

METODY NUMERYCZNE

Sprawozdanie z projektu I

Paulina Przybyłek, Przemysław Chojecki

29 11 2019

Temat: 1. Rozwiązanie układu równań liniowych $Ax = b$ z wykorzystaniem blokowej metody Crouta, gdzie $A(n \times n)$ jest macierzą postaci

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12}^T & A_{11} & A_{23} \\ 0 & A_{23}^T & A_{11} \end{pmatrix},$$

gdzie $A_{ij}(p \times p)$ i $n = 3p$. Zakładamy, że A_{11} jest macierzą ortogonalną. Do rozwiązania odpowiednich układów równań liniowych zastosować metodę eliminacji Gaussa z częściowym wyborem elementu głównego(GEPP).

Spis treści

(Pewnie sie bedzie generował automatycznie jak przekopiujemy to do normalnego edytora xD)

Opis metody

Rozkład $A = L * U$

Twierdzenie

(Tu twierdzoneko co nam SMOCZEK podawała)

Jeżeli taki blokowy rozkład istnieje to przedstawia się w następujący sposób:

(Tu LATEXowy kodzik z maciorkami $A = LU$ rozpisanymi)

Zatem algorytm blokowego rozkładania macierzy A metodą Crouta wygląda następująco:

(Tu matematyczny opis metody CroutPartition)

Rozwiązywanie układu równań liniowych za pomocą rozkładu LU

Po dokonaniu rozkładu i wstawieniu do równania otrzymujemy $Ax = b \iff (LU)x = b \iff L(Ux) = b$ zatem wystarczy znaleźć wektor y rozwiązujący układ $Ly = b$, a potem x rozwiązujący układ $Ux = y$.

Ze względu na specyficzną strukturę macierzy U oraz L algorytmy rozwiązywania układów $Ly = b$ oraz $Ux = y$ przedstawiają sie następująco:

(Tu LATEXowe maciorkowe rozpisanie co dokładnie po kolei sie rozwiązuje)

Działanie algorytmu

(Bardzo krótkie info tylko o TEST_Dzialania(Trzeba zmienic nazwe tej funkcji, ale niemam pomysłu).
Przykład urzycia)

Funkcje zawarte w programie

[L,U] = CroutPartition(A)

(Krótki opis co przyjmuje i co zwraca funkcja oraz cały jej kod)

x = blok3L(L, b)

Funkcja rozwiązuje układ równań $Lx = b$, gdzie:

$$L = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ A_{12}^T & L_{22} & 0 \\ 0 & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix}, \quad A_{i,j}(p \times p), \quad A_{11} - \text{ortogonalna}, \quad L_{i,j}(p \times p), \quad b(3p \times 1)$$

x = blok3U(U, b)

Funkcja rozwiązuje układ równań $Ux = b$, gdzie:

$$U = \begin{pmatrix} I & U_{12} & 0 \\ 0 & I & U_{23} \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}, \quad U_{i,j}(p \times p), \quad I(p \times p)\text{-jednostkowa}, \quad b(3p \times 1)$$

x = GEPPp(B,b)

Funkcja rozwiązuje metodą eliminacji Gaussa z częściowym wyborem układ równań $Bx = b$, gdzie $B(p \times p), b(p \times 1)$

X = GEPPM(B,M)

Funkcja rozwiązuje metodą eliminacji Gaussa z częściowym wyborem równanie macierzowe $BX = M$, gdzie $B(p \times p), M(p \times p)$

[A, b] = losoweA(n)

Funkcja zwraca losową macierz A spełniającą warunki zadania. Losowanie odbywa się za pomocą funkcji `randn`. Jeśli użytkownik sobie tego życzy, zwraca również losowy wektor b .

x = TEST_Dzialania(A,b)

Funkcja przyjmuje macierz A zgodną z warunkami zadania oraz odpowiadający jej wielkości wektor b i znajduje wektor x taki, że $Ax = b$.

Przykłady obliczeniowe

Przykłady dla $L_{11} = I$

$$A_{12} = A_{23} = I$$

A_{12}, A_{23} - macierze hilberta

A_{12}, A_{23} - macierze losowe

Przykłady losowe

Analiza wyników

(Wnioski. Czy warto używać algorytmu? Jak porównuje się do \? Czy dobry do obliczeń równoległych?)