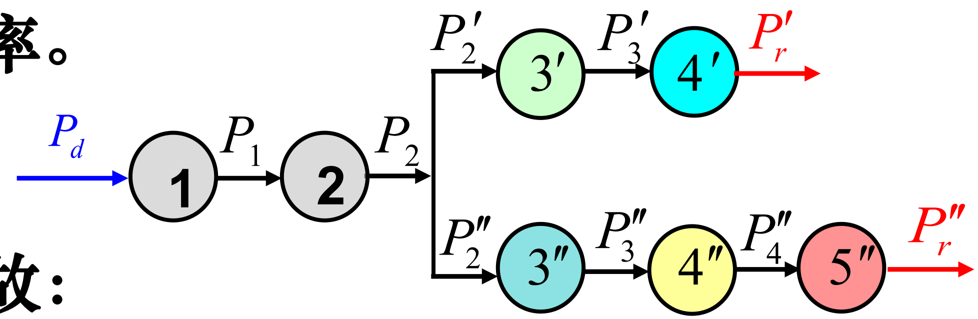


图5-4

解：$P_d=P_d'+P_d''$

由于1、2、3′、4′为串联，故：

$$P_r'=P_d'\cdot\eta_1\cdot\eta_2\cdot\eta_3'\cdot\eta_4'$$

$$\Rightarrow P_d'=P_r'/\eta_1\cdot\eta_2\cdot\eta_3'\cdot\eta_4'=5/0.98^2\times0.96^2=5.649KW$$

而机构 1、2、3″、4″、5″也为串联，故：

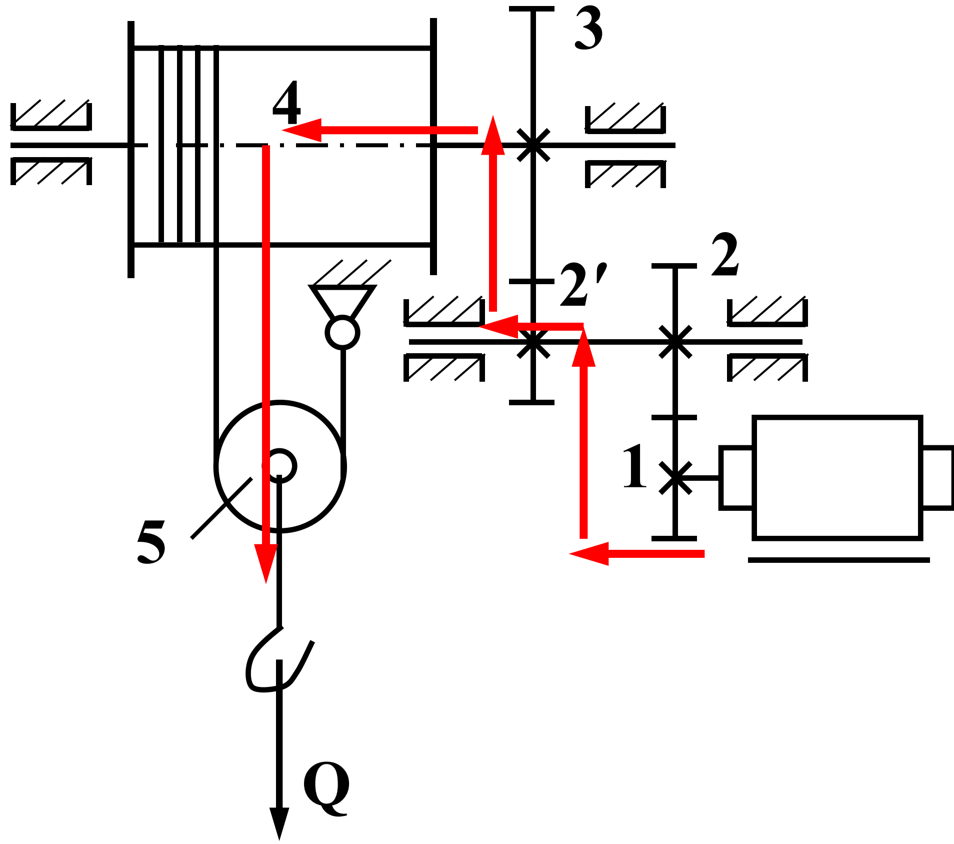
$$P_d''=P_r''/\eta_1\cdot\eta_2\cdot\eta_3''\cdot\eta_4''\cdot\eta_5''=0.2/(0.98^2\times0.94^2\times0.42)=0.561KW$$

机构的总效率为：

$$\eta=\frac{\sum P_r}{\sum P_d}=\frac{P_r'+P_r''}{P_d'+P_d''}=\frac{5+0.2}{5.649+0.561}=0.837$$

例2 在图示的电动卷扬机中，已知其每一对齿轮的效率η_{12}、$\eta_{2'3}$以及鼓轮的效率η_4均为0.95，滑轮的效率η_5为0.96，载荷 Q = 50000N。其上升的速度V=12m/min，求电机的功率？

解：该机构为串联机构



1．串联机构的总效率各级效率的连乘积，故机构总效率：

$$\eta = \eta_{12} \cdot \eta_{2'3} \cdot \eta_4 \cdot \eta_5$$

$$= 0.95^3 \times 0.96 = 0.82$$

2．求机构的工作功率

载荷上升的速度：

$$\upsilon = 12m/\min = \frac{12}{60} = 0.2m/s$$

机构的工作功率为：

$$P_r = Q \cdot \upsilon = 50000 \times 0.2 = 10000KW$$

3. 电机的功率为：

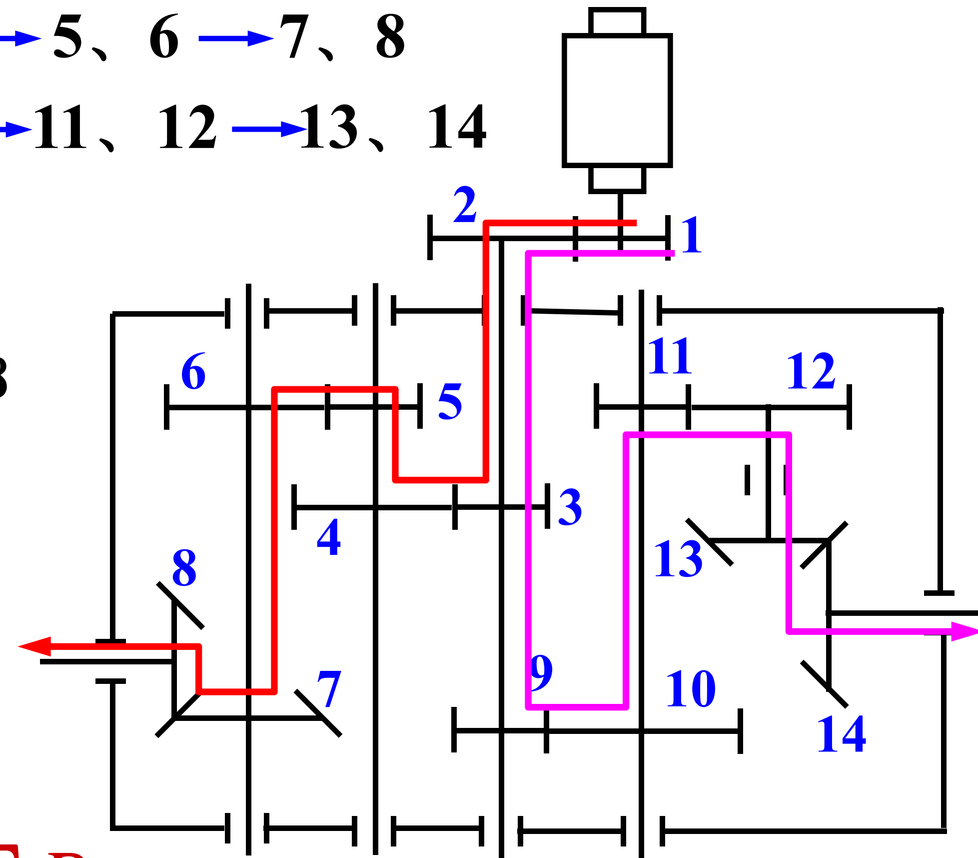
$$P_d = \frac{P_r}{\eta} = \frac{10000}{0.82} = 12195KW$$

例3 减速箱如图所示，已知每一对圆柱齿轮和圆锥齿轮的效率分别为0.95 和 0.92 ，求其总效率η。

解：1. 分析传动路线。减速箱分两路输出：

①电机 → 齿轮1、2 → 3、4 → 5、6 → 7、8

②电机 → 齿轮1、2 → 9 、10 → 11、12 → 13、14



2. 每一路的总效率分别为：

$$\eta_{1-8} = \eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4} \cdot \eta_{5-6} \cdot \eta_{7-8}$$

$$= 0.95^3 \times 0.92 = 0.79$$

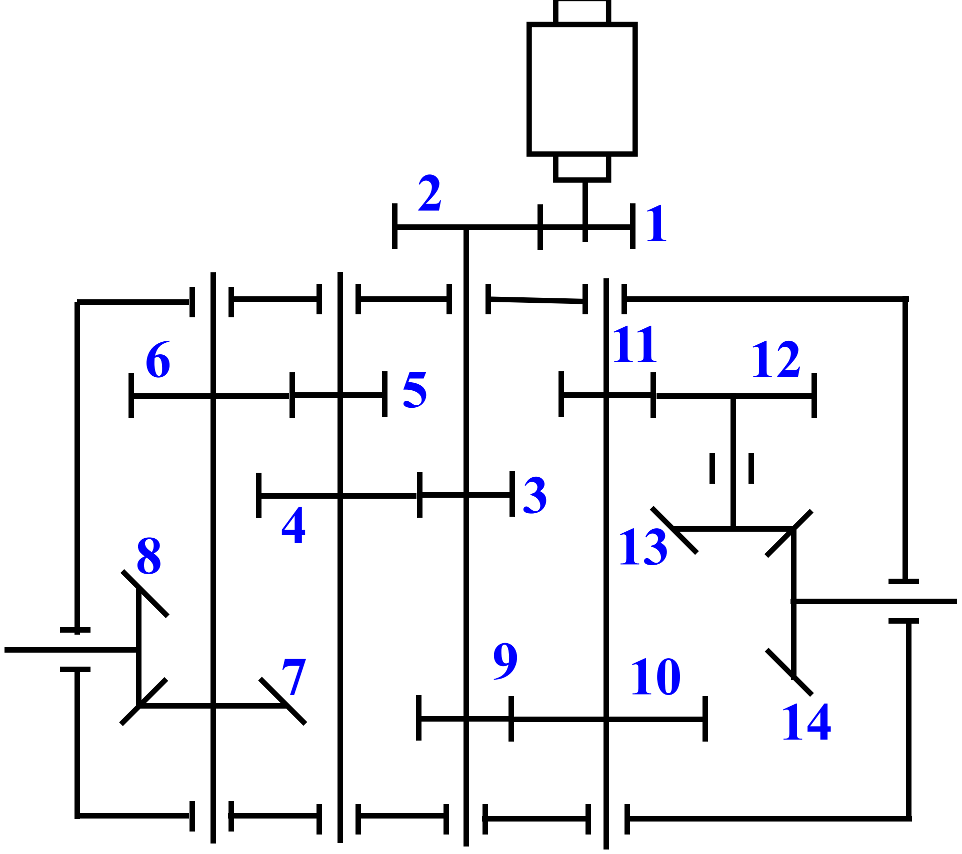
$$\eta_{1-14} = \eta_{1\text{-}2} \bullet \eta_{9\text{-}10} \bullet \eta_{11\text{-}12} \bullet \eta_{13\text{-}14}$$

$$= 0.95^3 \times 0.92 = 0.79$$

3. 整个机构的总效率为：

$$\eta = \frac{\sum P_{ri}}{\sum P_{di}}$$

$$\eta = \frac{\sum P_{ri}}{\sum P_{di}}$$



$$\sum P_{ri} = P_8 + P_{14}$$

$$\sum P_{di} = \frac{P_8}{\eta_{1-8}} + \frac{P_{14}}{\eta_{1-14}}$$

$$\eta = \frac{\sum P_{ri}}{\sum P_{di}}$$

$$= \frac{P_8 + P_{14}}{\frac{P_8}{\eta_{1-8}} + \frac{P_{14}}{\eta_{1-14}}} = \frac{P_8 + P_{14}}{\frac{P_8}{0.79} + \frac{P_{14}}{0.79}} = 0.79 = 79\%$$

