

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TPHCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Exercise 2

Môn học: Nhập môn tính toán lượng tử

Sinh viên thực hiện:

Nguyễn Thiên Ân - 23122020

Giảng viên môn học:

ThS. Vũ Quốc Hoàng

Nguyễn Ngọc Toàn

Ngày 19 tháng 11 năm 2025



Mục lục

| | | |
|----------|--------------------|----------|
| 1 | Bài 6 | 2 |
| 1.1 | Đề bài | 2 |
| 1.2 | Lời giải | 2 |
| 1.2.1 | Phần a | 2 |
| 1.2.2 | Phần b | 2 |
| 1.2.3 | Phần c | 3 |
| 1.2.4 | Phần d | 3 |
| 1.2.5 | Phần d | 3 |
| 2 | Bài 7 | 3 |
| 2.1 | Đề bài | 3 |
| 2.2 | Lời giải | 4 |
| 3 | Bài 8 | 4 |
| 3.1 | Đề bài | 4 |
| 3.2 | Lời giải | 4 |

1 Bài 6

1.1 Đề bài

Cho hệ 2 qubit với trạng thái

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|00\rangle - \frac{i}{2}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle.$$

Khảo sát các phép đo sau

- (a) Đo đồng thời 2 qubit.
- (b) Đo qubit 0.
- (c) Đo qubit 1.
- (d) Đo qubit 0 rồi đo qubit 1 và so kết quả với Câu (a).
- (e) Đo qubit 1 rồi đo qubit 0 và so kết quả với Câu (b).

1.2 Lời giải

1.2.1 Phần a

Khi đo đồng thời 2 qubit, ta có:

- Xác suất ra trạng thái $|00\rangle$ là: $P(00) = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$.
- Xác suất ra trạng thái $|01\rangle$ là: $P(01) = |0|^2 = 0\%$.
- Xác suất ra trạng thái $|10\rangle$ là: $P(10) = \left|-\frac{i}{2}\right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$.
- Xác suất ra trạng thái $|11\rangle$ là: $P(11) = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2} = 50\%$.

1.2.2 Phần b

Khi chỉ đo qubit 0, ta có:

- Xác suất qubit 0 bằng 0 là: $P(q_0 = 0) = P(00) + P(01) = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4} = 25\%$.
- Xác suất qubit 0 bằng 1 là: $P(q_0 = 1) = P(10) + P(11) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 75\%$.

1.2.3 Phân c

Khi chỉ đo qubit 1, ta có:

- Xác suất qubit 1 bằng 0 là: $P(q_1 = 0) = P(00) + P(10) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 75\%$.
- Xác suất qubit 1 bằng 1 là: $P(q_1 = 1) = P(01) + P(11) = 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = 25\%$.

1.2.4 Phân d

Dầu tiên, ta đo qubit 0 trước:

- Qubit 0 được 0 với xác suất: $\left| \frac{1}{2} |0\rangle \right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$ và trạng thái sụp đổ thành $\frac{1}{2} |00\rangle$, sau đó, ta đo qubit 1 chắc chắn sẽ ra 0.
- Qubit 0 được 1 với xác suất: $\left| -\frac{i}{2} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ và trạng thái sụp đổ thành $-\frac{i}{2} |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle$, sau đó, ta đo qubit 1:
 - Xác suất đo tiếp qubit 1 bằng 0 là: $\frac{P(10)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{3} \approx 33.3\%$.
 - Xác suất đo tiếp qubit 1 bằng 1 là: $\frac{P(11)}{P(q_1=0)} = \frac{2}{3} \approx 66.7\%$.

1.2.5 Phân d

Dầu tiên, ta đo qubit 1 trước:

- Qubit 1 được 0 với xác suất: $\left| \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{i}{2} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{2} = 50\%$ và trạng thái sụp đổ thành $\frac{1}{2} |00\rangle - \frac{i}{2} |10\rangle$, sau đó, ta đo qubit 0:
 - Xác suất đo tiếp qubit 0 bằng 0 là: $\frac{P(00)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{2} = 50\%$.
 - Xác suất đo tiếp qubit 0 bằng 1 là: $\frac{P(10)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{2} = 50\%$.
- Qubit 1 được 1 với xác suất: $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{2}$ và trạng thái sụp đổ thành $\frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle$, sau đó, ta đo qubit 0 chắc chắn sẽ ra 1.

2 Bài 7

2.1 Đề bài

Khảo sát phép toán 2 qubit $U = H \otimes X$.

Exercise 2

(a) Cho biết tác động của U lên các vector của cơ sở tính toán.

(b) Xác định ma trận biểu diễn của U từ Câu (a).

(c) Xác định ma trận biểu diễn của U bằng phép tích tensor.

(d) Cho biết tác động của U lên trạng thái

$$|\psi\rangle = \frac{1}{4} |00\rangle + \frac{1}{2} |01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + \frac{\sqrt{3}}{4} |11\rangle.$$

2.2 Lời giải

3 Bài 8

3.1 Đề bài

Xét trạng thái 3 qubit

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |000\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |111\rangle.$$

(a) Chứng minh $|GHZ\rangle$ là trạng thái vướng.

(b) Khảo sát phép đo riêng qubit 0, qubit 1, qubit 2 và nhận xét.

(c) Thiết kế mạch 3 qubit để tạo trạng thái $|GHZ\rangle$.

3.2 Lời giải