Semântica de CALCF (2)

A função semântica I de CALCF:

$$I : CALCF \times ENV \rightarrow RESULT$$

CALCF = conjunto dos programas abertos

ENV = conjunto dos ambientes válidos

RESULT = conjunto dos significados (denotações)

- Um significado pode ser um valor inteiro ou uma função(representada por uma abstracção):

$$RESULT = Integer \cup Abstraction \cup \{ error \}$$

Interpretador de CALCF (2)

- Algoritmo eval(E, env) para calcular a denotação de uma expressão E de CALCF:

$$eval : CALCF \times ENV \rightarrow RESULT$$

```
eval( num(n) , env)     ≜ n
eval( id(s) , env)      ≜ env.Find(s)
…
eval( fun(s, B), env )    ≜ abstraction(s, B)
eval( call(E1, E2) , env ) ≜ fun = eval(E1, env )
              if fun is abstraction(s, B) then
              [ env'=env.BeginScope();
                env'.Assoc(s, eval(E2, env )) ;
                val = eval(B, env' );
                env'.EndScope();
                val ]
              else error
```

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =

eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
        decl x = g(2)
            in x+x
```

eval(P1,0) =

eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =

eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) = abs(y,f(y)+2)

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(f(y)+2, [y=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(f(y)+2, [y=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(f, [y=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) = abs(x,x+1)

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(f(y)+2, [y=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(x+1, [x=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) = 3

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(g(2), [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(f(y)+2, [y=2, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) = 5

Interpretador de CALCF (2)

- Avaliação do programa:

```
decl f=(fun x -> x+1) in
decl g = (fun y -> f(y)+2) in
decl x = g(2)
in x+x
```

eval(P1,0) =
eval(P2, [f=abs(x,x+1)]) =
eval(P3, [g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) =
eval(x+x, [x=5, g=abs(y,f(y)+2), f=abs(x,x+1)]) = 10

Interpretador de CALCF (2)

- Outro exemplo:

```
decl x=1 in
decl f = (fun y -> y+x) in
decl g = (fun x -> x+f(x))
in g(2)
```

E = [g=abs(x,x+f(x)); f=abs(y,y+x); x=1]

eval(g(2),E) =

eval(x+f(x), [x=2; g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+eval(f(x), [x=2; g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+eval(y+x, [y=2;x=2;g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+2+2 = 6

- Seguindo a sua intuição, qual é o valor deste programa?

Interpretador de CALCF (2)

- Outro exemplo:

```
decl x=1 in
decl f = (fun y -> y+x) in
decl g = (fun x -> x+f(x))
in g(2)
```

E = [g=abs(x,x+f(x)); f=abs(y,y+x); x=1]

eval(g(2),E) =

eval(x+f(x), [x=2; g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+eval(f(x), [x=2; g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+eval(y+x, [y=2;x=2;g=abs(x,x+f(x)),f=abs(y, y+x)]) =

2+2+2 = 6

- O valor do programa deveria ser 5 ! O que falhou???

Resolução dinâmica de nomes

- A semântica simplificada (2) que definimos para a linguagem CALCF adopta a "regra dinâmica" de resolução de nomes (dynamic scoping).
- Segundo esta regra, os valores dos nomes **não locais** são interpretados no contexto da chamada da função, em vez do contexto da definição.
- Historicamente, algumas linguagens de programação (ex: Lisp, JavaScript 1.0) adoptaram a resolução dinâmica de nomes, por ser de implementação mais simples.
- Actualmente, é considerado um mecanismo indesejável e até incorrecto (por não respeitar o princípio da substituição), apesar de às vezes "dar jeito" interpretar nomes não locais no contexto da chamada (por exemplo: "hostname").

Princípio da substitutividade

- O valor de qualquer expressão permanece inalterado sempre que nela se substitui uma subexpressão por outra expressão com o mesmo significado / valor.
- A semântica da linguagem CALCF viola este princípio, pois os dois programa seguintes têm valores diferentes:

```
decl x=1 in
  decl f = (fun y→y+x) in
    decl g = (fun x→x+f(x))
      in g(2)
```