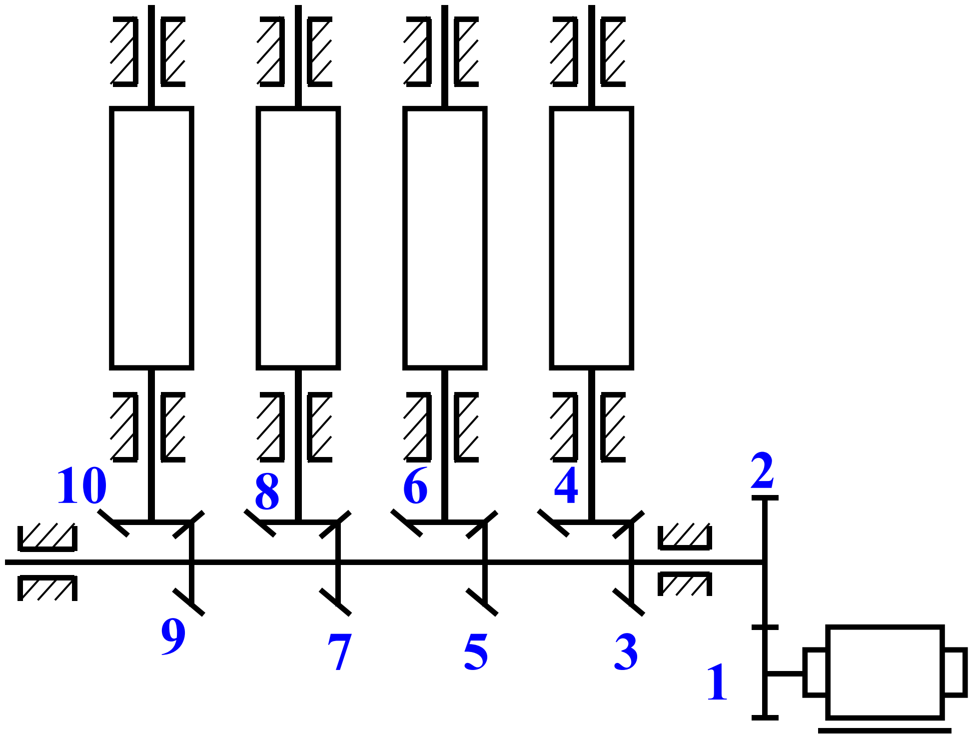
例4 在图示的滚柱传动机构中，已知其局部效率$\eta_{1-2}=0.95$，$\eta_{3-4}=\eta_{5-6}=\eta_{7-8}=\eta_{9-10}=0.93$，求该机构的效率$\eta$。

解：1. 分析机构

该机构为混联机构

串联部分：圆柱齿轮1、2

并联部分：锥齿轮3、4；5、6；7、8；9、10。



2. 分别计算效率

（1）串联部分：$\eta_{1-2}=0.95$

（2）并联部分：

$$\eta_{3-10}=\frac{P_4+P_6+P_8+P_{10}}{\dfrac{P_4}{\eta_{3-4}}+\dfrac{P_6}{\eta_{5-6}}+\dfrac{P_8}{\eta_{7-8}}+\dfrac{P_{10}}{\eta_{9-10}}}$$

$$\eta_{3-10}=\frac{P_4+P_6+P_8+P_{10}}{\dfrac{P_4}{\eta_{3-4}}+\dfrac{P_6}{\eta_{5-6}}+\dfrac{P_8}{\eta_{7-8}}+\dfrac{P_{10}}{\eta_{9-10}}}$$

$$=\frac{P_4+P_6+P_8+P_{10}}{\dfrac{P_4}{0.93}+\dfrac{P_6}{0.93}+\dfrac{P_8}{0.93}+\dfrac{P_{10}}{0.93}}=0.93$$

3. 总效率

$$\eta=\eta_{1-2}\cdot\eta_{3-10}=0.95\times0.93$$

$$=0.8835=88.35\%$$

§5—2　机械的自锁

自锁的定义：

无论驱动力多么大，都不能超过由它所产生的摩擦阻力，也无法使机械运动的现象称为机械的自锁。

工程意义： 设计新机械时，应避免在运动方向出现自锁，而有些机械要利用自锁进行工作(如千斤顶等)。

❖ $$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d} \quad \Rightarrow \eta \le 0$$

✓ **当$\eta = 0$时，机械处于临界自锁状态；**

✓ **当$\eta < 0$时，其绝对值越大，表明自锁越可靠。**

发生自锁的条件

1.平面移动副的自锁条件

β —驱动力的作用角，也称传动角

将 **F** 分解为两个分力

$F_n = F\cos\beta \quad F_t = F\sin\beta$

接触面给滑块的法向反力：$F_n' = F_n$

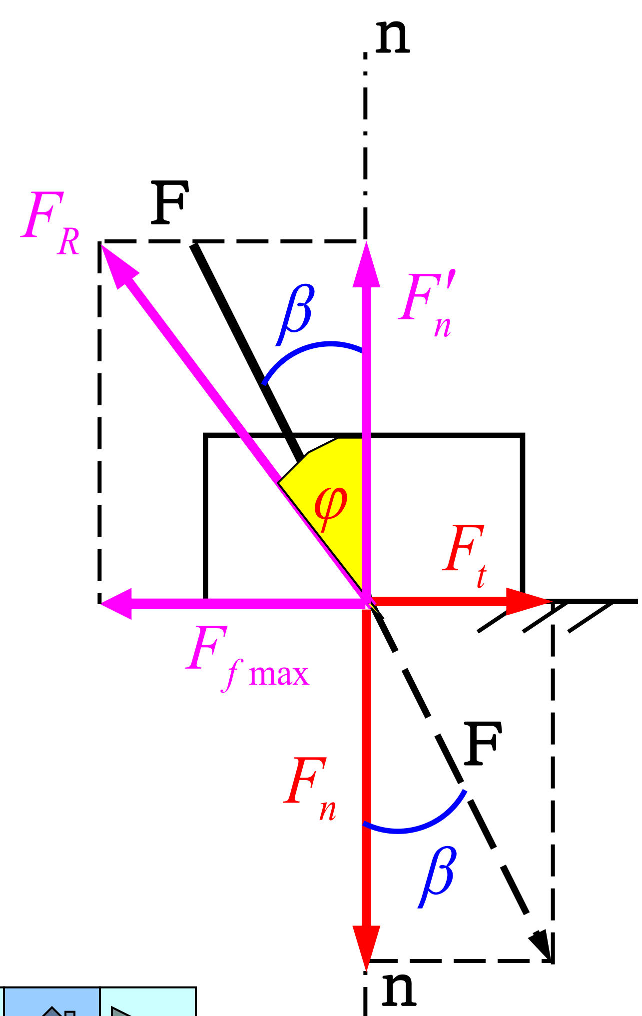
F_t 使物体具有向右水平滑动趋势

接触面给滑块的摩擦阻力：

$$F_{f\max} = F_n' \cdot f$$

全反力F_R与法线n-n的夹角为φ，且有：

$$F_{f\max} = F_n' \tan\varphi$$



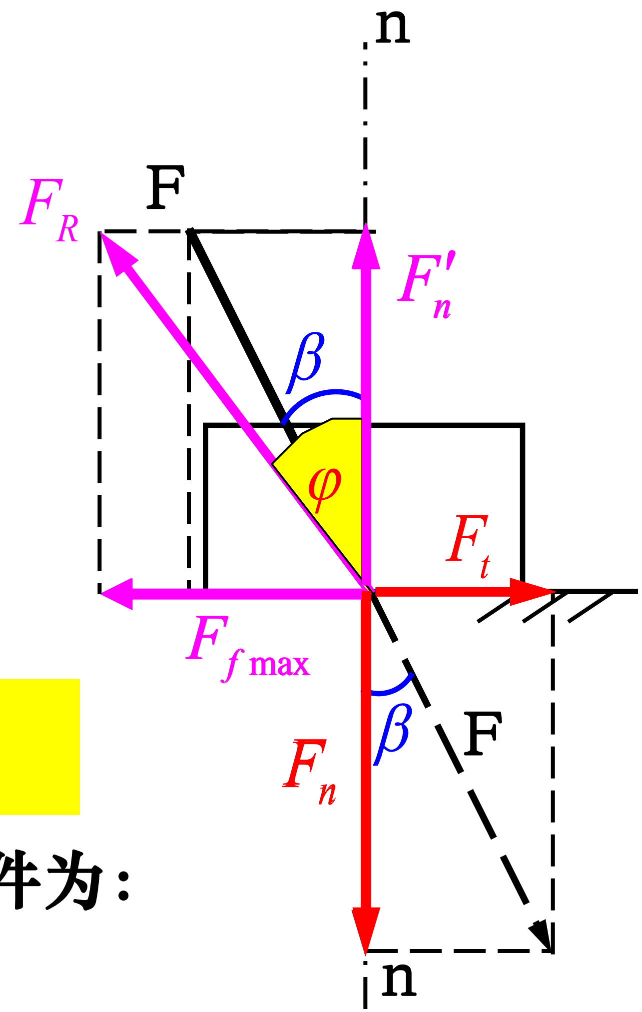
$$\begin{cases} F_{f\max} = F_n' \tan\varphi \\ F_t = F_n \tan\beta \end{cases}$$

当极限摩擦力F_{fmax}大于或等于水平驱动力 F_t 时，滑块静止不动。即：

$$F_{f_{\max}} \geq F_t \quad \Rightarrow \quad F_n' \tan\varphi \geq F_n \tan\beta$$

由于： $F_n' = F_n$

得出：$\tan\varphi \geq \tan\beta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varphi \geq \beta}$

