MBA USP ESALQ

# *Séries Temporais*

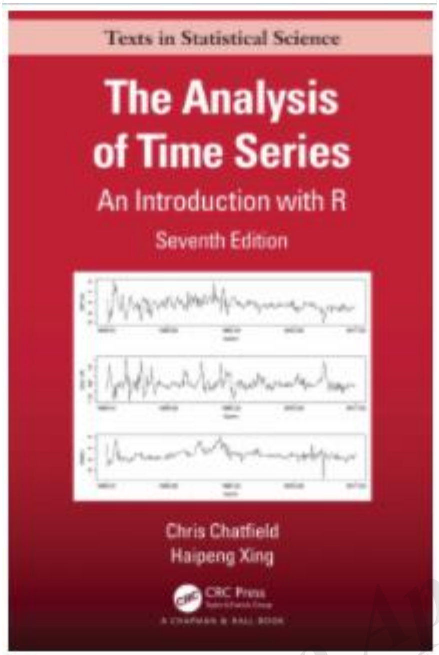
Prof. Fabiano Guasti Lima

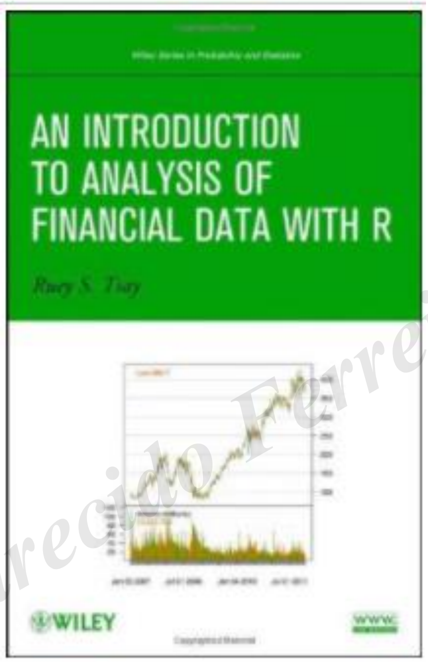
# PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

**Tópicos**

Séries Temporais; Análise de Séries Temporais, univariadas e multivariadas; Séries Temporais Financeiras; Decomposição de Séries Temporais; Modelos de Previsão benchmark, ETS, ARIMA e uso do pacote Fable.

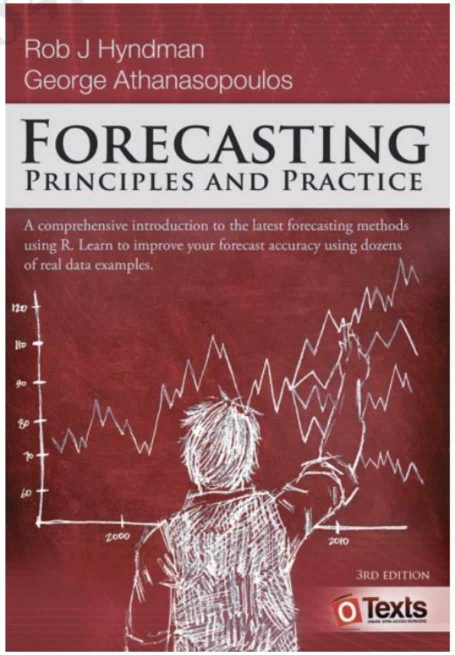
# Referências



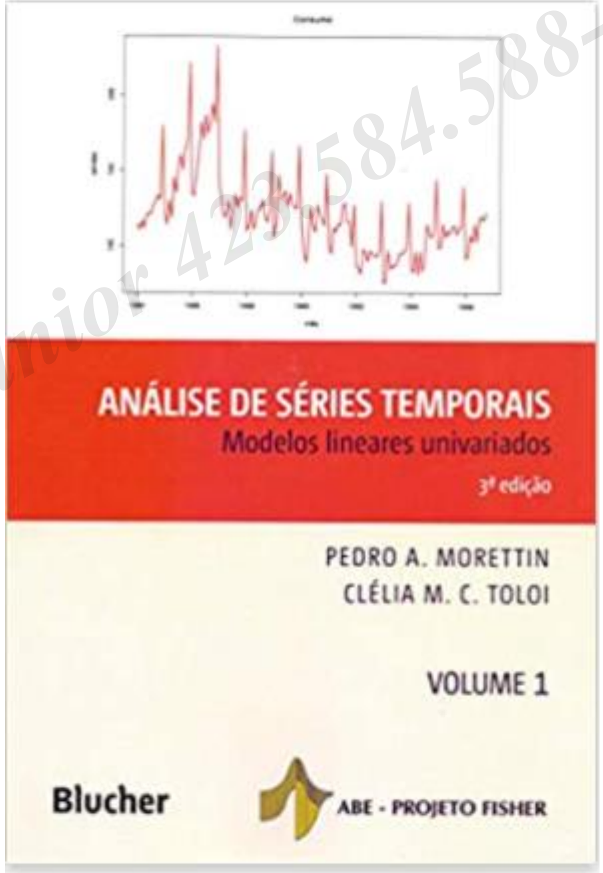


https://www.msperlin.com/adfeR/




https://otexts.com/fpp3/

# Referências


https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788595154902

https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788521213529

# SÉRIES TEMPORAIS

Conjunto de observações ordenadas no tempo.

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$$

Se n>=50, chama-se sucessão cronológica.
- Ordem: dependência de ordem!

- Índice IBOVESPA diário;
- Retorno das ações da Petrobrás mensal;
- Índices Mensais da Inflação no Brasil;
- Taxas de Câmbio Real/US$ diário

# ELEMENTOS DE UMA SÉRIE TEMPORAL


Índice IBOVESPA (B3) diário

MEDIDA

FATO

Unidade
de tempo

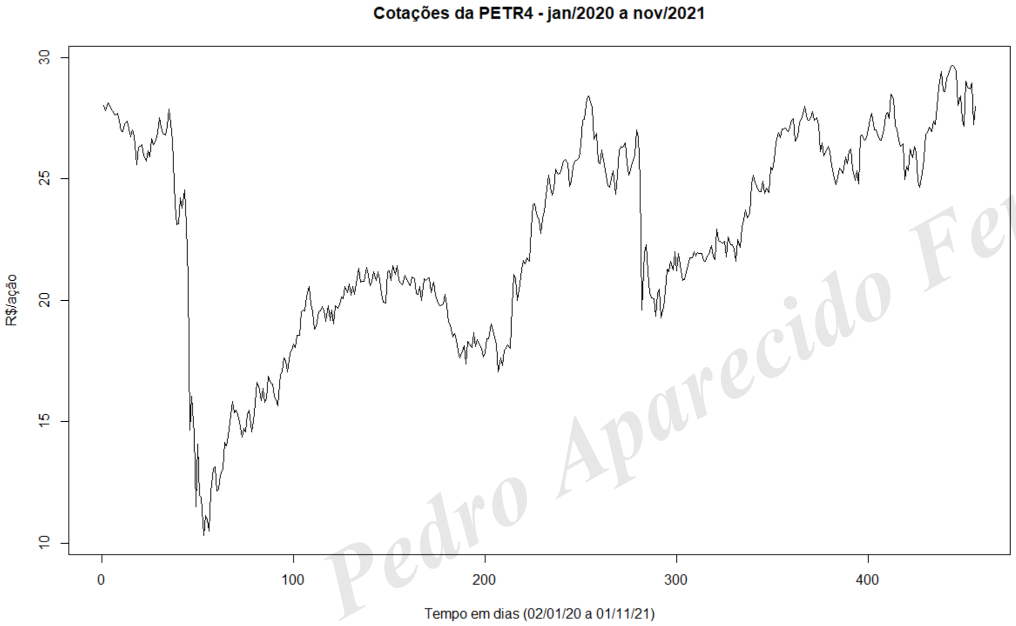


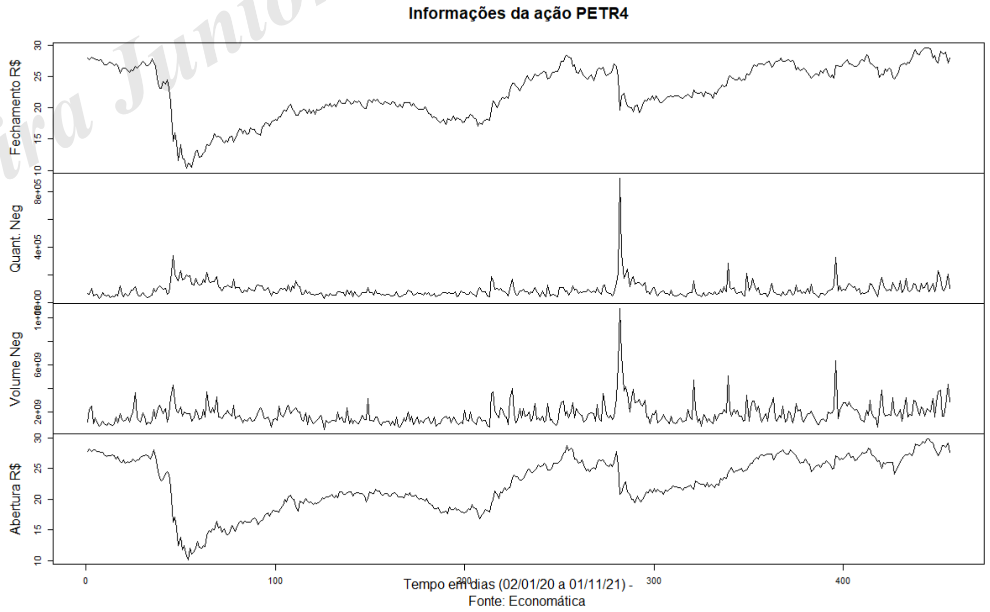
Fonte: B3, novembro,2021 – Acesso em 03/11/2021

# Univariadas e Multivariadas

- **Univariadas:** apenas uma variável concetada ao tempo
- **Multivariadas:** duas ou mais variáveis conectadas ao tempo

