

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HCM  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

---

## Exercise 3

---

Môn học: Nhập môn tính toán lượng tử

*Sinh viên thực hiện:*

Nguyễn Thiên Ân - 23122020

*Giảng viên môn học:*

ThS. Vũ Quốc Hoàng

Nguyễn Ngọc Toàn

Ngày 30 tháng 11 năm 2025



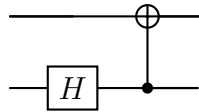
# Mục lục

<b>1 Bài 1</b>	<b>2</b>
1.1 Đề bài . . . . .	2
1.2 Lời giải . . . . .	2
<b>2 Bài 2</b>	<b>3</b>
2.1 Đề bài . . . . .	3
2.2 Lời giải . . . . .	4
2.2.1 Phần a . . . . .	4
2.2.2 Phần b . . . . .	5
2.2.3 Phần c . . . . .	6
2.2.4 Phần d . . . . .	6
<b>3 Bài 3</b>	<b>6</b>
3.1 Đề bài . . . . .	6
3.2 Lời giải . . . . .	7
<b>4 Bài 4</b>	<b>8</b>
4.1 Đề bài . . . . .	8
4.2 Lời giải . . . . .	8
4.2.1 Phần a . . . . .	8
4.2.2 Phần b . . . . .	8
<b>5 Bài 5</b>	<b>9</b>
5.1 Đề bài . . . . .	9

# 1 Bài 1

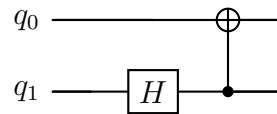
## 1.1 Đề bài

Cho biết đầu ra của mạch sau



khi đầu vào là các trạng thái của cơ sở tính toán. Kiểm tra kết quả trên thư viện Qiskit.

## 1.2 Lời giải



- Trạng thái  $|00\rangle$  trở thành  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ .
- Trạng thái  $|01\rangle$  trở thành  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$ .
- Trạng thái  $|10\rangle$  trở thành  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$ .
- Trạng thái  $|11\rangle$  trở thành  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$ .

### Kiểm tra trên Qiskit

- Vẽ mạch trên Qiskit:

```
1 from qiskit import QuantumCircuit
2
3 qc = QuantumCircuit(2)
4 qc.h(1)
5 qc.cx(1, 0)
6 qc.draw("mpl")
```

- Kiểm tra kết quả đầu ra:

## Exercise 3

```

1 from qiskit.quantum_info import Statevector
2
3 for s in ["00", "01", "10", "11"]:
4     sv = Statevector.from_label(s).evolve(qc)
5     print(f"|{s}> -> {sv}")

```

- Kết quả in ra:

```

1 |00> -> Statevector([0.70710678+0.j, 0.          +0.j, 0.          +0.j,
2                    0.70710678+0.j],
3                    dims=(2, 2))
4 |01> -> Statevector([0.          +0.j, 0.70710678+0.j, 0.70710678+0.j,
5                    0.          +0.j],
6                    dims=(2, 2))
7 |10> -> Statevector([ 0.70710678+0.j, 0.          +0.j, 0.          +0.j,
8                    -0.70710678+0.j],
9                    dims=(2, 2))
10 |11> -> Statevector([ 0.          +0.j, 0.70710678+0.j, -0.70710678+0.j,
11                    0.          +0.j],
12                    dims=(2, 2))

```

Vậy kết quả thu được trên thư viện Qiskit giống với kết quả phân tích ở trên.

## 2 Bài 2

### 2.1 Đề bài

Cho phép toán logic  $f : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}^3$  biến 3 bit đầu vào  $ABC$  thành 3 bit đầu ra  $DEF$  được xác định bởi bảng chân trị sau

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0

- (a) Cho thấy  $f$  khả nghịch.
- (b) Thiết kế mạch logic (và đơn giản mạch) cho  $f$ .
- (c) Chuyển mạch ở Câu (b) thành mạch lượng tử với chỉ 3 qubit vào (chứa  $A, B, C$ ) và 3 qubit ra (chứa  $D, E, F$ ), có thể dùng thêm các qubit phụ trợ nhưng các qubit này phải được xoá về  $|0\rangle$ .
- (d) Cho biết kết quả chạy ở mạch Câu (c) với trạng thái đầu vào 3 qubit là

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|000\rangle + |100\rangle + |111\rangle).$$

## 2.2 Lời giải

### 2.2.1 Phần a

Ta cần chứng minh  $f$  là một song ánh, từ bảng chân trị ta có:

- $f(000) = 100$
- $f(001) = 101$
- $f(010) = 110$
- $f(011) = 111$
- $f(100) = 010$
- $f(101) = 001$
- $f(110) = 011$
- $f(111) = 000$

Như vậy, với mỗi đầu ra  $DEF$  ta tìm được một và chỉ một đầu vào  $ABC$  tương ứng, do đó  $f$  là một song ánh  $\Rightarrow f$  khả nghịch.