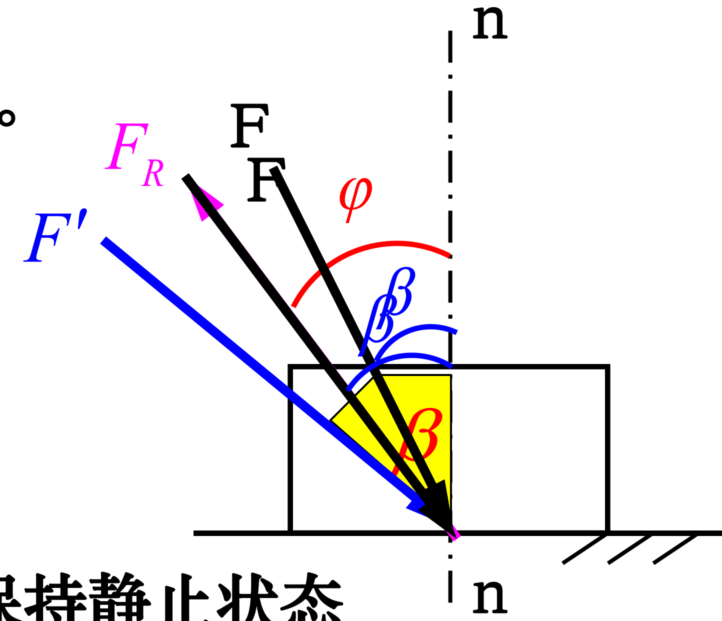


由上述推导可知，平面移动副的自锁条件为：

$\varphi \geq \beta$ 　　或：$\beta \leq \varphi$

结论：当$\beta \leqslant \varphi$，无论驱动力 F 如何增大，水平驱动力F_t总是小于驱动力 F 引起的极限摩擦力F_{fmax}，因而不能使滑块运动，这就是自锁现象。

自锁条件： 驱动力F 作用在摩擦角φ之内。



小结：

（1）移动副自锁条件： $\boxed{\beta<\varphi}$

（2）在下列三种情况下：

- $\beta<\varphi$
  - 如果原来是静止的，则将仍然保持静止状态
  - 如果原来在运动，将减速直至静止不动
- $\beta=\varphi$ 在 F 作用下，滑块匀速滑动（或处于临界状态）；
- $\beta>\varphi$ 在 F 作用下（F必须足够大），滑块将加速滑动；

易混淆的概念点： ▲自锁状态（$\beta<\varphi$）下滑块的不能动，

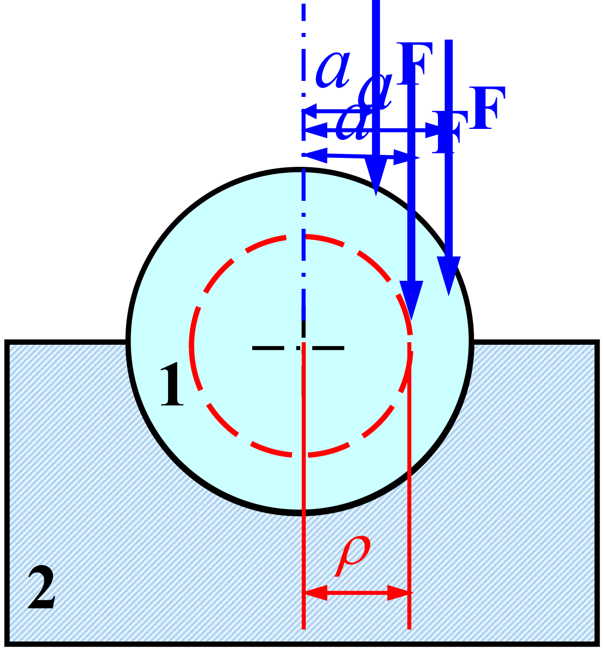
▲非自锁状态下（ $\beta>\varphi$ ）下滑块的不能动.

前者为几何条件所致，后者为力不够大所致。

2. 平面转动副的自锁条件

当作用在轴颈 1 上的力F的作用线在摩擦圆之内时，形成自锁条件：

$$a < \rho$$



无论F 怎样增大，都不能驱使轴颈转动，此即转动副的自锁现象。

小结：

$a < \rho$ ：如果原来在转动，将减速直至静止不动；如果原来是静止的，则将仍然保持静止状态

$a = \rho$ 轴颈在 F 力作用下，匀角速度顺时针转动；

$a > \rho$ 轴颈在 F 力作用下（F足够大），顺时针加速转动。

易混淆的概念点： ▲自锁状态（α<ρ）下轴颈的不能转动

▲非自锁状态下（ α >ρ ）下轴颈的不能转动.

前者为几何条件所致，后者为力不够大所致。

还可从下列角度描述自锁现象:

（1）从效率的角度描述自锁现象

当机械出现自锁时，无论驱动力多大，都不能运动，从能量的观点来看，就是: 驱动力做的功永远≤由其引起的摩擦力所做的功

即 $P_f > P_d$,由效率公式:

$$\eta = 1 - \frac{P_f}{P_d}$$

可知，当自锁发生时，

$$\eta = 1 - \frac{P_f}{P_d} < 0$$

即：用效率描述自锁的结论为: $\boxed{\eta < 0}$

（2）从工作阻力的角度描述自锁现象

$$\eta = G/G_0 \le 0 \quad \Longrightarrow \quad G \le 0$$

如果希望物体在驱动力下移动（或转动） 只有将阻力Q反方向作用在物体上，否则，无论驱动力多大，物体都不会运动。

即：用工作阻力描述自锁的结论为: $\boxed{Q < 0}$

3. 自锁

（1）移动副的自锁条件 $\beta < \varphi$

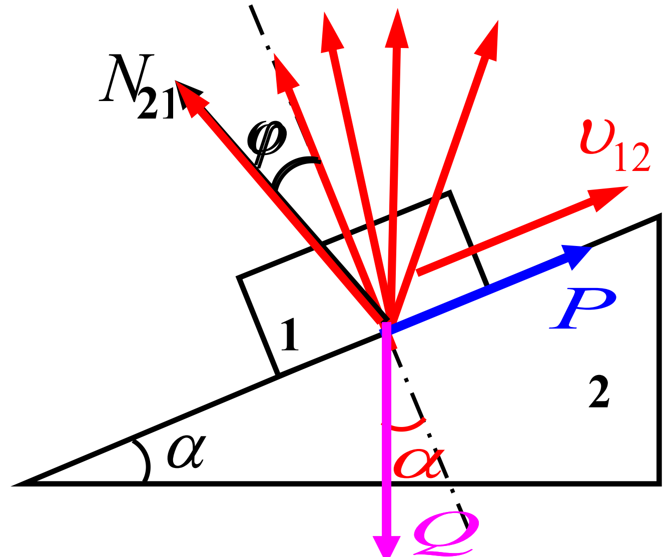
（2）转动副的自锁条件 $a < \rho$

（3）用效率描述自锁 $\eta < 0$

（4）从工作阻力描述自锁 $Q < 0$

例1 图示滑块在驱动力 P 作用下沿斜面上滑（此为正行程），当驱动力由 P 减小至 P′ 时，滑块会在自重的作用下又沿斜面下滑的趋势。问：

1. 正行程时，滑块是否会自锁?
2. 反行程时滑块的自锁条件?

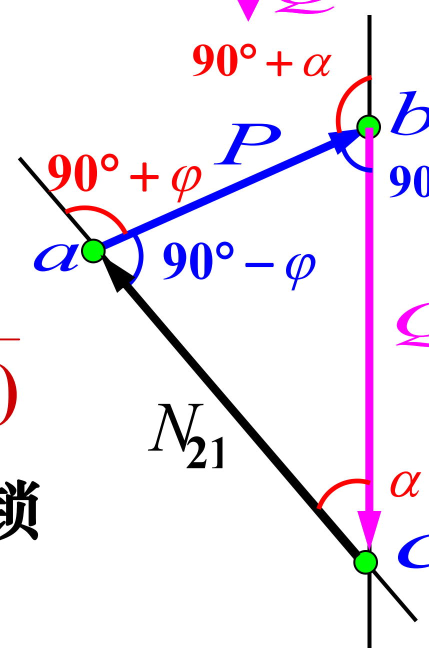


解： 1. （1）分析受力如图示

（2）列力平衡方程式

$$\vec{P}+\vec{Q}+\vec{N}_{21}=0$$

（3）作力封闭多边形



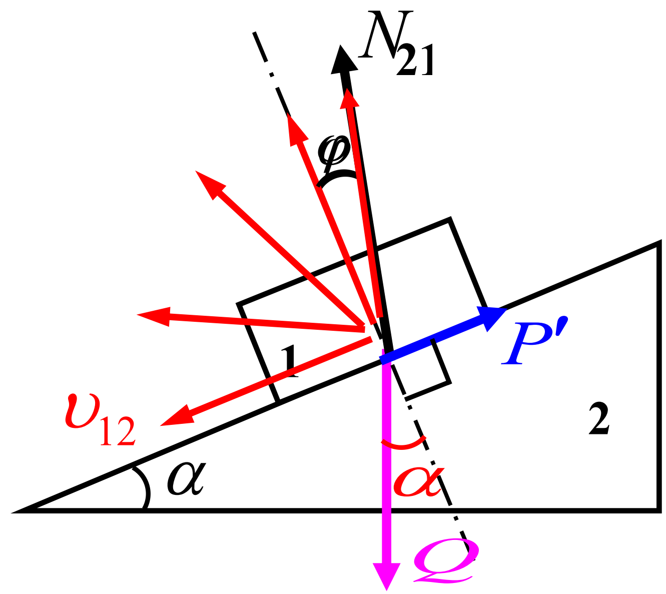
（4）列出驱动力 P 和阻力Q 的关系式

$$\frac{P}{\sin(\alpha+\varphi)}=\frac{Q}{\sin(90°-\varphi)} \Rightarrow Q=\frac{P\cos\varphi}{\sin(\alpha+\varphi)}$$

因为Q 不会小于等于零，故正行程不会自锁

2. 求反行程时滑块的自锁条件

当原驱动力由 P 减小至 P′ 时， 滑块将在其重力 Q 的作用下有沿斜面下滑的趋势（注意，此时 P′ 为阻力， Q 为驱动力）

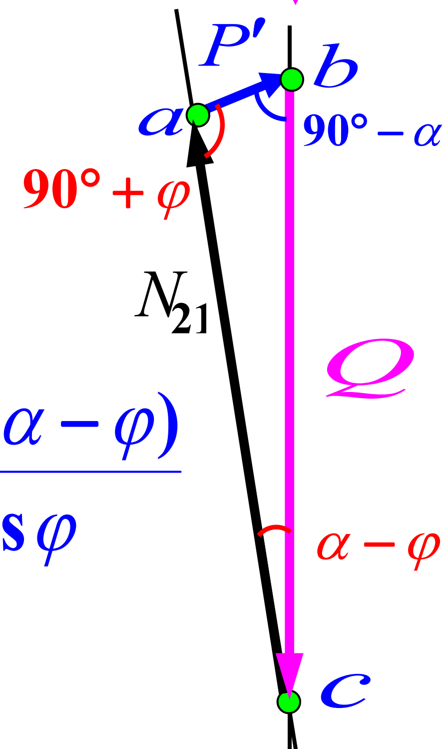


（1）分析受力如图示

（2）列力平衡方程式

$$\vec{P'}+\vec{Q}+\vec{N_{21}}=0$$

（3）作力封闭多边形



（4）列出驱动力 Q 和阻力P′ 的关系式

$$\frac{P'}{\sin(\alpha-\varphi)}=\frac{Q}{\sin(90°+\varphi)} \Rightarrow P'=\frac{Q\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$$

（5）求反行程自锁条件

i 按阻力求自锁条件

令： $P' = \dfrac{Q\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi} < 0 \Rightarrow \sin(\alpha-\varphi) < 0$

$\Rightarrow (\alpha-\varphi) < 0 \Rightarrow \boxed{\alpha < \varphi}$

ii 按效率求自锁条件 $\eta < 0$

实际工作阻力： $P' = \dfrac{Q\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$

理想工作阻力 $P_0' = \dfrac{Q\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi} = \dfrac{Q\sin(\alpha-0)}{\cos 0} = Q\sin\alpha$