```
decl x=1 in
  decl f = (fun y→y+1) in
    decl g = (fun x→x+f(x))
      in g(2)
```

Resolução estática de nomes

- Todas as linguagens de programação modernas adoptam a regra da resolução estática de identificadores (static scoping).

- Segundo esta regra, os valores dos identificadores livres que ocorram no corpo de abstracções são interpretados no contexto em que as abstracções ocorrem (na definição das funções), e não no contexto da chamada.

- Para implementar esta semântica de forma eficiente é necessário usar um domínio de resultados mais rico, em que as funções são representadas por entidades chamadas "fechos".

Semântica de CALCF (3)

- A (nova) função semântica I de CALCF:

$$I : CALCF \times ENV \rightarrow RESULT$$

CALCF = conjunto dos programas abertos

ENV = conjunto dos ambientes

RESULT = conjunto dos significados (denotações)

Os resultados podem ser valores inteiros, fechos (uma abstracção + um ambiente), ou um erro.

$$RESULT = Integer \cup Closure \cup \{ error \}$$

Resultados de CALCF

- Os significados de programas da linguagem CALCF podem ser apresentados como um tipo indutivo

Tipo de dados RESULT com os constructores num e closure

```
num:      Integer → RESULT
closure:  String × CALCF × ENV → RESULT
error:    void → RESULT
```

Um fecho representa uma função através de um triplo contendo o parâmetro, o corpo, e o ambiente que regista os valores dos nomes livres no corpo

Assim, ao contrário de uma abstracção, um fecho é efectivamente um valor "fechado" (não depende de nenhum nome externo).

Ambiente "mutável"

- Na prática, é conveniente implementar ambientes usando uma estrutura de dados mutável:

```
Environ BeginScope()
```

  - Cria um novo nível **vazio**, onde serão colocadas as ligações de um novo âmbito local.
  - Não pode existir mais que uma ligação para um mesmo identificador no mesmo nível.

```
Environ EndScope()
```

  - Devolve o ambiente no estado anterior à última operação BeginScope().
  - Mas **não destrói** o último nível pois podem existir no contexto de execução fechos que o referem!

Interpretador de CALCF (3)

- Algoritmo eval(E, env) para calcular o valor de uma expressão E de CALCF:

$$eval : CALCF \times ENV \rightarrow RESULT$$

```
eval( fun(s, B), env )     ≜ closure(s, env, B)
eval( call(E1, E2) , env ) ≜ fun = eval(E1, env )
              if fun is closure(s, envc, B) then
              [ envloc = envc.BeginScope();
                envloc.Assoc(s, eval(E2, env )) ;
                val = eval(B, envloc );
                envc = envloc.EndScope();
                val ]
              else error
```

Avaliação de Funções

- Exemplo: avaliar o seguinte programa, na semântica usando ambientes e fechos.

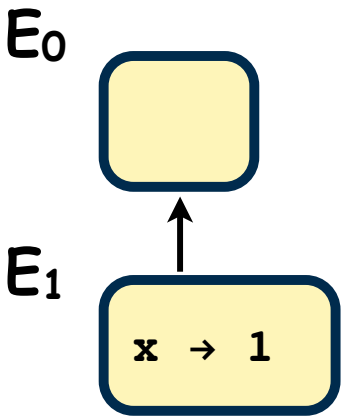
```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

