Analiza porównawcza ryzyka w modelach klasy GARCH dla portfela wybranych aktywów

Piotr Lemancewicz

28 07 2019 & aktualizacje 23 11 2023

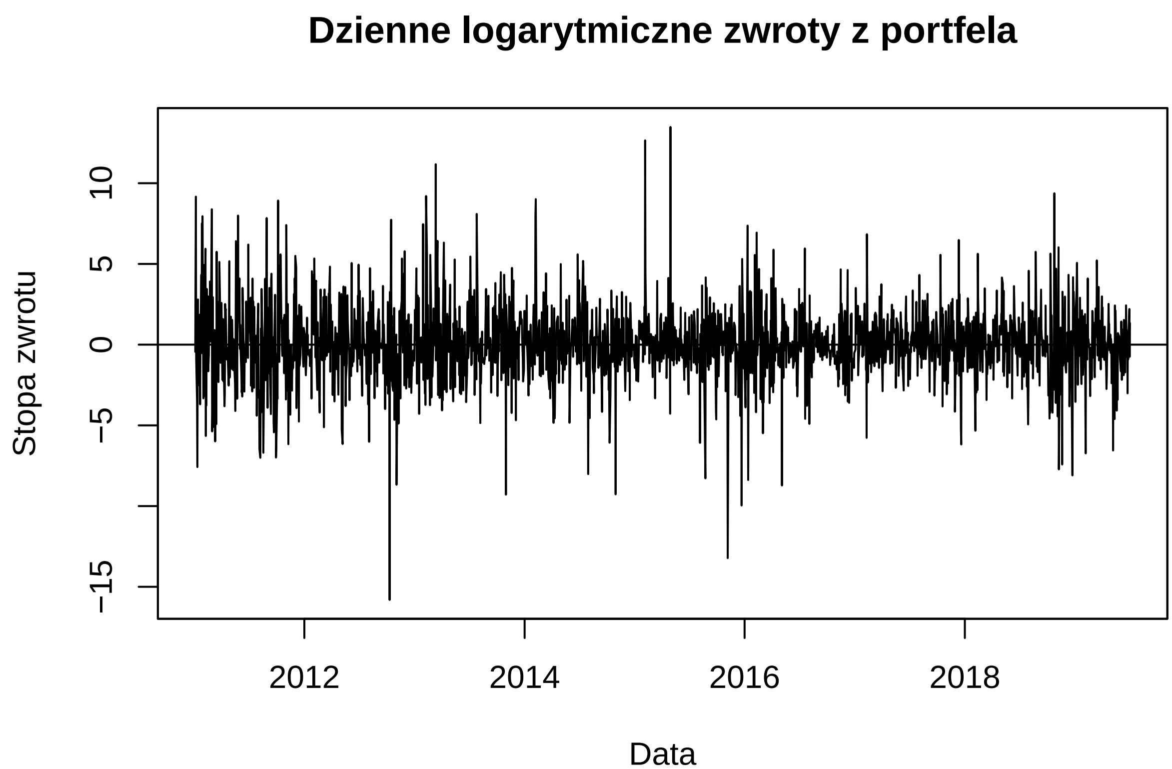
W tym dokumencie przeprowadzę krótką analizę z wykorzystaniem niektórych zagadnień z ekonometrii finansowej i języka programowania R. Rozkłady danych zostaną zaprezentowane przez różne wykresy i scharakteryzowane specyficznymi statystkami, a także zostaną oszacowane różne modele GARCH, służące do modelowania warunkowej wariancji. Wyliczone zostaną także wartości zagrożone (VaR) i oczekiwana strata (ES). VaR może być zdefiniowany jako maksymalny poziom straty dla (1-p)% obserwacji, natomiast ES jako oczekiwana strata wśród q% najgorszych scenariuszy. Stworzone modele zostaną porównane między sobą pod względem dopasowania i predykcji rzeczywistych wydarzeń w przeszłości.

Dane dotyczą cen zamknięcia akcji Activision Blizzard Inc i GLUU MOBILE INC, które pobrane zostały ze strony stooq.com. Zbudowano z nich portfel z wagami (0.5,0.5). Następnie obliczono logarytmiczne stopy zwrotu portfela, które zazwyczaj charakteryzują się stacjonarnością.

```r
#Load packages
library(zoo)
library(moments)
library(forecast)
library(tseries)
library(knitr)
library(FinTS)
library(rugarch)
library(urca)
library(xts)
library(quantmod)
```

```r
#Prepare data
filename1 <-"https://stooq.pl/q/d/l/?s=atvi.us&d1=20110103&d2=20190703&i=d"
filename2 <-"F:/_datasets/GLUU.csv" #AKTUALIZACJA 2023: dane GLUU zostaną załadowane z pliku archiwalne
x1 <- read.csv(filename1)
x2 <- read.csv(filename2, sep = "", dec = ",", header = TRUE)
y1 <- zoo(x1$Zamkniecie, as.Date(x1$Data))
y2 <- zoo(x2$Zamkniecie, as.Date(x2$Data))
y <- cbind(y1,y2)
names(y) <- c("ATVI","GLUU")
dates<-index(y)
startDate <- as.Date("2011-01-03")
endDate   <- as.Date("2019-07-03")
y         <- window(y, start=startDate, end=endDate)
w   <- c(0.5,0.5) # porfolio weights
dy  <- 100*diff(log(y)) # log returns of stocks
r   <- zoo(dy%*%w,index(dy)) # portfolio returns
```

```r
R   <- as.numeric(coredata(r))
P   <- exp(cumsum(r/100)) # the value of investment in the portfolio
```



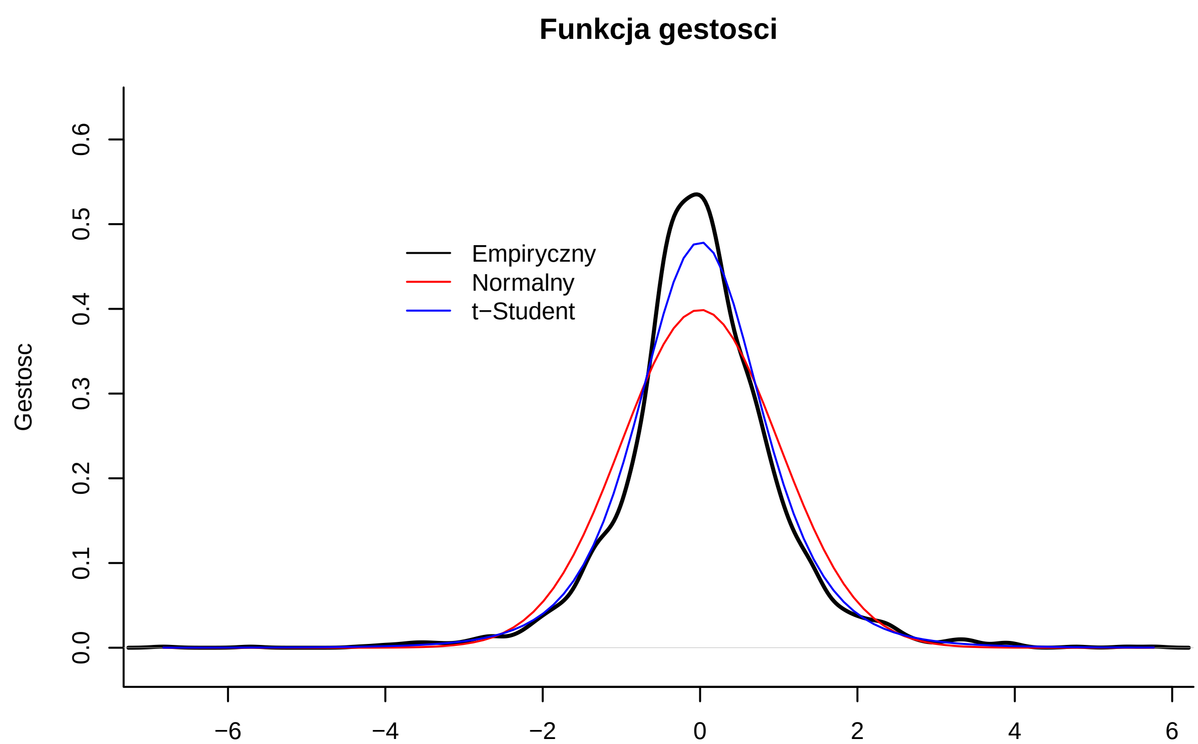
W kolejnym kroku obliczono podstawowe statystyki rozkładu zwrotów. Kurtoza wynosząca 7.131 sugeruje dużą koncentrację wokół średniej. Na poziomie istotności 1% odrzucono hipotezę zerową z testu Jarque-Bera zakładającą, że rozkład stóp zwrotu portfela akcji jest normalny.

```r
Nyear <- 365/as.numeric(mean(diff(dates)))
mu    <- mean(r)*Nyear
sig   <- sd(r)*sqrt(Nyear)
mom <- as.data.frame(c(Nyear,mu,sig,min(r),max(r), skewness(r), kurtosis(r),jarque.bera.test(R)$stat))
rownames(mom) <- c("N","mu","sig","min","max","skew","kurt", "JB test"); colnames(mom)="value"
kable(mom, digits=3)
```

	value
N	251.371
mu	15.803
sig	36.886
min	-15.810
max	13.482
skew	0.035
kurt	7.131
JB test	1520.074

W celu sprawdzenia czy na przykład rozkład t-studenta dobrze opisuje rozkład zwrótów stworzone zostały dodatkowe graficzne porównania (wykres funkcji gęstości i wykres kwanty-kwantyl).

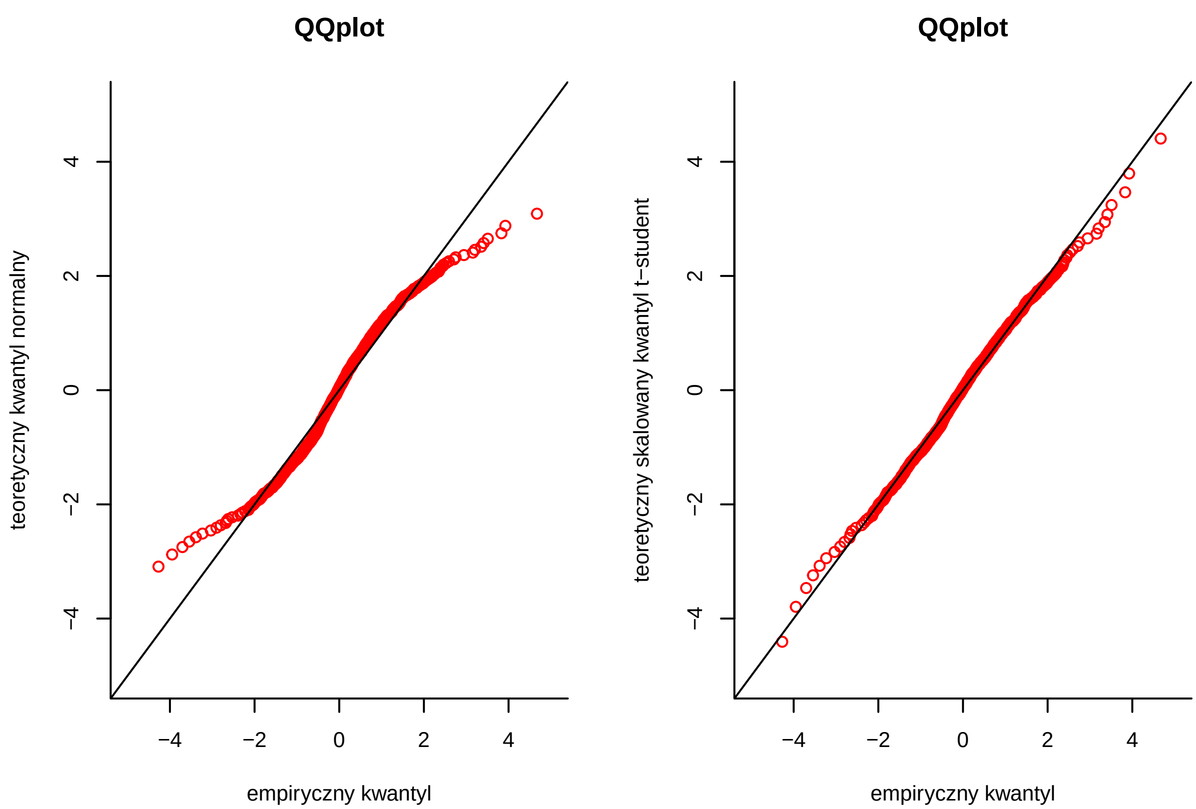
```
# Density plot
Rstar <- (R-mean(R))/sd(R)
d     <- density(Rstar) # returns the density data
xlim = c(min(Rstar),max(Rstar)); ylim = c(-0.02,max(d$y)+0.1)
# xlim = c(min(Rstar),-2); ylim = c(-0.01,0.05)
par(mfrow=c(1,1), cex = 0.75, bty="l")
plot(d, main="Funkcja gęstości", ylab = "Gęstość", xlim = xlim, ylim = ylim, lwd=2,xlab="")
xfit <-seq(min(Rstar),max(Rstar),length=100);
# normal distribution
yfit <-dnorm(xfit,0,1); lines(xfit, yfit, lwd=1, col="red")
# t-Student distribution
v = 4 + 6/(kurtosis(R)-3)
yfit <-ddist("std",y=xfit,shape=v);   lines(xfit, yfit, lwd=1, col="blue")
legend(-4,0.5,c("Empiryczny","Normalny","t-Student"), col=c("black","red","blue"),bty="n",lty=c(1,1,1))
```