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{P'}{P_0'} = \frac{\cancel{Q}\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi\cdot\cancel{Q}\sin\alpha} < 0 \Rightarrow \boxed{\alpha < \varphi}$$

该题难点：力多边形角度确定

该类问题解题技巧

正行程Q 与P 的表达式　　反行程Q 与P′ 的表达式

$$P = \frac{Q\sin(\alpha+\varphi)}{\cos\varphi}$$

$$P' = \frac{Q\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$$

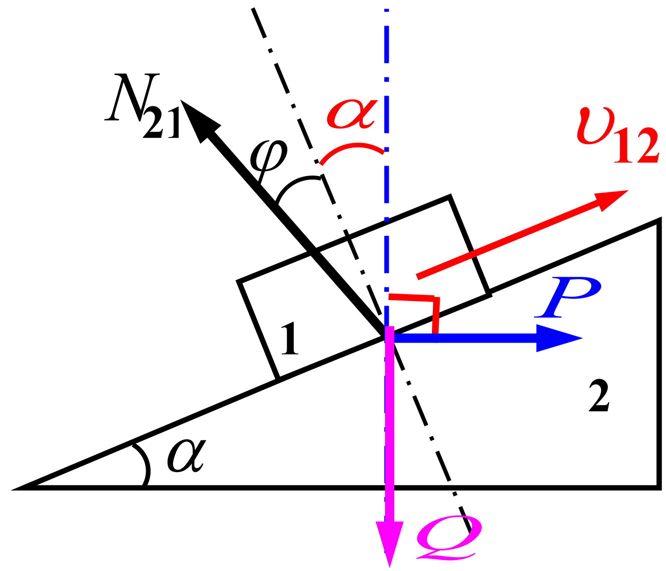
（1）正、反行程表达式中，φ的符号不同；

（2）正、反行程表达式中，Q、P（P′） 的意义不同

结论：在求反行程自锁条件时，只需求出正行程Q与P的表达式，反行程式在此基础将φ反号；将P 换成P′，并将驱动力、阻力角色互换。

例2 图示滑块在驱动力 P 作用下沿斜面上滑（此为正行程），当驱动力由 P 减小至 P′ 时，滑块会在自重的作用下有沿斜面下滑的趋势。**问：**

1. 正行程时，滑块是否会自锁?
2. 反行程时滑块的自锁条件?

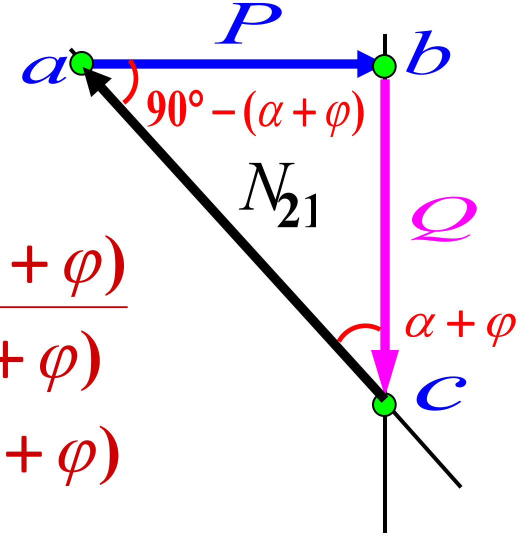


解： 1. （1）分析受力如图示

（2）列力平衡方程式

$$\vec{P}+\vec{Q}+\vec{N}_{21}=0$$

（3）作力封闭多边形



（4）列出驱动力 P 和阻力Q 的关系式

$$\frac{P}{\sin(\alpha+\varphi)}=\frac{Q}{\sin(90°-(\alpha+\varphi))} \Rightarrow P=\frac{Q\sin(\alpha+\varphi)}{\cos(\alpha+\varphi)}=Q\tan(\alpha+\varphi)$$

$$\eta = \frac{P_0}{P} \quad P_0 = Q\tan(\alpha+0) = Q\tan\alpha \qquad P = Q\tan(\alpha+\varphi)$$

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{Q\tan\alpha}{Q\tan(\alpha+\varphi)} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\varphi)}$$

令：$\eta < 0$

故正行程自锁条件为：$\alpha + \varphi > 90°$ $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha > 90° - \varphi}$

（5）求反行程自锁条件

由正行程驱动力P与阻力Q的表达式 $P = Q\tan(\alpha+\varphi)$

可得反行程驱动力Q与阻

问：该题自锁条件怎样用阻力表示?

$$P' = Q\tan(\alpha-\varphi)$$

$$\eta = \frac{\text{实际阻力}}{\text{理想阻力}} = \frac{Q\tan(\alpha-\varphi)}{Q\tan(\alpha-0)} = \frac{\tan(\alpha-\varphi)}{\tan\alpha}$$

令：$\eta < 0$ $\Rightarrow$ $\tan(\alpha-\varphi) < 0$ $\Rightarrow$ $(\alpha-\varphi) < 0$

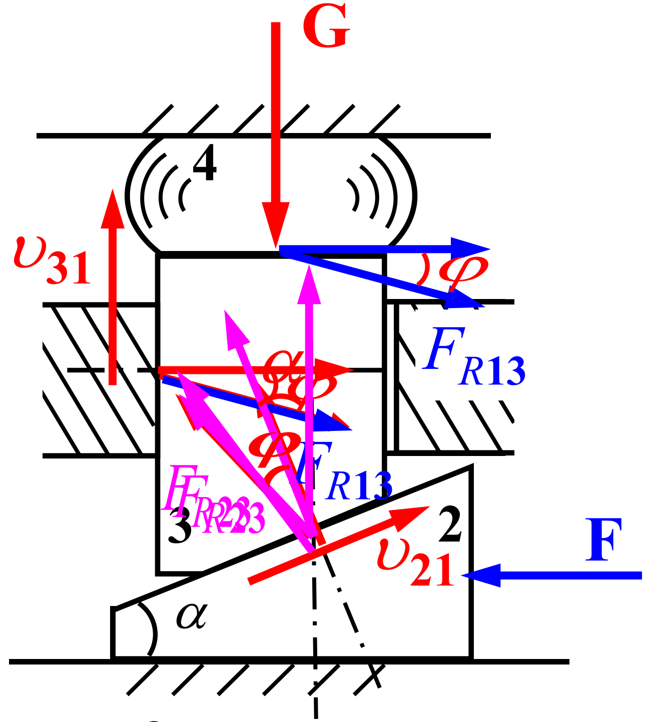
故反行程自锁条件为：$\boxed{\alpha < \varphi}$

例3 图示为一斜面夹具机构简图。下滑块2上作用有力F，推动滑块3向上运动，夹紧工件4，G 为夹紧的工件4给滑块3的反作用力（假定为已知），设各表面的摩擦系数为f。试分析：

1. 为产生对工件4 的夹紧力G ,在滑块 2 上需加多大的推力F;

2. 当撤掉F 后，工件可能松脱，问：为防止松脱，至少应在滑块2 上维持多大的力F′？

3. 滑块在G 作用下的自锁条件。



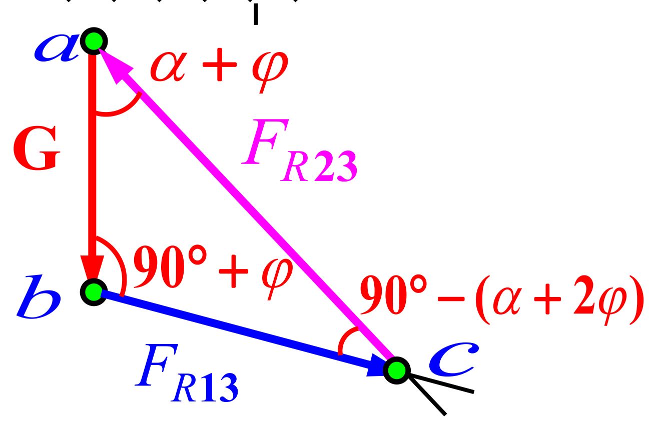
解： 1. 求夹紧工件所需的推力F;

（1） 取滑块3 为研究对象

在F的作用下，滑块3有向上滑动的趋势

（2） 列平衡方程式 $\vec{G}+\vec{F}_{R13}+\vec{F}_{R23}=0$

（3） 作力封闭多边形

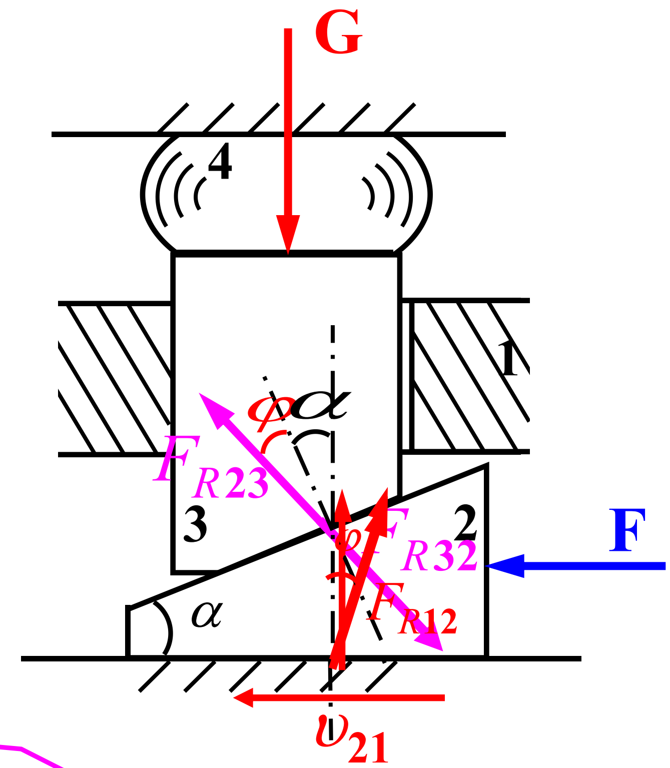


（4）列出力 G 和力F_{R23}的关系式

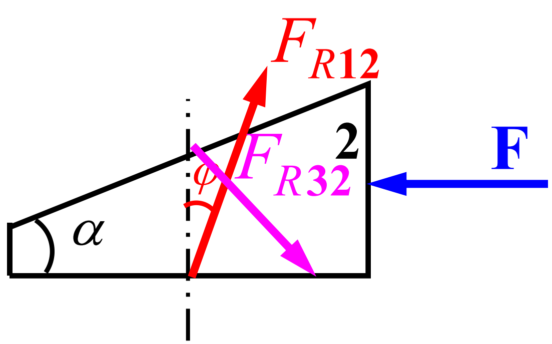
$$\frac{G}{\sin(90°-(\alpha+2\varphi))}=\frac{F_{R23}}{\sin(90°+\varphi)}$$

$$\Rightarrow \frac{G}{\cos(\alpha+2\varphi)}=\frac{F_{R23}}{\cos\varphi}$$

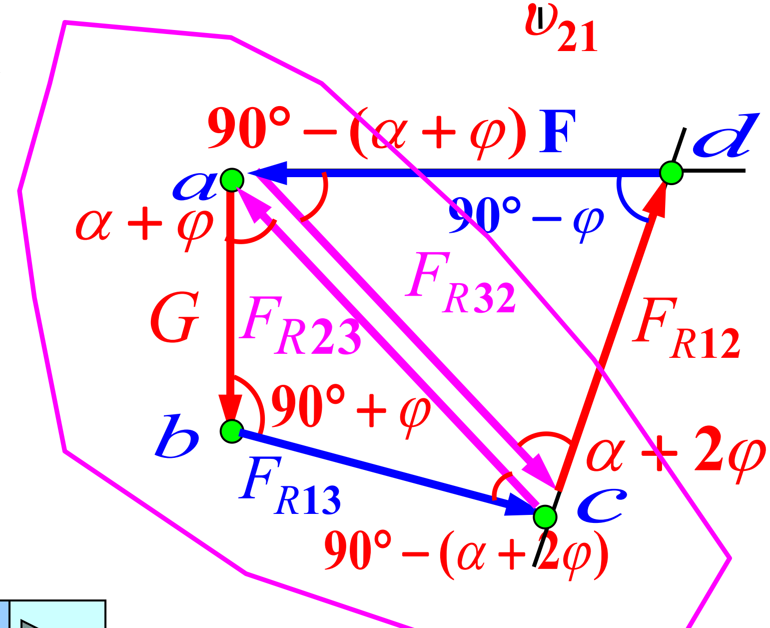
$$F_{R23}=\frac{G\cos\varphi}{\cos(\alpha+2\varphi)}$$