Exemplo

E_0

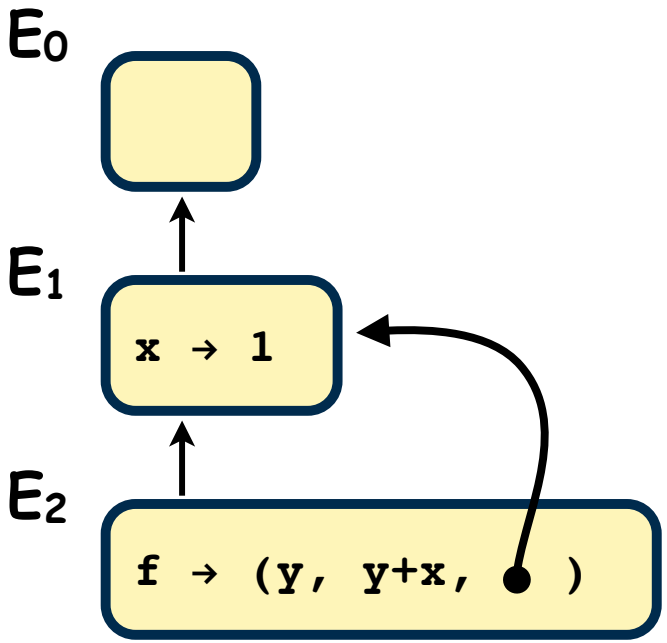
```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

Exemplo



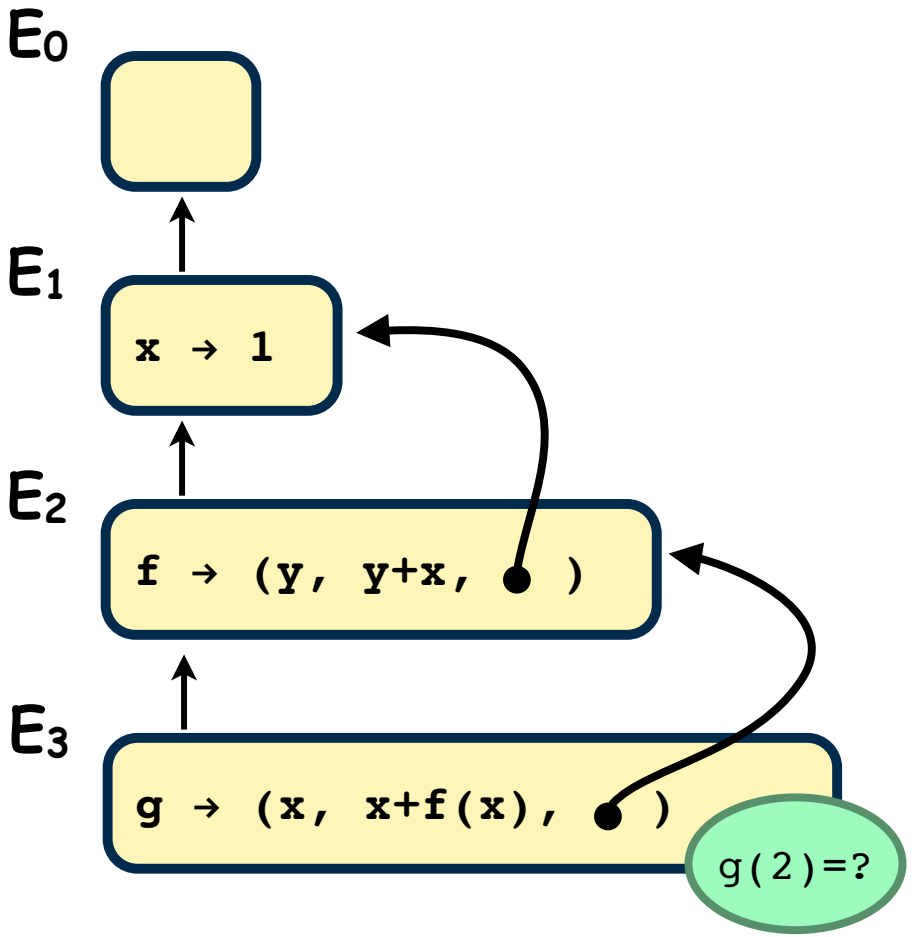

```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

Exemplo



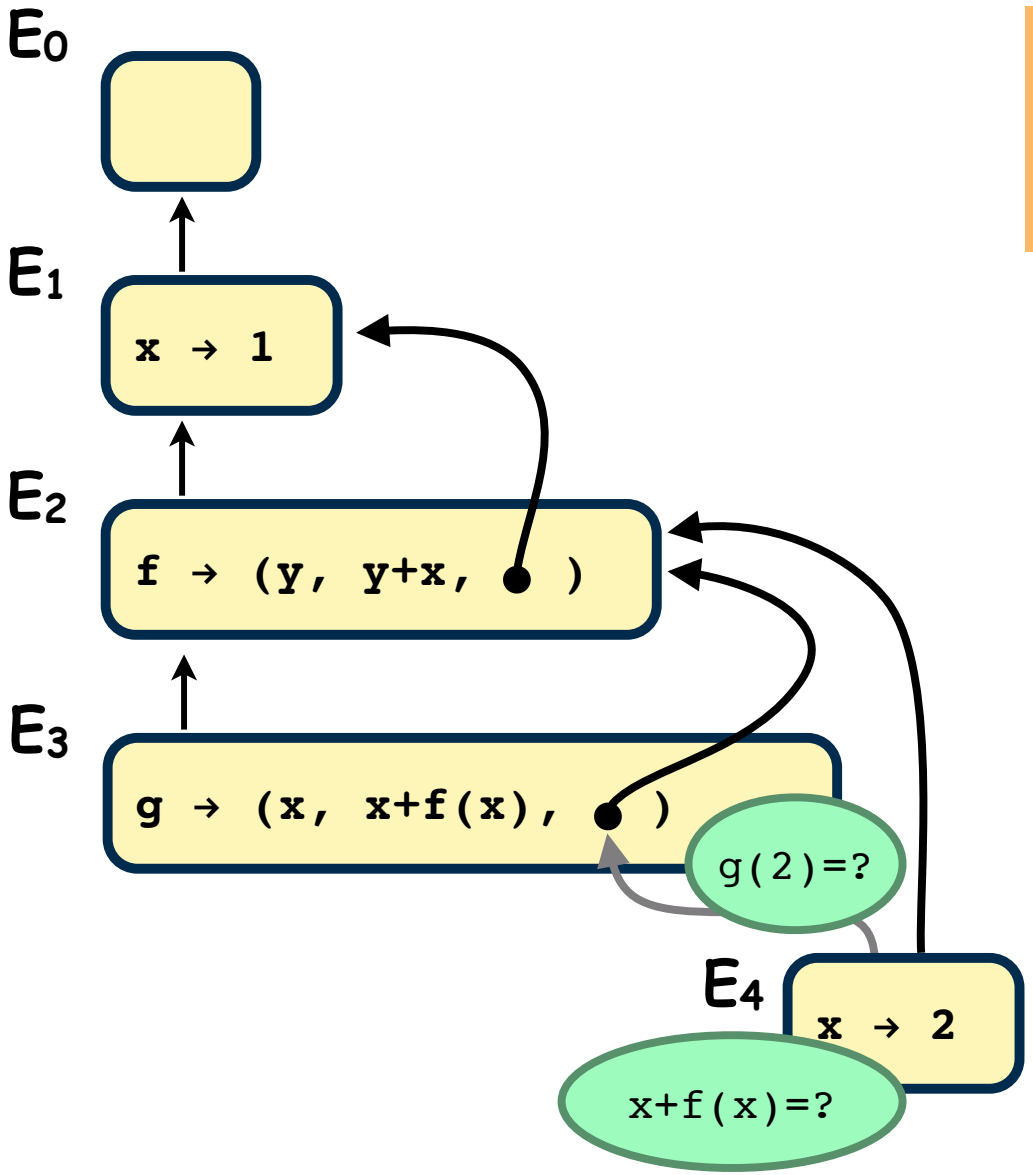

```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

Exemplo




