

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TPHCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Exercise 3

Môn học: Nhập môn tính toán lượng tử

Sinh viên thực hiện:

Nguyễn Thiên Ân - 23122020

Giảng viên môn học:

ThS. Vũ Quốc Hoàng
Nguyễn Ngọc Toàn

Ngày 30 tháng 11 năm 2025



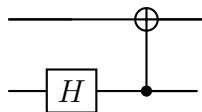
Mục lục

1	Bài 1	2
1.1	Đề bài	2
1.2	Lời giải	2
2	Bài 2	3
2.1	Đề bài	3
2.2	Lời giải	4
2.2.1	Phần a	4
2.2.2	Phần b	5
2.2.3	Phần c	6
2.2.4	Phần d	6
3	Bài 3	6
3.1	Đề bài	6
3.2	Lời giải	7
4	Bài 4	8
4.1	Đề bài	8
4.2	Lời giải	8
4.2.1	Phần a	8
4.2.2	Phần b	8
5	Bài 5	9
5.1	Đề bài	9

1 Bài 1

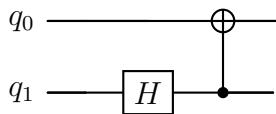
1.1 Đề bài

Cho biết đầu ra của mạch sau



khi đầu vào là các trạng thái của cơ sở tính toán. Kiểm tra kết quả trên thư viện Qiskit.

1.2 Lời giải



- Trạng thái $|00\rangle$ trở thành $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$.
- Trạng thái $|01\rangle$ trở thành $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$.
- Trạng thái $|10\rangle$ trở thành $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$.
- Trạng thái $|11\rangle$ trở thành $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$.

Kiểm tra trên Qiskit

- Vẽ mạch trên Qiskit:

```

1 from qiskit import QuantumCircuit
2
3 qc = QuantumCircuit(2)
4 qc.h(1)
5 qc.cx(1, 0)
6 qc.draw("mpl")
  
```

- Kiểm tra kết quả đầu ra:

Exercise 3

```

1 from qiskit.quantum_info import Statevector
2
3 for s in ["00", "01", "10", "11"]:
4     sv = Statevector.from_label(s).evolve(qc)
5     print(f"|{s}> -> {sv}")

```

- Kết quả in ra:

```

1 |00> -> Statevector([0.70710678+0.j, 0.           +0.j, 0.           +0.j,
2                           0.70710678+0.j],
3                           dims=(2, 2))
4 |01> -> Statevector([0.           +0.j, 0.70710678+0.j, 0.70710678+0.j,
5                           0.           +0.j],
6                           dims=(2, 2))
7 |10> -> Statevector([ 0.70710678+0.j, 0.           +0.j, 0.           +0.j,
8                           -0.70710678+0.j],
9                           dims=(2, 2))
10 |11> -> Statevector([ 0.           +0.j, 0.70710678+0.j, -0.70710678+0.j,
11                           0.           +0.j],
12                           dims=(2, 2))

```

Vậy kết quả thu được trên thư viện Qiskit giống với kết quả phân tích ở trên.

2 Bài 2

2.1 Đề bài

Cho phép toán logic $f : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}^3$ biến 3 bit đầu vào ABC thành 3 bit đầu ra DEF được xác định bởi bảng chân trị sau

A	B	C	D	E	F
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0

Exercise 3

- (a) Cho thấy f khả nghịch.
- (b) Thiết kế mạch logic (và đơn giản mạch) cho f .
- (c) Chuyển mạch ở Câu (b) thành mạch lượng tử với chỉ 3 qubit vào (chứa A, B, C) và 3 qubit ra (chứa D, E, F), có thể dùng thêm các qubit phụ trợ nhưng các qubit này phải được xoá về $|0\rangle$.
- (d) Cho biết kết quả chạy ở mạch Câu (c) với trạng thái đầu vào 3 qubit là

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|000\rangle + |100\rangle + |111\rangle).$$

2.2 Lời giải

2.2.1 Phân a

Ta cần chứng minh f là một song ảnh, từ bảng chân trị ta có:

- $f(000) = 100$
- $f(001) = 101$
- $f(010) = 110$
- $f(011) = 111$
- $f(100) = 010$
- $f(101) = 001$
- $f(110) = 011$
- $f(111) = 000$

Như vậy, với mỗi đầu ra DEF ta tìm được một và chỉ một đầu vào ABC tương ứng, do đó f là một song ảnh $\Rightarrow f$ khả nghịch.