## 2.2.2 Phần b

Xét  $D$ , ta có:

		$BC$			
		00	01	11	10
$A$	0	1	1	1	1
	1				

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$

Xét  $E$ , ta có:

		$BC$			
		00	01	11	10
$A$	0			1	1
	1	1			1

$$\Rightarrow E = A\overline{C} + \overline{A}B$$

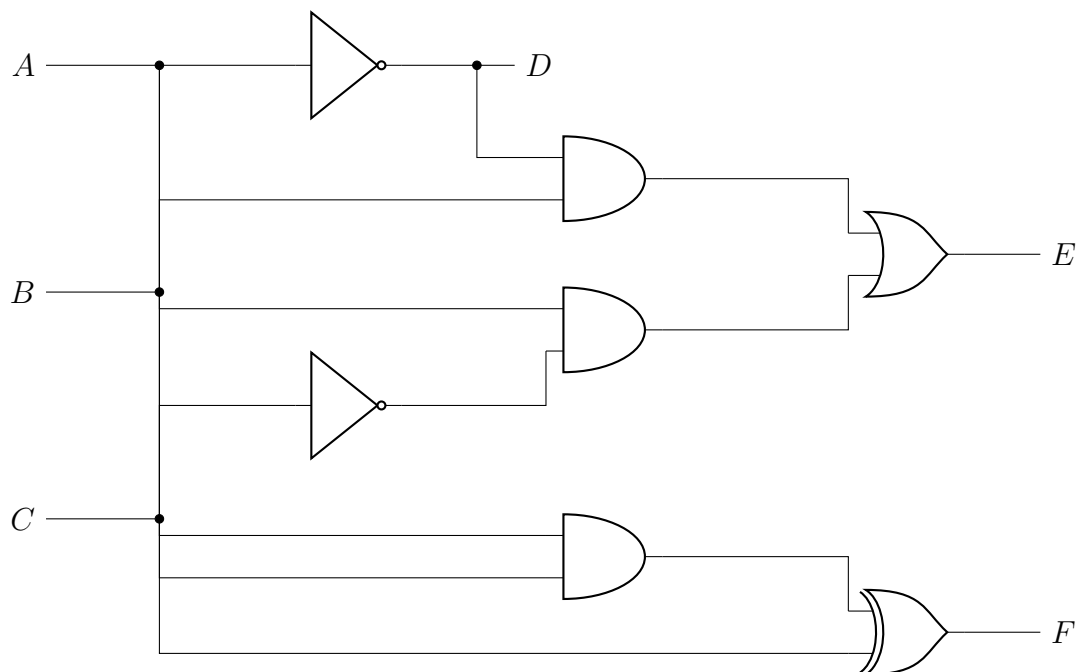
Xét  $F$ , ta có:

		$BC$			
		00	01	11	10
$A$	0		1	1	
	1		1		1

$$\Rightarrow F = \overline{A}C + \overline{B}C + AB\overline{C} = C(\overline{A} + \overline{B}) + \overline{C}AB = C\overline{A}\overline{B} + \overline{C}AB = C \oplus AB$$

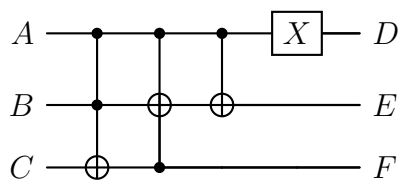
Từ các biểu thức trên, ta có mạch logic như sau:

Exercise 3



### 2.2.3 Phần c

Ta có mạch lượng tử sau tương ứng với mạch logic ở phần (b):



### 2.2.4 Phần d

Với trạng thái đầu vào

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|000\rangle + |100\rangle + |111\rangle)$$

ta áp dụng mạch lượng tử ở phần (c) lên trạng thái đầu vào  $|\psi\rangle$  ta được trạng thái đầu ra sau

$$|\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|100\rangle + |010\rangle + |000\rangle)$$

## 3 Bài 3

### 3.1 Đề bài

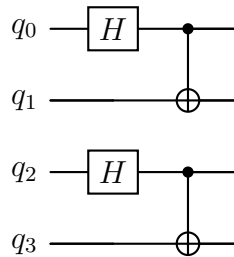
Thiết kế mạch giúp sao chép trạng thái lượng tử  $|\Phi^+\rangle$ . Kiểm tra kết quả trên thư viện Qiskit.