```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

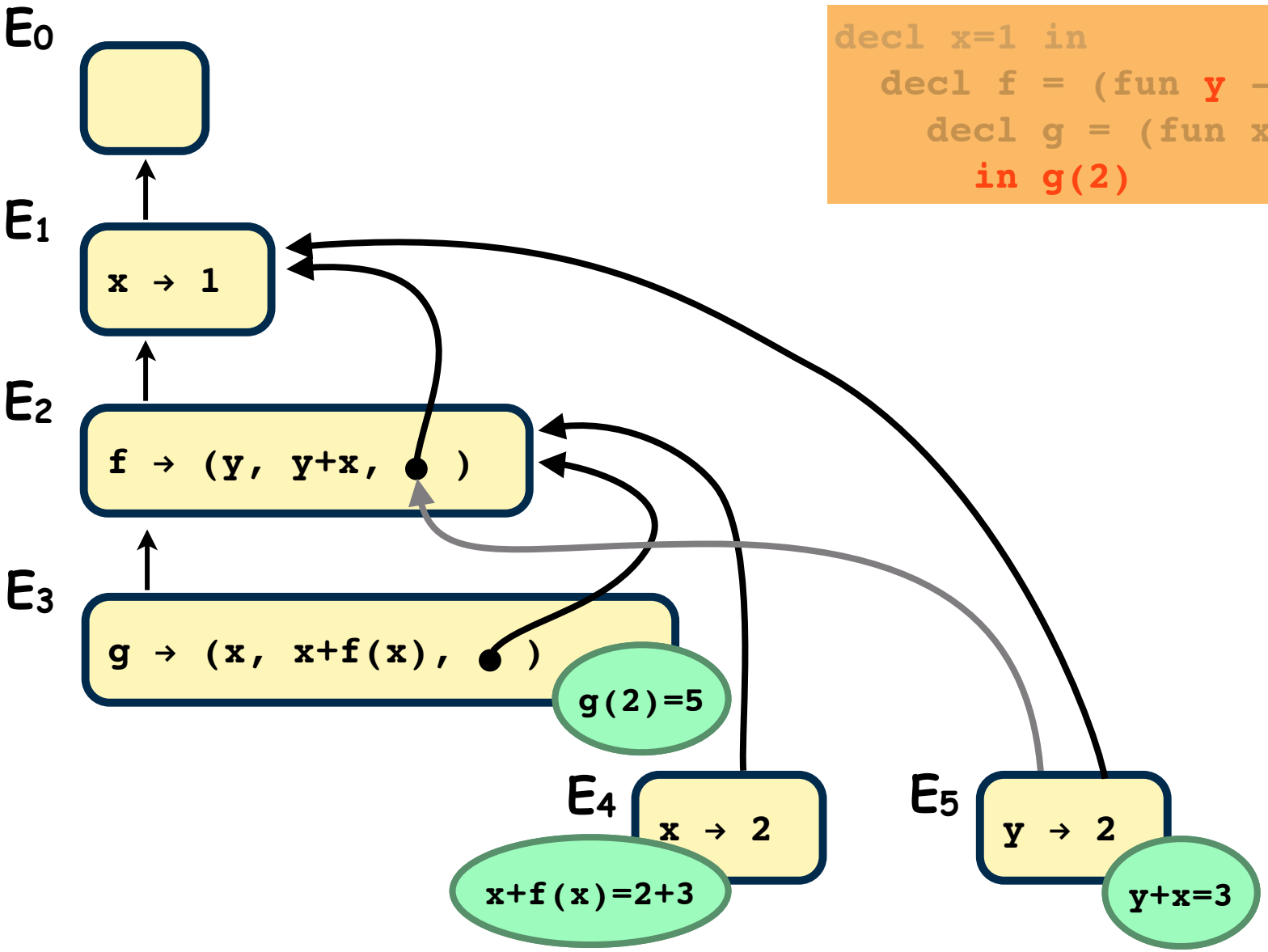
Exemplo




```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

Exemplo

