

Recursive function

ฟังก์ชันเวียนเกิด

- เป็นฟังก์ชันเรียกตัวเอง วนกลับไปอ้างอิงถึงตัวเองซ้ำแล้วซ้ำเล่าแบบไม่จบ
- จะต้องเป็นลำดับที่มีความสัมพันธ์
- เป็นความสัมพันธ์ของพจน์ a_n กับพจน์ก่อนหน้า
- มีรูปแบบการสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปแบบที่แน่นอน
- จะต้องมียุทธเริ่มต้น (base case) และต้องคืนค่าจุดเริ่มต้น เช่น return 0, return 1 ขึ้นอยู่กับว่าจุดเริ่มต้นของลำดับนั้นๆ
- จะต้องมียุทธเรียกซ้ำ (recursive case) และต้องคืนค่าที่เกิดจากการเรียกตัวเอง เช่น return fibo(n-1)

ตัวอย่างการเขียนโปรแกรมแบบ recursive

```
for(int i=0;i>=0;i++){  
    s += i;  
}
```

```
return s;
```

```
Fibo(int n){
```

```
    if(n==0)
```

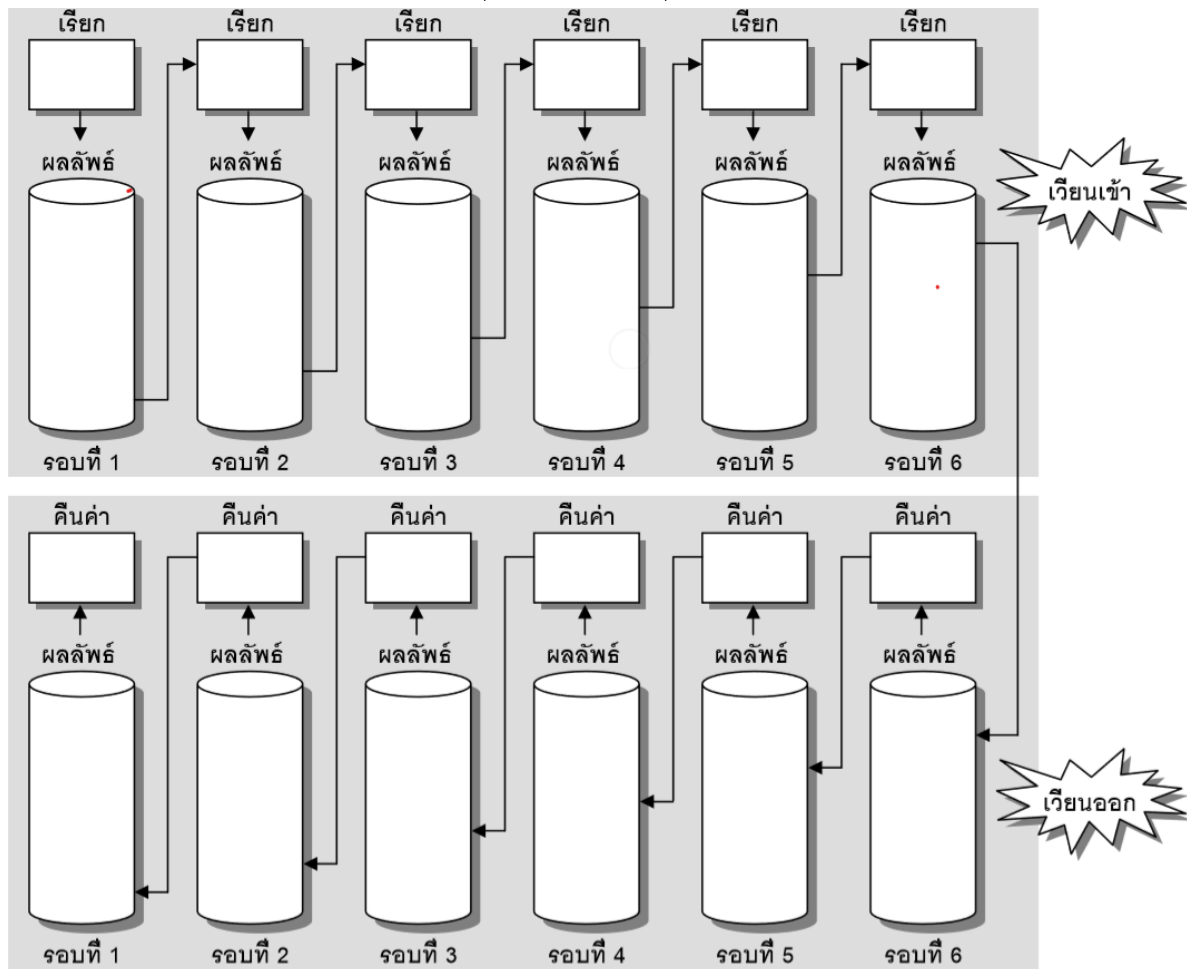
```
        return n;
```

```
    else
```

```
        return Fibo(n-1)+Fibo(n-2);
```

```
}
```