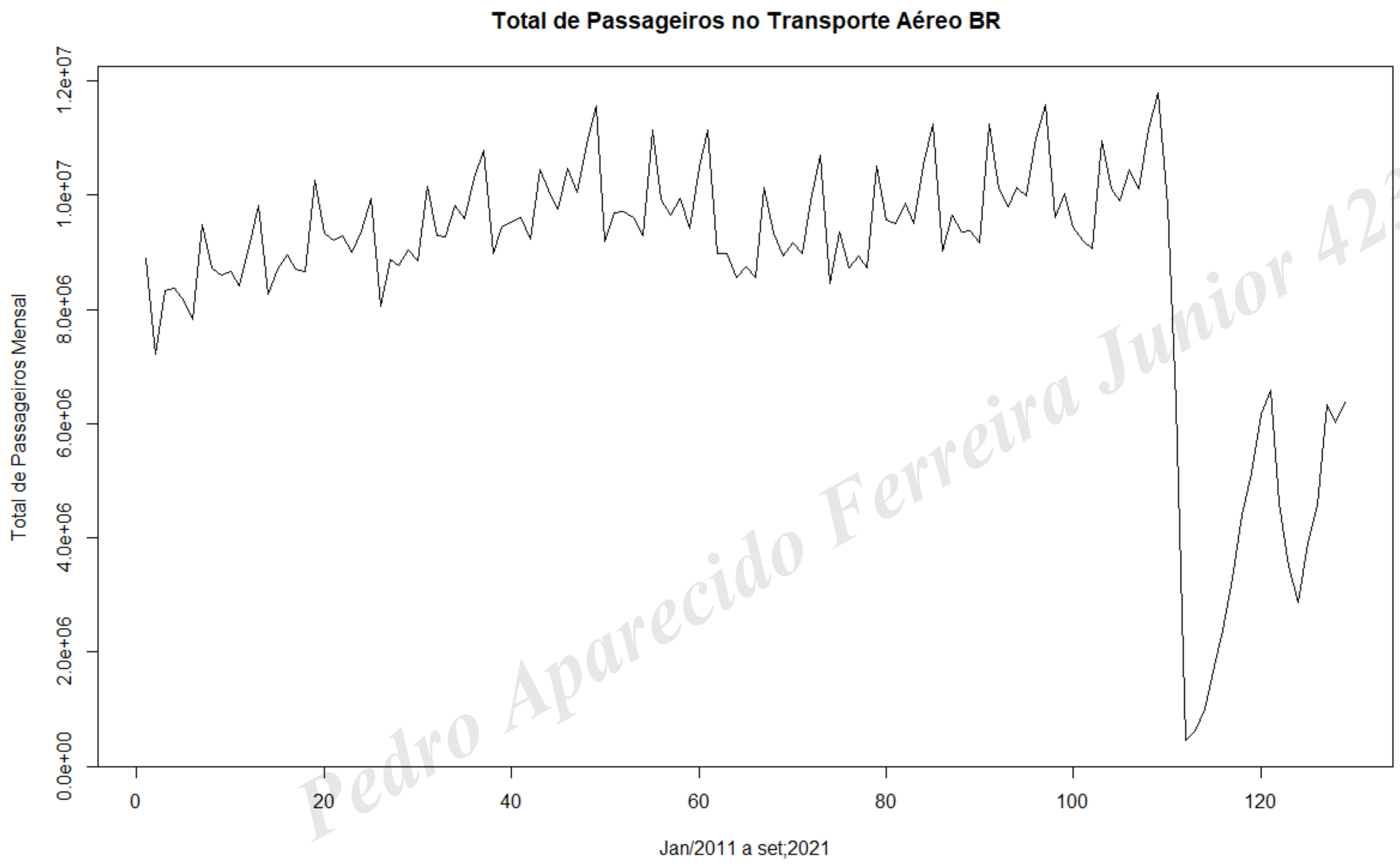





Fonte: Economática, novembro/2021

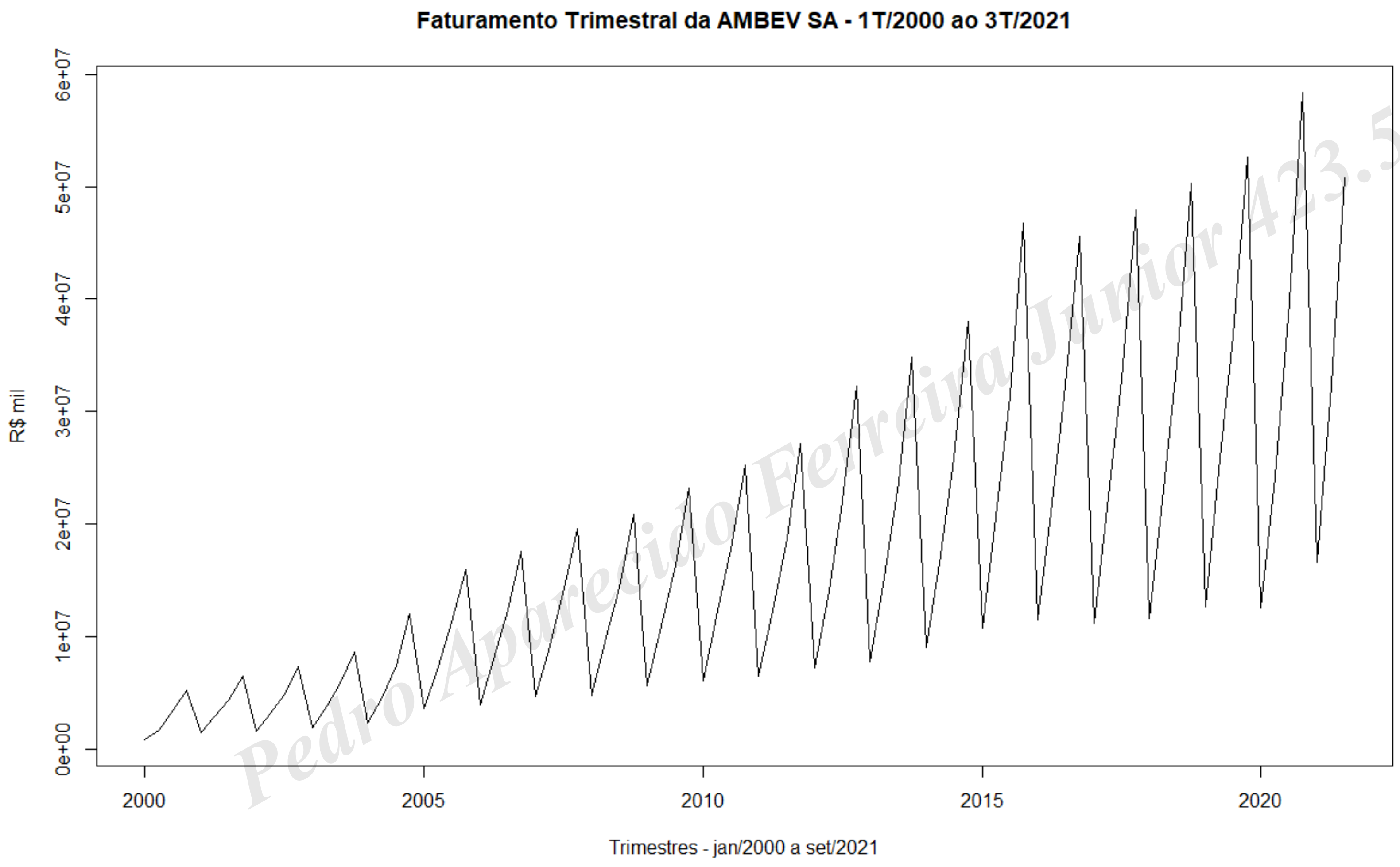
# Exemplos Séries Temporais





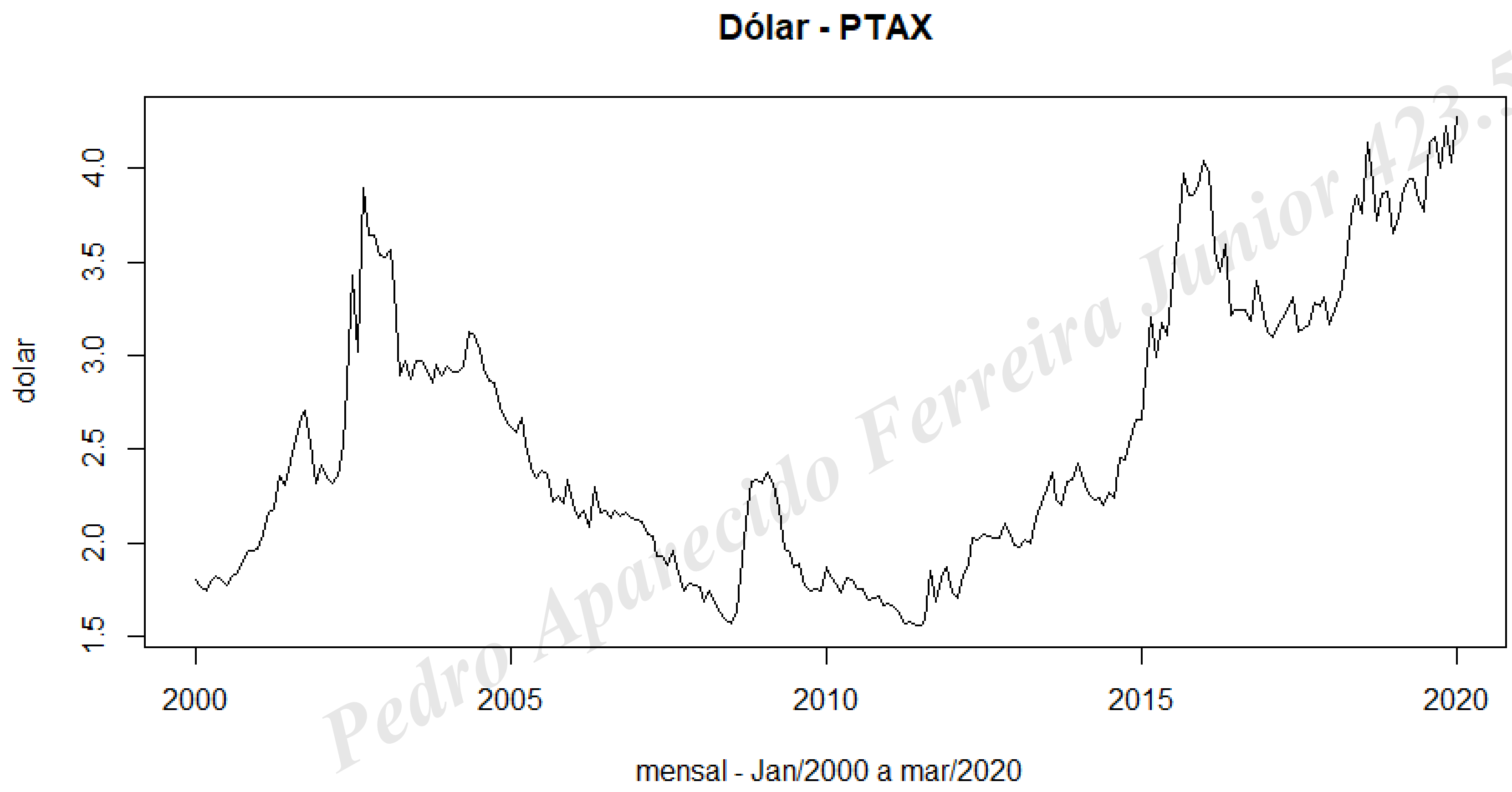

Fonte: https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/dados-e-estatisticas/dados-estatisticos/dados-estatisticos