Na wykresie kwantylowym można zaobserwować, że prawdopodobieństwa wystąpienia obserwacji znacznie oddalonych od średniej wartości (tzw. nietypowych) są znacznie wyższe niż dla rozkładu normalnego. Przeskalowany rozkład t-studenta lepiej opisuje rozkład stóp zwrotów portfela.

```
q            <- seq(0.001, 0.999, 0.001)
QteoNORM        <- qnorm(q)        # normal distribution
QteoT  <- qdist("std",p=q,shape=v) # scaled t-student dist
Qemp         <- quantile(Rstar,q)         # data
```

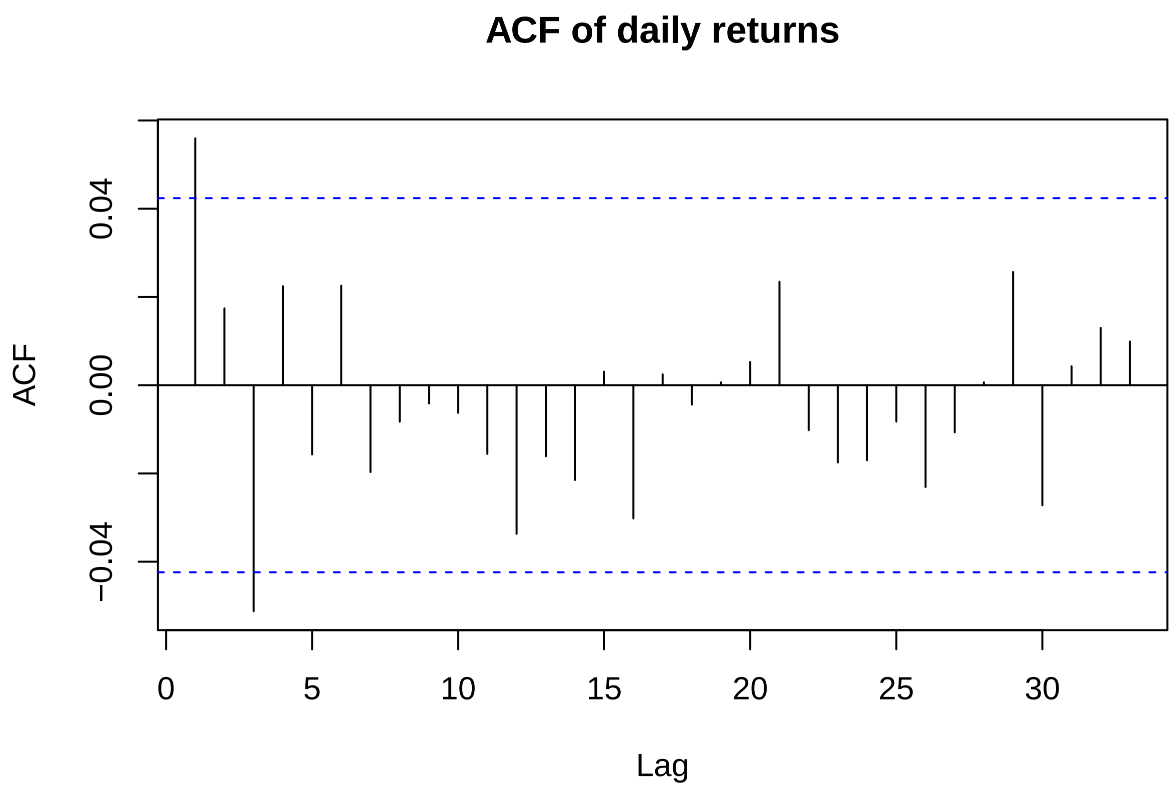
```r
lim0    <- c(-5,5)                                # range on plot
par(mfrow=c(1,2), cex = 0.7, bty="l")
plot(Qemp,QteoNORM, main="QQplot", col="red", xlim = lim0, ylim = lim0,
     xlab="empiryczny kwantyl", ylab="teoretyczny kwantyl normalny");abline(a=0,b=1, lwd=1)
plot(Qemp,QteoT, main="QQplot", col="red", xlim = lim0, ylim = lim0,
     xlab="empiryczny kwantyl", ylab="teoretyczny skalowany kwantyl t-student");abline(a=0,b=1, lwd=1)
```



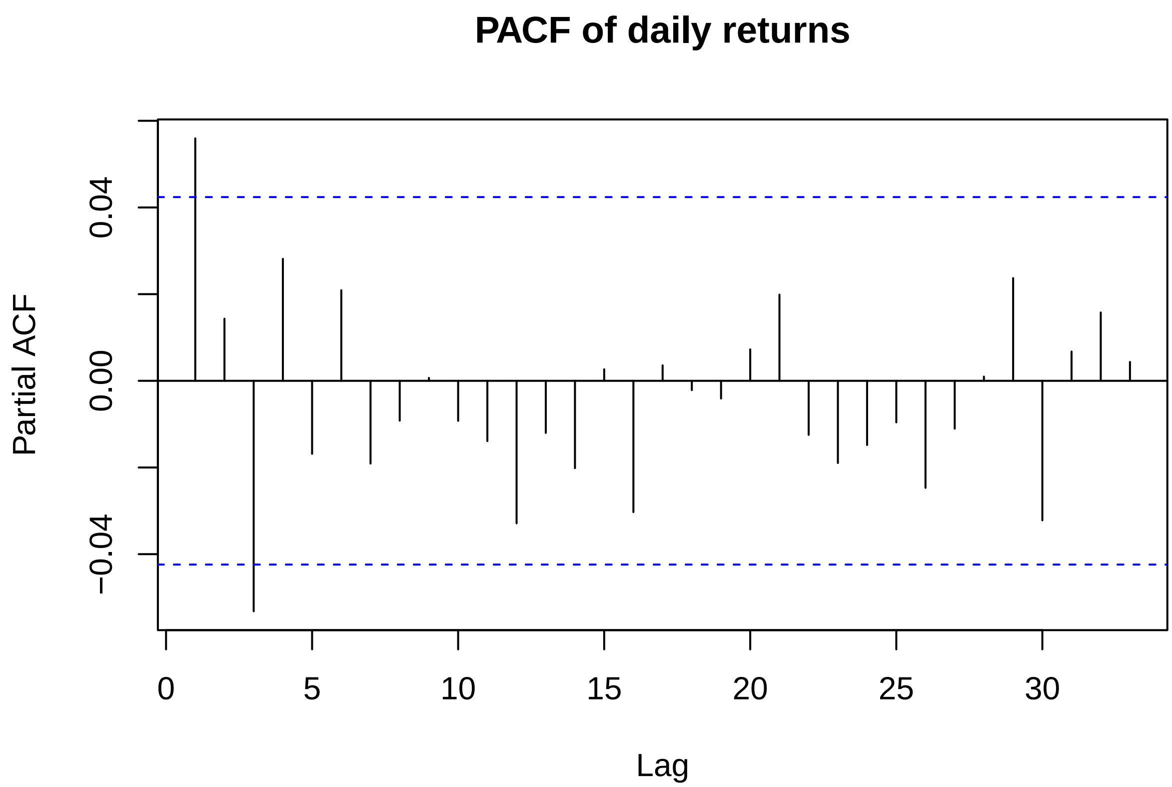
Poniższe wykresy przedstawiają wartości funkcji ACF/PACF odpowiednio dla stóp zwrotu, ich wartości bezwzględnych i kwadratów stóp zwrotu. Nie występuje wysoka autokorelacja dla stóp zwrotu, ale dla wartości bezwzględnych i kwadratów już tak. Świadczy to o możliwości występowania zjawiska grupowania wariancji.

Przeprowadzony został test Box-Ljung, którego hipoteza zerowa wskazuje na brak znaczącej autokorelacji dla stóp zwrotu. W przypadku stóp zwrotu brak znaczącej autokorelacji został potwierdzony, ale w przypadku wartości bezwględnych i kwadratów stóp zwrotu odrzucono hipotezę zerową o braku autokorelacji na 1% poziomie istotności.

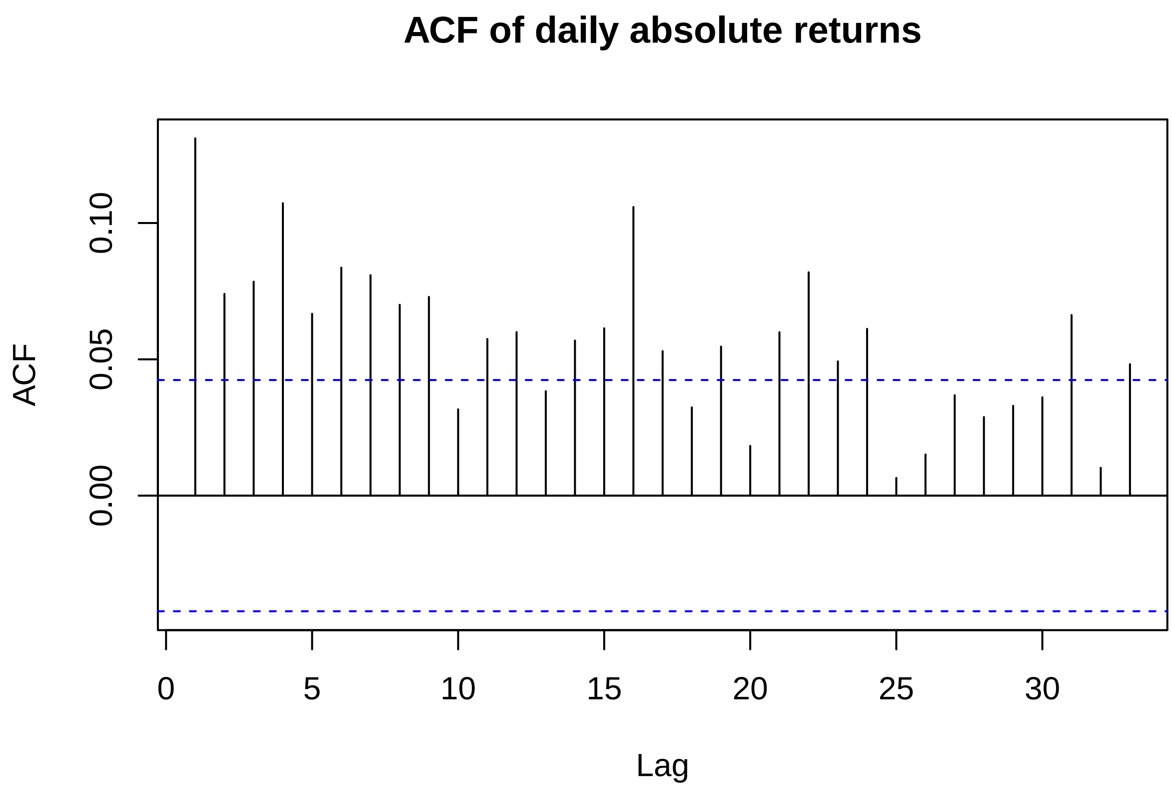
```r
Acf(R, main="ACF of daily returns" )
```