การทำงานของ $f(n) = f(n-1) + n$; เมื่อ $n = 5$, $f(0) \geq 1$ จะเกิดขึ้นดังนี้



```
mul (int x, int y){
    if (x >= 1) {
        return y + mul (x - 1, y);
    } else {
        return 0;
    }
}
```

คำตอบ
 mul(4, 3)
 mul(5, 7)
 mul(20, 10)

```
gcd(int m, int n){  
    if (m < n) return gcd (n, m);  
    if (m % n == 0){  
        return n;  
    } else {  
        return gcd(n, m % n);  
    }  
}
```

คำตอบ

gcd(28, 16)

gcd(9, 14)

gcd(75, 30)

```

expo (int n) {
    if (n <= 0) {
        return 1;
    } else {
        return expo(n - 1) + expo(n - 1);
    }
    -----
}

```

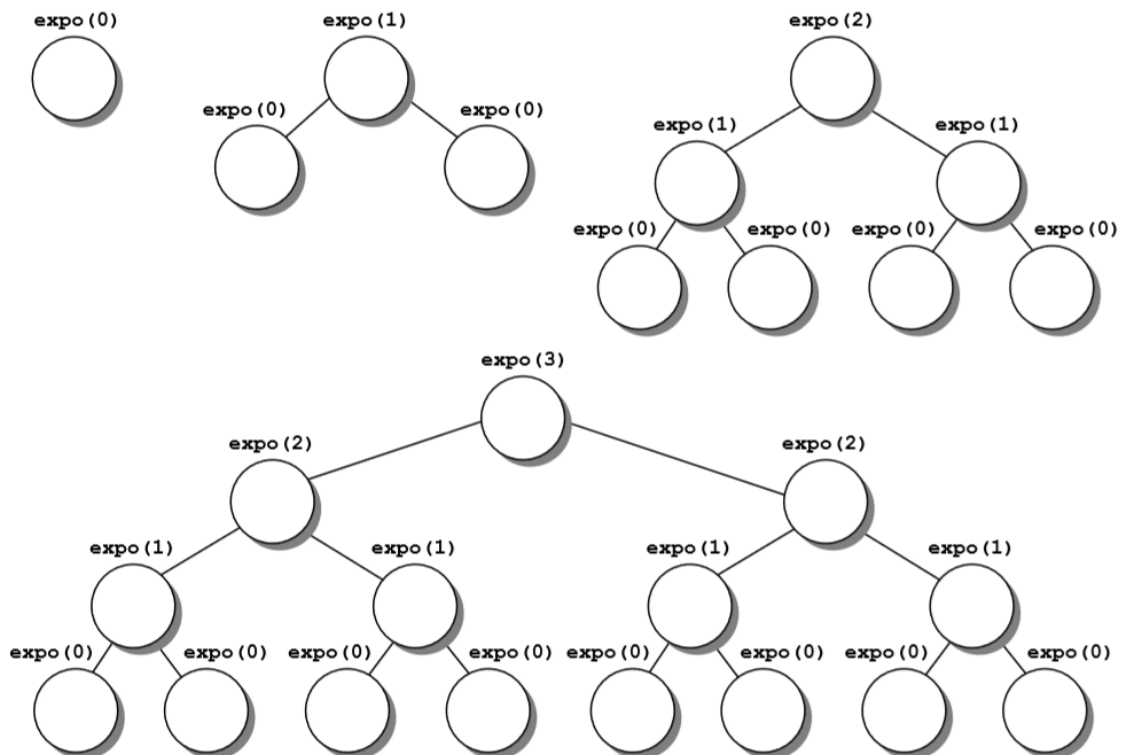
ผลที่ได้จากการเรียกใช้ฟังก์ชันด้านบน

เมื่อ $n = 4$

$n = 7$

$n = 11$

จงแสดงรายละเอียดของต้นไม้แบบทวิภาค (Binary Tree) จากการเรียกใช้ `expo(0)`, `expo(1)`, `expo(2)` และ `expo(3)`



```

akm(int m, int n){
    if (m == 0) {
        return n + 1;
    } else if (n == 0) {
        return akm(m - 1, 1);
    } else {
        return akm(m - 1, akm(m, n - 1));
    }
}