# Exemplos Séries Temporais



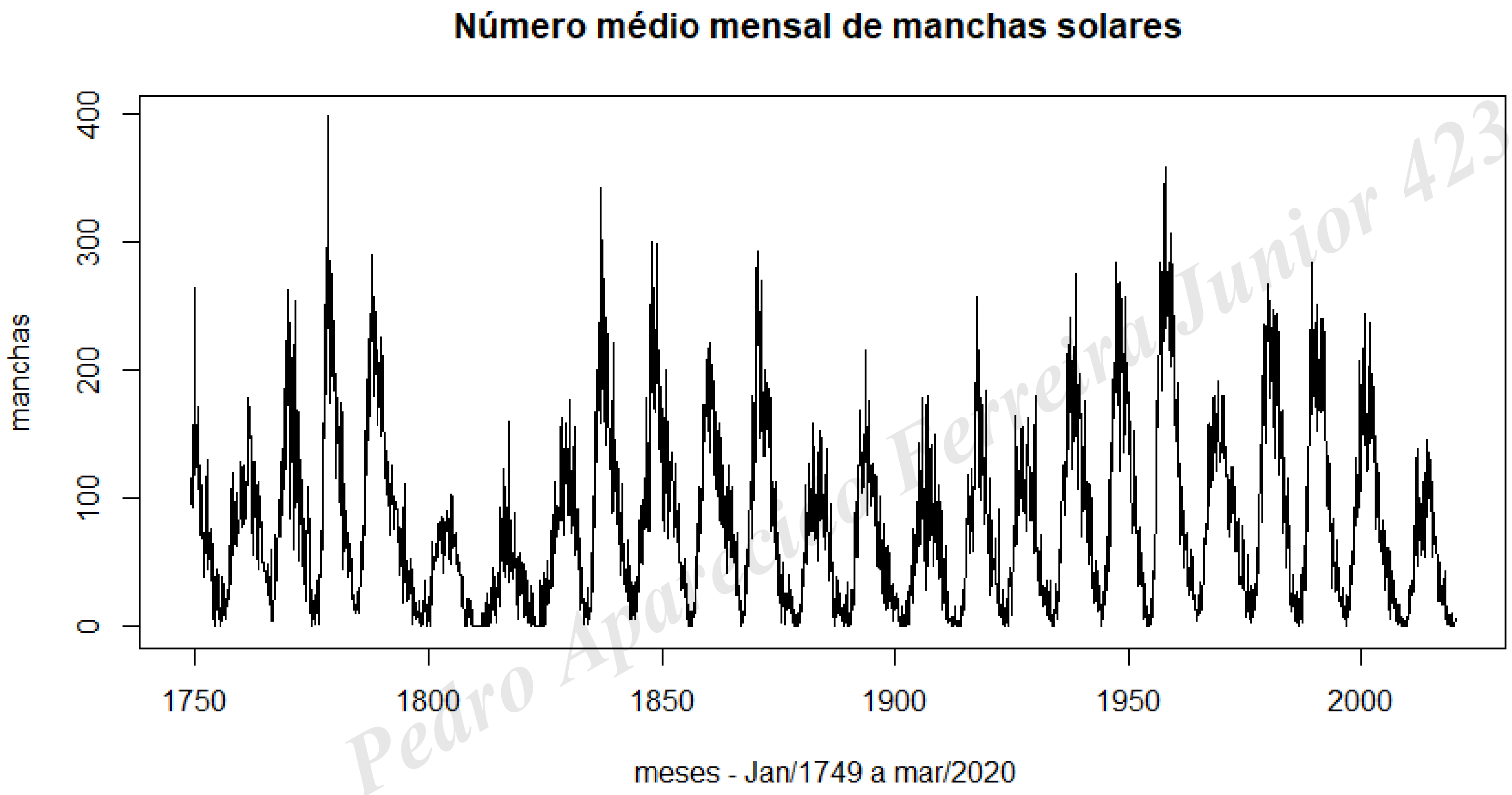

Fonte: Economática, setembro/2021

# Exemplo Séries Temporais



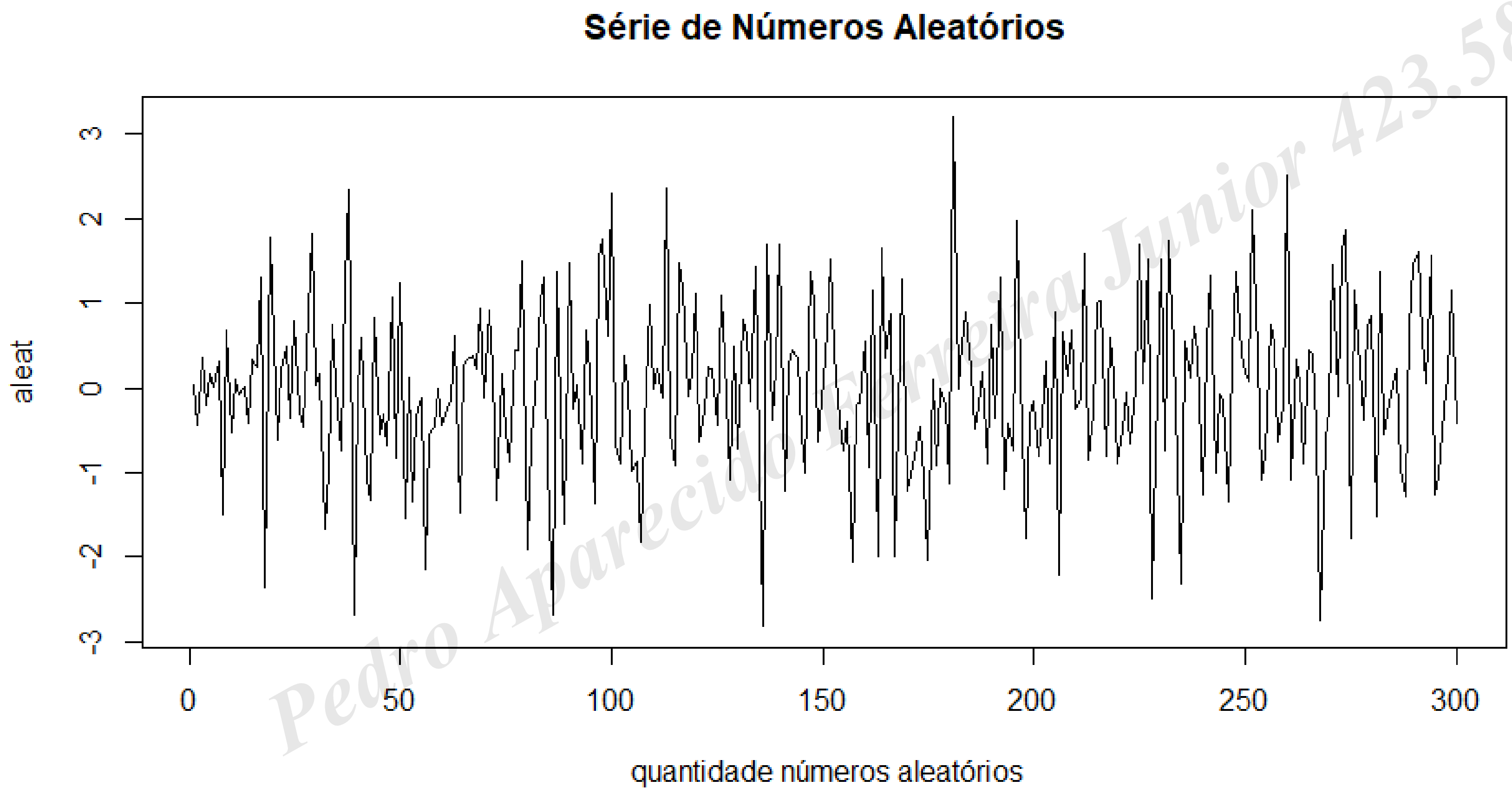

Fonte: Economática, agosto/2020

# Exemplos Séries Temporais

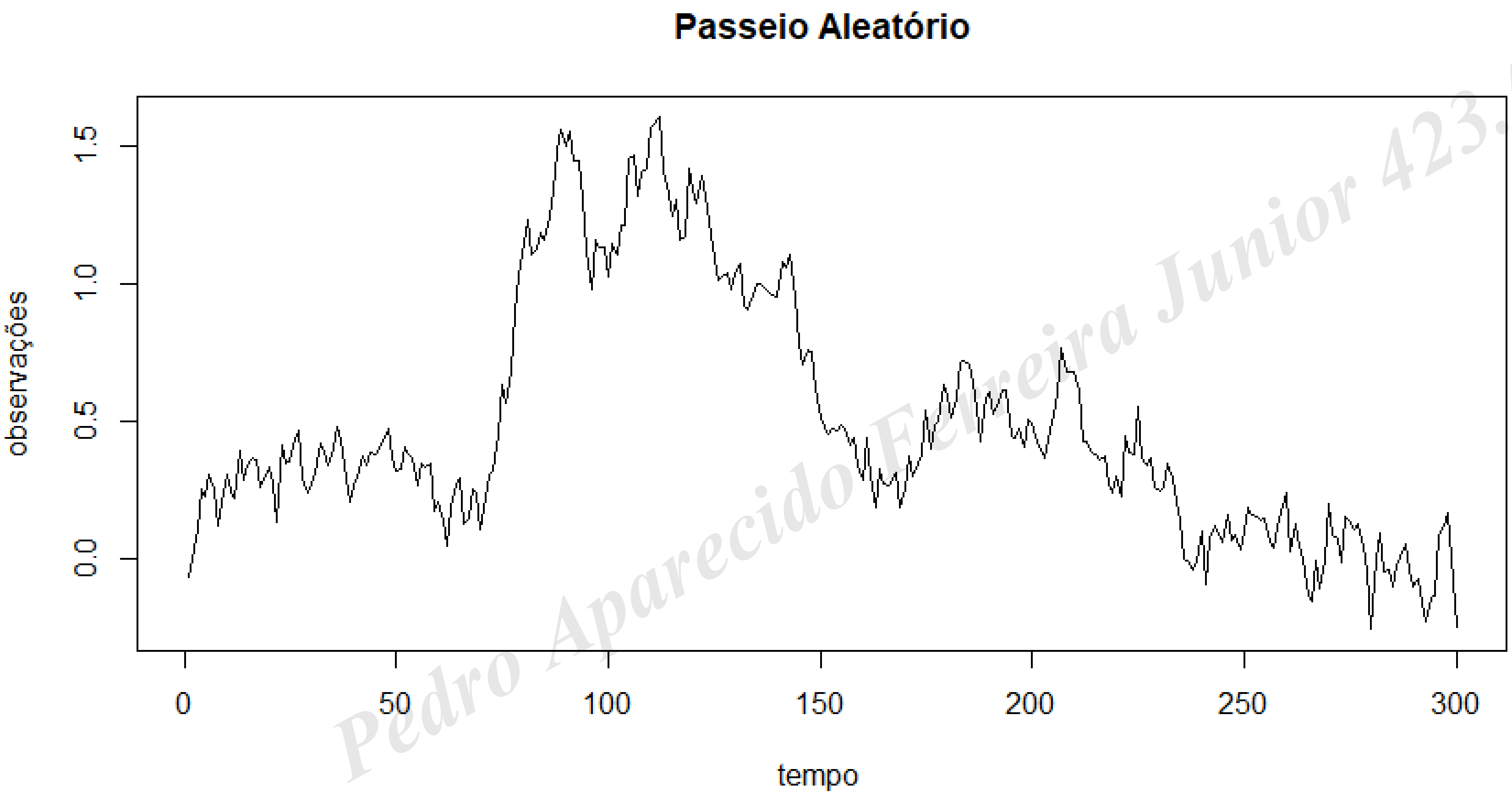



Fonte: http://sidc.be/silso/infosnmtot

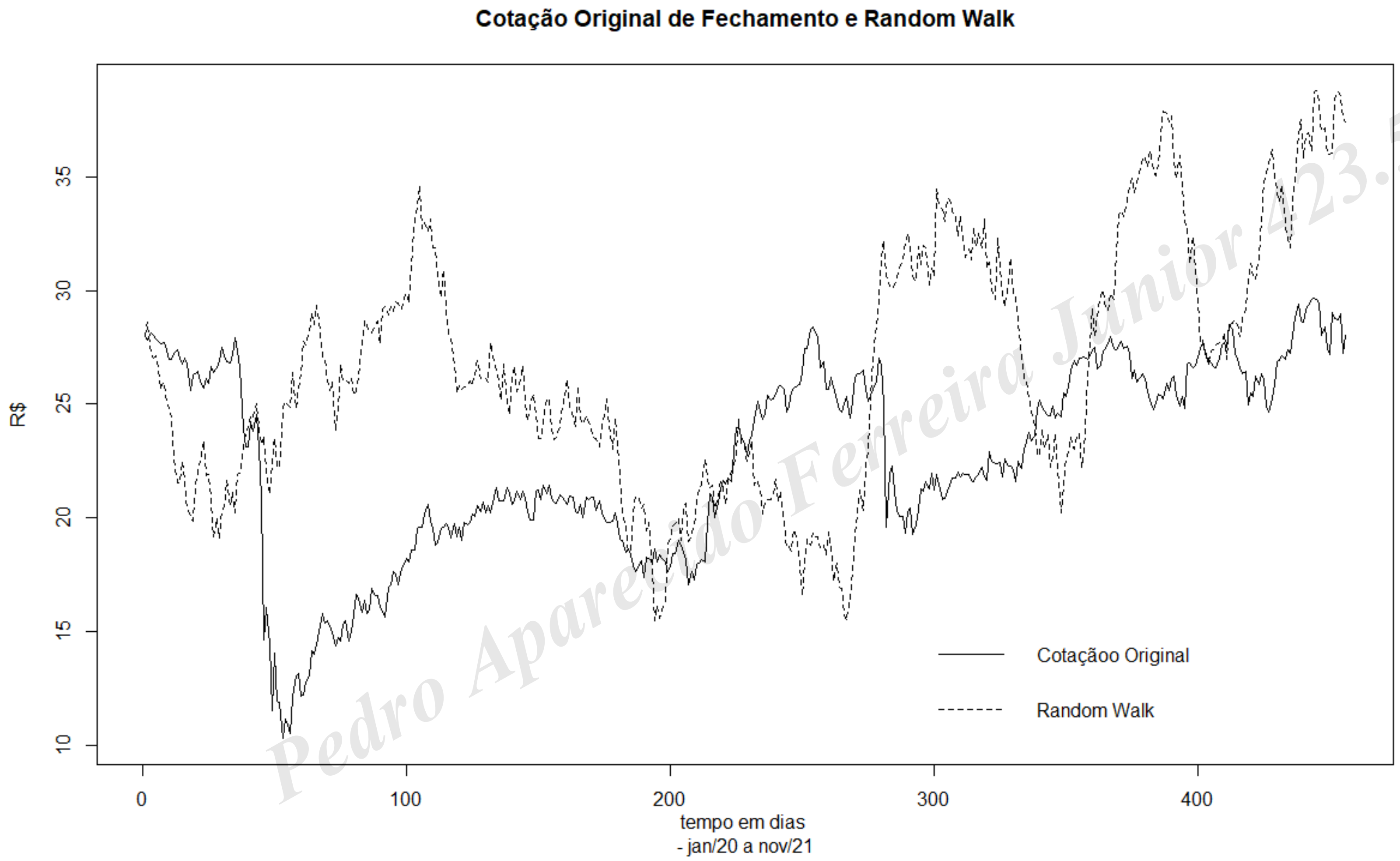
# Exemplo Séries Temporais



# Exemplos Séries Temporais



# Exemplos Séries Temporais



# Objetivos do Estudo de Séries de Tempo

Investigação do mecanismo que gera a série temporal

Fazer previsões de valores futuros da série

Objetivos das análises de séries temporais

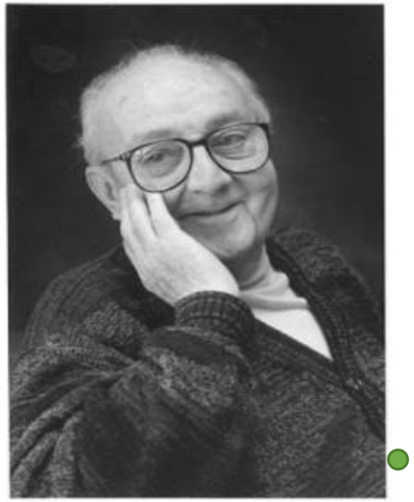
Descrever apenas o comportamento da série

Procurar periodicidades relevantes nos dados

# Histórico...

- **Stigler (1699)** – primeiro esquema "empírico" da demanda publicado por Charles Davenant;
- **Rodulfo Enini (1907)** – primeiros estudos;
- **1930** – Econometric Society;
- **Antes de 1955** – Modelos Clássicos de Decomposição;
- **1957 – 1962** – Modelos de Alisamento Exponencial (Holt-Winters e Brown);
- **Décadas de 60/70** – Modelos de Box-Jenskins (ARIMA);
- **Década de 80** – Modelos estruturais clássicos e bayesianos (Filtro de Kalman);
- **Década de 80/90** – Cointegração e econometria de Séries Temporais.

# Séries Temporais



George Box (1919-2013)

Gwilym Jenkins (1932-1982)

Todos os modelos
estão errados, mas
alguns são úteis.

# Classificação das Séries Temporais

- **Discretas**: são séries em que o intervalo de observações (t) pertence a um conjunto discreto. Ou seja, as observações são feitas em intervalos de tempo fixos.

- **Contínuas**: são séries em que as observações são obtidas continuamente através de algum intervalo no tempo.

# Classificação das Séries Temporais

- **Determinística**: quando pode ser descrita por uma função matemática para estabelecer exatamente os valores futuros da série.

- **Estocástica**: quando os valores futuros da série somente podem ser estabelecidos em termos probabilísticos, pois o modelo compõe-se também de um termo aleatório.

# Métodos Estudados

| SIMPLES | CLÁSSICA | OUTRAS |
| --- | --- | --- |
| Naive | Suavização Exponencial | Regressão |
| Mean | ARIMA | Redes Neurais |
| Drift | | Decomposição |

# Métodos SIMPLES



- **NAIVE**: Projeta o último valor para o futuro
- **NAIVE SAZONAL**: Considera o último valor no mesmo período de tempo (para séries com sazonalidade)
- **Média**: usa a média histórica como previsão para o futuro
- **Drift**: faz uma previsão que acompanha a tendência da série (equivale a traçar uma renta entre o primeiro e o último ponto)

# Métodos SIMPLES

- **NAIVE**: Projeta o último valor para o futuro

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$X_{t+1} = X_t$$

$$X_{t+h} = X_t \pm Z_{\alpha/_2\%} \cdot \sigma_{resíduos} \cdot \sqrt{h}$$

# Métodos SIMPLES

- **NAIVE SAZONAL**: Projeta o último período sazonal