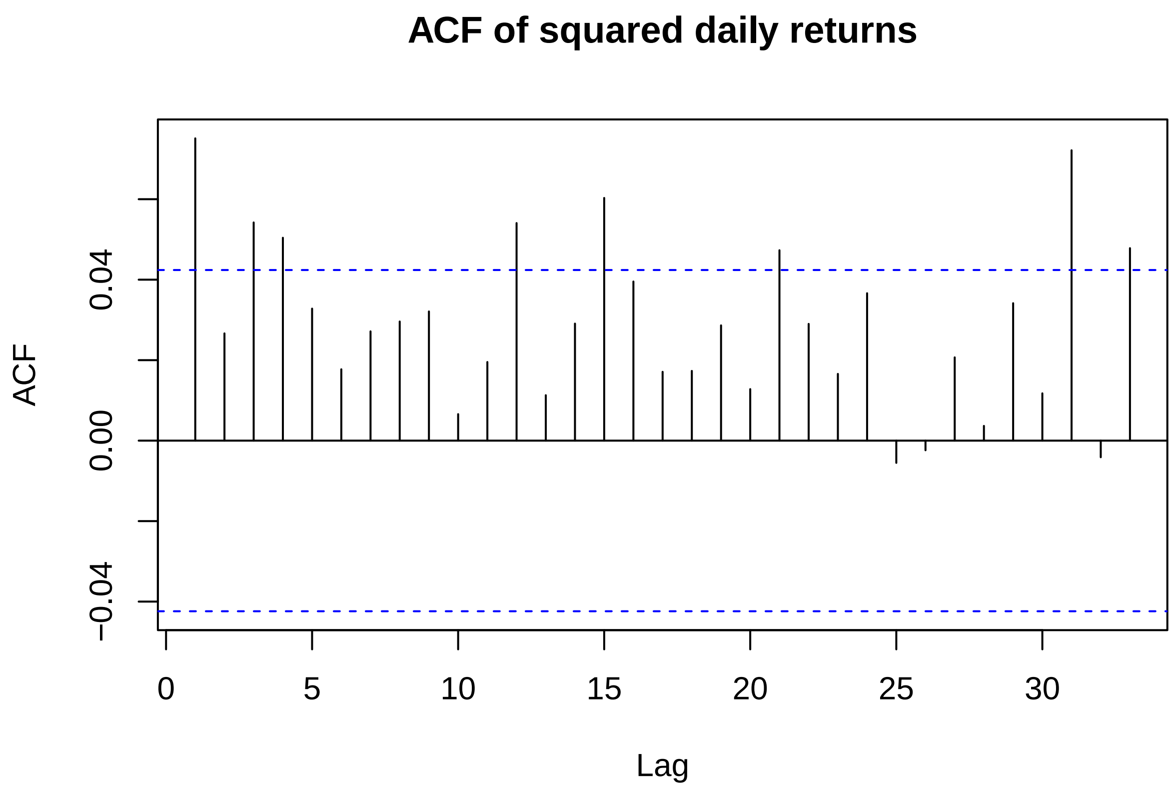

```
pacf(R, main="PACF of daily returns" )
```




```
Acf(abs(R), main="ACF of daily absolute returns" )
```




```
Acf(R^2, main="ACF of squared daily returns" )
```




```r
Box.test(R, lag = 20, type = c("Ljung-Box"))
```

```
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  R
## X-squared = 23.386, df = 20, p-value = 0.2702
```

```r
Box.test(R^2, lag = 20, type = c("Ljung-Box"))
```

```
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  R^2
## X-squared = 57.91, df = 20, p-value = 1.492e-05
```

W sytuacji, gdy w modelu występuje zjawisko grupowania wariancji, tzw. efektów ARCH (następujące po sobie okresy o nasilonej lub względnie stabilnej zmienności), to wariancja składnika losowego dla różnych obserwacji jest ze sobą powiązana, co prowadzi do błędów w estymacji. Wynik testu na występowanie efektów ARCH wśród zwrotów sugeruje odrzucenie hipotezy zerowej o braku występowania efektów ARCH na poziomie 5% istotności.

```r
ArchTest(R)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  R
## Chi-squared = 30.348, df = 12, p-value = 0.002475
```

Potwierdzona została także stacjonarność szeregu czasowego poprzez test KPSS i ADF.

```r
summary(ur.kpss(R, type = "mu"))
```

```
##
## #######################
## # KPSS Unit Root Test #
## #######################
##
## Test is of type: mu with 8 lags.
##
## Value of test-statistic is: 0.0279
##
## Critical value for a significance level of:
##                 10pct  5pct 2.5pct  1pct
## critical values 0.347 0.463  0.574 0.739
```

```r
summary(ur.kpss(R, type = "tau"))
```

```
##
## #######################
## # KPSS Unit Root Test #
## #######################
##
## Test is of type: tau with 8 lags.
##
## Value of test-statistic is: 0.029
##
## Critical value for a significance level of:
##                 10pct  5pct 2.5pct  1pct
## critical values 0.119 0.146  0.176 0.216
```

```r
summary(ur.df(R, type="none", selectlags="BIC"))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
```

```
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -15.7457  -1.1230   0.0074   1.2572  13.7208
##
## Coefficients:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1    -0.92909    0.02971  -31.27   <2e-16 ***
## z.diff.lag -0.01494    0.02163   -0.69     0.49
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 2.323 on 2133 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4721, Adjusted R-squared:  0.4716
## F-statistic: 953.8 on 2 and 2133 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -31.2698
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

Następnie wybrano opóźnienia modelu dla średniej (ARIMA) na podstawie kryterium BIC, zakładając rozkład t-studenta. Najniższą wartość kryterium miał model ARIMA (1,0) i ten zostanie użyty.

```
AC <- autoarfima(R, ar.max=3, ma.max=3, criterion='BIC', method='partial', arfima=FALSE, include.mean=NU

kable(head(AC$rank.matrix))
```

AR	MA	Mean	ARFIMA	BIC	converged
1	0	0	0	4.390482	1
0	1	0	0	4.390564	1
0	0	1	0	4.392727	1
0	2	0	0	4.393721	1
2	0	0	0	4.393850	1
1	0	1	0	4.393906	1

Najlepszy model GARCH(p,q) został wybrany na podstawie najniższej wartości kryteriów informacyjnych. Dla logarytmicznych stóp zwrotu opisywanych rozkładem normalnym najlepszym modelem okazał się GARCH (1,1), a dla opisywanych rozkładem t-studenta również GARCH (1,1).

```
LagSelG <- function(x, Pmax=4, Qmax=4, crit="SIC", dist="norm"){
  IC <- matrix(NA, Pmax, Qmax+1)
  for(p in 1:Pmax){
    for(q in 0:Qmax){

      spec = ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH", garchOrder=c(p,q)),
                        mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                        distribution.model=dist)
```

```r
      fit  = ugarchfit(data=x, spec=spec)
      if(crit == "AIC"){IC[p,q+1] <- infocriteria(fit)[1] }
      if(crit == "SIC"){IC[p,q+1] <- infocriteria(fit)[2] }
      if(crit == "HQ"){ IC[p,q+1] <- infocriteria(fit)[4] }
    }
  }
  rownames(IC) <- paste('p=',1:Pmax, sep="")
  colnames(IC) <- paste('q=',0:Qmax, sep="")
  return(IC)
}
LagSelG(r,4,4,crit="SIC", dist="norm") #(1,1)
```

```
##          q=0      q=1      q=2      q=3      q=4
## p=1 8.211956 4.488883 4.490482 4.493067 4.497303
## p=2 4.512377 4.492038 4.494069 4.496654 4.499604
## p=3 4.512721 4.497005 4.499769 4.500242 4.502086
## p=4 4.502243 4.499701 4.503117 4.504188 4.504741
```

```r
LagSelG(r,4,4,crit="SIC", dist="std") #(1,1)
```

```
##          q=0      q=1      q=2      q=3      q=4
## p=1 4.376709 4.349524 4.351881 4.354981 4.359689
## p=2 4.373583 4.352881 4.355469 4.358191 4.362290
## p=3 4.372948 4.357036 4.359728 4.361778 4.365633
## p=4 4.366681 4.361669 4.363977 4.365633 4.369221
```

Kolejnym krokiem było dopasowanie modeli do danych. Poniżej wydruki dopasowania modelu GARCH (1,1) z rozkładem normalnym i GARCH-t (1,1) z rozkładem t-studenta.

```r
spec0 = ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                   distribution.model="norm")
fit0 = ugarchfit(data=r, spec=spec0, solver = "hybrid")

spec1 = ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                   distribution.model="std")
fit1 = ugarchfit(data=r, spec=spec1, solver="hybrid")
fit1
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,0)
## Distribution : std
##
## Optimal Parameters
```

```
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.036352    0.041802  0.86961 0.384515
## ar1     0.061733    0.021567  2.86242 0.004204
## omega   0.345673    0.128112  2.69822 0.006971
## alpha1  0.113854    0.029111  3.91101 0.000092
## beta1   0.835553    0.041741 20.01770 0.000000
## shape   4.051806    0.367655 11.02066 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.036352    0.041880  0.86799 0.385401
## ar1     0.061733    0.022434  2.75176 0.005928
## omega   0.345673    0.199852  1.72965 0.083694
## alpha1  0.113854    0.037788  3.01295 0.002587
## beta1   0.835553    0.063051 13.25202 0.000000
## shape   4.051806    0.362796 11.16826 0.000000
##
## LogLikelihood : -4624.464
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       4.3336
## Bayes        4.3495
## Shibata      4.3336
## Hannan-Quinn 4.3394
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.3331  0.5639
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.6237  0.9276
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.3614  0.8790
## d.o.f=1
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                    0.04401  0.8338
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   1.60982  0.7129
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   2.75783  0.7982
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]     1.039 0.500 2.000  0.3081
## ARCH Lag[5]     1.286 1.440 1.667  0.6503
## ARCH Lag[7]     2.067 2.315 1.543  0.7031
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
```

```
## Joint Statistic:  2.5103
## Individual Statistics:
## mu     0.2723
## ar1    0.1180
## omega  1.1230
## alpha1 1.2696
## beta1  1.4475
## shape  1.1748
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.49 1.68 2.12
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value   prob sig
## Sign Bias           1.5132 0.1304
## Negative Sign Bias  0.1717 0.8637
## Positive Sign Bias  0.1067 0.9150
## Joint Effect        4.4976 0.2125
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     21.38       0.3161
## 2    30     35.34       0.1936
## 3    40     37.66       0.5312
## 4    50     47.30       0.5423
##
##
## Elapsed time : 0.2099531
```

Nie wszystkie parametry w modelu ARMA(1,0)-GARCH(1,1) są istotne. Biorąc pod uwagę odrzucenie hipotezy zerowej w teście Adjusted Pearson Goodness-of-Fit, model nie jest dobrze dopasowany do danych.

