

Problemi generati casualmente

## Classi di CSP random

Ogni CSP generato casualmente e' caratterizzato da una tupla  $(k, n, d, p_1, p_2)$ :

- $k$  = arieta' dei vincoli (tutti con la stessa arieta')
- $n$  = numero di variabili
- $d$  = grandezza dei domini (uguali per tutte le variabili)
- $p_1$  = densita' del grafo dei vincoli (quanti vincoli ci sono rispetto al numero massimo totale)
- $p_2$  = strettezza (tightness) dei vincoli (quante tuple sono proibite dai vincoli)

Quattro modelli (A, B, C, D), a seconda che  $p_1$  e  $p_2$  siano probabilita' o proporzioni:

- $p_1$  e' una probabilita' in modelli A e C e una proporzione nei modelli B e D
- $p_2$  e' una probabilita' nei modelli A e D e una proporzione nei modelli B e C

## Esempio: Modello B

### Definition (Modello B)

Una classe di CSP random e' rappresentata da  $B(k,n,d,p_1,p_2)$  dove, per ogni problema nella classe:

- $k \geq 2$  e' l'arieta' di ogni vincoli,
- $n \geq 2$  e' il numero di variabili,
- $d \geq 2$  e' la grandezza di ogni dominio,
- $1 \geq p_1 > 0$  (proporzione) determina il numero  $e = p_1 \binom{n}{k}$  di vincoli
- $1 > p_2 > 0$  (proporzione) determina il numero  $t = p_2 d^k$  di tuple proibite in ogni vincolo

Per generare un problema della classe  $B(k,n,d,p_1,p_2)$ , dobbiamo creare  $n$  variabili e  $e$  vincoli, ognuno scegliendo a caso (senza ripetizioni)  $k$  variabili e scegliendo a caso (senza ripetizioni)  $t$  tuple di lunghezza  $k$

Se  $k=2$ , vincoli binari. Quindi si generano  $p_1 n(n-1)/2$  vincoli.

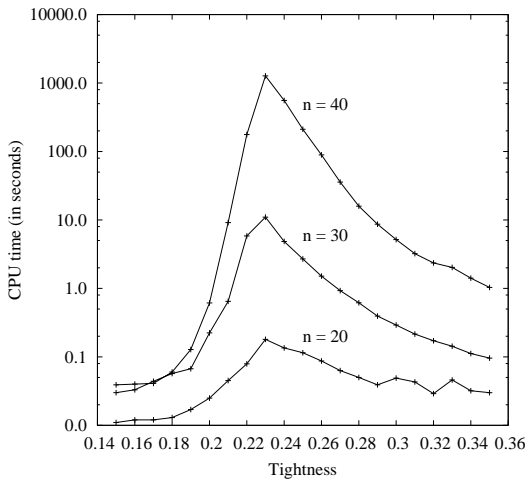
# Uso dei CSP random

- Testare un nuovo algoritmo su varie classi di CSP random per vedere il suo comportamento
- Altro modo di testare un algoritmo: applicarlo a problemi benchmark di riferimento

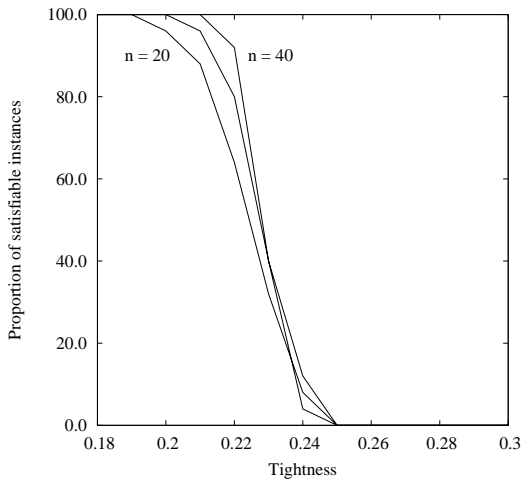
# Transizione di fase

- Alcuni problemi della classe sono piu' difficili di altri
- I problemi piu' difficili sono in una "transizione di fase" tra una zona di problemi sotto-vincolati (dove i problemi hanno soluzione) e una zona di problemi sopra-vincolati (dove tutti i problemi sono non soddisfacibili)
- Questa transizione di fase si verifica quando uno dei parametri varia (di solito  $p_2$ )
- Il picco di difficolta' corrisponde al valore del parametro per cui 50% dei problemi sono soddisfacibili ed e' detto il punto di crossover

$D(2,20,11,180,p_2)$ ,  $D(2,30,15,306,p_2)$ ,  $D(2,40,19,443,p_2)$



$D(2,20,11,180,p_2)$ ,  $D(2,30,15,306,p_2)$ ,  $D(2,40,19,443,p_2)$



# Esperimenti per algoritmi per AC su problemi generati casualmente

Varie classi secondo il modello RD.