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$X_{t+1} = X_{t+m}$$

$$X_{t+h} = X_{t+m} \pm Z_{\alpha/2}\% \,.\, \sigma_{resíduos} \,.\, \sqrt{k+1}$$

$$k = (\text{parte inteira})\left(\frac{h-1}{m}\right)$$

# Métodos SIMPLES

- **MÉDIA**: média de toda a série

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$X_{t+1} = Média = \frac{1}{n}.\sum_{t=1}^{n} X_t$$

$$X_{t+h} = Média \pm t_{\alpha/2\%} \, . \, \sigma_{resíduos} \, . \, \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

# Métodos SIMPLES

- **DRIFT**: equivale a traçar uma renta entre o primeiro e o último ponto

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$X_{t+h} = X_t + h.\frac{X_t - X_1}{t - t_0}$$

$$X_{t+h} = X_t \pm Z_{\alpha/2}\% \cdot \sigma_{resíduos} \cdot \sqrt{h.\left(1 + \frac{h}{n_{resíduos} - 1}\right)}$$

# Estatísticas de Erro das Previsões

- **ME**: Mean Error – É a média da diferença entre realizado e o previsto.

$$erro_t = X_t - \hat{X}_t$$

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^{h} erro_t}{h}$$

- **MAE**: Mean Absolute Error – É a média da diferença absoluta entre realizado e previsto

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^{h} |erro_t|}{h}$$

# Estatísticas de Erro das Previsões

- **RMSE**: Root Mean Square Error – É o desvio padrão total da amostra da diferença entre o previsto e o realizado.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{h}(erro_t)^2}{h}}$$

# Estatísticas de Erro das Previsões

- **MPE**: Mean Percentage Error – É  a diferença percentual do erro.

$$MPE = \frac{\sum_{t=1}^{h} \frac{erro_t}{X_t}}{h} \times 100\%$$

- **MAPE**: Mean Absolute Percentage Error – É a diferença absoluta percentual do erro.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{h} \frac{|erro_t|}{X_t}}{h} \times 100\%$$

# Estatísticas de Erro das Previsões

- **TIC**: Theil Inequality Coefficient – **Theil´s U**

É o grau de ajuste da previsão. Quanto menor, melhor. Zero ideal.

$$Theil\acute{}s\ U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{h}\left(\frac{\hat{X}_{t+1} - X_{t+1}}{X_t}\right)^2}{\sum_{t=1}^{h}\left(\frac{X_{t+1} - X_t}{X_t}\right)^2}}$$

# Estatísticas de Erro das Previsões

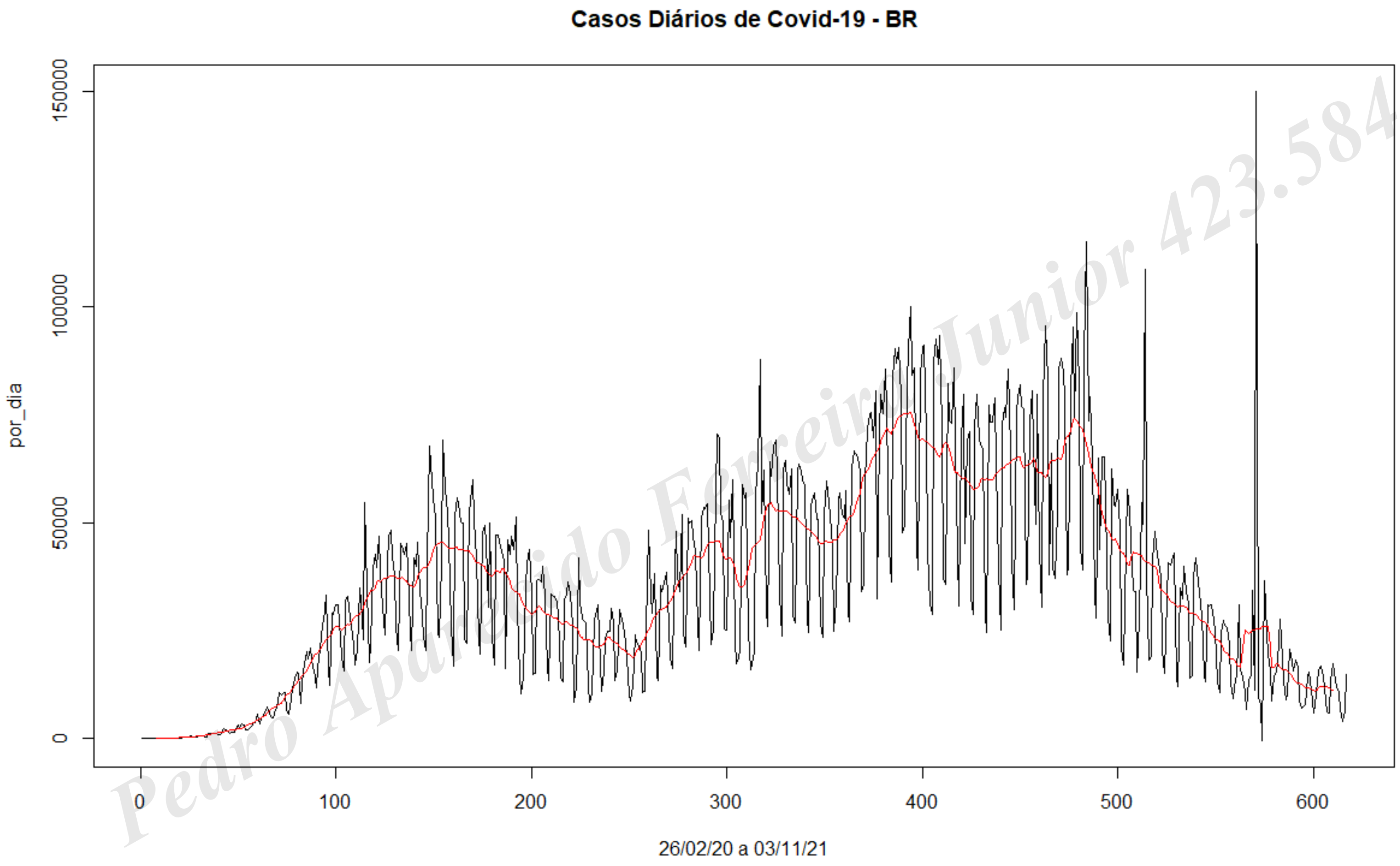
- **ACF1**: First-Order Autocorrelation Function – Aucorrelação dos resíduos.

$$ACF_k = \frac{cov(R_{it}, R_{i,t-k})}{variância(R_{it})}$$

# Métodos CLÁSSICOS

- **DECOMPOSIÇÃO**: projeções por decomposição da série
- **SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL**: método de amortecimento (suavização), ideal para tendências e inclui variação sazonal
  - **Aditivo**: para variação sazonal constante
  - **Multiplicativo**: variação sazonal varia na série

# Médias Móveis




Fonte: https://covid.saude.gov.br/

# Componentes  de uma série temporal

**TENDÊNCIA**

Movimento oculto no dados, seguindo uma direção - crescente, decrescente ou estacionária