2.2.2 Phần b

Xét D , ta có:

		BC				
		00	01	11	10	
A		0	1	1	1	1
		1				

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$

Xét E , ta có:

		BC				
		00	01	11	10	
A		0			1	1
		1	1			1

$$\Rightarrow E = A\overline{C} + \overline{A}B$$

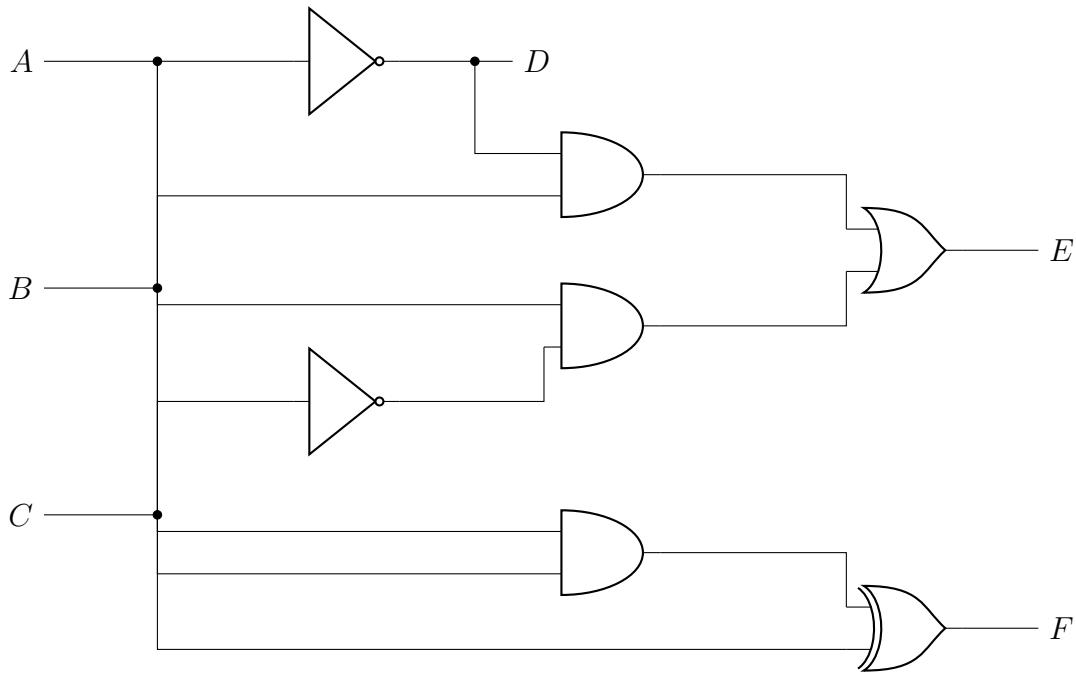
Xét F , ta có:

		BC				
		00	01	11	10	
A		0	1	1		
		1	1			1

$$\Rightarrow F = \overline{A}C + \overline{B}C + ABC\overline{C} = C(\overline{A} + \overline{B}) + \overline{C}AB = C\overline{AB} + \overline{C}AB = C \oplus AB$$

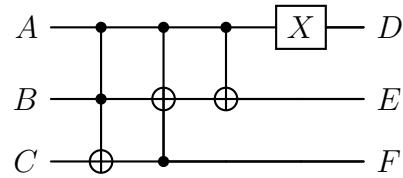
Từ các biểu thức trên, ta có mạch logic như sau:

Exercise 3



2.2.3 Phần c

Ta có mạch lượng tử sau tương ứng với mạch logic ở phần (b):



2.2.4 Phần d

Với trạng thái đầu vào

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|000\rangle + |100\rangle + |111\rangle)$$

ta áp dụng mạch lượng tử ở phần (c) lên trạng thái đầu vào $|\psi\rangle$ ta được trạng thái đầu ra sau

$$|\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|100\rangle + |010\rangle + |000\rangle)$$

3 Bài 3

3.1 Đề bài

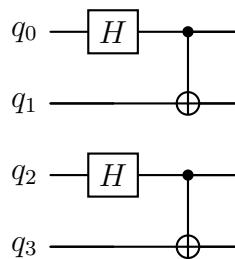
Thiết kế mạch giúp sao chép trạng thái lượng tử $|\Phi^+\rangle$. Kiểm tra kết quả trên thư viện Qiskit.