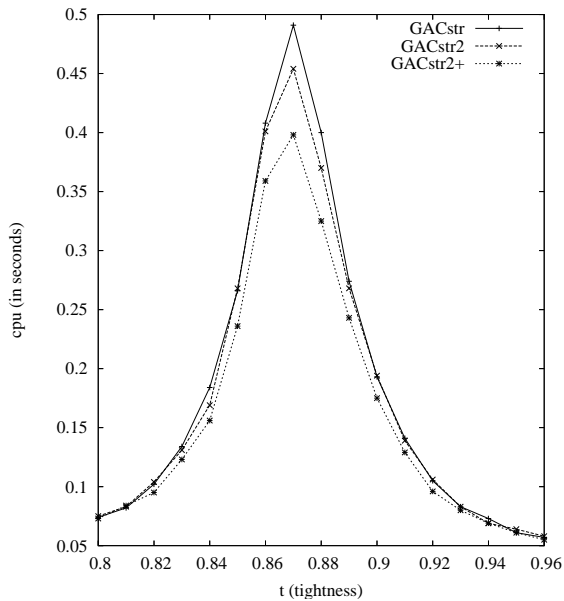
Ogni classe  $\langle r, 60, 2, 20, t \rangle$  contiene 20 problemi con:

- 60 variabili Booleane
- 20 vincoli di arietà  $r$  con tightness  $t$ .

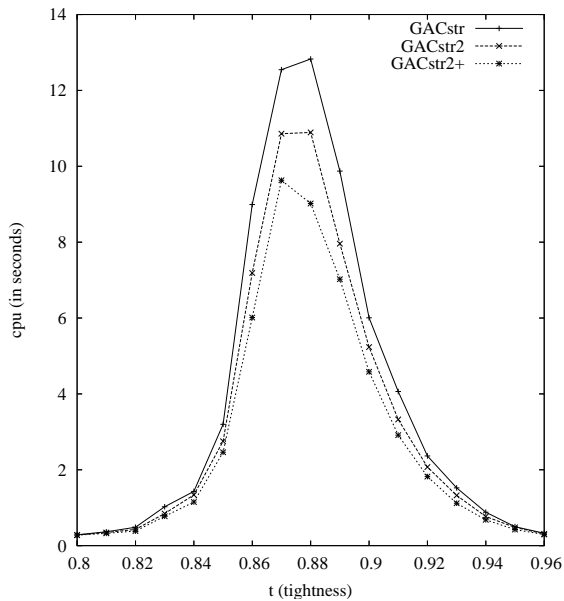
Test con  $r = 10$ ,  $r = 12$ ,  $r = 14$  and  $r = 16$ , con  $t$  che varia da 0.8 a 0.96.



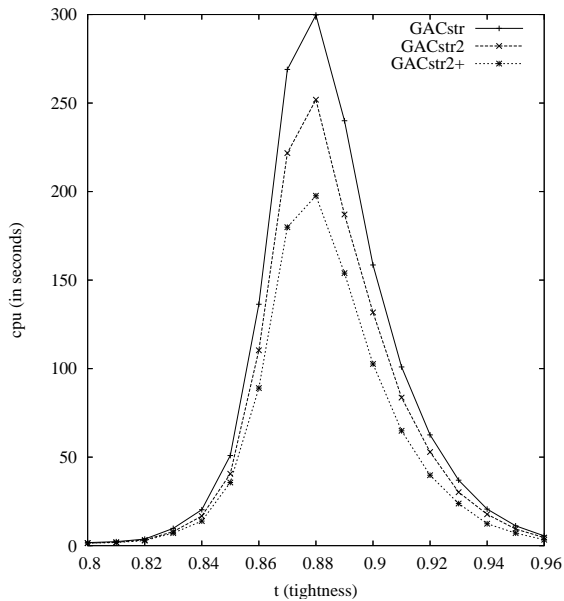
Classi  $\langle r, 60, 2, 20, [0.8 - 0.96] \rangle$



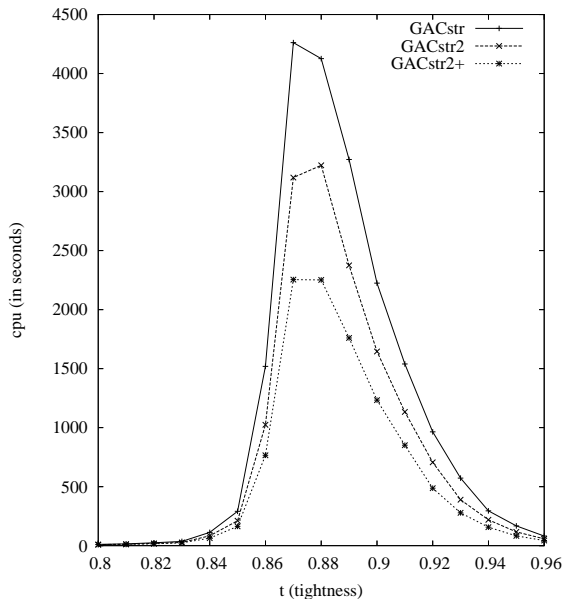
Classi  $\langle r, 60, 2, 20, [0.8 - 0.96] \rangle$