**sazonal**

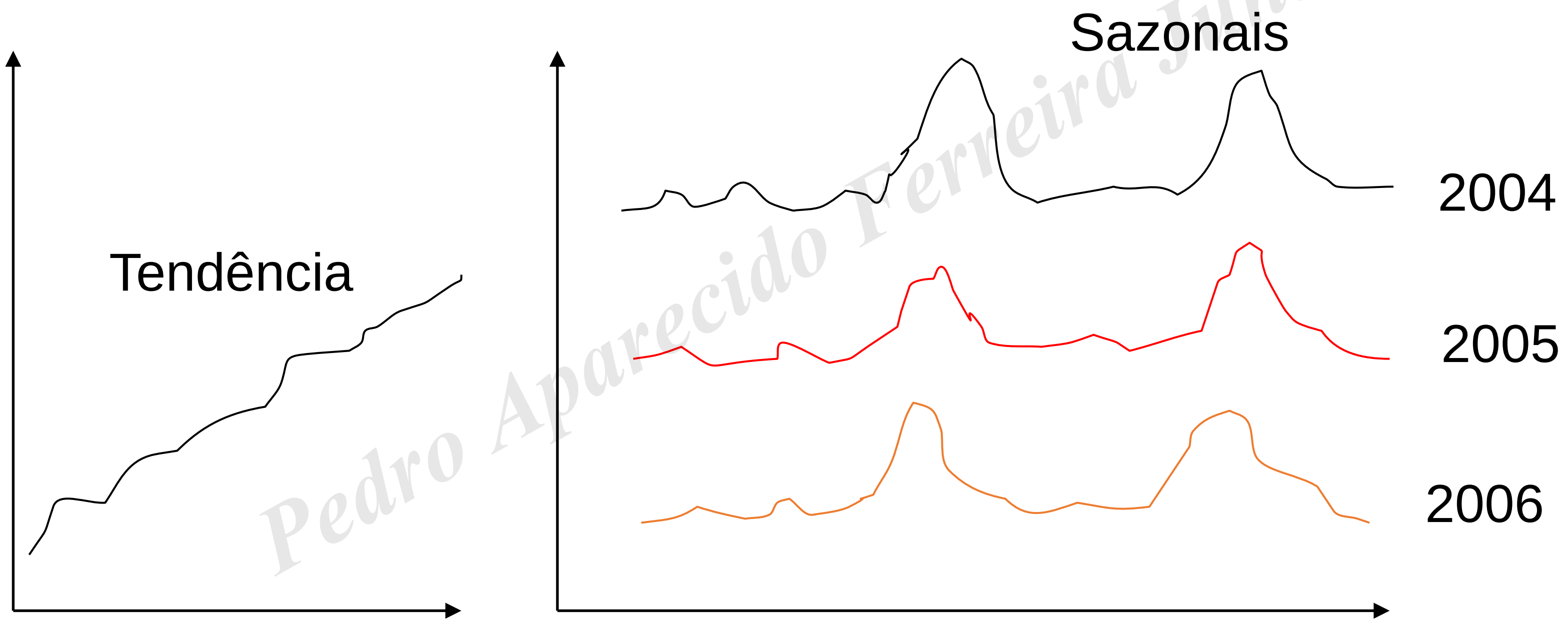
Flutuações regulares dentro de um período completo de tempo(dia, semana, mês, etc.)
- Representam um tipo de padrão que se repete. (picos, depressões) normalmente dentro de um ano

**CÍCLICA**

Flutuações de **longo** prazo nos dados e são similares aos fatores sazonais. Padrão que se repete com regularidade mas sem período fixo

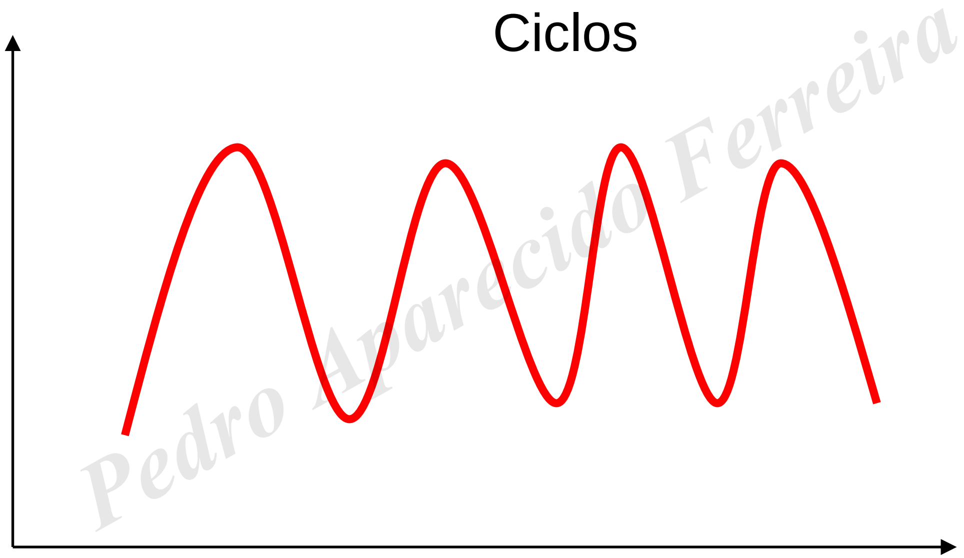
# Série com tendência e sazonalidade

**Sazonalidade** são as flutuações regulares dentro de um período completo de tempo (um dia, uma semana, um mês, etc).
O importante sobre fatores sazonais é que eles representam um tipo de padrão que se repete.



# Série com ciclo

**Ciclos** São flutuações a longo prazo nos dados e são similares aos fatores sazonais. Eles podem ser difíceis de serem identificados a menos que uma série de dados longa esteja disponível.



# Série com tendência, sazonalidade e variações cíclicas



- Muitas séries apresentam junto a uma tendência variações cíclicas e sazonais;
- Estas variações aparecem devido a clima, fatores econômicos, hora, etc;
- Se estas variações podem ser observadas, a sua consideração pode ajudar a melhorar as previsões.
- São usados o método da decomposição:

- MULTIPLICATIVO
- ADITIVO

# Aditivo

$$Y = T+C+S+E$$

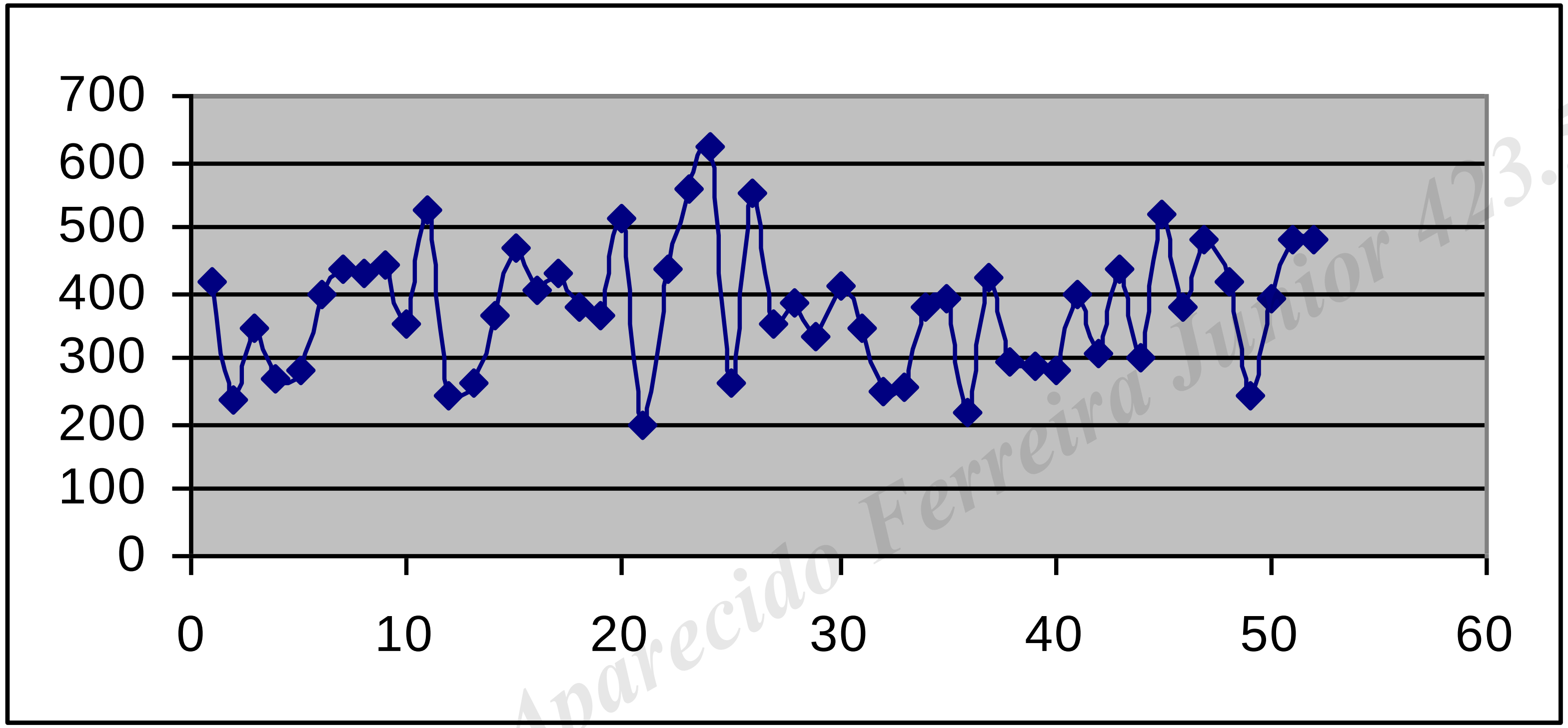
- Y - valor da série no instante t
- T - componente de tendência para o instante t
- C - componente cíclica para o instante t
- S - componente sazonal para o instante t
- E - componente aleatória para o instante t

# Multiplicativo

$$Y = T*C*S*E$$

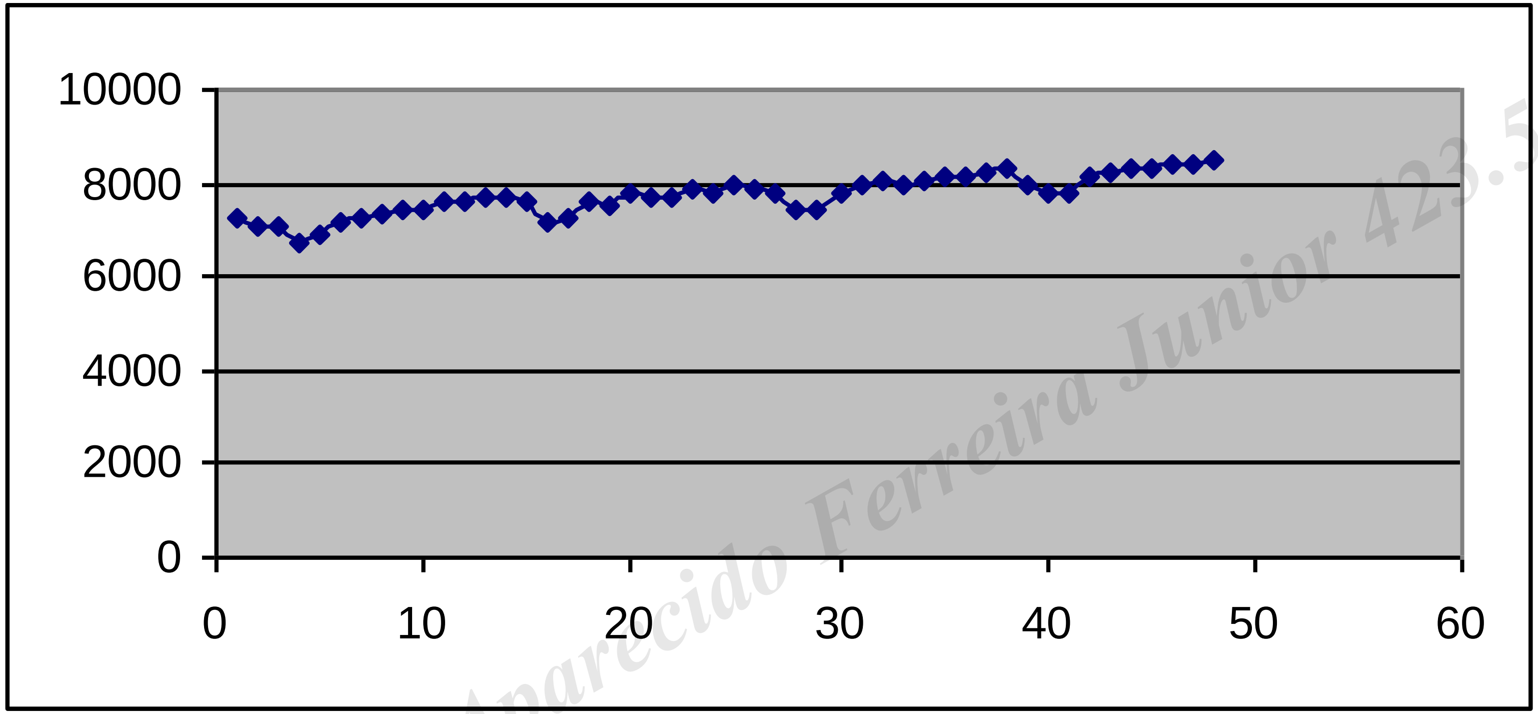
- Y - valor da série no instante t
- T - componente de tendência para o instante t
- C - componente cíclica para o instante t
- S - componente sazonal para o instante t
- E - componente aleatória para o instante t

# Modelo Multiplicativo




O modelo multiplicativo é normalmente aplicado a dados em que o tamanho dos efeitos sazonais aumentam.