3.2 Lời giải

Ta có:

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

Để sao chép trạng thái lượng tử $|\Phi^+\rangle$, ta sử dụng mạch lượng tử sau



Kết quả sau khi thực hiện mạch trên với trạng thái ban đầu $|0000\rangle$ là:

$$\frac{1}{2} (|0000\rangle + |0011\rangle + |1100\rangle + |1111\rangle) = |\Phi^+\rangle \otimes |\Phi^+\rangle$$

Kiểm tra kết quả trên Qiskit:

- Tạo mạch lượng tử:

```

1 from qiskit import QuantumCircuit
2
3 qc = QuantumCircuit(4)
4
5 qc.h(0)
6 qc.cx(0, 1)
7 qc.h(2)
8 qc.cx(2, 3)
  
```

- Kiểm tra kết quả đầu ra:

```

1 from qiskit.quantum_info import Statevector
2
3 sv = Statevector.from_label("0000").evolve(qc)
4 print(sv)
  
```

- Kết quả in ra:

Exercise 3

```

1 Statevector([0.5+0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0.5+0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j,
2           0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0. +0.j, 0.5+0.j, 0. +0.j,
3           0. +0.j, 0.5+0.j],
4 dims=(2, 2, 2))

```

Vậy kết quả thu được trên thư viện Qiskit giống với kết quả phân tích ở trên.

4 Bài 4

4.1 Đề bài

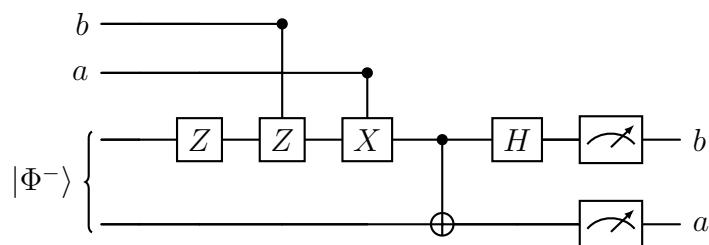
Nếu Alice và Bob chia sẻ cặp qubit ở trạng thái vướng không phải là $|\Phi^+\rangle$ mà là $|\Phi^-\rangle$ thì làm thế nào để thực hiện

- (a) mã đậm đặc.
- (b) dịch chuyển lượng tử.

4.2 Lời giải

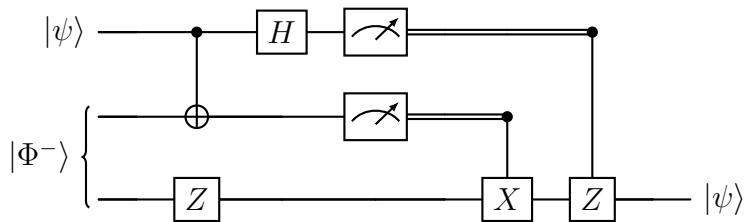
4.2.1 Phần a

Để thực hiện mã đậm đặc với trạng thái vướng $|\Phi^-\rangle$, ta có thể sử dụng một cổng Pauli Z trên qubit 0 để chuyển đổi trạng thái vướng thành $|\Phi^+\rangle$, ta có mạch mới như sau:



4.2.2 Phần b

Để thực hiện dịch chuyển lượng tử với trạng thái vướng $|\Phi^-\rangle$, ta có thể sử dụng một cổng Pauli Z trên qubit 1 để chuyển đổi trạng thái vướng thành $|\Phi^+\rangle$, ta có mạch mới như sau:



5 Bài 5

5.1 Đề bài

Cho $f : \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{B}^2$ với

$$f(x, y) = x \oplus y, \quad x, y \in \mathbb{B}.$$

- (a) Xây dựng oracle lượng tử U_f cho f .
- (b) Xây dựng oracle pha Z_f cho f .
- (c) Cho biết hoạt động của U_f, Z_f trên trạng thái đầu vào là $|+\rangle^{\otimes 2}$.
- (d) Kiểm tra kết quả của Câu (c) trên thư viện Qiskit.