

Algoritmo Simplex Dual

Elementos de Apoio

Ruy Costa



Algoritmo Simplex Dual

Consideremos o seguinte problema de Programação Linear:

$$\text{Maximizar } F = 3 \cdot X + Y$$

sujeito a:

$$X \geq 1$$

$$Y \geq 2$$

$$X + Y \leq 5$$

$$X, Y \geq 0$$

Base óptima: $(X^*; Y^*; F^*) = (3; 2; 11)$

f) Se, ao problema original, se acrescentar a restrição $2 \cdot X + Y \leq 7$, manter-se-á a solução óptima determinada? Em caso negativo, determine a nova solução óptima.

$$2 \cdot 3 + 2 \leq 7 ? \quad \text{Não !}$$

A Base óptima terá de ser alterada ...

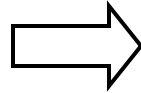


Algoritmo Simplex Dual

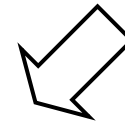
f) Se, ao problema original, se acrescentar a restrição $2 \cdot X + Y \leq 7$, manter-se-á a solução óptima determinada? Em caso negativo, determine a nova solução óptima.

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	2	1	0	0	0	1	7
F	0	0	0	2	3	0	11

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Tl
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	2	1	0	0	0	1	7
F	0	0	0	2	3	0	11



	X	Y	F1	F2	F3	F4	Tl
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	1	0	-2	-2	1	1
F	0	0	0	2	3	0	11



	X	Y	F1	F2	F3	F4	Tl
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11

Sol. **Não** Admissível
mas ... ""Óptima"" !



Algoritmo Simplex Dual

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11

Deve sair da base

Quem entra para a base ? Calcular os quocientes $q_j = | r_j / a_{ij} |$, para $a_{ij} < 0$ e seleccionar a variável que minimiza esses quocientes.



Algoritmo Simplex Dual

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11
q_j	---	---	---	2	3/2	---	

F4 deve sair da base !

F3 deve entrar para a base !

Algoritmo Simplex Dual

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11
q_j	---	---	---	2	3/2	---	

F4 deve sair da base !

F3 deve entrar para a base !

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1/2	0	1/2	5/2
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1/2	0	1/2	3/2
F4	0	0	0	1/2	1	-1/2	1/2
F	0	0	0	1/2	0	3/2	19/2

Solução Óptima e Admissível !!!



Algoritmo Simplex Dual

Maximizar $F = 3 \cdot X + Y$

sujeito a:

$$X \geq 1$$

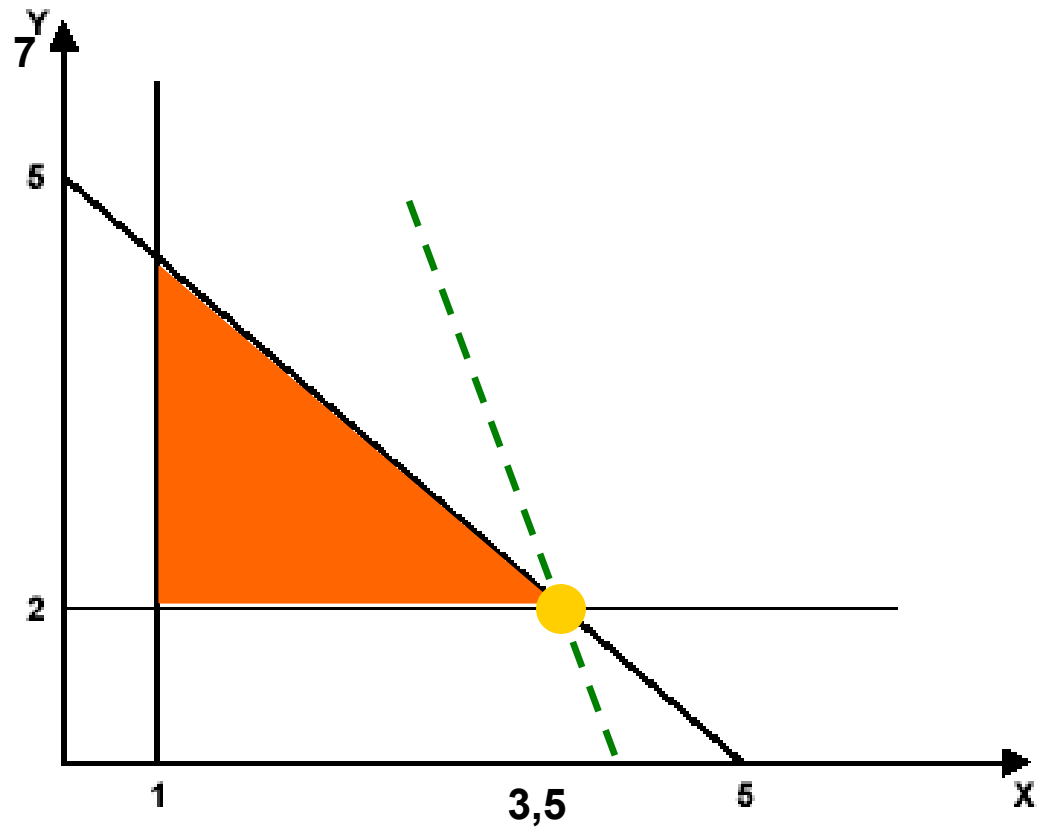
$$Y \geq 2$$

$$X + Y \leq 5$$

$$X, Y \geq 0$$

Solução inicial:

$$X^* = 3; Y^* = 2; F^* = 11$$





Algoritmo Simplex Dual

Maximizar $F = 3 \cdot X + Y$

sujeito a:

$$X \geq 1$$

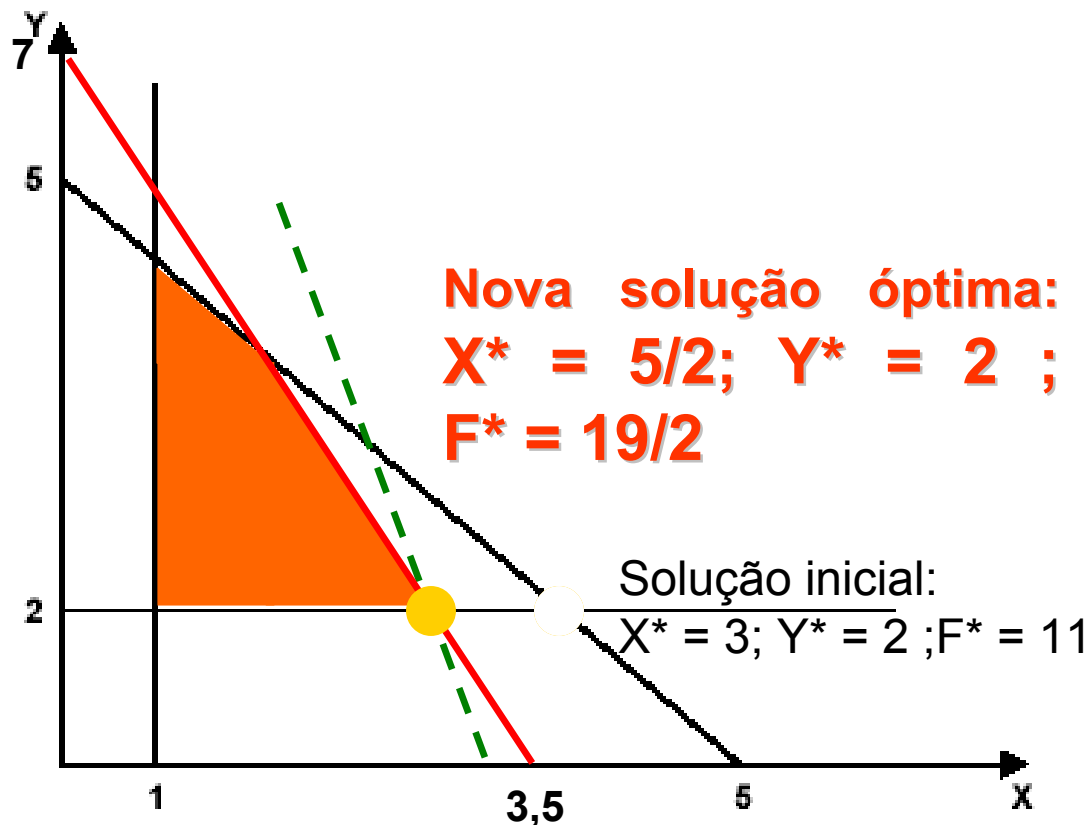
$$Y \geq 2$$

$$X + Y \leq 5$$

$$2 \cdot X + Y \leq 7$$

$$X, Y \geq 0$$

De notar que, com a introdução da nova restrição, a solução óptima inicial, deixou de ser solução do “novo” problema por violar a nova restrição!





Algoritmo Simplex Dual - Revisão

De notar que, com a **introdução da nova restrição**, a solução óptima inicial, deixou de ser solução do “novo” problema por violar a nova restrição!

O que fazer ?

♦ Introduzir a nova restrição no Quadro do Simplex correspondente à anterior solução óptima. O Quadro deixa de ser um Quadro do Simplex ...

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Tl
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	2	1	0	0	0	1	7
F	0	0	0	2	3	0	11



Algoritmo Simplex Dual - Revisão

- ◆ No novo Quadro e na linha da nova restrição anular os coeficientes das variáveis básicas anteriores. Agora temos um Quadro do Simplex correspondente a uma **Solução “Óptima” Não Admissível**.

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	2	1	0	0	0	1	7
F	0	0	0	2	3	0	11



$$\text{F4} \mid 0 \quad 1 \quad 0 \quad -2 \quad -2 \quad 1 \mid 1 \quad \Rightarrow$$

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11



Algoritmo Simplex Dual - Revisão

Algoritmo Simplex Dual

- ◆ Seleccionar a variável mais negativa para sair da base.
- ◆ Quem entra para a base? Calcular os quocientes $q_j = |r_j / a_{ij}|$, para $a_{ij} < 0$ e seleccionar a variável que minimiza esses quocientes.
- ◆ Repetir os dois passos anteriores, obtendo sempre soluções “Óptimas” piores e não admissíveis, até se obter uma solução admissível – a **s.b.a. óptima** !

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11
q_j	---	---	---	2	3/2	---	

F4 deve sair da base !

F3 deve entrar para a base !

	X	Y	F1	F2	F3	F4	TI
X	1	0	0	1/2	0	1/2	5/2
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1/2	0	1/2	3/2
F4	0	0	0	1/2	1	-1/2	1/2
F	0	0	0	1/2	0	3/2	19/2

Solução Óptima e Admissível !!!