# Modelo Aditivo




O modelo aditivo geralmente é considerado mais adequado para dados em que as flutuações sazonais permanecem aproximadamente do mesmo tamanho com o tempo.

# Modelos de Suavização Exponencial (SES)

- Série temporal que não apresenta tendência e nem sazonalidade;
- Série temporal com Tendência mas sem sazonalidade – Suavização Exponencial de Holt (SEH)
- Série temporal com Tendência e Sazonalidade – Suavização Exponencial de Holt-Winters

# Suavização Exponencial Simples (SES)



- Dá pesos maiores às observações mais recentes captando melhor as mudanças de comportamento.
- Previsão é igual ao último valor exponencial suavizado.

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)\hat{X}_t$$

$$\widehat{X_1} = X_1, \qquad 0 \le \alpha \le 1, \qquad t = 1, \ldots, n$$

# Suavização Exponencial Simples (SES) – Previsão



$$\hat{X}_t(h) = \hat{X}_t \pm Z\alpha_{/2\%}.SE$$

$$SE = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n-1}\left(\hat{X}_t - X_t\right)^2}$$

Erro para h = 1

$$SE_h = SE \times \sqrt{1 + (h-1).\alpha^2}$$

# Suavização Exponencial de Holt (SEH)

- Para Séries temporais com tendência linear

$$\{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$\hat{u}_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(\hat{u}_{t-1} + \hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = \beta(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1}) + (1-\beta)(\hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{X}_{t+1} = u_t + \hat{T}_t$$

$$\hat{u}_1 = X_1, \qquad \hat{T}_1 = 0, \qquad 0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \beta \le 1 \qquad t = 1, \ldots, n$$

# Suavização Exponencial de Holt (SEH) – Previsão

$$\hat{X}_t(h) = \hat{X}_t \pm Z\alpha_{/2\%} . SE$$

$$SE = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n-1}(\hat{X}_t - X_t)^2}$$

# Suavização Exponencial de Holt (SEH) – Previsão

$$\hat{X}_t(h) = \hat{X}_t \pm Z_{\alpha/2} \,.\, SE(h)$$

$$SE(h) = \mathrm{SE.}\sqrt{1 + k.\alpha^2}$$

$$k = \sum_{i=2}^{h} (1 + \beta.(i-1))^2$$



MBA USP ESALQ

# Suavização Exponencial de Holt-Winters (HW - Aditivo)

- Para Séries temporais com comportamento sazonal (c=período sazonal).
  - **Modelo Aditivo**

$$\hat{X}_t = \hat{L}_{t-1} + \hat{T}_{t-1} + \hat{S}_{t-c} \qquad \{X_t\}_{t=1}^{n} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$$

$$\hat{L}_t = \alpha\left(\hat{X}_t - \hat{S}_{t-c}\right) + (1-\alpha).\left(L_{t-1} + T_{t-1}\right)$$

$$\hat{T}_t = \beta\left(\hat{L}_t - \hat{L}_{t-1}\right) + (1-\beta).\,T_{t-1}$$

$$\hat{S}_t = \gamma\left(\hat{X}_t - \hat{L}_{t-1}\right) + (1-\gamma).\,S_{t-c}$$

$$0 \le \alpha \le 1$$
$$0 \le \beta \le 1$$
$$0 \le \gamma \le 1-\alpha$$

$$\hat{X}_{t+h} = \hat{L}_t + h\hat{T}_t + \hat{S}_{t+h-ch'}$$

$$h' = INT\left({}^{(h-1)}/_{c}\right) + 1$$

# Suavização Exponencial de Holt-Winters (HW - Aditivo) – Previsão

$$\hat{X}_t(h) = \hat{X}_t \pm Z_{\alpha/2} \,.\, SE(h)$$

$$SE(h) = \mathrm{SE}.\sqrt{1 + \sum_{i=1}^{h-1} \varphi_i^2}$$

$$\varphi_i = \begin{cases} \alpha(1+\beta i), c \neq i-1 \\ \alpha(1+\beta i) + \gamma(1-\alpha), c = i-1 \end{cases}$$

# Suavização Exponencial de Holt-Winters (HW - Multiplicativo)

- Para Séries temporais com comportamento sazonal (c=período sazonal).
  - **Modelo Multiplicativo**

$$\hat{X}_t=(\hat{L}_{t-1}+\hat{T}_{t-1}).\hat{S}_{t-c} \qquad \{X_t\}_{t=1}^{n}=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$$

$$\hat{L}_t=\alpha\left(\hat{X}_t/\hat{S}_{t-c}\right)+(1-\alpha).(L_{t-1}+T_{t-1})$$

$$\hat{T}_t=\beta\left(\hat{L}_t-\hat{L}_{t-1}\right)+(1-\beta).T_{t-1}$$

$$\hat{S}_t=\gamma\left(\hat{X}_t/\hat{L}_{t-1}\right)+(1-\gamma).S_{t-c}$$

$$0\leq\alpha\leq1$$
$$0\leq\beta\leq1$$
$$0\leq\gamma\leq1-\alpha$$

$$\hat{X}_{t+h}=(\hat{L}_t+\hat{T}_t).\hat{S}_{t+h-ch'}$$

$$h'=INT\left({}^{(h-1)}/_{c}\right)+1$$

# Modelos de Séries Temporais

- **Série Estacionária**: movimento de tendência não é significativo ao longo do tempo.

| Série Estacionária | Série Não-Estacionária |
|---|---|
| ○ Média móvel<br>○ Média móvel ponderada<br>○ Alisamento exponencial | ○ Tendência linear<br>○ Método de Holt |

# MODELOS A R I M A

George Box (1919-2013)

Gwilym Jenkins (1932-1982)

*“ Nos modelos ARIMA os dados falam por si mesmo”*

# Modelos ARIMA (Box-Jenkins)

- Robusto: pode ser aplicado em praticamente qualquer tipo de série temporal
- Funciona melhor com dados estáveis, com poucos *outliers* (embora podemos removê-los) - tsclean
- **Requer dados estacionários**
  - Pode ser transformada usando diferenciação: remove tendências
  - Diferenciação: subtrai a observação atual da anterior
  - Diferenciação pode ser feita 1x: diferenciação de primeira ordem
  - Diferenciação 2x: diferenciação de segunda ordem (mais raro)

# Tipos de Modelos – ARIMA não Sazonal

- **Modelos auto-regressivos (AR)**: avalia a relação entre os períodos (*lags*): autocorrelação – extrai a influência;
- **Integrado (I)**: Aplicado à diferenciação, quando necessário
- **Modelos médias móveis (MA)**: avalia erros entre períodos e extrai esses erros;
- **Modelos auto-regressivos e de médias móveis (ARMA)**
- **Modelos auto-regressivos integrados e de médias móveis (ARIMA)**

# Modelos ARIMA

ARIMA

(p,d,q)

q: ordem da média móvel

d: grau de diferenciação

p: ordem da parte autorregressiva

# Modelos ARIMA



- p = 1, significa que uma determinada observação pode ser explicada pela observação prévio + erro
- p = 2, significa que uma determinada observação pode ser explicada por duas observação prévias + erro

- d = 0, significa que não é aplicada diferenciação
- d = 1, significa que será aplicada diferenciação de primeira ordem
- d = 2, significa que será aplicada diferenciação de segunda ordem

- q = 1, significa que uma determinada observação pode ser explicada pelo erro da observação prévia
- q = 2, significa que uma determinada observação pode ser explicada pelo erro de duas observações prévias.

# Modelos ARIMA



- AR(1) ou ARIMA(1,0,0) – Apenas elemento auto-regressivo de 1ª ordem
- AR(2) ou ARIMA(2,0,0) – Apenas elemento auto-regressivo de 2ª ordem

- MA(1) ou ARIMA(0,0,1) – Apenas média móvel

- ARMA(1,1) ou ARIMA(1,0,1) – Auto-regressão e média móvel de 1ª ordem

# Modelos ARIMA – Como definir os valores de p, d, e q

- p: ordem da parte autorregressiva: PACF
- d: grau de diferenciação – Teste de Estacionariedade
- q: ordem da média móvel: ACF

# Escolha dos Modelos

- Critério de AIC – Critério de Informação de Akaike
  - O AIC estima a quantidade relativa de informações perdidas por um determinado modelo: quanto menos informações um modelo perde, maior a qualidade desse modelo e menor a pontuação AIC.
- Critério de BIC – Critério de Informação Bayesiano
  - BIC mais baixo implica em melhor ajuste.

# Modelos ARIMA

- Série Estacionária: média e a autocovariância são constantes no tempo.
- Formas detectar estacionariedade:
  - Gráfico ACF da série (processo não estacionário apresenta lento decaimento da sua função de autocorrelação.
    - Série com tendência é o motivo mais comum para não estacionariedade

# Modelos Simulados

$$AR(1)$$

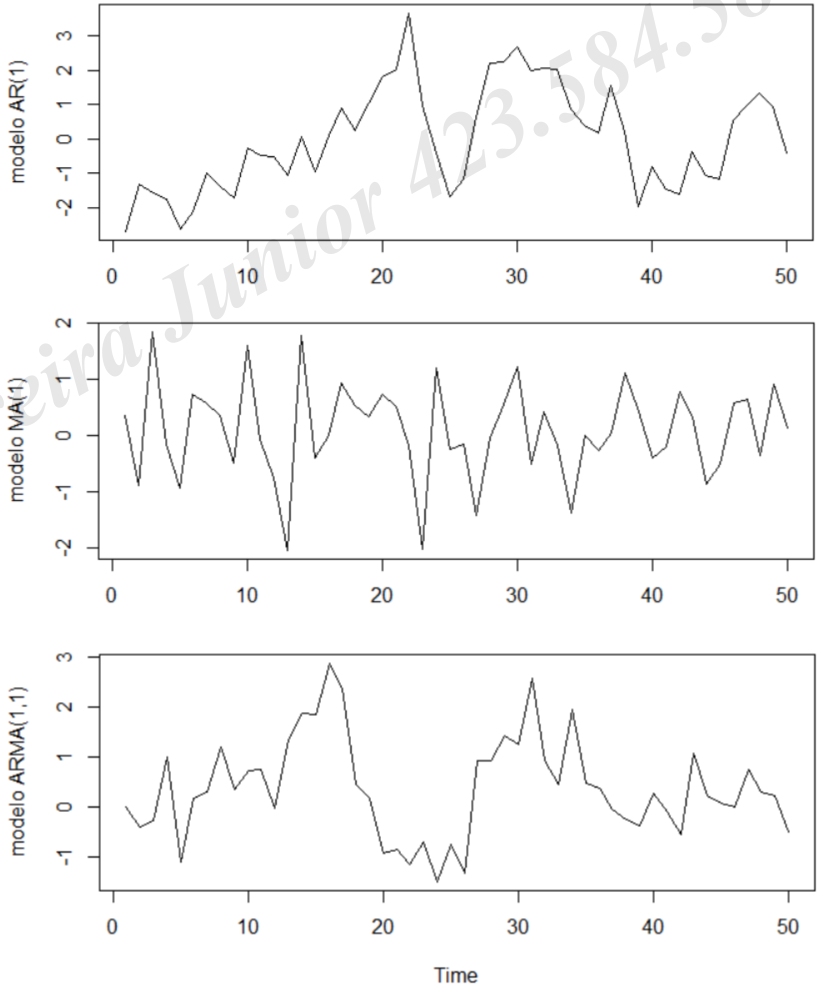
$$X_t = 0{,}8X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$MA(1)$$