```
spec1 = ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                   distribution.model="std")
fit1 = ugarchfit(data=r, spec=spec1, solver="hybrid")
fit1
```

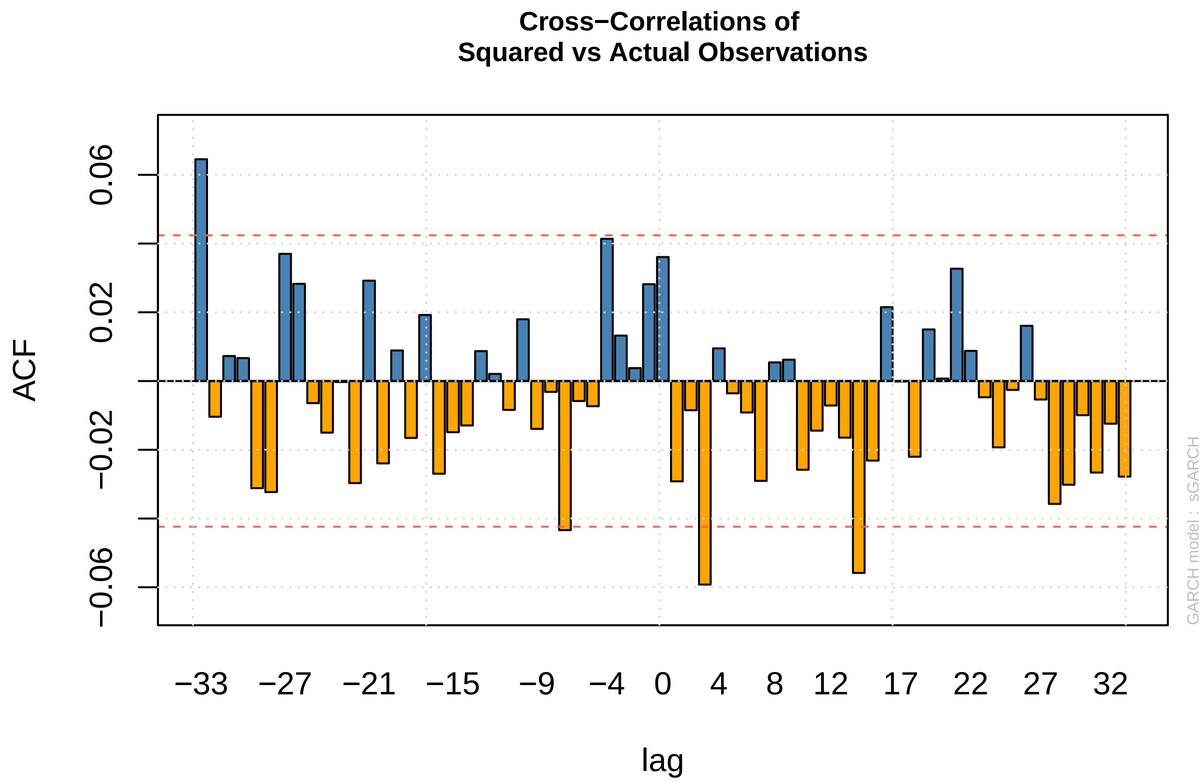
```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,0)
## Distribution : std
##
## Optimal Parameters
```

```
## -----------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.036352    0.041802  0.86961 0.384515
## ar1     0.061733    0.021567  2.86242 0.004204
## omega   0.345673    0.128112  2.69822 0.006971
## alpha1  0.113854    0.029111  3.91101 0.000092
## beta1   0.835553    0.041741 20.01770 0.000000
## shape   4.051806    0.367655 11.02066 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.036352    0.041880  0.86799 0.385401
## ar1     0.061733    0.022434  2.75176 0.005928
## omega   0.345673    0.199852  1.72965 0.083694
## alpha1  0.113854    0.037788  3.01295 0.002587
## beta1   0.835553    0.063051 13.25202 0.000000
## shape   4.051806    0.362796 11.16826 0.000000
##
## LogLikelihood : -4624.464
##
## Information Criteria
## -----------------------------------
##
## Akaike       4.3336
## Bayes        4.3495
## Shibata      4.3336
## Hannan-Quinn 4.3394
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## -----------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.3331  0.5639
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.6237  0.9276
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.3614  0.8790
## d.o.f=1
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## -----------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                    0.04401  0.8338
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   1.60982  0.7129
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   2.75783  0.7982
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## -----------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]     1.039 0.500 2.000  0.3081
## ARCH Lag[5]     1.286 1.440 1.667  0.6503
## ARCH Lag[7]     2.067 2.315 1.543  0.7031
##
## Nyblom stability test
## -----------------------------------
```

```
## Joint Statistic:  2.5103
## Individual Statistics:
## mu     0.2723
## ar1    0.1180
## omega  1.1230
## alpha1 1.2696
## beta1  1.4475
## shape  1.1748
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.49 1.68 2.12
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value   prob sig
## Sign Bias           1.5132 0.1304
## Negative Sign Bias  0.1717 0.8637
## Positive Sign Bias  0.1067 0.9150
## Joint Effect        4.4976 0.2125
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     21.38       0.3161
## 2    30     35.34       0.1936
## 3    40     37.66       0.5312
## 4    50     47.30       0.5423
##
##
## Elapsed time : 0.2094901
```

W modelu GARCH-t(1,1) suma parametrów alfa i beta jest mniejsza od 1, co wskazuje na stacjonarność wariancji i powracanie do średniej wartości. Wszystkie parametry GARCH są dodatnie i istotne statystycznie. Wyniki testu Weighted Ljung-Box na standaryzowanych kwadratach reszt sugerują, aby nie odrzucać hipotezy zerowej o braku autokorelacji. Natomiast wartości p-value testu mnożników Lagrange'a na występowanie efektów ARCH wśród wystandaryzowanych reszt świadczą o tym, że nie można odrzucić hipotezy o niewystępowaniu efektów ARCH. Model GARCH-t(1,1) spełnia wytyczne dobrze dopasowanego modelu.

Poniższy wykres sugeruje występowanie efektu dźwigni w szeregu zwrotów, czyli asymetrycznego wpływu informacji na poziom przyszłej wariancji. Dlatego dalej w analizie rozważone zostaną także asymetryczne modele GARCH z rozkładem t-studenta.




```r
spec.e   = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                      mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                      distribution.model="std")
spec.gjr = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                      mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE),
                      distribution.model="std")

fit.e   = ugarchfit(data=r, spec=spec.e,solver="hybrid")
fit.gjr = ugarchfit(data=r, spec=spec.gjr,solver="hybrid")
IC <- cbind(infocriteria(fit1), infocriteria(fit.e), infocriteria(fit.gjr))
colnames(IC) <- c("GARCH", "eGARCH", "gjrGARCH")
IC
```

```
##                   GARCH   eGARCH gjrGARCH
## Akaike       4.333612 4.327393 4.333967
## Bayes        4.349524 4.345957 4.352531
## Shibata      4.333596 4.327372 4.333946
## Hannan-Quinn 4.339435 4.334187 4.340761
```

Najniższa wartość kryteriów informacyjnych jest dla modelu eGARCH.

```r
fit.e
```

```
##
## *---------------------------------*
```

```
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : eGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,0)
## Distribution : std
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.031758    0.021227   1.4961 0.134627
## ar1     0.056832    0.020669   2.7496 0.005966
## omega   0.070171    0.014100   4.9767 0.000001
## alpha1 -0.033443    0.017358  -1.9266 0.054026
## beta1   0.956702    0.008533 112.1231 0.000000
## gamma1  0.193680    0.029089   6.6581 0.000000
## shape   4.164344    0.380791  10.9360 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.031758    0.012318   2.5782 0.009930
## ar1     0.056832    0.021550   2.6372 0.008359
## omega   0.070171    0.014039   4.9982 0.000001
## alpha1 -0.033443    0.019729  -1.6951 0.090060
## beta1   0.956702    0.008551 111.8788 0.000000
## gamma1  0.193680    0.028609   6.7698 0.000000
## shape   4.164344    0.362188  11.4977 0.000000
##
## LogLikelihood : -4616.82
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       4.3274
## Bayes        4.3460
## Shibata      4.3274
## Hannan-Quinn 4.3342
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.4078  0.5231
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.9002  0.7980
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.7927  0.7700
## d.o.f=1
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.303  0.2537
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.320  0.5449
```