Classi  $\langle r, 60, 2, 20, [0.8 - 0.96] \rangle$



Classi  $\langle r, 60, 2, 20, [0.8 - 0.96] \rangle$



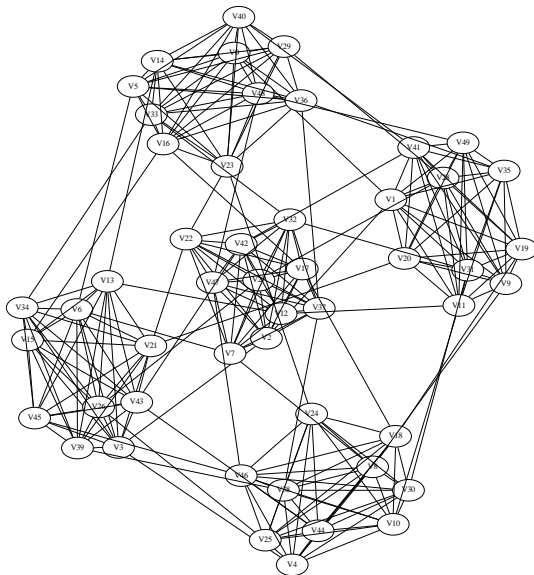
# Benchmarks

Molti problemi di riferimento diversi tra loro, e con strutture non uniformi:

- Parole crociate
- Radio link frequency assignment problem (RLFAP)
- Frequency problem with polarization (FAPP)
- Radar surveillance
- Scheduling job-shop and open-shop problems
- Renault configuration problem
- Haystacks
- Golomb ruler
- Quasigroup with holes
- Traveling salesperson
- Ramsey problem

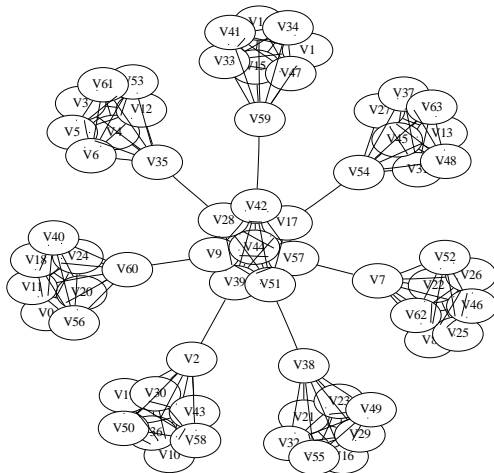
# Grafo dei vincoli di e0ddr1-10-by-5-1

Problema di schedulazione con sottoproblemi con 5 jobs.



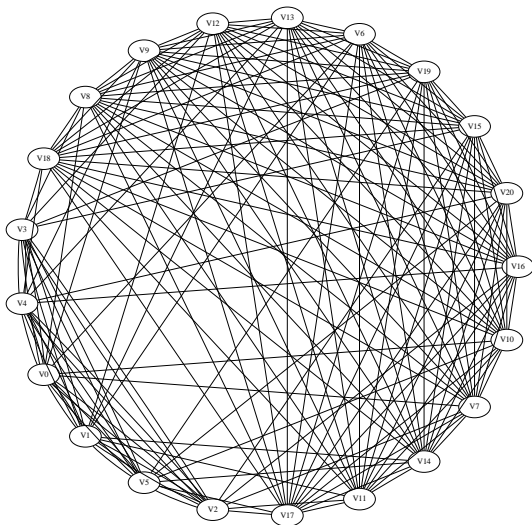
## Grafo dei vincoli di haystacks-08

8x8 variabili, ogni dominio  $\{0, \dots, p-1\}$ ,  $p$  sottoproblemi formati da una  $p$ -clique. se le variabili nella parte centrale sono istanziate, solo uno dei cluster esterni e' inconsistente (lo haystack). Problema: trovare lo haystack e provare che e' inconsistente.



# Grafo dei vincoli di ruler-17-6-a3

Golomb ruler di lunghezza 17 con 6 tacche.





## Grafo dei vincoli di queenAttacking-4

Mettere una regina e i 4x4 numeri  $\{1, \dots, 16\}$  in una scacchiera 4x4 in modo che ogni cella abbia un solo numero, ogni numero  $i+1$  e' raggiungibile da una mossa di cavallo dalla cella contenente il numero  $i$ , nessuna cella che contiene un numero primo non e' attaccata dalla regina.