$$X_t = -0{,}3\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

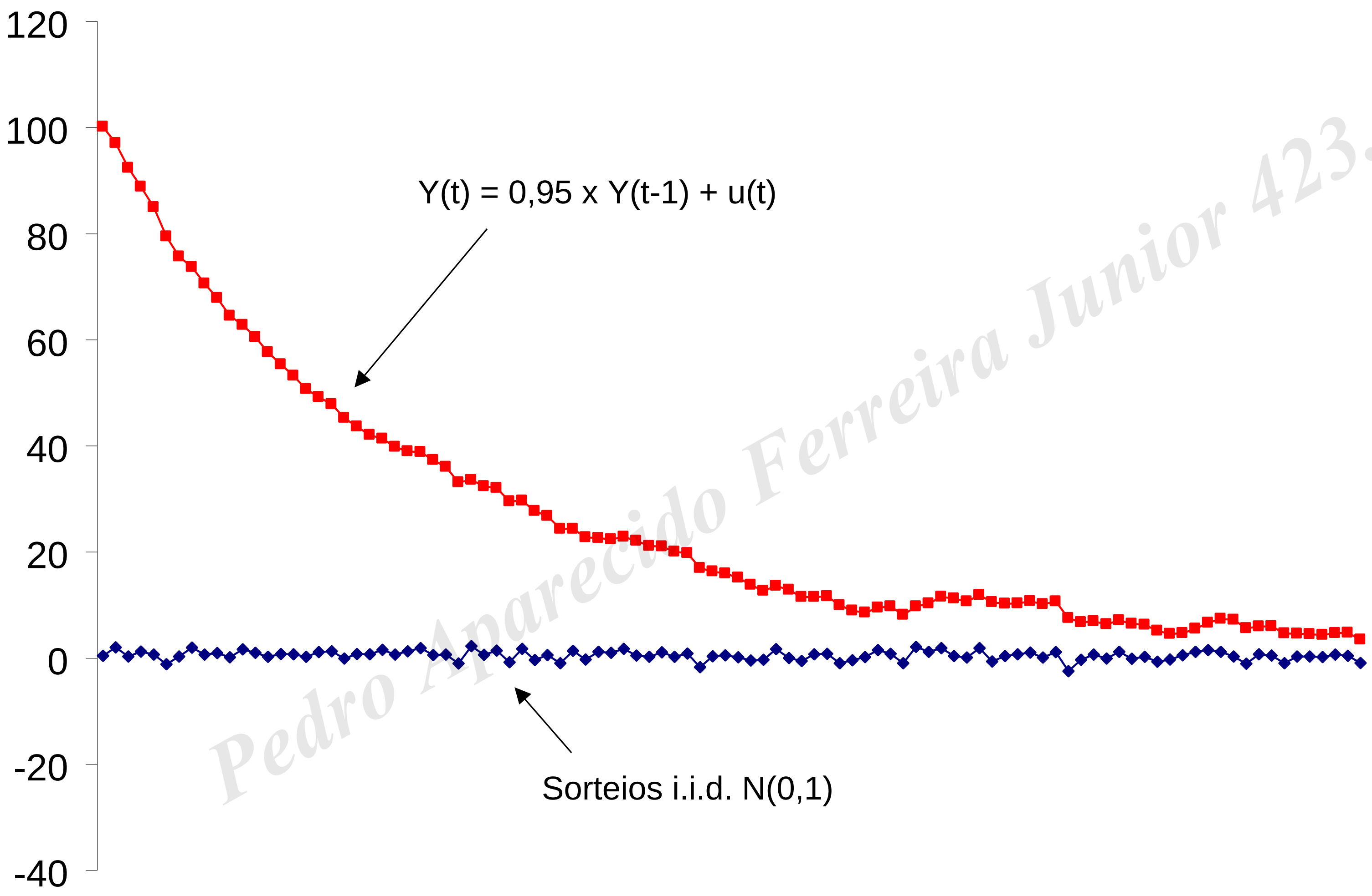
$$ARMA(1{,}1)$$

$$X_t = -0{,}8X_{t-1} - 0{,}3\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$



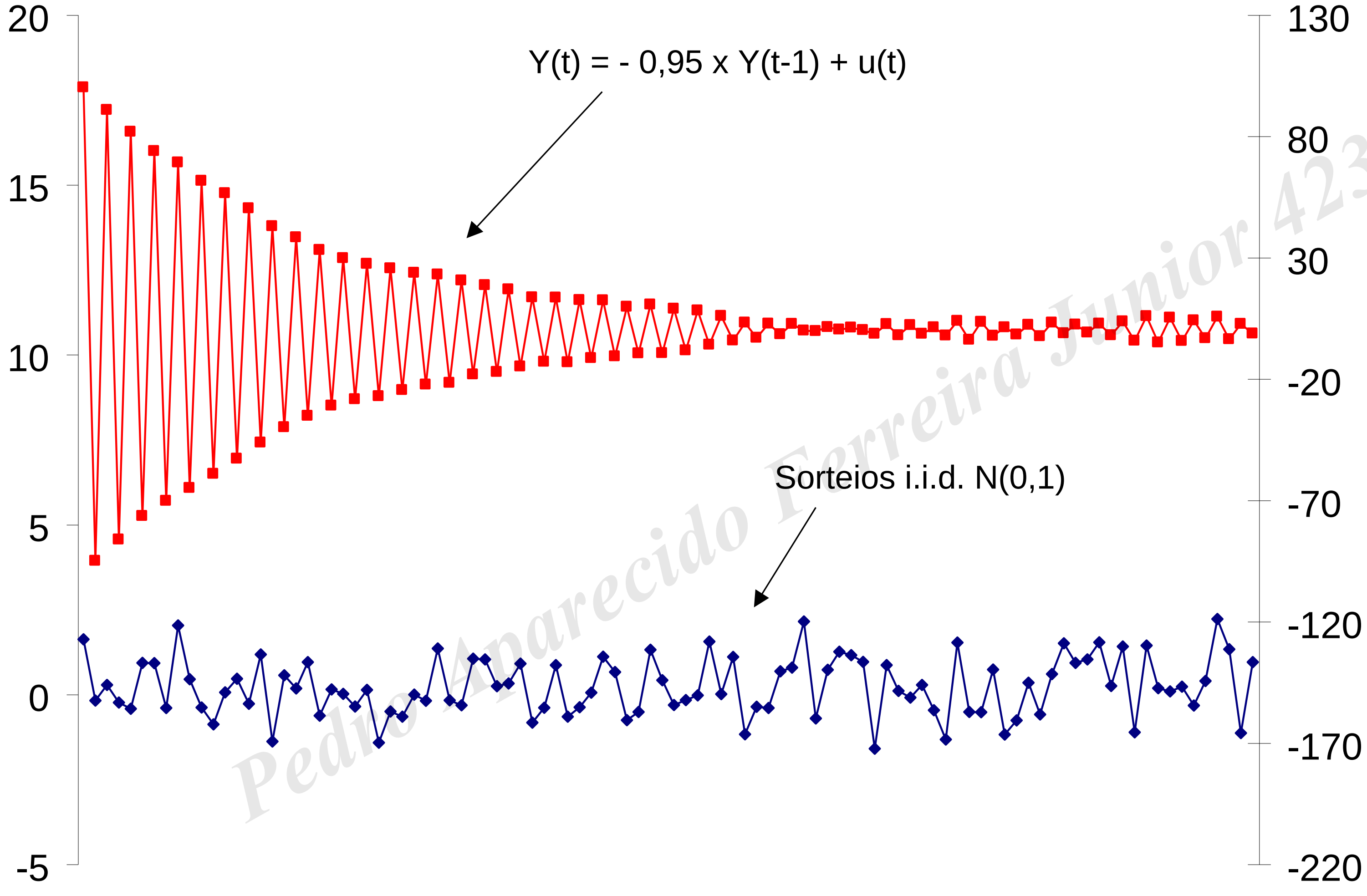
## Exemplo: Processo AR(1) de baixa frequência

$$Y_t = 0{,}95 \times Y_{t-1} + u_t, \quad Y_0 = 100, \quad u_t \sim N(0{,}1)$$



Exemplo: Processo AR(1) de baixa frequência

$$Y_t = -0{,}95 \times Y_{t-1} + u_t, \quad Y_0 = 100, \quad u_t \sim N(0{,}1)$$

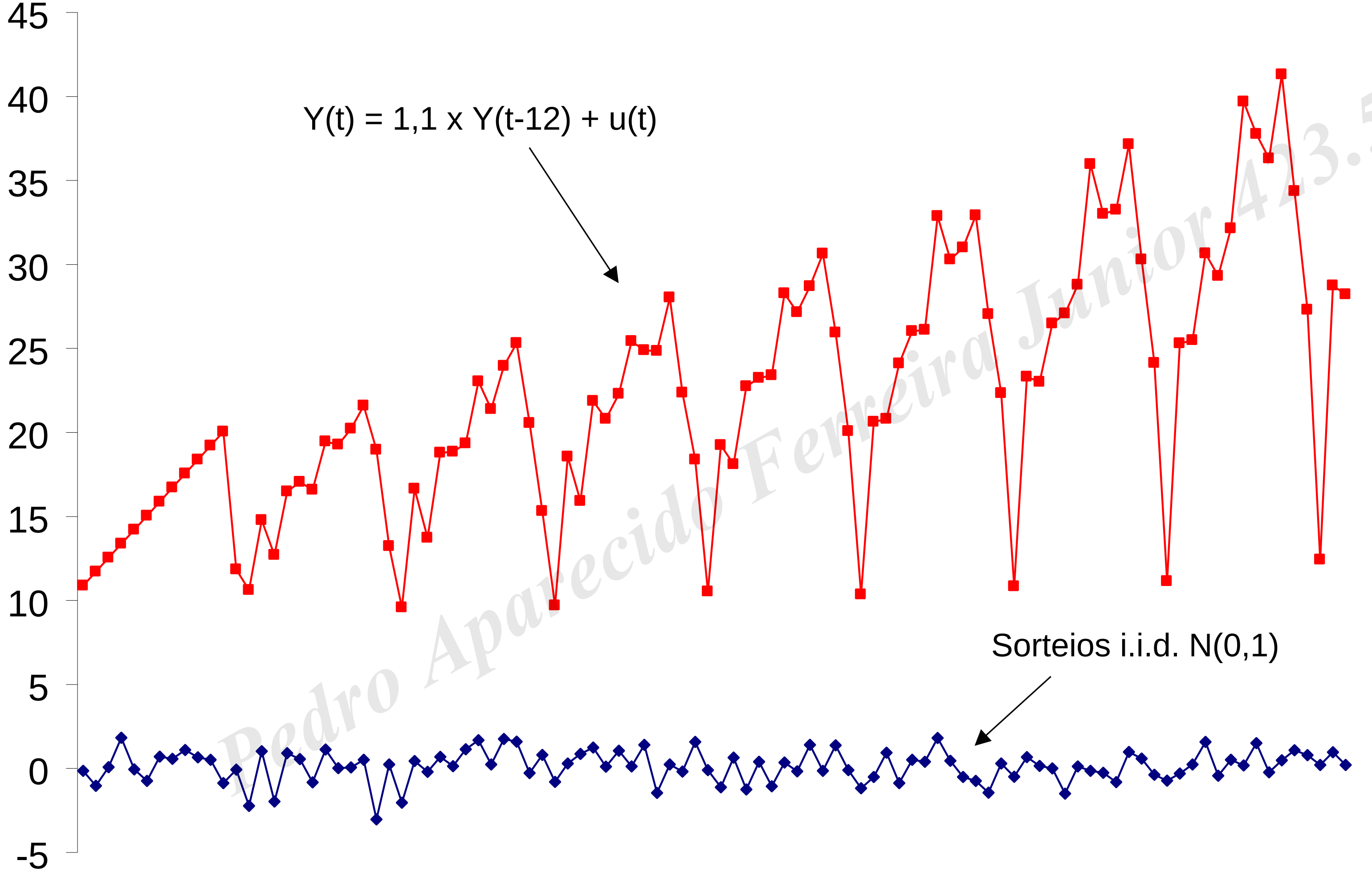





MBA USP ESALQ

Exemplo: Processo AR(12):

$$Y_t = 1{,}1 \times Y_{t-12} + u_t, \quad Y_0 = 10, \quad u_t \sim N(0{,}1)$$



# Modelos Auto-regressivos (AR)

- Os valores correntes de uma série $Y_t$ dependem apenas de seus valores passados e dos erros aleatórios.