```
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     3.222  0.7218
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.7146 0.500 2.000  0.3979
## ARCH Lag[5]    0.9239 1.440 1.667  0.7556
## ARCH Lag[7]    1.5021 2.315 1.543  0.8209
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  2.0578
## Individual Statistics:
## mu     0.14852
## ar1    0.09085
## omega  0.94458
## alpha1 0.16928
## beta1  1.08887
## gamma1 0.15261
## shape  0.70047
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.69 1.9 2.35
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value   prob sig
## Sign Bias           1.6070 0.1082
## Negative Sign Bias  0.1093 0.9129
## Positive Sign Bias  0.6008 0.5481
## Joint Effect        3.5239 0.3177
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     28.59      0.07276
## 2    30     36.94      0.14776
## 3    40     39.45      0.44963
## 4    50     59.33      0.14823
##
##
## Elapsed time : 0.5046549
```

Wszystkie parametry oprócz “mu” są statystycznie istotne. Nie występuje autokorelacja reszt ani efekty ARCH dla wariancji. Na podstawie uzyskanych oszacowań można wnioskować, że występuje efekt asymetrycznego wpływu informacji, gdyż alfa jest istotna i przyjmuje wartość ujemną, więc wskazuje to na większy wpływ szoków ujemnych. Parametr gamma również jest istotny.

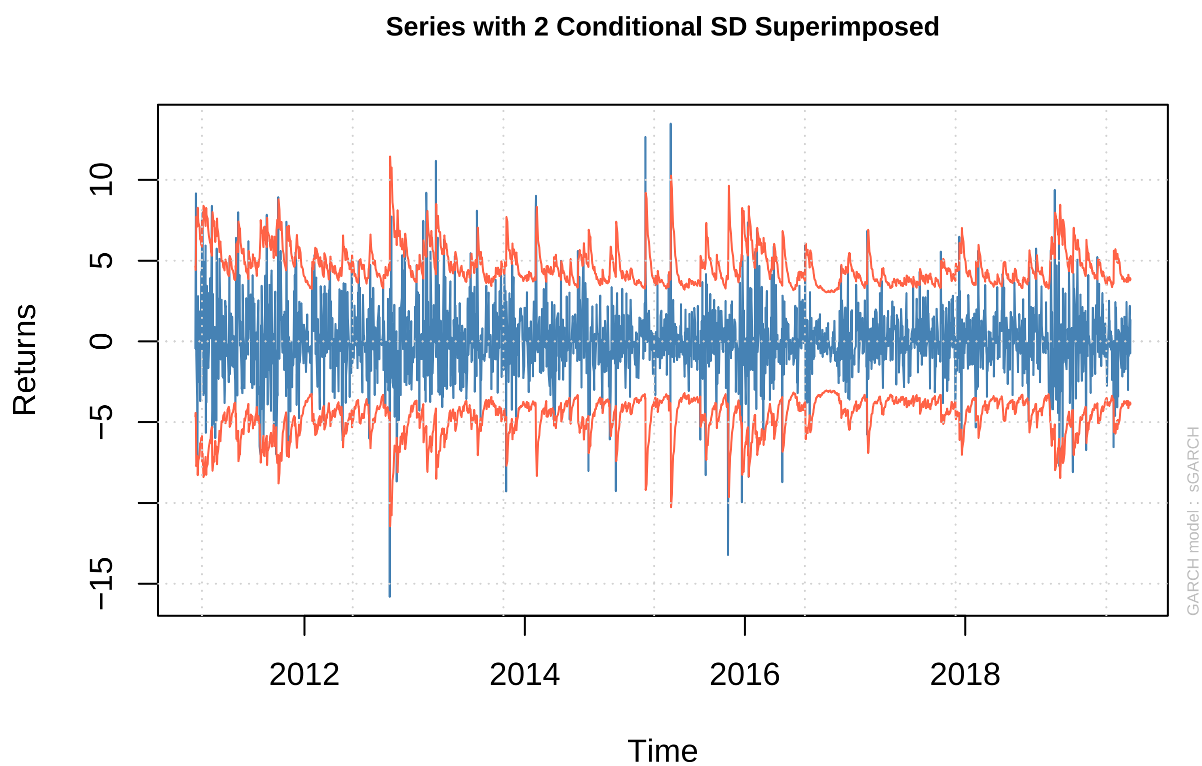
W celu zbadania czy większa warunkowa zmienność powoduje większy zwrot, czyli czy występuje tzw. “premia za ryzyko” oszacowano model GARCH-in-mean. Współczynnik archm nie jest statystycznie istotny (na poziomie 5%), więc nie występuje znaczna premia za ryzyko. Na podstawie krytieriów informacyjnych model eGARCH wydaje się być nadal najlepszy.

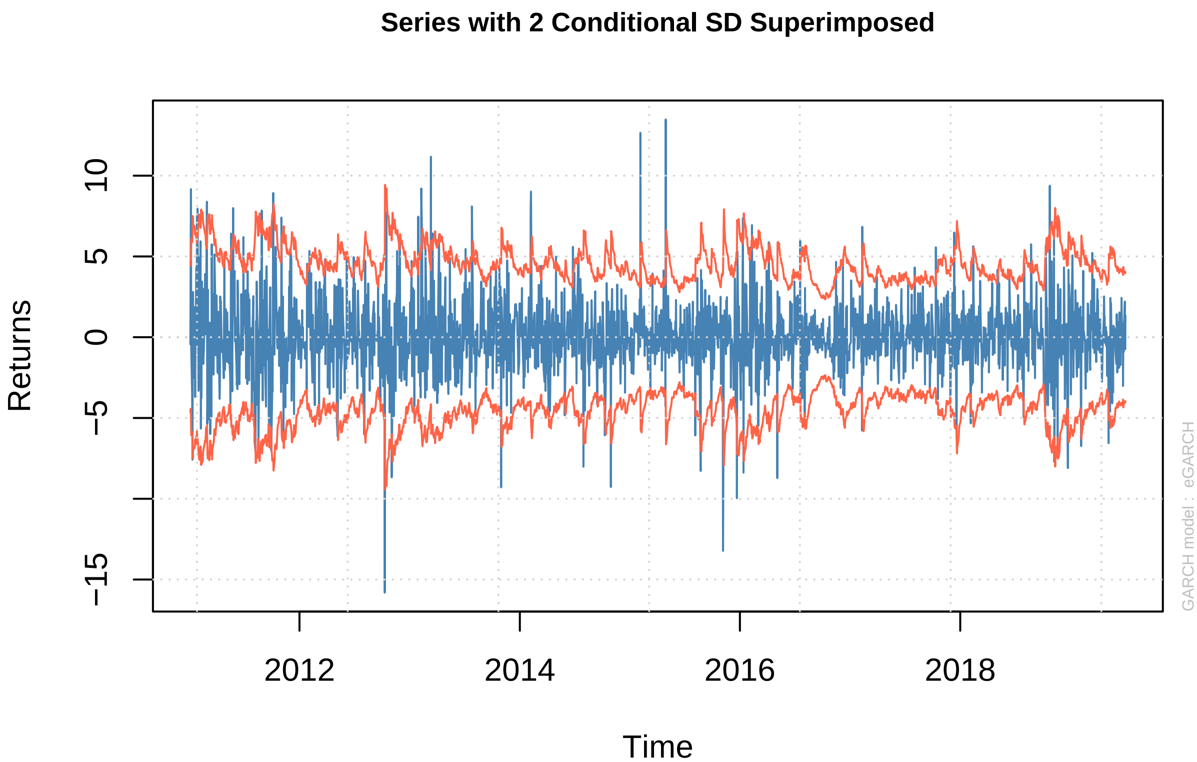
```
spec.m = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                    mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=TRUE, archm = TRUE), distribution.mod
fit.m  = ugarchfit(data=r, spec=spec.m, solver = "hybrid")

IC <- cbind(infocriteria(fit1), infocriteria(fit.e), infocriteria(fit.gjr), infocriteria(fit.m))
colnames(IC) <- c("GARCH", "eGARCH", "gjrGARCH","GARCH-in-mean")
IC
```

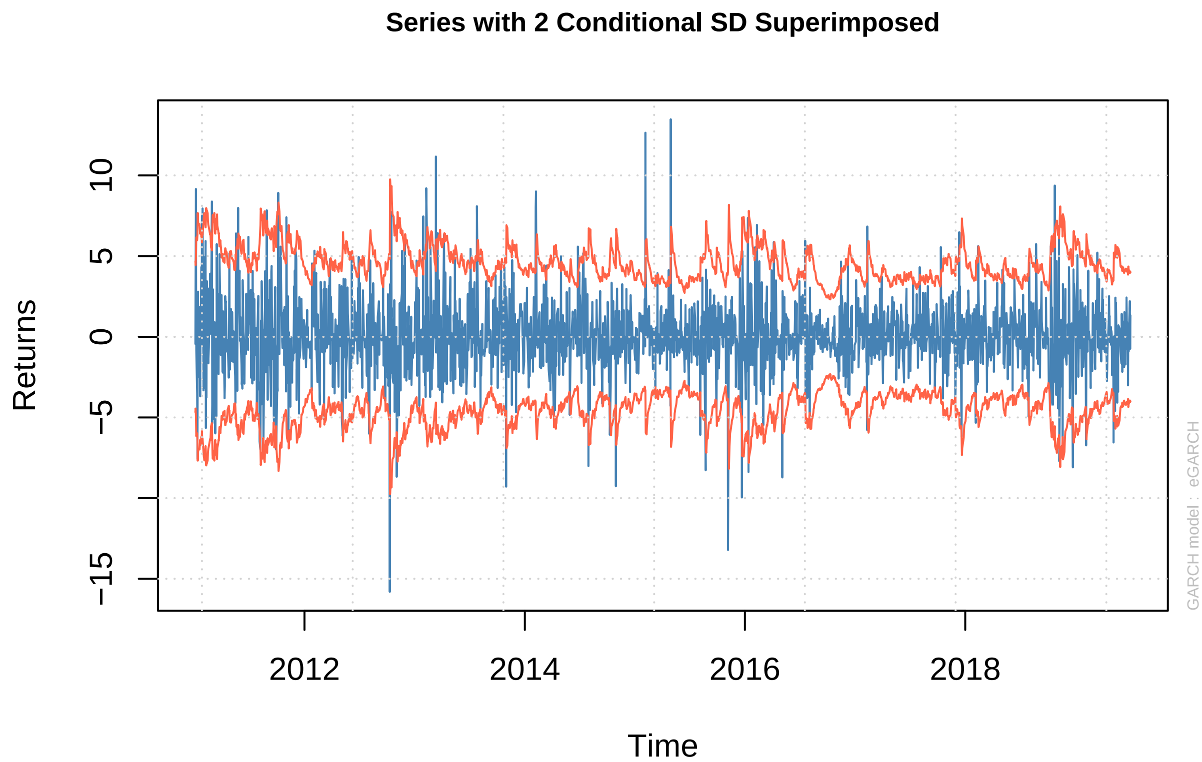
```
##                 GARCH   eGARCH gjrGARCH GARCH-in-mean
## Akaike       4.333612 4.327393 4.333967      4.327825
## Bayes        4.349524 4.345957 4.352531      4.349040
## Shibata      4.333596 4.327372 4.333946      4.327797
## Hannan-Quinn 4.339435 4.334187 4.340761      4.335589
```

Poniżej sporządzono także różne wykresy kolejno dla modeli GARCH, eGARCH, eGARCH-in-mean

Wykres zwrotów z warunkowym odchyleniem standardowym

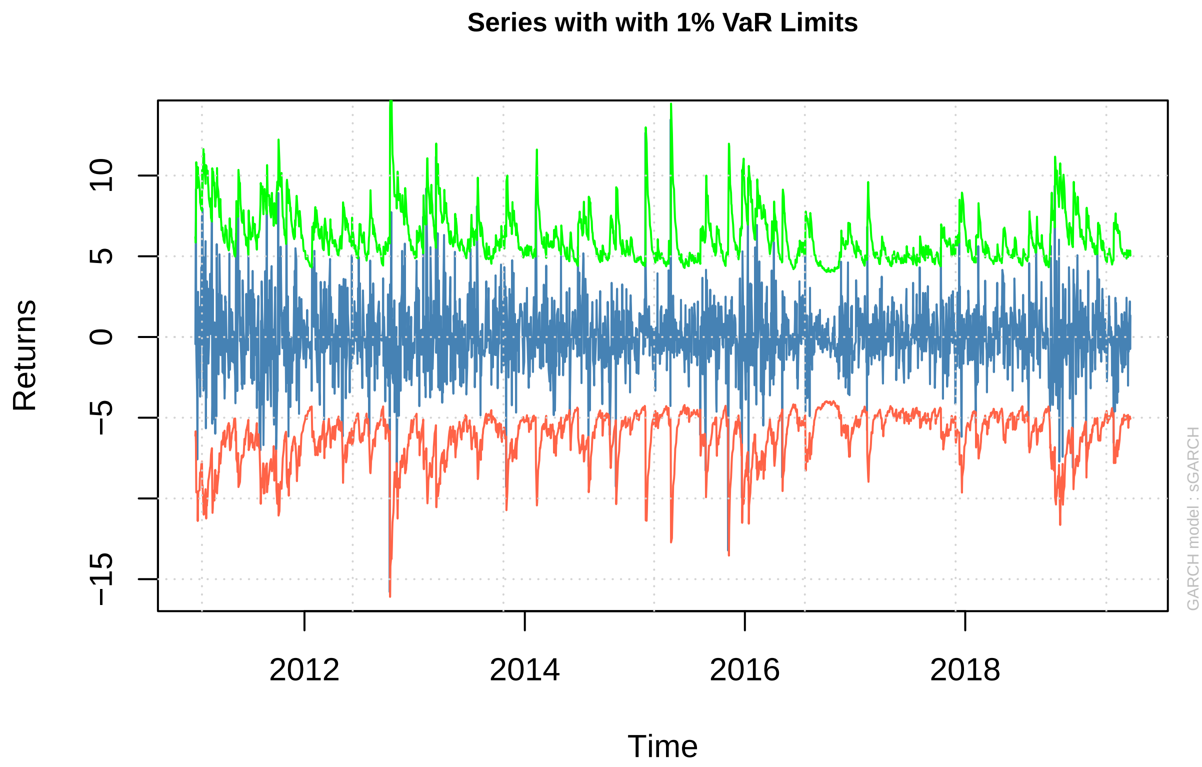



Series with 2 Conditional SD Superimposed
Returns
10
5
0
−5
−15
2012
2014
2016
2018
Time
GARCH model : eGARCH

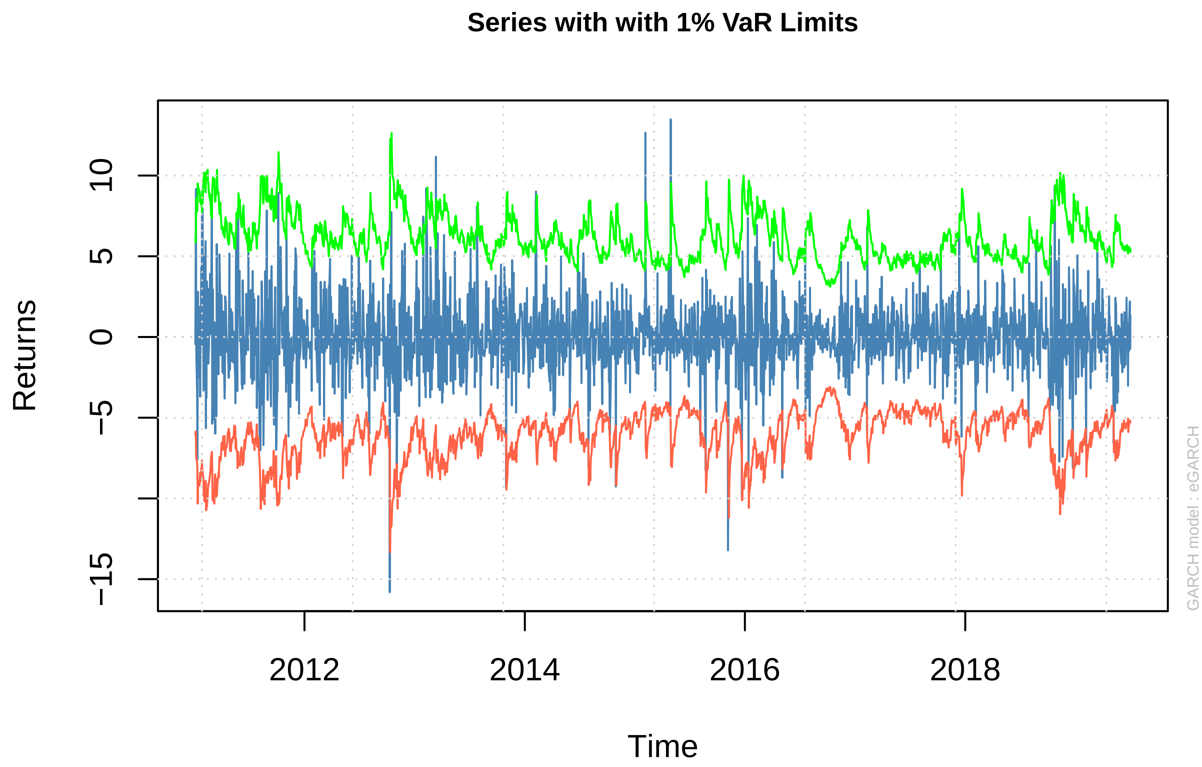


Zwroty z 1% limitem VaR

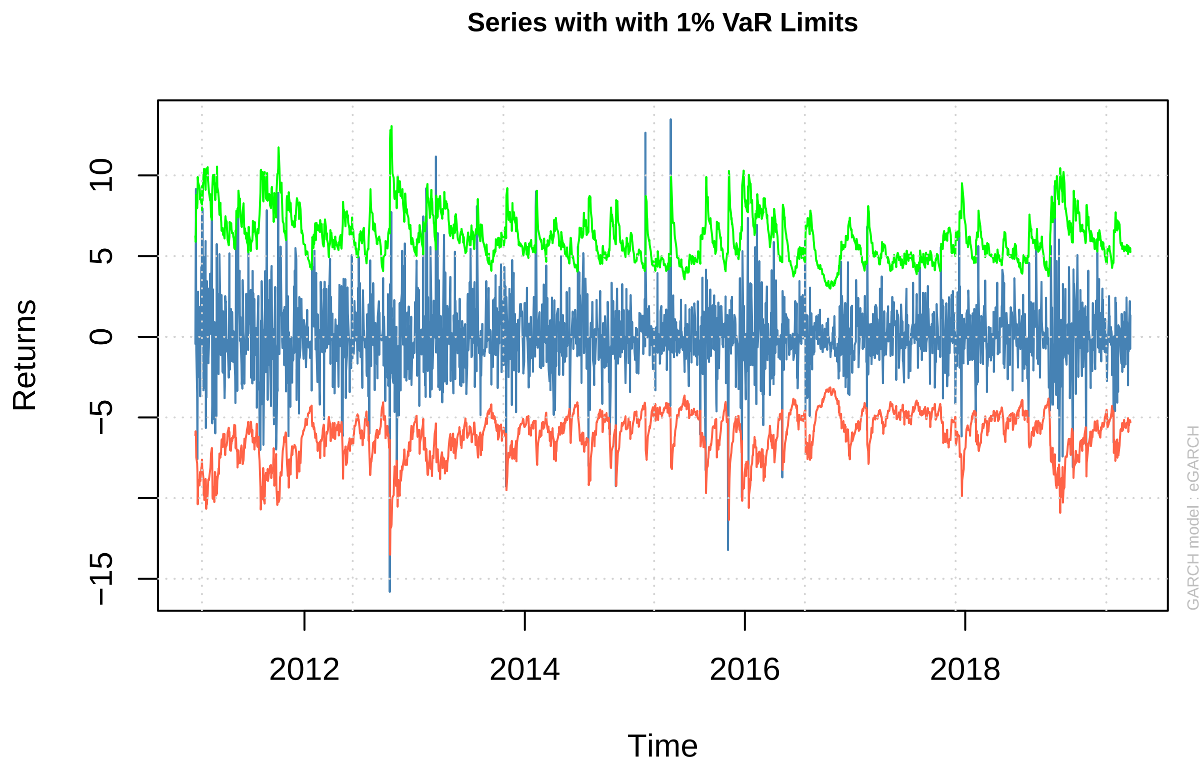
```
##
## please wait...calculating quantiles...
```



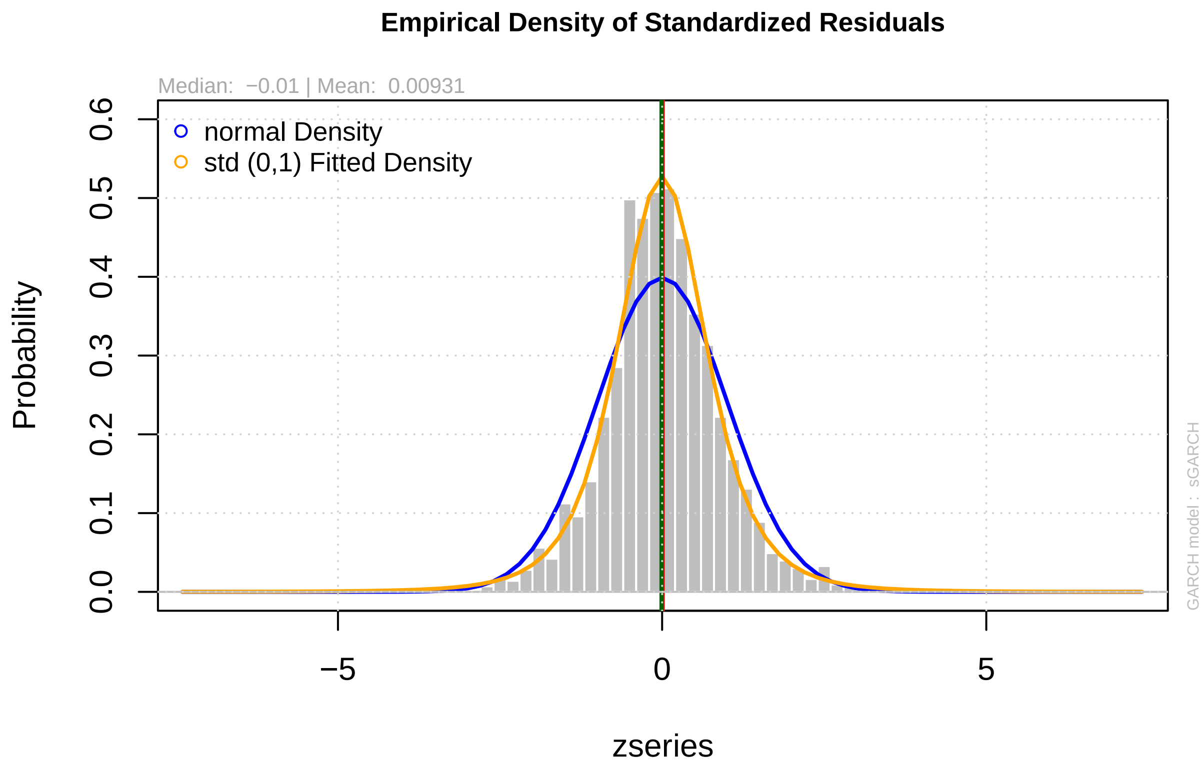

