Оглавление

1 Метрические пространства **2**

Глава 1

Метрические пространства

Следствие. (X,ρ), $\{ x_n \}_{n=1}^{\infty}$ — фундаментальная

$$\implies \exists \{ x_{n_k} \}_{k=1}^{\infty} : \quad \sum_{k=1}^{\infty} \rho(x_{n_{k+1}}, x_{n_k}) < +\infty$$

Доказательство. Следует из свойства 3 фундаментальных последовательностей □

Теорема 1 (о замкнутом подпротранстве). (X,ρ), $Y \subset X$ (Y называется *подпространством*)

1. (X,ρ) — полное, Y замкнуто.
   Тогда (Y,ρ) полно.
2. (Y,ρ) — полное.
   Тогда Y замкнуто.

Доказательство.

1. Пусть $\{ y_n \}_{n=1}^{\infty}$ фундаментальна в Y. Тогда она фундаментальна и в X, а X полно. Значит, $\exists \lim\limits_{n\to\infty} y_n = a \in X$. Так как Y замкнуто, $a \in Y \implies (Y,\rho)$ — полное.
2. Пусть $\{ y_n \}_{n=1}^{\infty}$, $y_n \in Y$, $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = a$. Проверим, что $a \in Y$.
   $\{ y_n \}_{n=1}^{\infty}$ фундаментальна $\implies \exists \lim y_n \in Y$ (т. к. Y — полное).

□