- Exemplo AR(p): p é o número de defasagens

Modelo AR(1)

$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$

# Teste de Estacionariedade

[...] um processo estocástico é estacionário se suas média e variância forem constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos de tempo depender apenas da distância ou defasagem entre os dois períodos, e não do período de tempo efetivo em que a covariância é calculada (ENDERS, 2003).

## Teste KPSS – Kwiatkowski-Phillps-Schmidt - Shin

$H_0$ : a série é estacionária (Não apresenta raiz unitária)

$H_1$ : a série Não é estacionária (Possui raiz unitária)

# Teste de Estacionariedade
# Teste de Dickey-Fuller

Teste feito porque não se sabe se a série temporal possui mais de uma raiz unitária, pois o número de termos de diferenças defasadas é, muitas vezes, determinado empiricamente.

$H_0$ : a série não é estacionária (apresenta raiz unitária)

$H_1$ : a série é estacionária (sem raiz unitária)

# Teste PP – Phillips-Perron

$H_0$ : a série não é estacionária (apresenta raiz unitária)

$H_1$ : a série é estacionária (sem raiz unitária)

# Autocorrelação

- Coeficiente de Correlação de Perason (r)
- Coeficiente de Determinação ($R^2$)
- Autocorrelação
  - Mede se existe uma relação matemática entre os intervalos da série temporal
  - Também deve estar entre – 1 e +1, sendo zero a ausência de autocorrelação.
  - Medida em intervalos (*lags*)
    - 1 intervalo: mede como os valores de 1 período (vizinhos) distante estão relacionados
    - 2 intervalos: mede com os valores de 2 períodos distantes estão relacionados

# Autocorrelação

É o coeficiente de correlação entre observações defasadas no tempo:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (x_t - \bar{x}_1)(x_{t+1} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (x_t - \bar{x}_1)^2 (x_{t+1} - \bar{x}_2)^2}}$$

onde as médias amostrais são:

$$\bar{x}_1 = \sum_{i=1}^{n-1} x_t / (n-1) \qquad \text{e} \qquad \bar{x}_2 = \sum_{i=2}^{n} x_t / (n-1)$$

# Função de Autocorrelação FAC($k$)

A expressão anterior pode ser generalizada para k períodos de tempo (defasagem):

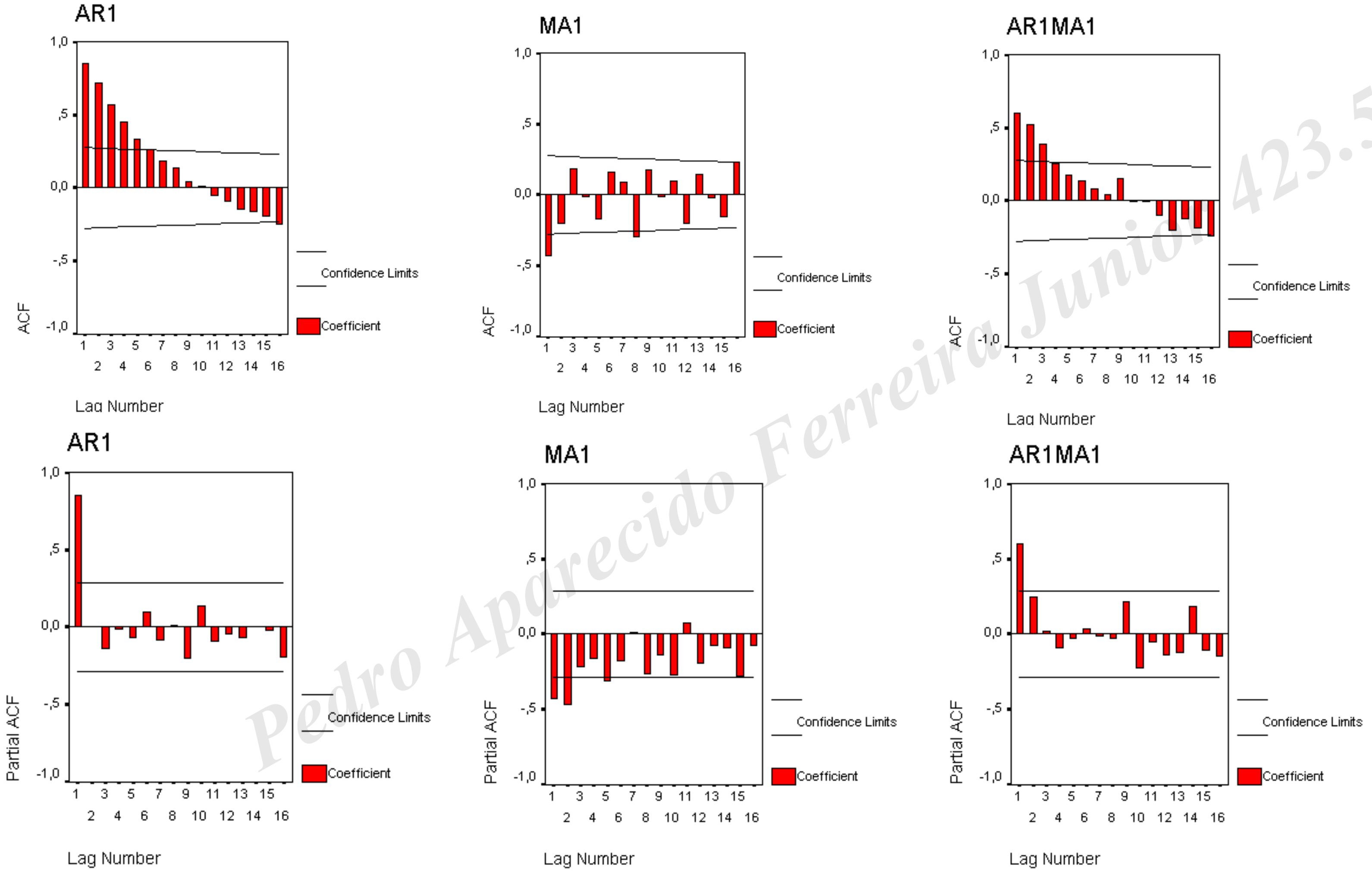
$$r_k = FAC(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t - \overline{x})(x_{t+k} - \overline{x})}{\sum_{t=1}^{n-1}(x_t - \overline{x})^2}$$

Como, tanto a covariância como a variância apresentam as mesmas unidades,  não tem unidade. Oscila entre –1 e 1 e o gráfico feito colocando contra *k* é chamado de **correlograma amostral** da FAC.

# Correlogramas

- FAC (ACF) – Função de Autocorrelação
  - Mostra as autocorrelações em uma série temporal
  - Linhas mostram significância (intervalo de confiança)
  - A 1ª autocorrelação é igual a 1. Cada traço do gráfico mostra uma defasagem e uma correlação (autocorrelação).
- FACP (PACF) – Função de Autocorrelação Parcial
  - Mede a autocorrelação não entre *lags* mas entre diferentes intervalos.

# FAC dos Modelos Simulados



# Características da FAC

| | Padrão típico da FAC | Padrão típico da FACP |
|---|---|---|
| AR(p) | Decai exponencialmente para zero ou com padrão de onda senoidal amortecida, ou ambos. | Valores significativos, ou seja, não nulos, até a defasagem p |
| MA(q) | Valores significativos, ou seja, não nulos, até a defasagem q | Decai exponencialmente para zero. |
| ARMA(p,q) | Decai exponencialmente para zero. | Decai exponencialmente para zero. |

# Metodologia de Box-Jenkins

| Etapas | Processo |
|---|---|
| Identificação | descobrir os valores apropriados de p e q. Para isso usamos o correlograma e o correlograma parcial para perceber em que períodos de defasagem existe mais correlação com a variável dependente ou de correlação entre as observações com k períodos de defasagem. |
| Estimação | estimar os parâmetros dos termos auto-regressivo e de média móvel incluídos no modelo |
| Checagem | Um teste simples do modelo escolhido é ver se os resíduos estimados desse modelo são ruídos brancos; se são, podemos aceitar o ajuste específico; se não são, devemos começar tudo de novo. |

# Modelo ARIMA(p,d,q)

Pode-se pensar num modelo ARIMA como uma função de regressão populacional para $Y_t$ em que há apenas 2 tipos de "variáveis explicativas":

(1) Valores passados de $Y_t \rightarrow$ A parte "autorregressiva".

(2) Valores presente e passados do distúrbio normal $u_t$ (ou "inovação") $\rightarrow$ A parte de "médias móveis".

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \ldots - \theta_q u_{t-q}$$

- Hiperparâmetro *p:* a defasagem máxima de $Y_t$ presente na equação.
- Hiperparâmetro *q:* a defasagem máxima de $u_t$ presente na equação.
- Hiperparâmetro *d:* ordem de integração, se o processo for não-estacionário

# Modelo AR(p) - Fundamentos

- Um processo linear **estacionário** auto-regressivo de ordem p, ou simplesmente AR(p), é definido como:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \rho Y_{t-2} + \ldots + \rho Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

**Ruído Branco**

Uma sequência $\varepsilon_t$ é um processo ruído branco se, para qualquer t:

1) $E(\varepsilon_t) = 0$ → **média constante e nula**
2) $Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_{t2})$ → **variância constante**
3) $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = 0$ → **ausência de autocorrelação**

Se $\varepsilon_t \sim N$, então será Ruído Branco Gaussiano

# Classes de modelos

**Exemplos de modelos da classe ARIMA:**

- **Modelo AR(1):** $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t$
- **Modelo AR(2):** $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + u_t$
- **Modelo MA(1):** $Y_t = u_t - \theta_1 u_{t-1}$
- **Modelo ARMA(1,1):** $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t - \theta_1 u_{t-1}$

# Modelo ARIMA SAZONAL
# Modelo SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)

- Notação: SARIMA (0,0,0) $(1,0,0)_{12}$

$$Y_t = \alpha + \phi_{12} Y_{t-12} + \epsilon_t$$

- Notação: SARIMA (0,0,0) $(0,0,1)_{12}$

$$Y_t = \alpha + \theta_{12} e_{t-12} + \epsilon_t$$

- Generalizando: SARIMA(p,d,q)$(P,D,Q)_s$
- P - número de termos auto regressivos sazonais (defasagens no lado direito da equação)
- d – número de diferenças sazonais
- q – número de médias móveis sazonais (erros defasados no lado direito da equação)
- s – ciclo sazonal

# Teste de Normalidade



Assimetria $$A(X) = E\left[\frac{(X-\mu)^3}{\sigma^3}\right]$$

Curtose $$K(X) = E\left[\frac{(X-\mu)^4}{\sigma^4}\right]$$

Normal: A = 0 e K = 3

Teste de Jarque Bera (1981) $$JB = \left(\frac{n}{6}\right)A^2 + \left(\frac{n}{24}\right)(K-3)^2$$

$$H_0 : \text{série é normal}$$

$$JB \sim \chi^2(2)$$

# OBRIGADO!



Prof. Fabiano Guasti Lima

/fabiano-guasti-lima-b9830282/