```
##
## please wait...calculating quantiles...
```



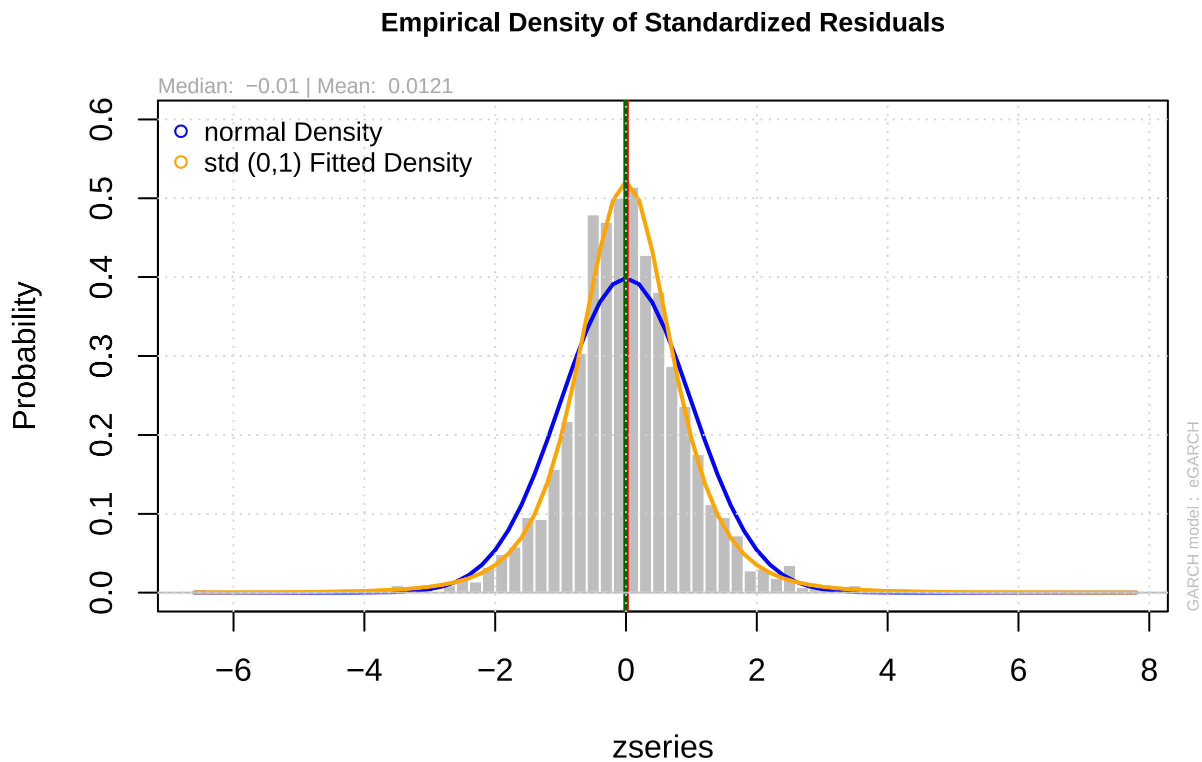