（5）取滑块 1 为分离体分析受力



（6）作力封闭多边形



（7）列出驱动力 F 和力F_{R32}的关系式

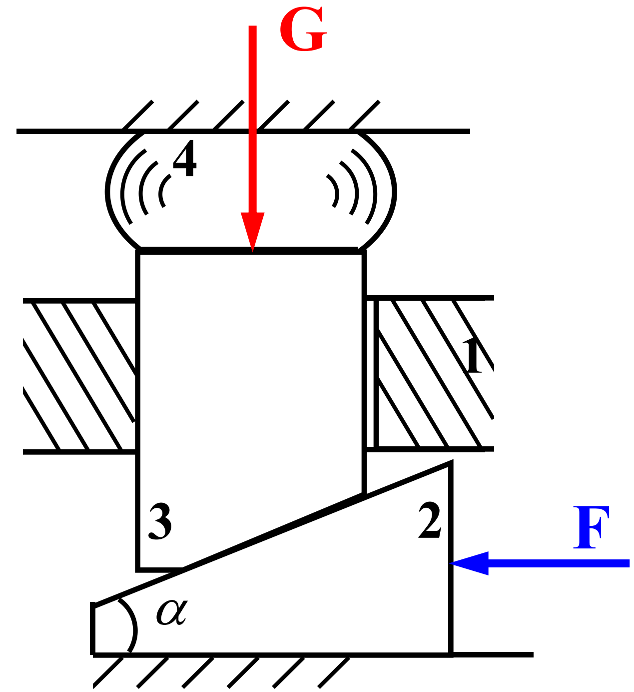
$$\frac{F}{\sin(\alpha+2\varphi)}=\frac{F_{R32}}{\sin(90^\circ-\varphi)}$$

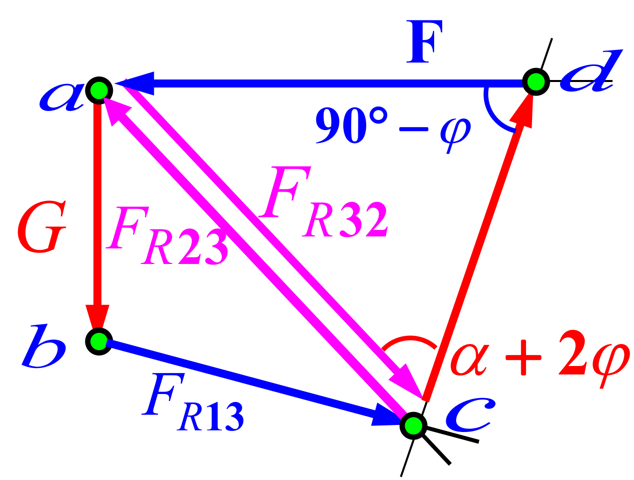
$$F=\frac{F_{R32}\sin(\alpha+2\varphi)}{\cos\varphi}$$

$$F_{R32}=F_{R23}=\frac{G\cos\varphi}{\cos(\alpha+2\varphi)}$$

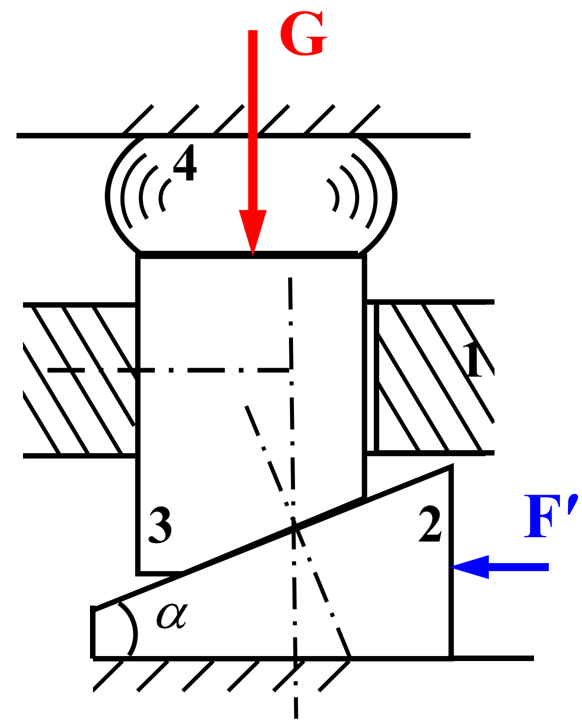
$$F=\frac{G\cancel{\cos\varphi}}{\cos(\alpha+2\varphi)}\cdot\frac{\sin(\alpha+2\varphi)}{\cancel{\cos\varphi}}$$

$$F=G\tan(\alpha+2\varphi)$$





2. 当撤掉F 后，工件可能松脱，问：为防止松脱，至少应在滑块2 上维持多大的力F ′?



该问属于反行程问题，此时G 为驱动力， F′为阻力。

由正行程力的表达式：

$$F = G\tan(\alpha + 2\varphi)$$

得出反行程力的表达式

$$F' = G\tan(\alpha - 2\varphi)$$

解得反行程自锁条件：

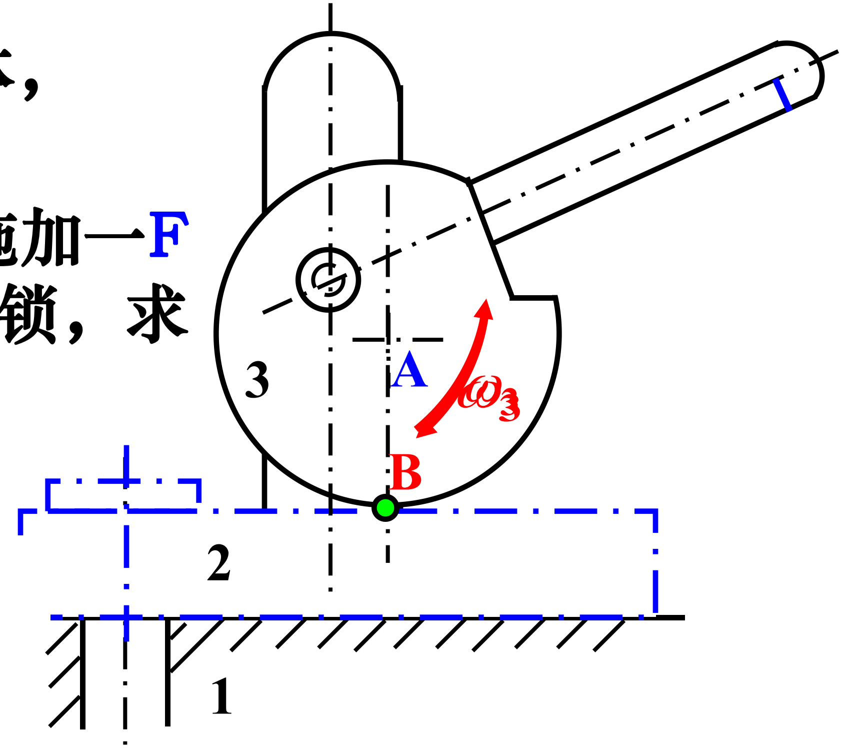
$$\alpha < 2\varphi$$

3. 滑块在G 作用下的自锁条件。

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{G\tan(\alpha - 2\varphi)}{G\tan\alpha} < 0$$