```
decl x=1 in
  decl f = (fun y -> y+x) in
    decl g = (fun x -> x+f(x))
      in g(2)
```

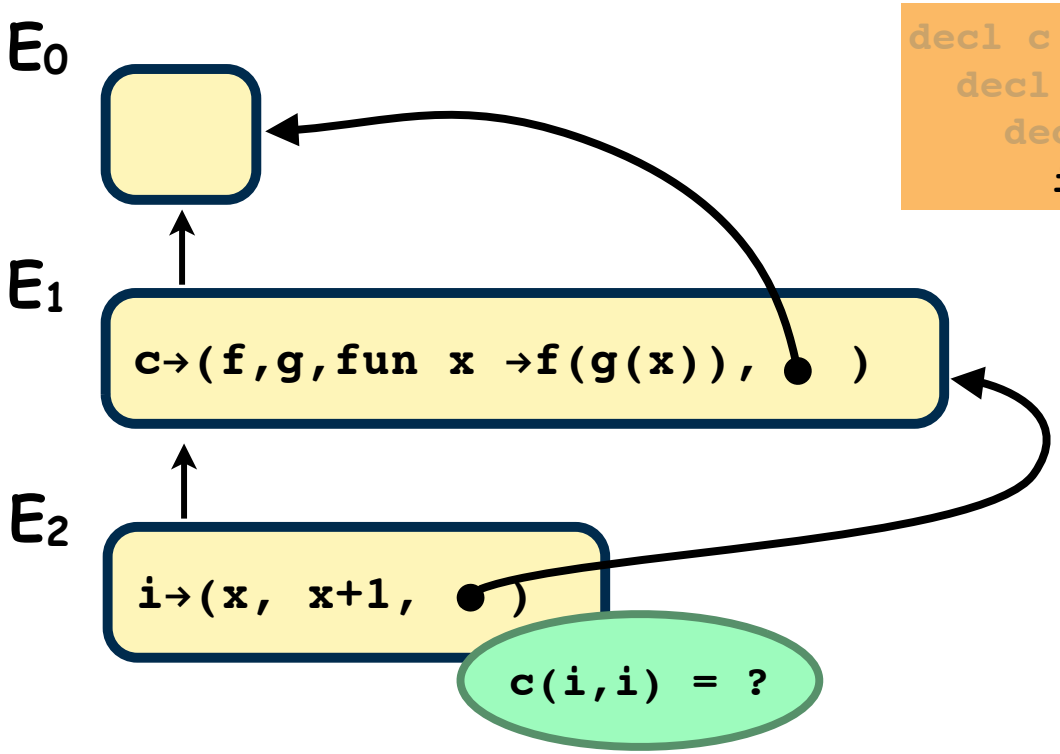


Avaliação de Funções

- Exemplo: avaliar o seguinte programa, na semântica usando ambientes e fechos.