```
##
## please wait...calculating quantiles...
```



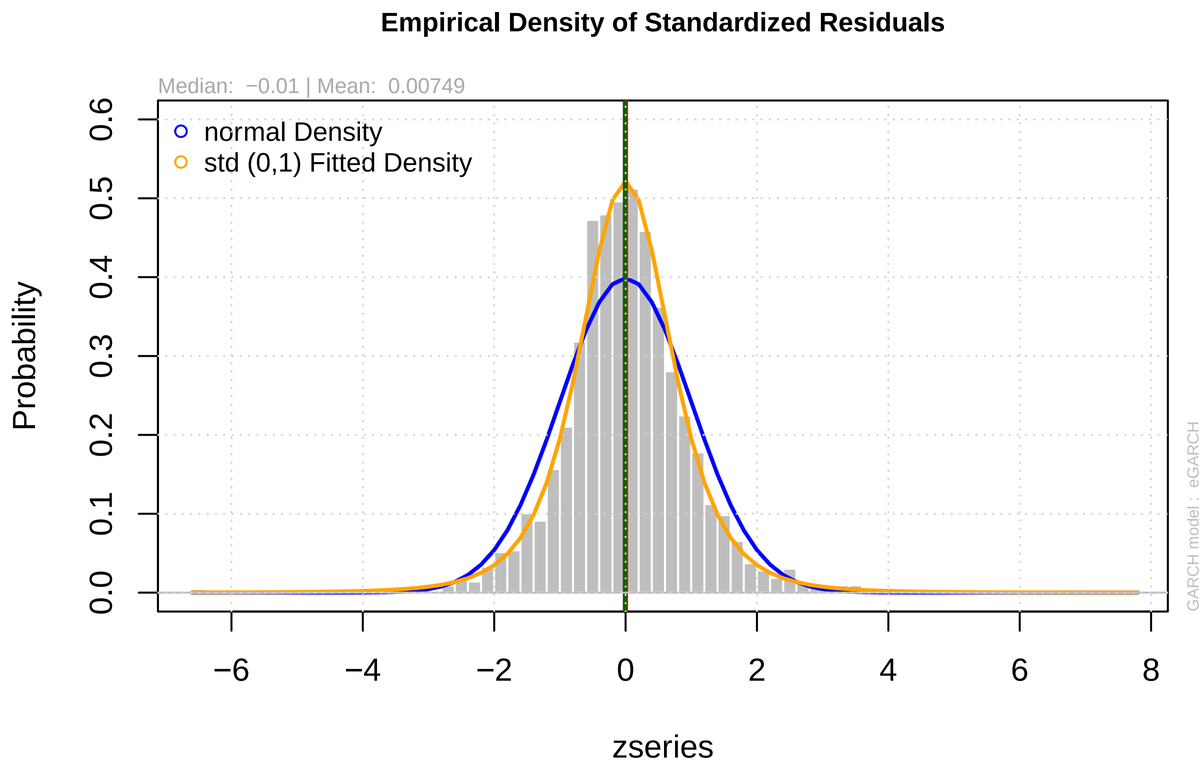
Empiryczna gęstość wystandaryzowanych reszt



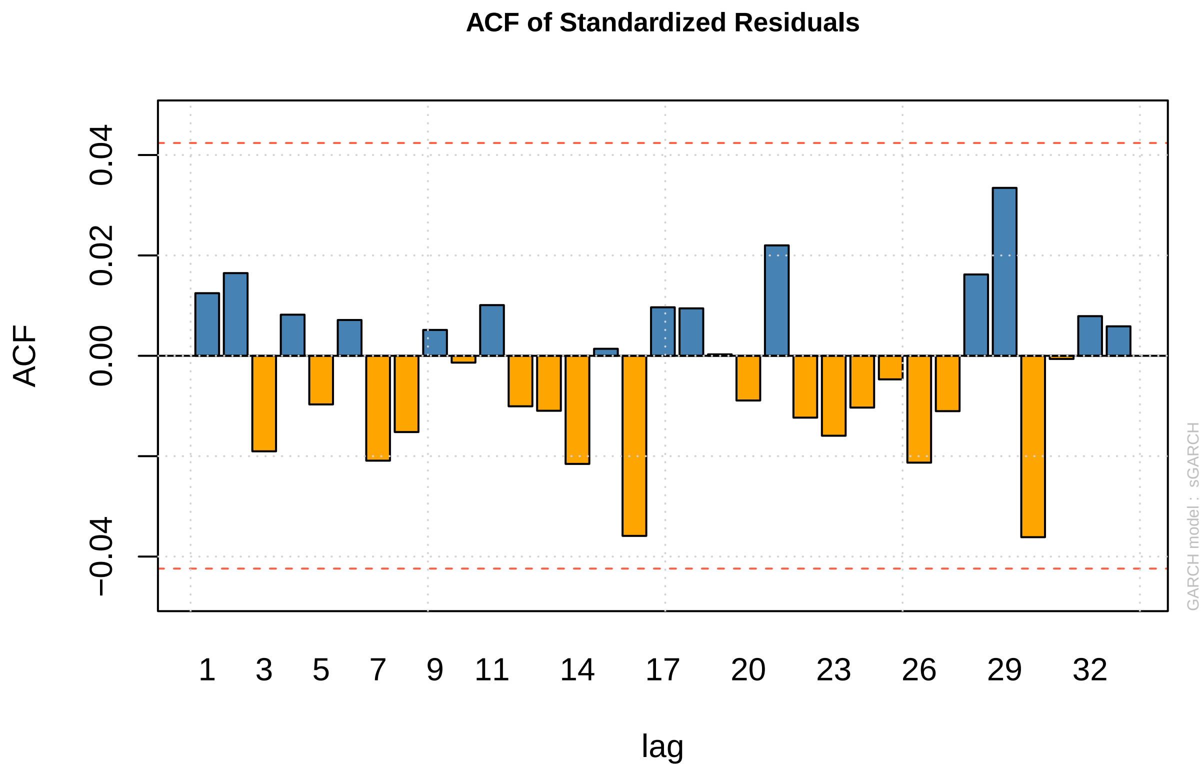
Empirical Density of Standardized Residuals
Median: −0.01 | Mean: 0.00931
normal Density
std (0,1) Fitted Density
Probability
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
−5
0
5
zseries
GARCH model : sGARCH

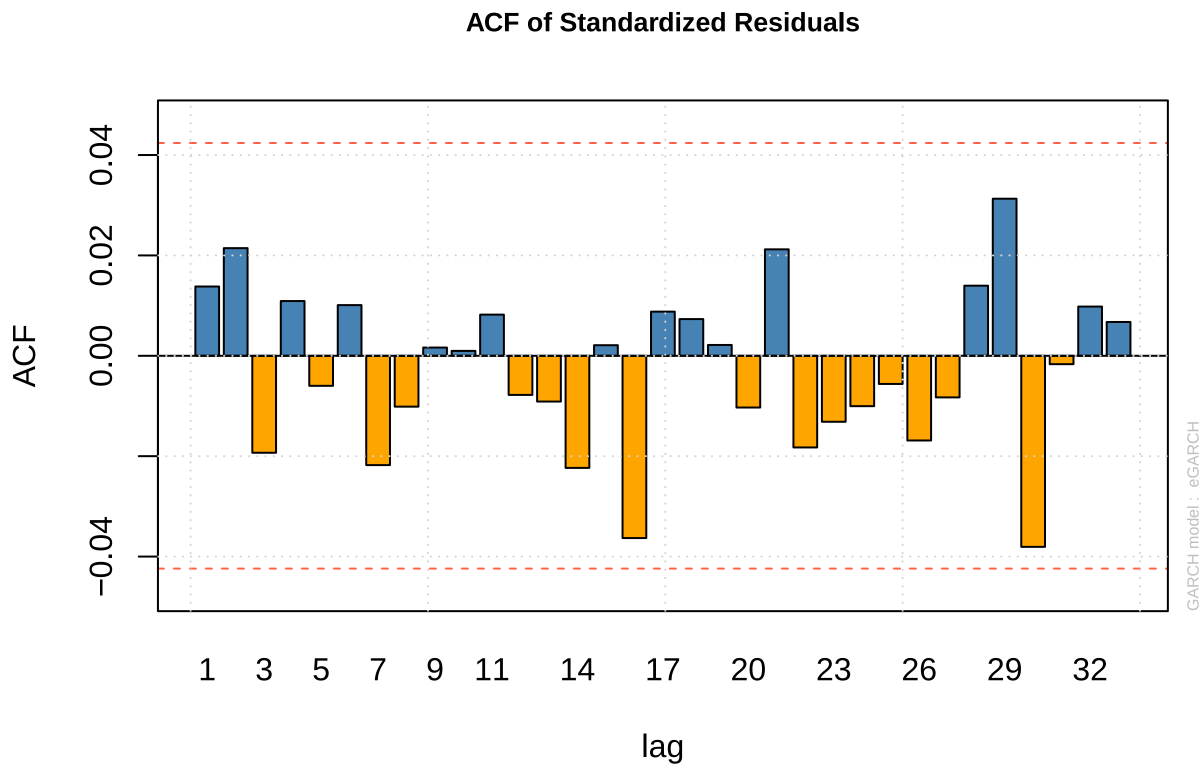


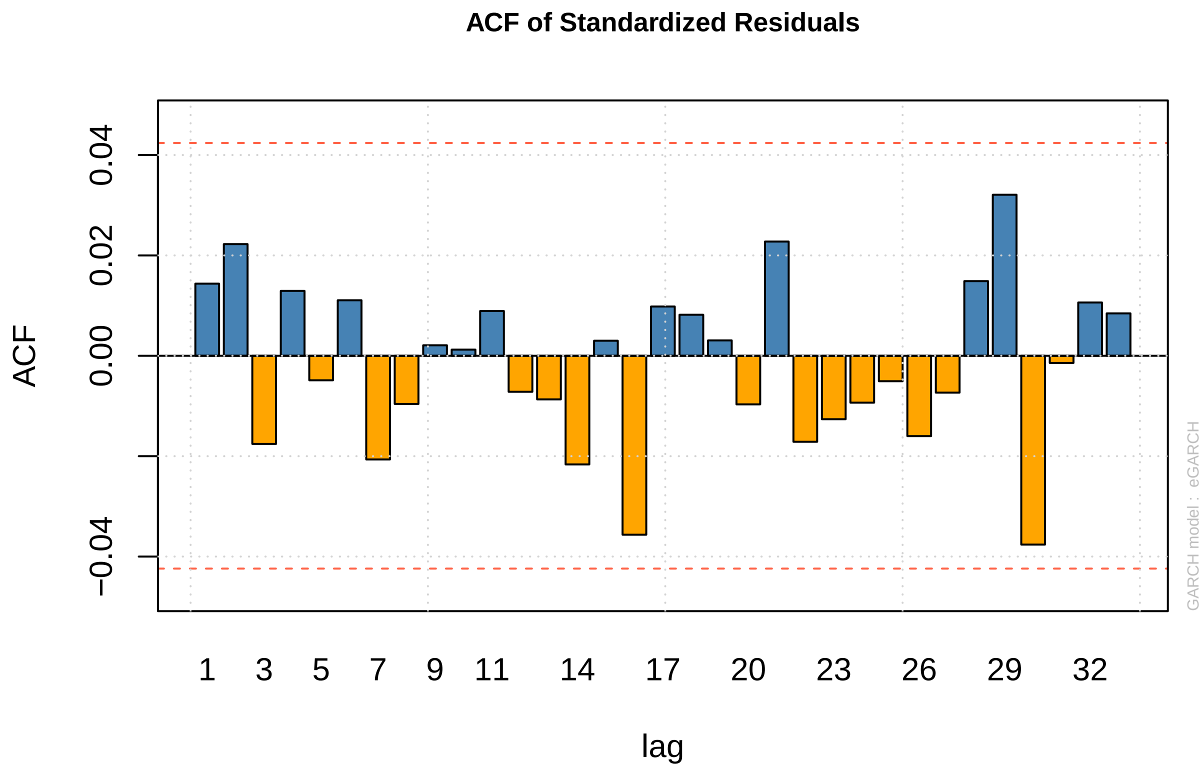
Empirical Density of Standardized Residuals
Median: −0.01 | Mean: 0.0121
normal Density
std (0,1) Fitted Density
Probability
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