```

ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียกใช้ฟังก์ชัน akm(int m, int n)

| พารามิเตอร์ m | พารามิเตอร์ n | | | | |
|---------------|---------------|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | | | | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |

การนำรูปทั่วไปมาสร้างเป็นฟังก์ชัน

- จำเป็นจะต้องมีเงื่อนไข 2 กรณี คือ
- base case (กรณีหยุด) ,
- recursive case (กรณีเรียกใช้)

เช่น $f(n) = f(n-1) + n$

```

f (int n){
    if (n==0)                                base case
        return 0 ;
    else
        return f (n-1) + 1 ;                recursive case
}

```

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$

base case :

recursive case : $f(n) =$

Factorial 1, 2, 3, 4, ...

Base case :

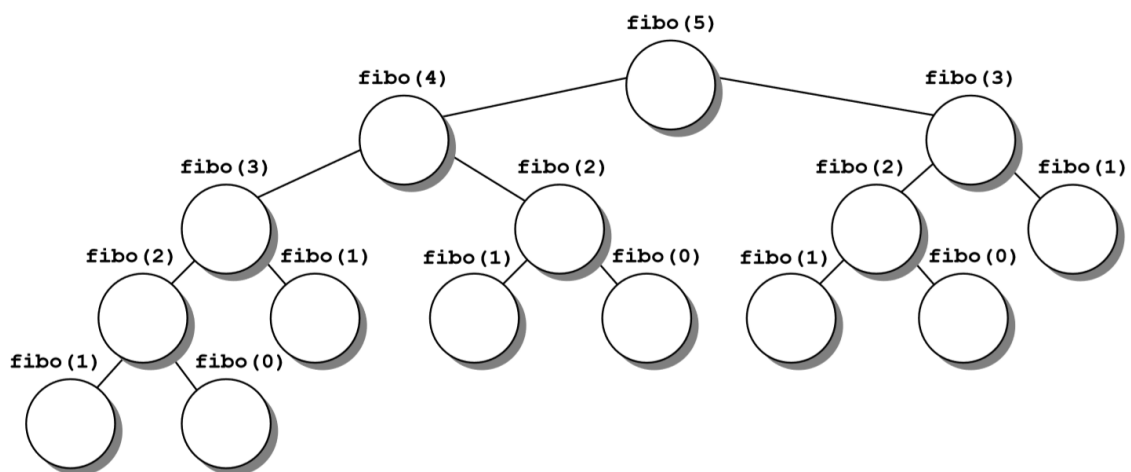
Recursive case : $f(n) =$

Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Base case :

Recursive case :

โครงสร้างต้นไม้ (binary tree) ของ $\text{fib}(5) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$



จงเขียนฟังก์ชัน pow(...) แบบเวียนเกิดเพื่อคำนวณหาค่ายกกำลังของ a^b ที่ได้จากการรับค่าผ่าน parameter โดยกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ (ห้ามใช้ฟังก์ชัน math)

จงเขียนฟังก์ชัน $f(..)$ แบบเวียนเกิดจากสมการต่อไปนี้ โดยรับ n เข้ามาทางพารามิเตอร์
 และไม่อนุญาตให้ใช้ฟังก์ชัน `math`

$$f(n) = 1 + \frac{n}{1 + \frac{n-1}{1 + \frac{n-2}{1 + \frac{n-3}{\ddots \frac{1}{1}}}}}$$

จงเขียนฟังก์ชันเวียนเกิดเพื่อดังต่อไปนี้ โดยให้รับค่า n ผ่านพารามิเตอร์

$$g(n, m) = 1^m - 2^m + 3^m - \dots + (n^m) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- $0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{\varphi}, \frac{1}{5}, \dots$
- $0, -1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots$
- $0, 1, 3, 6, 10, 15, \dots$
- $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ฟังก์ชันเวียนเกิดแบบซ้ำซ้อน

โดยทั่วไปจะใช้ประมวลผลกับ string และ array

จงเขียนฟังก์ชัน `search(..)` แบบเวียนเกิดเพื่อค้นหาตำแหน่งสมาชิกในอาร์เรย์ที่มีค่าเท่ากับจำนวนเต็มที่รับเข้ามา ถ้าค้นเจอให้คืนค่าตำแหน่งสมาชิกที่เจอ แต่ถ้าไม่เช่นนั้นให้คืนค่า -1

จงเขียนฟังก์ชันเวียนเกิด เพื่อนับตัวเลขจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 100 ในอาร์เรย์ d ที่
รับเข้ามาว่ามีกี่ตัว

Int d[] = { 99, 101, 13, 78, 200, 534, 47, 1234, 736 };

