

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HCM  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

---

## Exercise 2

---

Môn học: Nhập môn tính toán lượng tử

*Sinh viên thực hiện:*

Nguyễn Thiên Ân - 23122020

*Giảng viên môn học:*

ThS. Vũ Quốc Hoàng

Nguyễn Ngọc Toàn

Ngày 19 tháng 11 năm 2025



# Mục lục

<b>1</b>	<b>Bài 6</b>	<b>2</b>
1.1	Đề bài . . . . .	2
1.2	Lời giải . . . . .	2
1.2.1	Phần a . . . . .	2
1.2.2	Phần b . . . . .	2
1.2.3	Phần c . . . . .	3
1.2.4	Phần d . . . . .	3
1.2.5	Phần d . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Bài 7</b>	<b>3</b>
2.1	Đề bài . . . . .	3
2.2	Lời giải . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Bài 8</b>	<b>4</b>
3.1	Đề bài . . . . .	4
3.2	Lời giải . . . . .	4

# 1 Bài 6

## 1.1 Đề bài

Cho hệ 2 qubit với trạng thái

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|00\rangle - \frac{i}{2}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle.$$

Khảo sát các phép đo sau

- (a) Đo đồng thời 2 qubit.
- (b) Đo qubit 0.
- (c) Đo qubit 1.
- (d) Đo qubit 0 rồi đo qubit 1 và so kết quả với Câu (a).
- (e) Đo qubit 1 rồi đo qubit 0 và so kết quả với Câu (b).

## 1.2 Lời giải

### 1.2.1 Phần a

Khi đo đồng thời 2 qubit, ta có:

- Xác suất ra trạng thái  $|00\rangle$  là:  $P(00) = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$ .
- Xác suất ra trạng thái  $|01\rangle$  là:  $P(01) = |0|^2 = 0\%$ .
- Xác suất ra trạng thái  $|10\rangle$  là:  $P(10) = \left|-\frac{i}{2}\right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$ .
- Xác suất ra trạng thái  $|11\rangle$  là:  $P(11) = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2} = 50\%$ .

### 1.2.2 Phần b

Khi chỉ đo qubit 0, ta có:

- Xác suất qubit 0 bằng 0 là:  $P(q_0 = 0) = P(00) + P(01) = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4} = 25\%$ .
- Xác suất qubit 0 bằng 1 là:  $P(q_0 = 1) = P(10) + P(11) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 75\%$ .

### 1.2.3 Phần c

Khi chỉ đo qubit 1, ta có:

- Xác suất qubit 1 bằng 0 là:  $P(q_1 = 0) = P(00) + P(10) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 75\%$ .
- Xác suất qubit 1 bằng 1 là:  $P(q_1 = 1) = P(01) + P(11) = 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = 25\%$ .

### 1.2.4 Phần d

Đầu tiên, ta đo qubit 0 trước:

- Qubit 0 được 0 với xác suất:  $\left| \frac{1}{2} |0\rangle \right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%$  và trạng thái sụp đổ thành  $\frac{1}{2} |00\rangle$ , sau đó, ta đo qubit 1 chắc chắn sẽ ra 0.
- Qubit 0 được 1 với xác suất:  $\left| -\frac{i}{2} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$  và trạng thái sụp đổ thành  $-\frac{i}{2} |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle$ , sau đó, ta đo qubit 1:
  - Xác suất đo tiếp qubit 1 bằng 0 là:  $\frac{P(10)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{3} \approx 66.7\%$ .
  - Xác suất đo tiếp qubit 1 bằng 1 là:  $\frac{P(11)}{P(q_1=0)} = \frac{2}{3} \approx 33.3\%$ .

### 1.2.5 Phần d

Đầu tiên, ta đo qubit 1 trước:

- Qubit 1 được 0 với xác suất:  $\left| \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{i}{2} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{2} = 50\%$  và trạng thái sụp đổ thành  $\frac{1}{2} |00\rangle - \frac{i}{2} |10\rangle$ , sau đó, ta đo qubit 0:
  - Xác suất đo tiếp qubit 0 bằng 0 là:  $\frac{P(00)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{2} = 50\%$ .
  - Xác suất đo tiếp qubit 0 bằng 1 là:  $\frac{P(10)}{P(q_1=0)} = \frac{1}{2} = 50\%$ .
- Qubit 1 được 1 với xác suất  $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \right|^2 = \frac{1}{2}$  và trạng thái sụp đổ thành  $\frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle$ , sau đó, ta đo qubit 0 chắc chắn sẽ ra 1.

## 2 Bài 7

### 2.1 Đề bài

Khảo sát phép toán 2 qubit  $U = H \otimes X$ .

Exercise 2

- (a) Cho biết tác động của  $U$  lên các vector của cơ sở tính toán.
- (b) Xác định ma trận biểu diễn của  $U$  từ Câu (a).
- (c) Xác định ma trận biểu diễn của  $U$  bằng phép tích tensor.
- (d) Cho biết tác động của  $U$  lên trạng thái

$$|\psi\rangle = \frac{1}{4}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{\sqrt{3}}{4}|11\rangle.$$

## 2.2 Lời giải

## 3 Bài 8

### 3.1 Đề bài

Xét trạng thái 3 qubit

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle.$$

- (a) Chứng minh  $|GHZ\rangle$  là trạng thái vướng.
- (b) Khảo sát phép đo riêng qubit 0, qubit 1, qubit 2 và nhận xét.
- (c) Thiết kế mạch 3 qubit để tạo trạng thái  $|GHZ\rangle$ .

### 3.2 Lời giải