## 3.2 Lời giải

Ta có:

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

Để sao chép trạng thái lượng tử  $|\Phi^+\rangle$ , ta sử dụng mạch lượng tử sau



Kết quả sau khi thực hiện mạch trên với trạng thái ban đầu  $|0000\rangle$  là:

$$\frac{1}{2} (|0000\rangle + |0011\rangle + |1100\rangle + |1111\rangle) = |\Phi^+\rangle \otimes |\Phi^+\rangle$$

Kiểm tra kết quả trên Qiskit:

- Tạo mạch lượng tử:

```
1 from qiskit import QuantumCircuit
2
3 qc = QuantumCircuit(4)
4
5 qc.h(0)
6 qc.cx(0, 1)
7 qc.h(2)
8 qc.cx(2, 3)
```

- Kiểm tra kết quả đầu ra:

```
1 from qiskit.quantum_info import Statevector
2
3 sv = Statevector.from_label("0000").evolve(qc)
4 print(sv)
```

- Kết quả in ra:



Exercise 3

```

1 Statevector([0.5+0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0.5+0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j,
2           0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0.5+0.j, 0. +0.j,
3           0. +0.j, 0.5+0.j],
4           dims=(2, 2, 2, 2))
    
```

Vậy kết quả thu được trên thư viện Qiskit giống với kết quả phân tích ở trên.

## 4 Bài 4

### 4.1 Đề bài

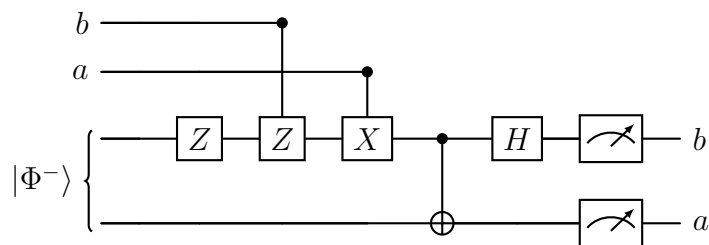
Nếu Alice và Bob chia sẻ cặp qubit ở trạng thái vướng không phải là  $|\Phi^+\rangle$  mà là  $|\Phi^-\rangle$  thì làm thế nào để thực hiện

- (a) mã đậm đặc.
- (b) dịch chuyển lượng tử.

### 4.2 Lời giải

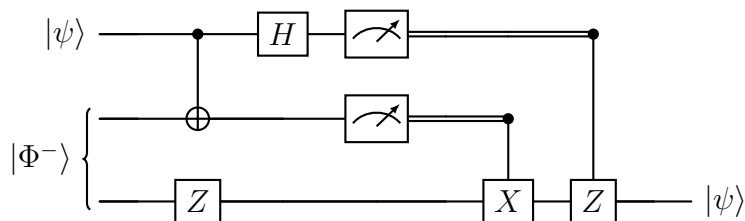
#### 4.2.1 Phần a

Để thực hiện mã đậm đặc với trạng thái vướng  $|\Phi^-\rangle$ , ta có thể sử dụng một cổng Pauli  $Z$  trên qubit 0 để chuyển đổi trạng thái vướng thành  $|\Phi^+\rangle$ , ta có mạch mới như sau:



#### 4.2.2 Phần b

Để thực hiện dịch chuyển lượng tử với trạng thái vướng  $|\Phi^-\rangle$ , ta có thể sử dụng một cổng Pauli  $Z$  trên qubit 1 để chuyển đổi trạng thái vướng thành  $|\Phi^+\rangle$ , ta có mạch mới như sau:



## 5 Bài 5

### 5.1 Đề bài

Cho  $f : \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{B}^2$  với

$$f(x, y) = x \oplus y, \quad x, y \in \mathbb{B}.$$

- Xây dựng oracle lượng tử  $U_f$  cho  $f$ .
- Xây dựng oracle pha  $Z_f$  cho  $f$ .
- Cho biết hoạt động của  $U_f$ ,  $Z_f$  trên trạng thái đầu vào là  $|+\rangle^{\otimes 2}$ .
- Kiểm tra kết quả của Câu (c) trên thư viện Qiskit.