จงเขียนฟังก์ชันเวียนเกิดเพื่อกลับตำแหน่งของอักขระทุกตัวในสตริงจากหลังมาหน้า เช่น
“Computer” จะเป็น “retupmoC” เป็นต้น

จงเขียนฟังก์ชันเวียนเกิดเพื่อพิมพ์สูตรคูณตั้งแต่แม่ a จนถึงแม่ b ซึ่งรับเข้ามาทางพารามิเตอร์ เช่น `formulaAtoB(6, 15)` จะได้สูตรคูณตั้งแต่แม่ 6 ถึง 15

จงเขียนฟังก์ชัน `addArray (...)` แบบเวียนเกิดเพื่อใช้สำหรับหาผลบวกระหว่างอาเรย์
หนึ่งมิติ 2 ชุด ใดๆ ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน แล้วคืนค่ากลับ

จงเขียนฟังก์ชัน `isMatrixEquals (...)` แบบเวียนเกิดเพื่อรับเมตริกซ์ชนิด จำนวนเต็มเข้ามา 2 ตัว เพื่อตรวจสอบว่าเมตริกซ์ทั้งสองเท่ากันหรือไม่ โดยขนาดจะต้องเท่ากันทั้งแถวและหลัก และสมาชิกในตำแหน่งที่ตรงกันต้องมีค่าเท่ากัน

ในห้องทดลองทางชีววิทยาแห่งหนึ่งพบว่า จำนวนแบคทีเรียจะเพิ่มเป็น 2 เท่าในทุก ๆ ชั่วโมง สมมติว่าเมื่อเริ่มต้น ทดลองมีแบคทีเรีย 5 ตัว อยากทราบว่า จะมีแบคทีเรียทั้งหมดกี่ตัว หลังจากเวลาผ่านไปทั้งหมด n ชั่วโมง

วิธีทำ

เงินฝากทบต้นทบดอก

- ฝากประจำประเภท 3 ปี กับธนาคารเป็นจำนวน 500,000 บาท
- ธนาคารให้ดอกเบี้ย 5% ต่อปี ธนาคารมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกปี
- อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้เงินรวมเท่าไร

วิธีทำ

กระต่ายสืบพันธุ์

ความสัมพันธ์เวียนเกิดที่เป็นที่รู้จักกันดีอันหนึ่งในกลุ่ม นักคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาของ Leonard diPisa. ซึ่งรู้จักกันในนาม Fibonacci. Fibonacci ได้ตั้งปัญหาในหนังสือ Liber abaci. ราว ๆ คริสตศตวรรษที่13 ดังนี้

กระต่ายแรกเกิดเพศผู้และเพศเมียคู่หนึ่งถูกนำไปปล่อยไว้ที่เกาะแห่งหนึ่ง
อยากทราบว่าจะมีกระต่ายทั้งหมดกี่คู่เมื่อเวลาผ่านไป n เดือน โดยมีข้อสมมติว่า
เมื่อกระต่ายทั้งสองมีอายุครบ 2 เดือนจึงจะสามารถให้กำเนิดกระต่ายเพศผู้และเพศเมีย
อีก 1 คู่ และเมื่อจุดเริ่มต้นบนเกาะนั้นไม่มี กระต่ายอยู่เลย

โจทย์ปัญหาที่โด่งดังอีกปัญหาหนึ่งในปลายคริสต์ทศวรรษที่ 18 คือ หอคอยแห่งฮานอย ซึ่งตั้งคำถามว่า จงหาจำนวนวิธีในการเคลื่อนย้ายแผ่นไม้จากเสาที่ 1 ซึ่งวางเรียงซ้อนกันจากแผ่น ใหญ่สุดไปยัง แผ่นที่เล็กที่สุด ดังภาพ ไปยังเสาด้าน อื่นภายใต้ ข้อตกลง ดังต่อไปนี้

1. สามารถเคลื่อนย้ายแผ่นไม้ได้ทีละ 1 แผ่นเท่านั้น
2. แผ่นไม้ที่ถูกเคลื่อนย้ายจะนำไปไว้ที่เสาใดก็ได้ แต่มีเงื่อนไขว่าแผ่นไม้ที่มีขนาดใหญ่จะวางซ้อนบน แผ่นไม้ที่มีขนาดเล็กกว่า ไม่ได้

- การสร้างกังหัน 4 ทิศจะรับตัวเลขเข้าไป แล้วให้คอมพิวเตอร์สร้างตัวเลข รูปกังหันออกมา ดังรูป

Input = 1

1

Input = 2

1 1
2
1 1

Input = 3

1 1
2 2
3
2 2
1 1

สามเหลี่ยมปาสคาล