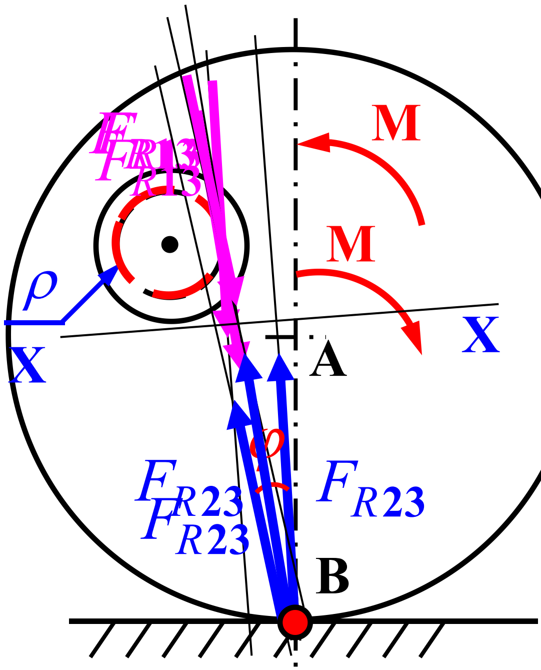
例4. 图示为一偏心夹具，1为夹具体，2为工件，3位偏心圆盘。

为了夹紧工件，在偏心盘手柄上施加一F力，当F去掉后，要求该夹具能自锁，求该夹具的自锁条件。



解：分析　反力为：F_{R23}、F_{R13}

问题：反力如何作用会有阻力矩？



在F力作用下，工件夹紧，偏心盘顺时针转向；

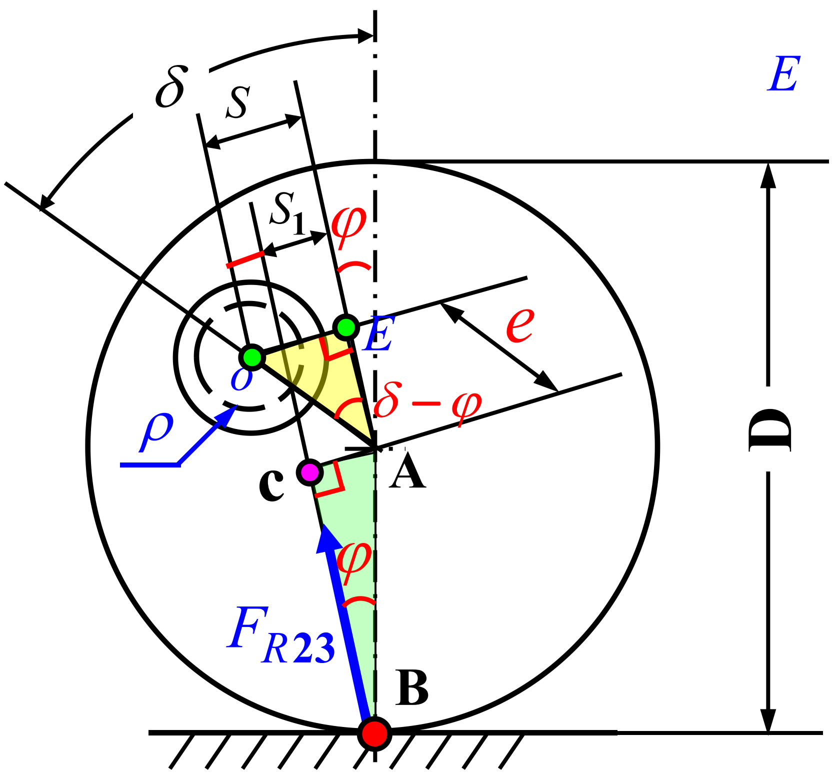
在F 力撤除后，偏心盘松脱趋势为逆时针转向。

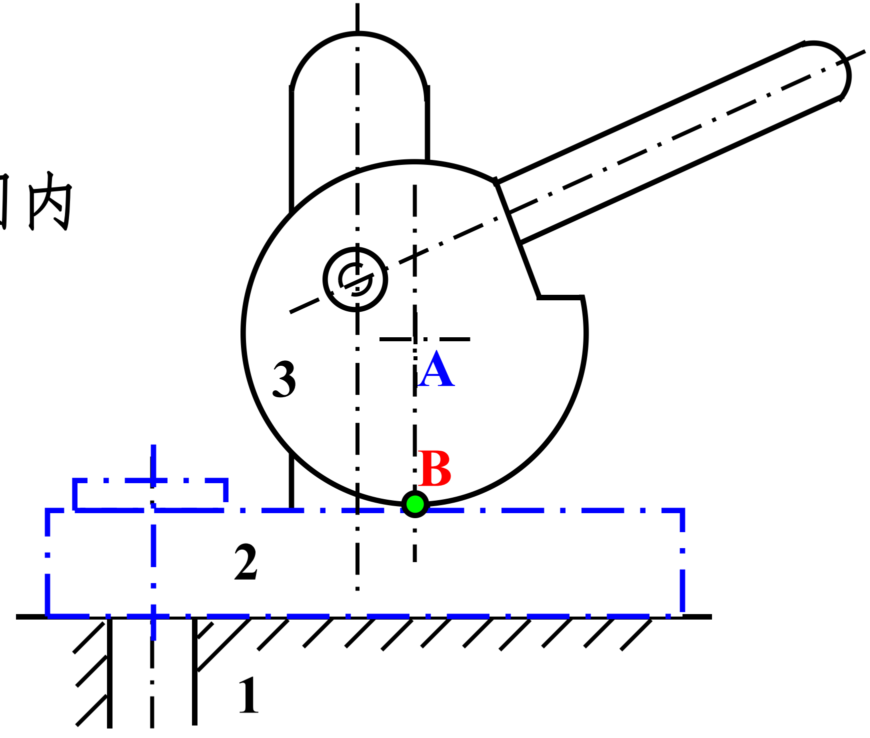
只有当偏心盘在反力作用下产生顺时针作用的阻力矩时，机构具有自锁功能

用解析式描述自锁条件

自锁条件：力F_{R23}作用线在摩擦圆内

用几何条件表示为：$S - S_1 < \rho$



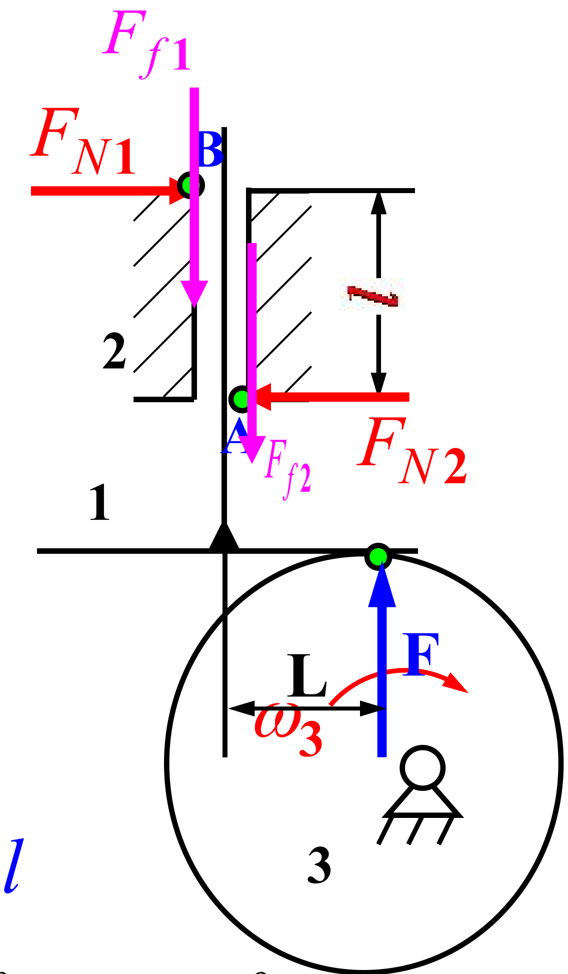


$$S = \overline{oE} = e\sin(\delta - \varphi)$$

$$S_1 = D/2 \cdot \sin\varphi$$

$$S - S_1 = e\sin(\delta - \varphi) - \frac{D}{2}\sin\varphi \le \rho$$

例5. 图示为凸轮机构，推杆1在凸轮3推力F的作用下，沿着导轨2向上运动，摩擦面的摩擦系数为f。为了避免发生自锁，试问导轨的长度 l 应满足什么条件。



解：分析

（1）在力 **F** 的作用下，推杆有逆时针偏转的趋势，故在**A、B**两点与导轨接触，由力平衡条件：

$$\sum F_{iX} = 0 \qquad F_{N1} = F_{N2}$$

$$\sum M_{Ai} = 0 \qquad F_{N1} l = FL \Rightarrow F_{N1} = F \cdot L / l$$

由F_N引起的摩擦力为：$F_{f1} = F_{f2} = F_{N1} \cdot f = F_{N2} \cdot f$

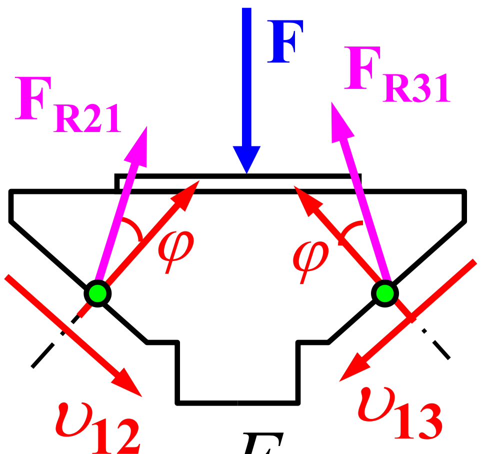
（2）不自锁条件为：

$$F > \sum F_f = 2f \cdot F_{N1} = 2f \cdot F \cdot L / l \Rightarrow l > 2f \cdot L$$

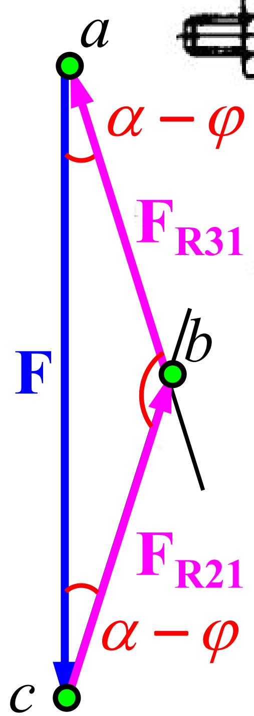
例6. 在图示的缓冲器中，若已知各楔块接触面间的摩擦系数 f 及弹簧的压力Fs，试求当楔块 2、3 被等速推开及等速恢复原位时力F 的大小，该机构的效率以及此缓冲器正、反行程均不至发生自锁的条件。