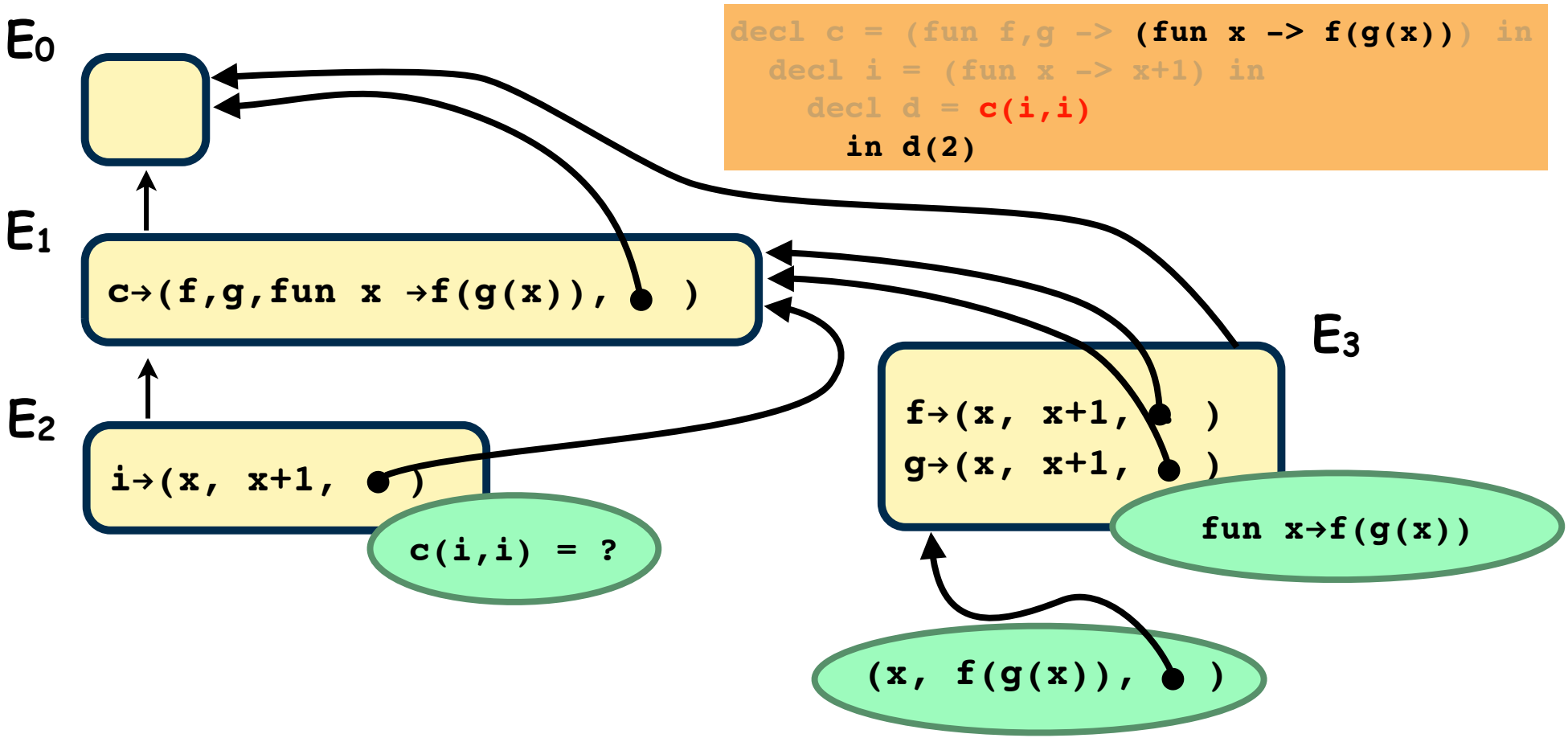
```
decl comp = (fun f,g -> (fun x -> f(g(x)))) in
  decl inc = (fun x -> x+1) in
    decl dup = comp(inc,inc)
      in dup(2)
```

Avaliação de Funções

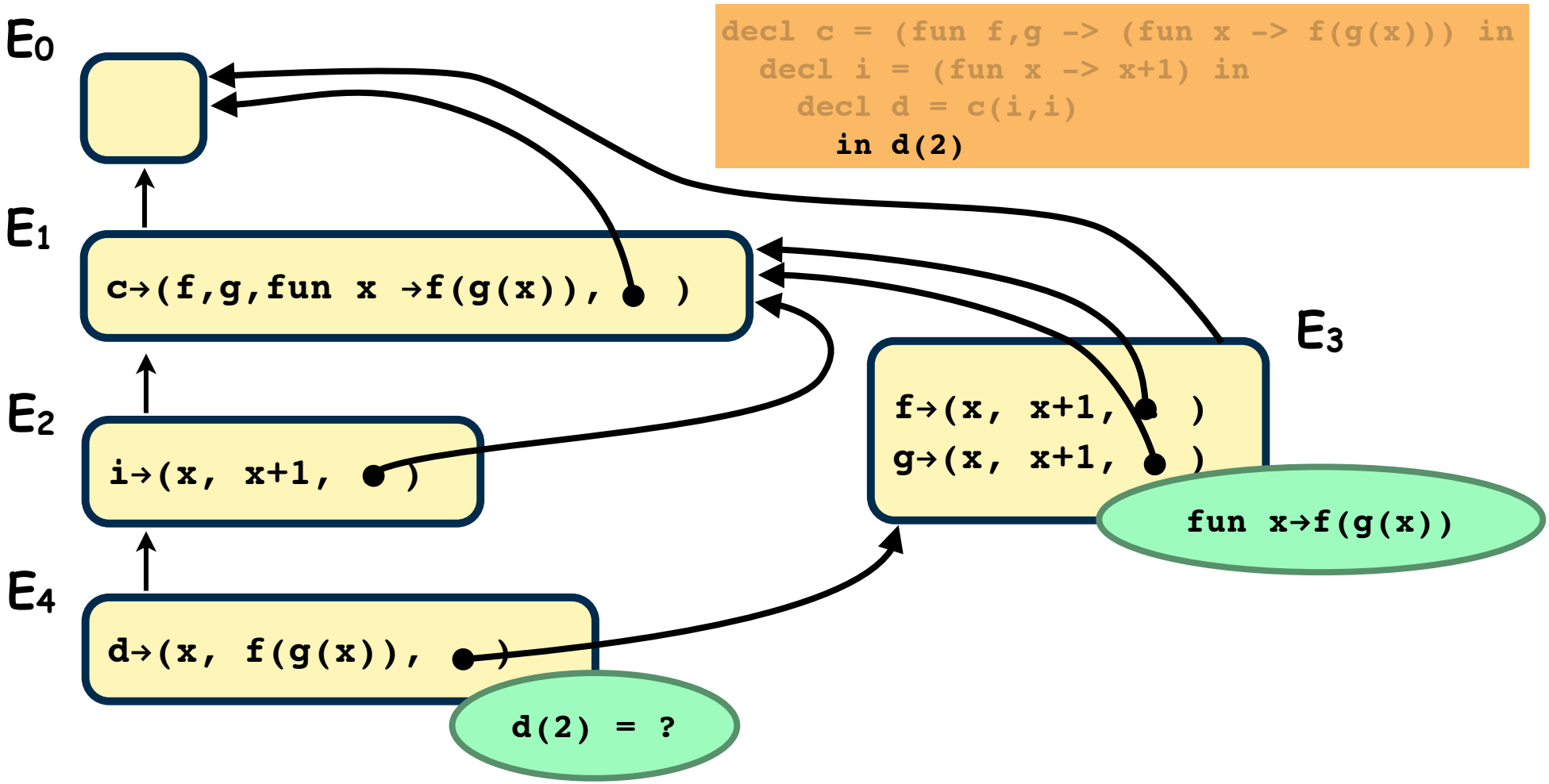