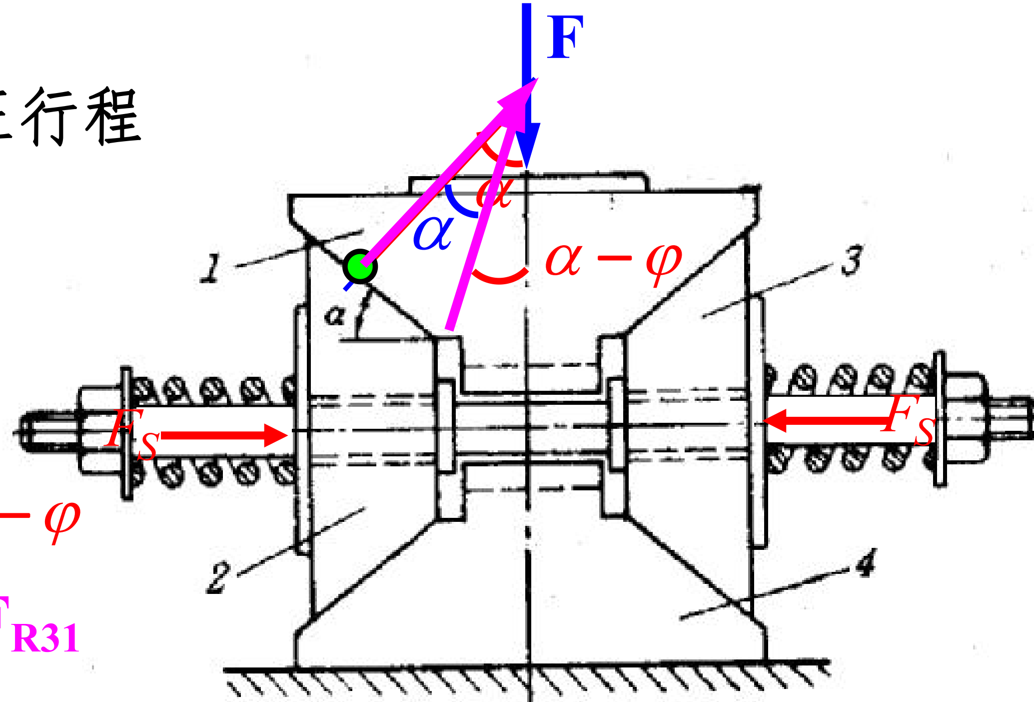
解： 1. 楔块2、3 被推开为正行程

分别取块1、2 分析受力



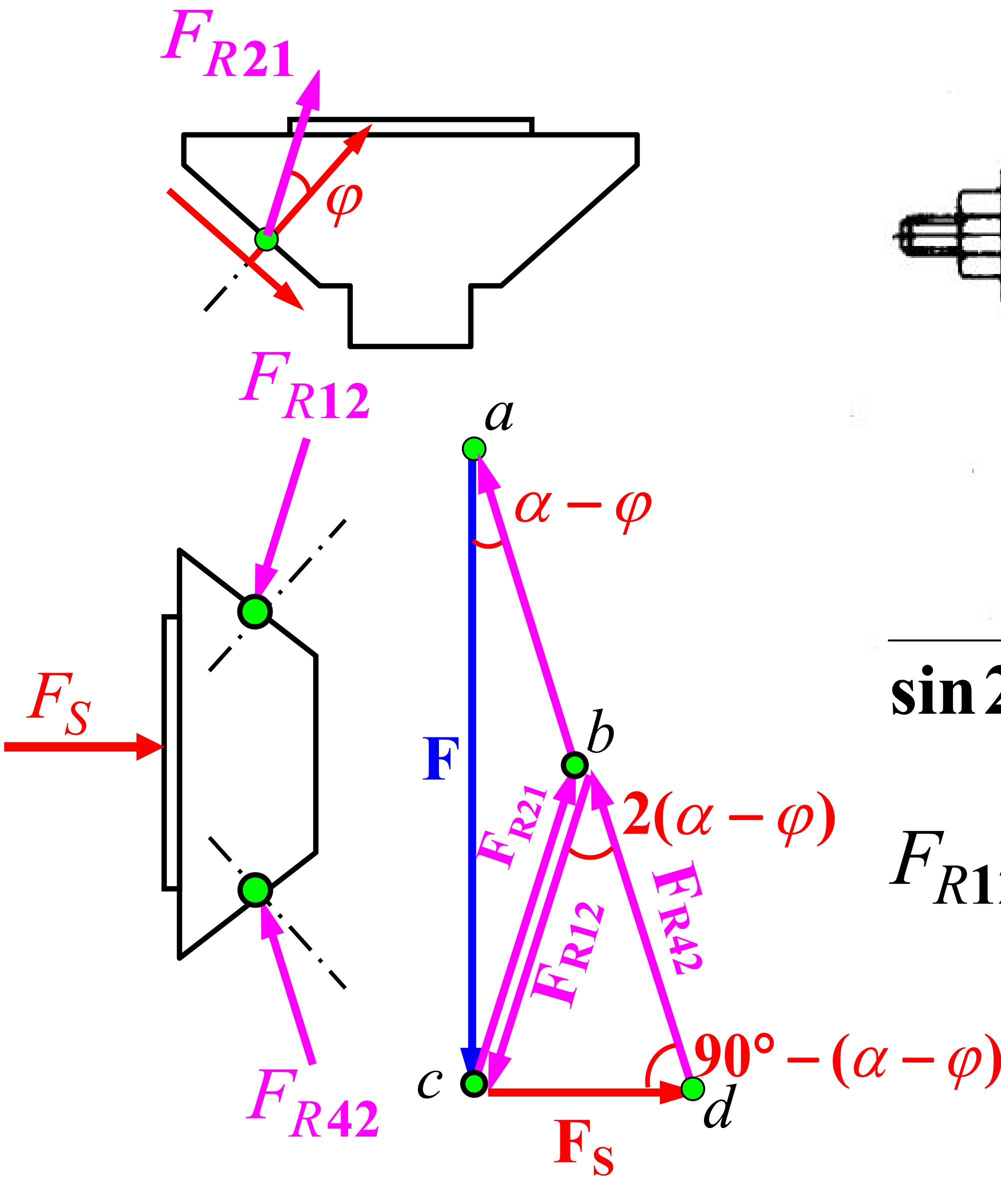
$$\frac{F}{\sin(180^\circ - 2(\alpha-\varphi))} = \frac{F_{R21}}{\sin(\alpha-\varphi)}$$

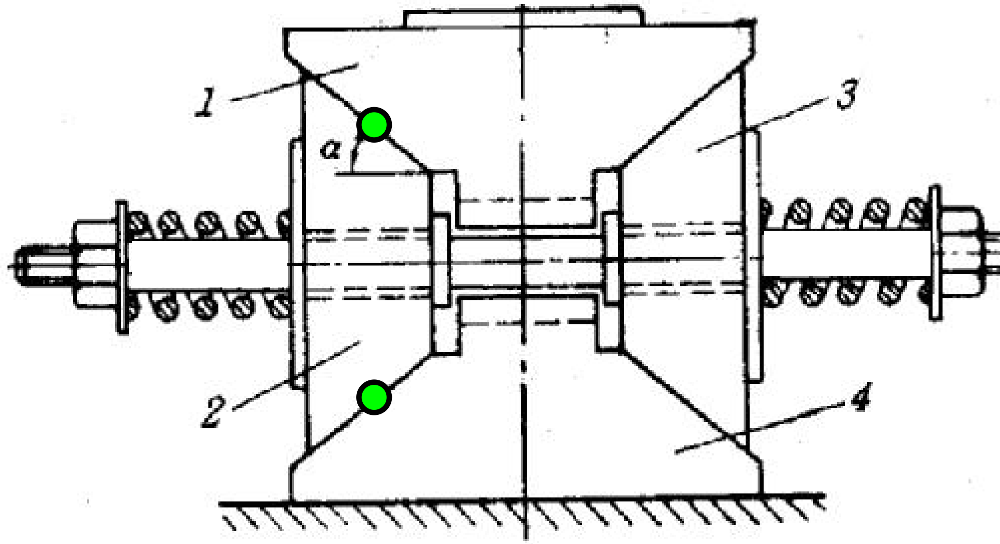




$$F_{R21} = \frac{F\sin(\alpha-\varphi)}{\sin(180^\circ - 2(\alpha-\varphi))}$$

$$F_{R21} = \frac{F}{2\cos(\alpha-\varphi)}$$





$$\frac{F_S}{\sin 2(\alpha-\varphi)}=\frac{F_{R12}}{\sin(90°-(\alpha-\varphi))}$$

$$F_{R12}=\frac{F_S\cos(\alpha-\varphi)}{2\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha-\varphi)}$$

$$F_{12}=F_{21}=\frac{F}{2\cos(\alpha-\varphi)}$$

联立两式求解：

$$\begin{cases} F_{R12} = \dfrac{F_S}{2\sin(\alpha-\varphi)} \\ F_{R12} = F_{R21} = \dfrac{F}{2\cos(\alpha-\varphi)} \end{cases}$$

得： $F_S = F\tan(\alpha-\varphi)$

令： $F_S < 0$ $\quad F\tan(\alpha-\varphi) < 0$ $\quad (\alpha-\varphi) < 0$

得正行程自锁条件为： $\alpha < \varphi$

得正行程不自锁条件为： $\alpha > \varphi$

正行程效率：

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{F\tan(\alpha-\varphi)}{F\tan\alpha} = \frac{\tan(\alpha-\varphi)}{\tan\alpha}$$

2. 楔块2、3 等速恢复原位为反行程，此时F_S为驱动力，原驱动力 F 降至F′成为阻力。

正行程驱动力与阻力关系表达式：

$$F_S = F\tan(\alpha-\varphi)$$ Fs — 阻力 F — 驱动力

反行程驱动力与阻力关系表达式：

$$F_S = F'\tan(\alpha+\varphi)$$ Fs — 驱动力 F′—阻力

反行程自锁条件：$\eta' = \dfrac{F_{S0}}{F_S} = \dfrac{F'\tan\alpha}{F'\tan(\alpha+\varphi)} < 0$

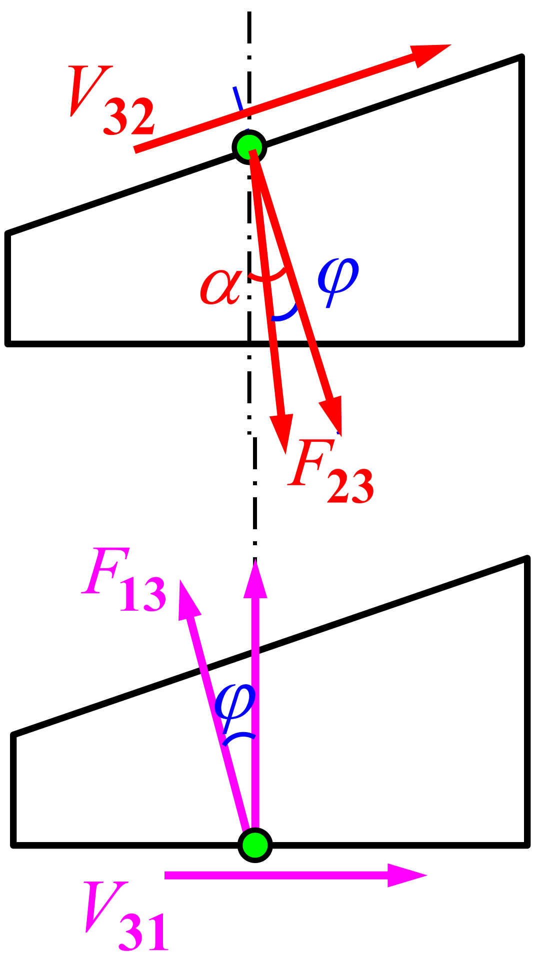
$\Rightarrow (\alpha+\varphi) > 90°$ $\Rightarrow \alpha > 90° - \varphi$

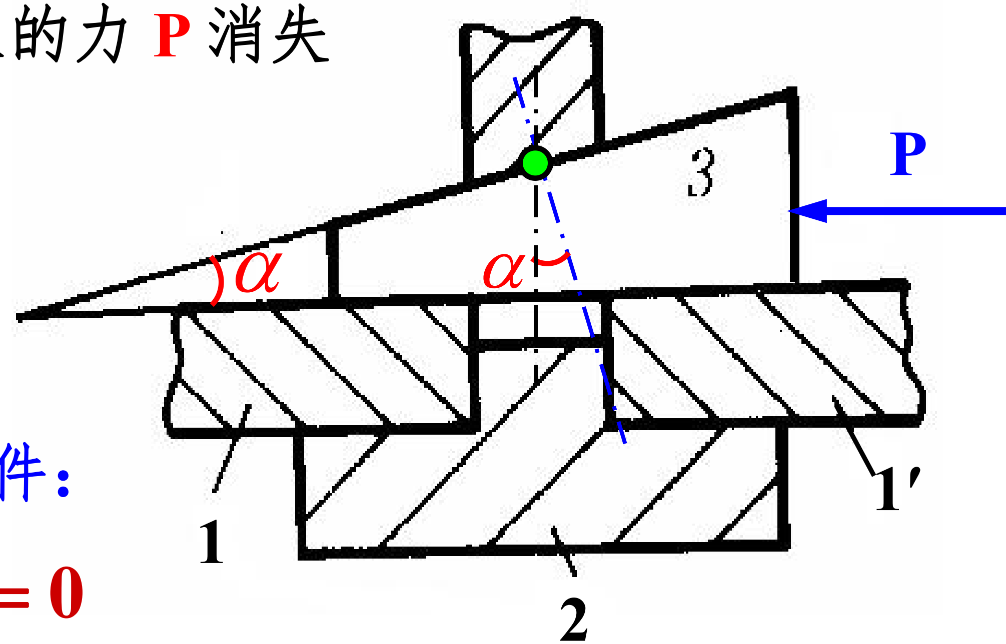
反行程不自锁条件： $\alpha < 90° - \varphi$

正、反行程均不自锁条件： $\varphi < \alpha < 90° - \varphi$

例7. 图示焊接用的楔形夹具，1、1′ 为焊接工件，2为夹具体，3为楔块，各接触面间摩擦系数均为f，试确定此夹具的自锁条件(即当夹紧后，楔块3不会自动松脱出来的条件）。

解：**1.** 夹紧后，作用在楔块上的力 **P** 消失





自锁条件：

$$\sum F_{yi} = 0$$

$$F_{23}\cos(\alpha - \varphi) = F_{13}\cos\varphi \qquad (1)$$

$$\sum F_{xi} = 0$$

$$F_{13}\sin\varphi \geq F_{23}\sin(\alpha - \varphi) \qquad (2)$$

$$\begin{cases} F_{23}\cos(\alpha-\varphi)=F_{13}\cos\varphi & (1) \\ F_{13}\sin\varphi \geq F_{23}\sin(\alpha-\varphi) & (2) \end{cases}$$

联立求解（1）、（2）得反行程自锁条件：

$$\alpha \leq 2\varphi$$

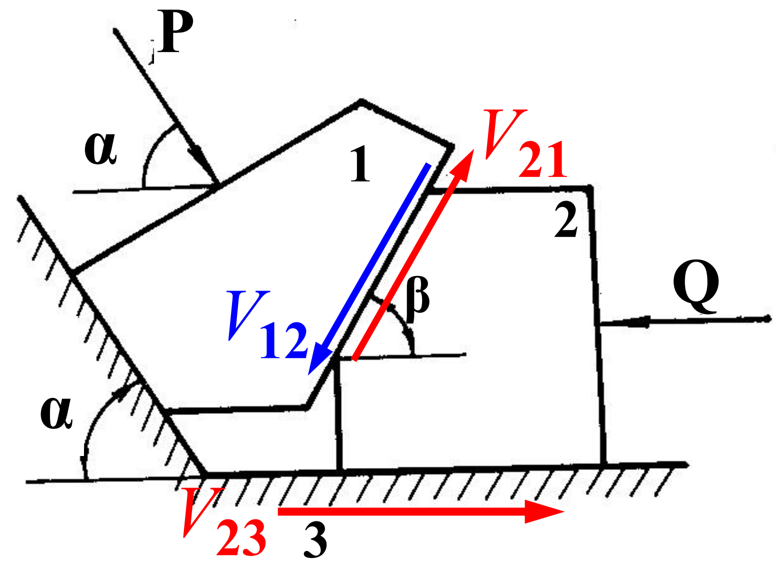
例8. 图示楔块机构。已知：$\alpha=\beta=60°$，各摩擦面间的摩擦系数均为$f=0.15$，阻力$Q=1000N$。试：

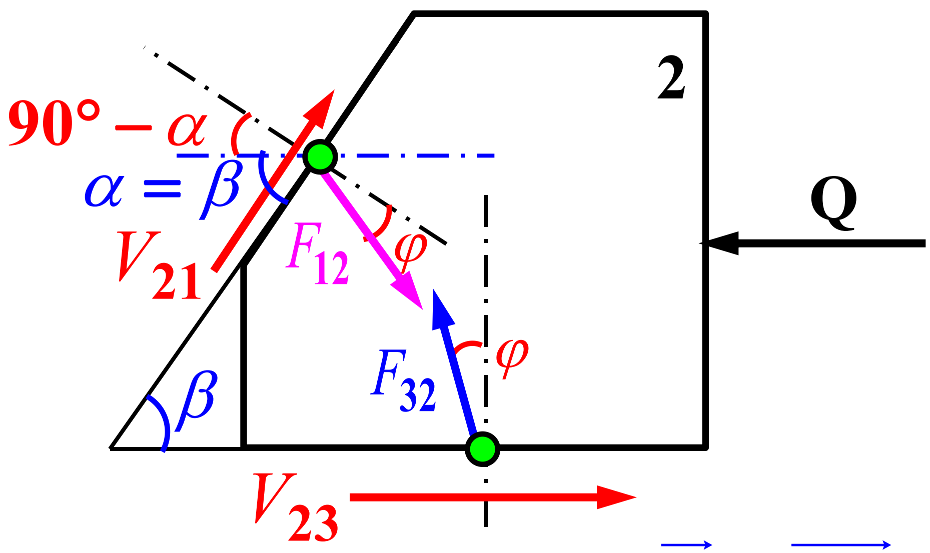
(1) 画出各运动副的总反力；

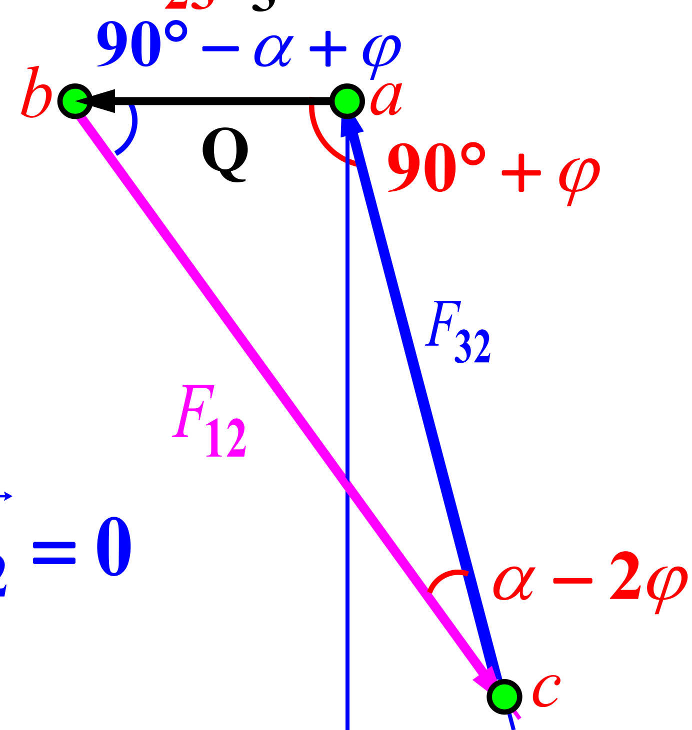
(2) 写出块1、2 的力矢量方程式；

(3) 画出力矢量多边形；

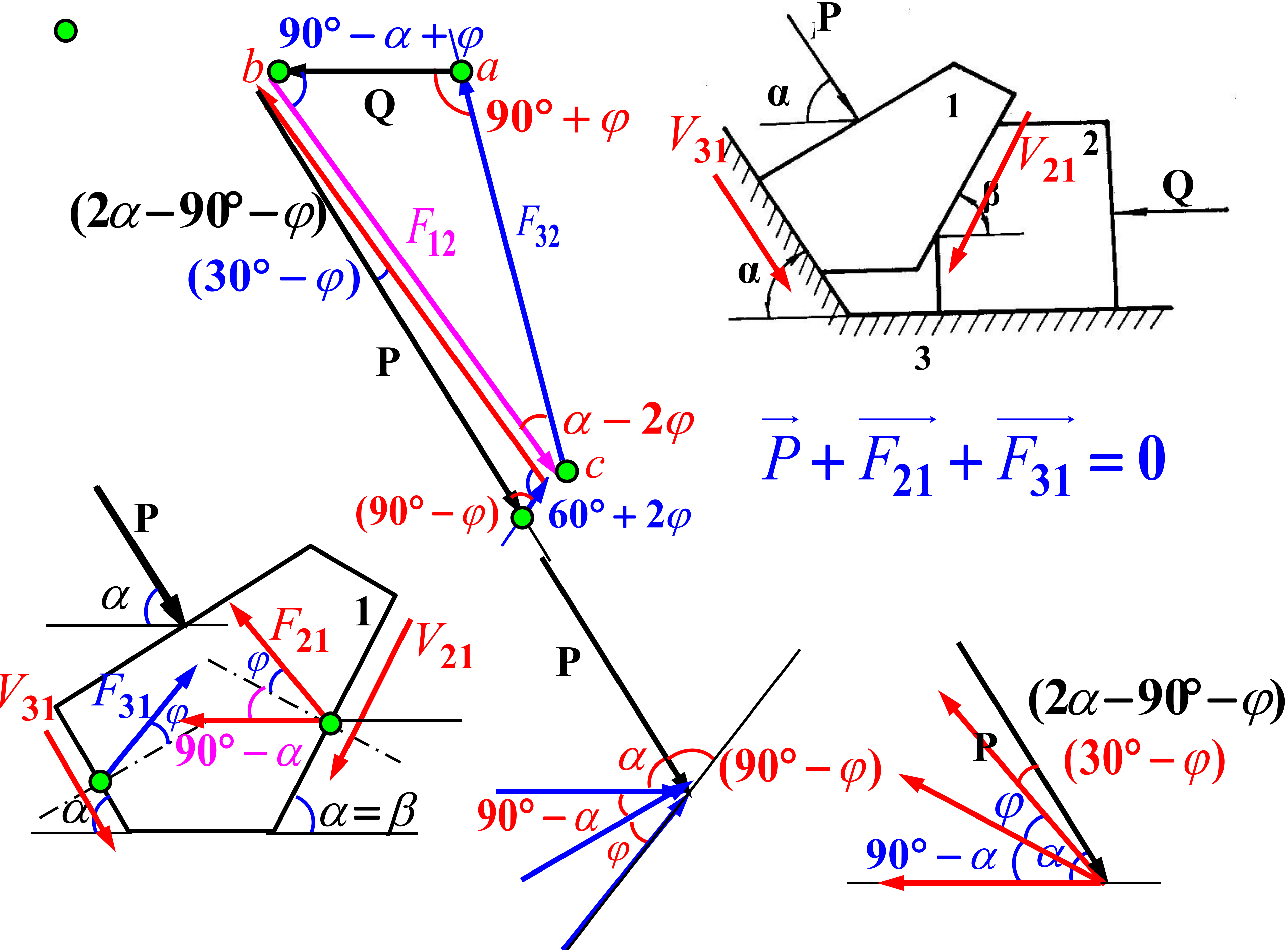
(4) 用解析法求出驱动力P之值。



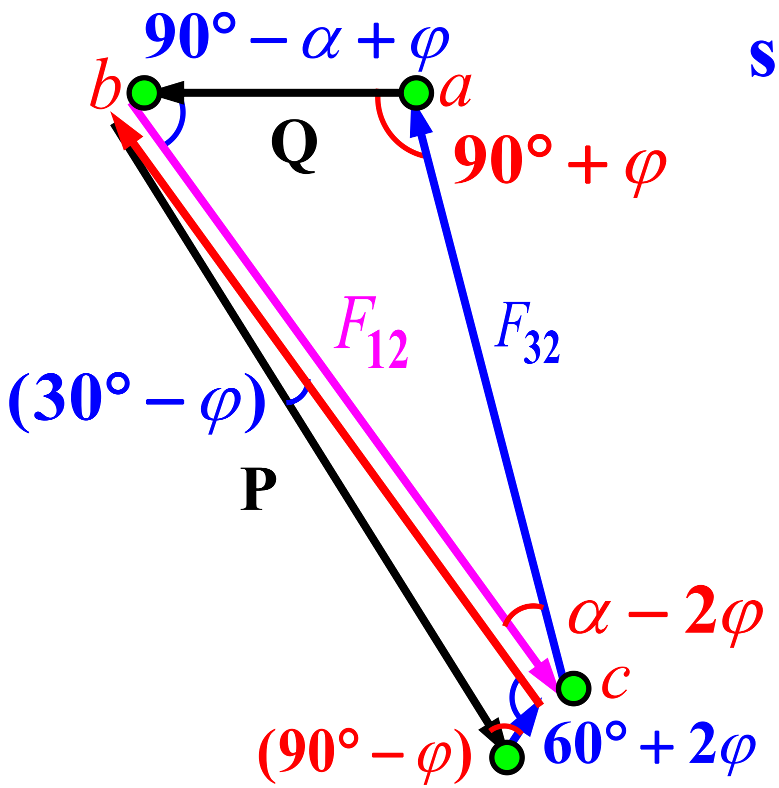




$$\vec{Q}+\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}=0$$



$$\vec{P}+\vec{F_{21}}+\vec{F_{31}}=0$$



$$\frac{Q}{\sin(\alpha-2\varphi)}=\frac{F_{12}}{\sin(90°+\varphi)}$$

$$F_{12}=\frac{Q\cos\varphi}{\sin(\alpha-2\varphi)}$$

$$F_{21}=F_{12}$$

$$P=\frac{F_{21}\sin(60°+2\varphi)}{\sin(90°-\varphi)}$$

$$=\frac{Q\cos\varphi}{\sin(\alpha-2\varphi)}\cdot\frac{\sin(60°+2\varphi)}{\cos\varphi}$$

$$=\frac{Q\sin(60°+2\varphi)}{\sin(60°-2\varphi)}$$