```
decl c = (fun f,g -> (fun x -> f(g(x))) in
  decl i = (fun x -> x+1) in
    decl d = c(i,i)
      in d(2)
```

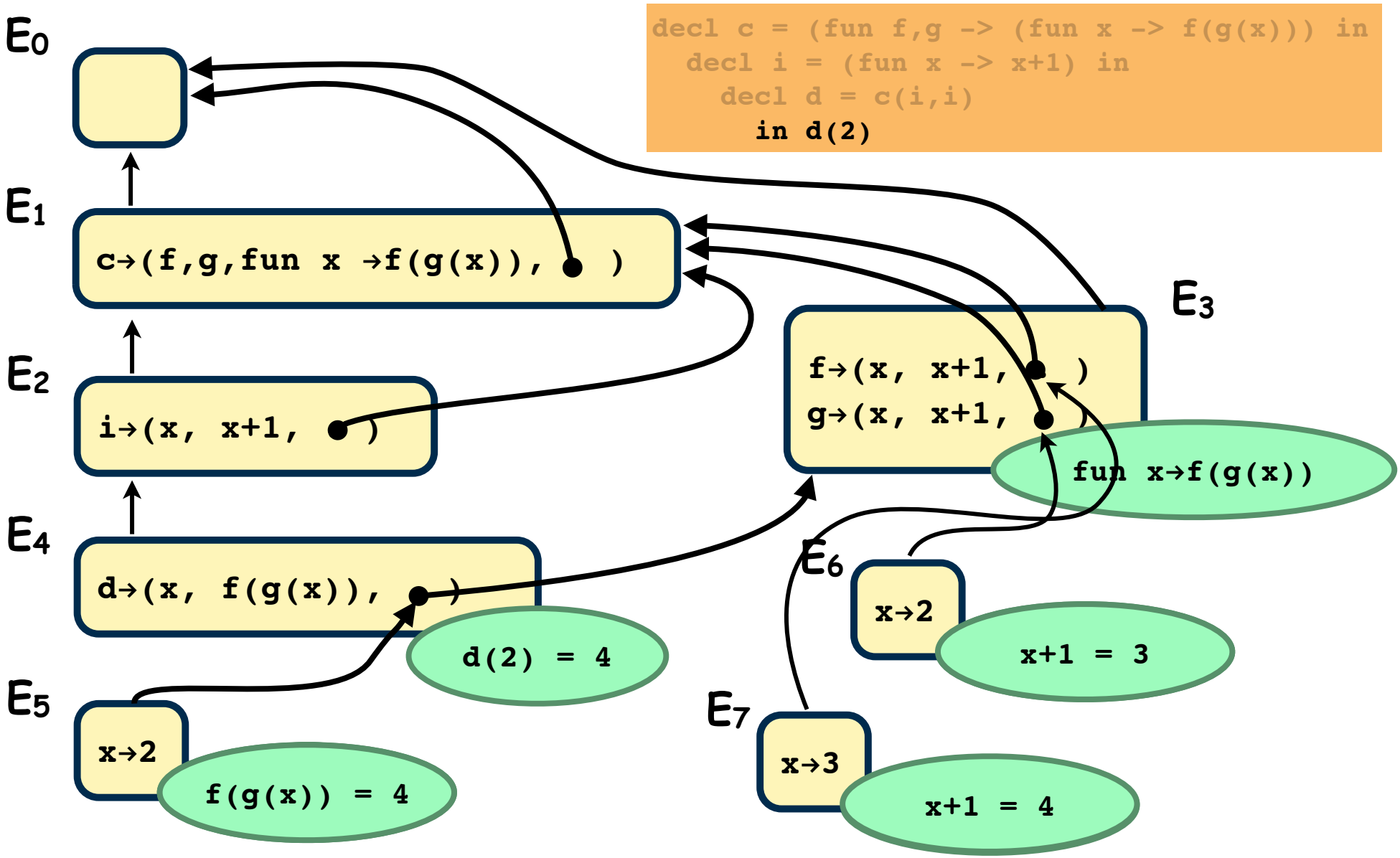
Avaliação de Funções



Avaliação de Funções



Avaliação de Funções



Quiz

- Qual o valor (se existir) das seguintes expressões:

```
decl f = (fun x -> x+1) in
  decl g = (fun y -> y(2)) in g(f) end end

decl f = (fun x -> x(x)) in f(f) end
```

- Qual o valor da expressão seguinte quando avaliada pela regra dinâmica e pela regra estática de resolução de nomes:

```
decl x=2 in
decl g = (fun y -> y-x) in
decl x = 4 in g(x) end end end
```

- Considera que as duas expressões seguintes têm sempre o mesmo valor? Porquê?

```
decl id = E1 in E2 end
(fun id -> E2)( E1)
```

Quiz (solução)

- Considera que as duas expressões seguintes têm sempre o mesmo valor? Porquê?

```
decl id = E1 in E2 end

(fun id -> E2)( E1 )
```

- Temos (aplicando as regras de avaliação):

```
eval(decl id = E1 in E2 end, env) =
  eval(E2, env.Assoc(id, eval(E1, env )))
```

- Por outro lado:

```
eval((fun id -> E2), env ) = closure(id, E2, env )

eval((fun id -> E2) (E1), env ) =
  eval(E2, env.Assoc(id, eval(E1, env )))
```

Resumo e Leituras

- Abstração por parameterização é um mecanismo aplicado a um subprograma que o generaliza, abstraindo o valor de certas subexpressões em parâmetros bem identificados) e permite a sua instanciação e reutilização aplicada a diferentes contextos.
- Uma abstração é uma construção sintática composta por um conjunto de parâmetros e um subprograma.
- Cada instanciação de uma abstracção é activada em associação com uma interpretação dos seus parâmetros e nomes livres.
- Leituras:
  - Liskov, Guttag "Program Development in Java"
  - Friedmand "Essentials of programming languages" 3rd edition, Cap 3.
  - Mitchell, "Concepts in programming languages", Cap 7
  - Appel, Cap. 15, "Modern Compiler Implementation"