zseries
GARCH model : eGARCH



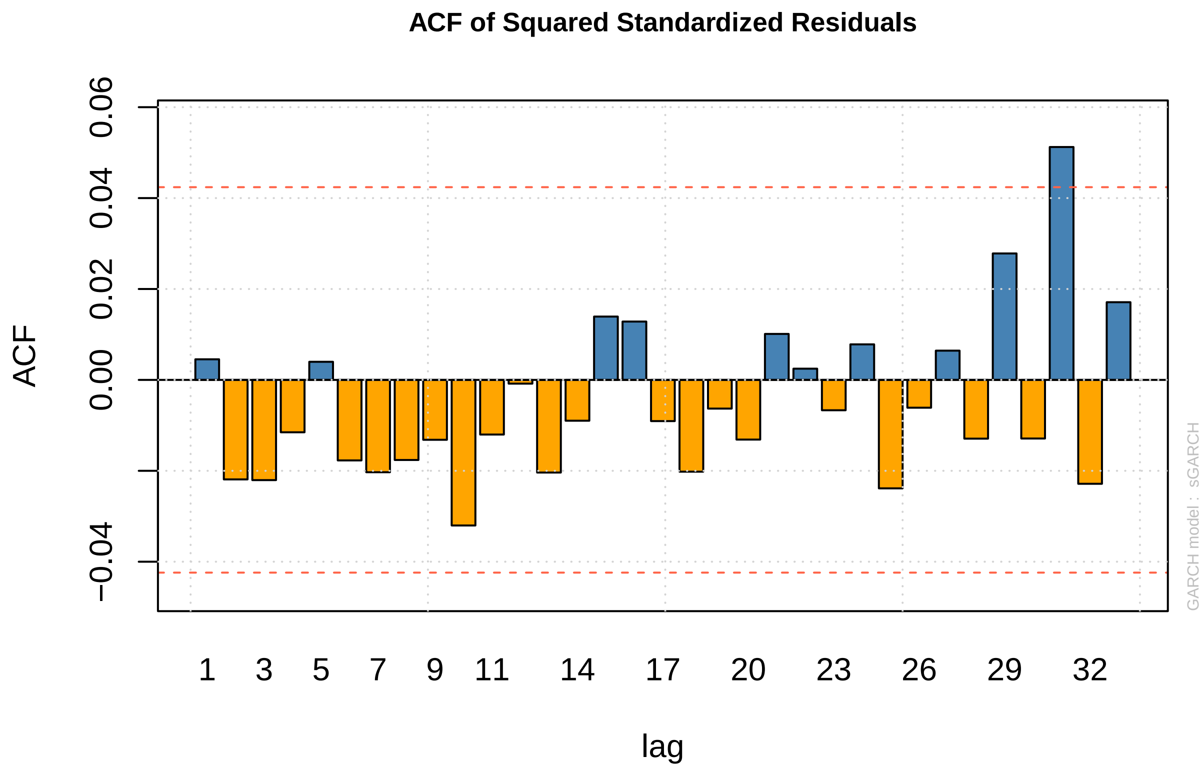
ACF wystandaryzowanych reszt

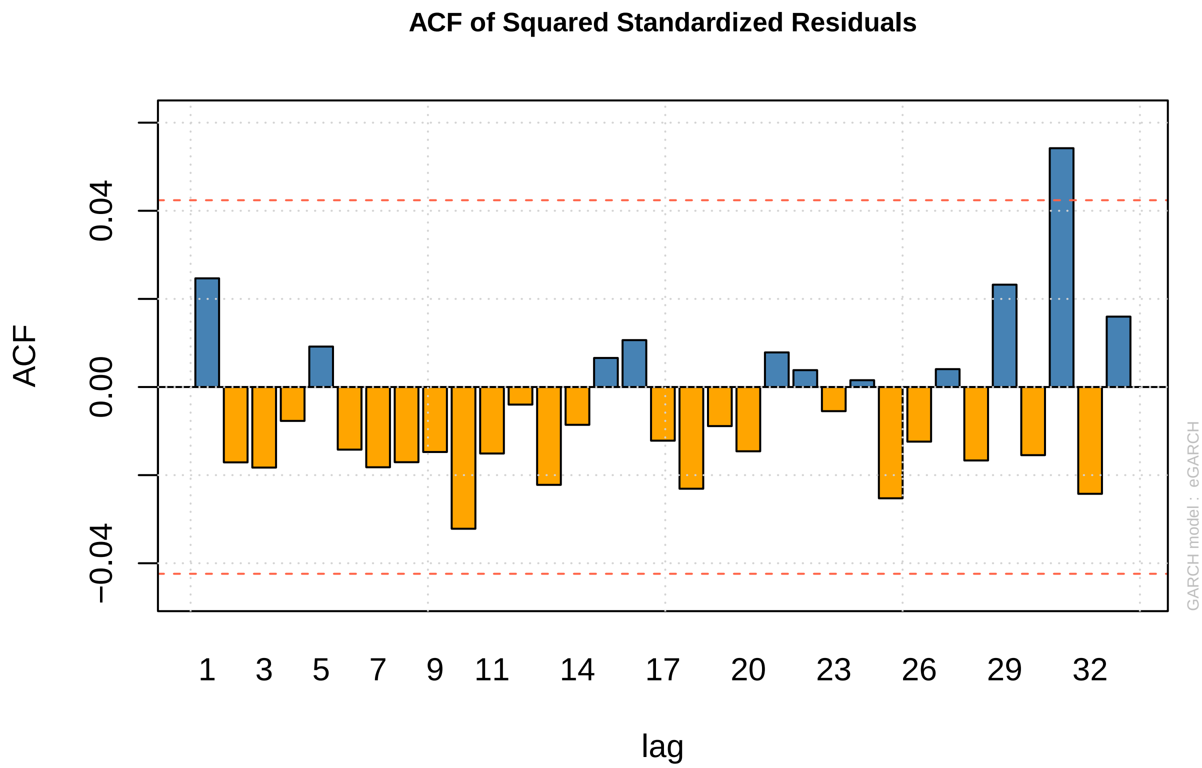

ACF of Standardized Residuals
ACF
0.04
0.02
0.00
−0.04
1
3
5
7
9
11
14
17
20
23
26
29
32
lag
GARCH model : sGARCH

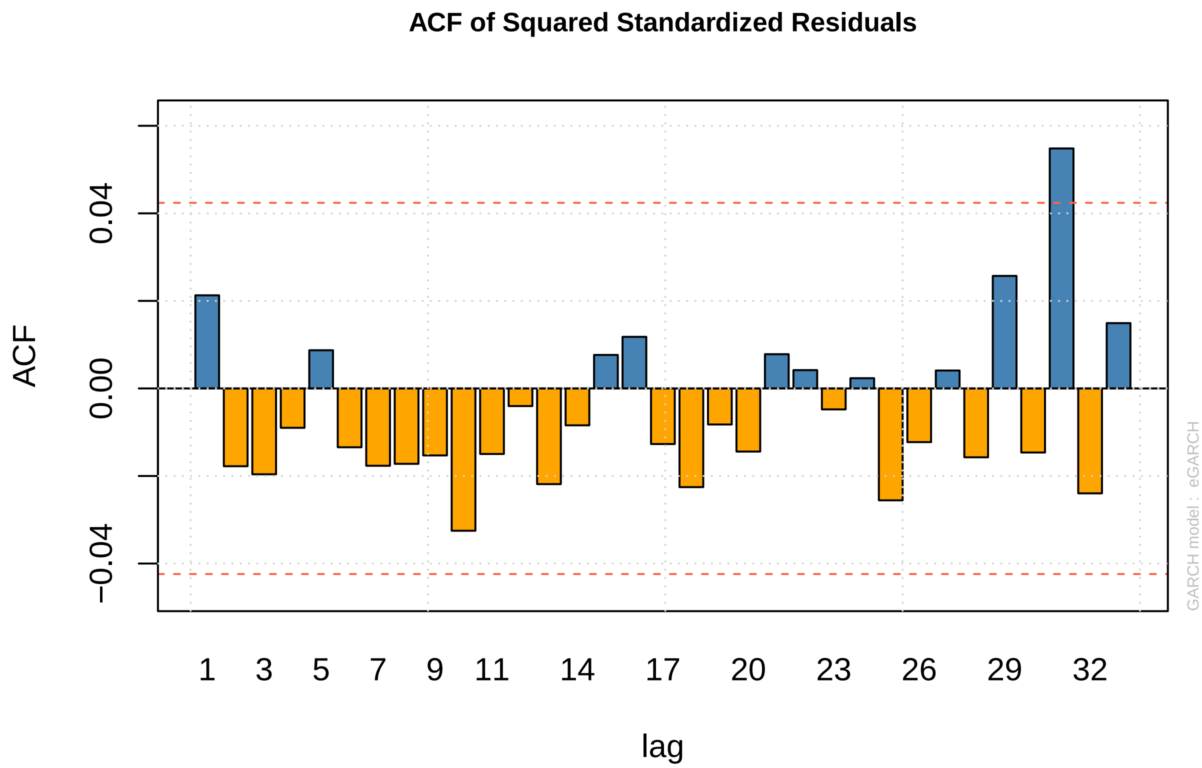

ACF of Standardized Residuals
ACF
0.04
0.02
0.00
−0.04
1
3
5
7
9
11
14
17
20
23
26
29
32
lag
GARCH model : eGARCH



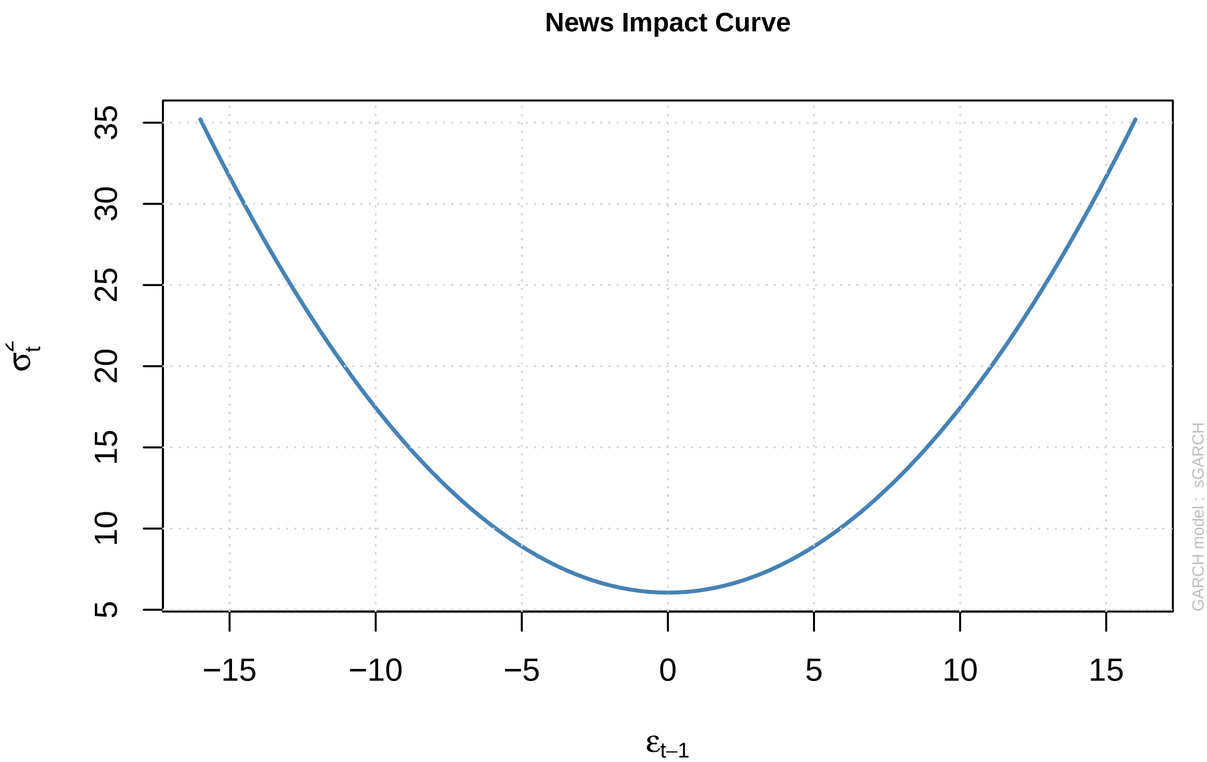
ACF wystandaryzowanych kwadratów reszt


ACF of Squared Standardized Residuals
ACF
0.06
0.04
0.02
0.00
−0.04
1
3
5
7
9
11
14
17
20
23
26
29
32
lag
GARCH model : sGARCH

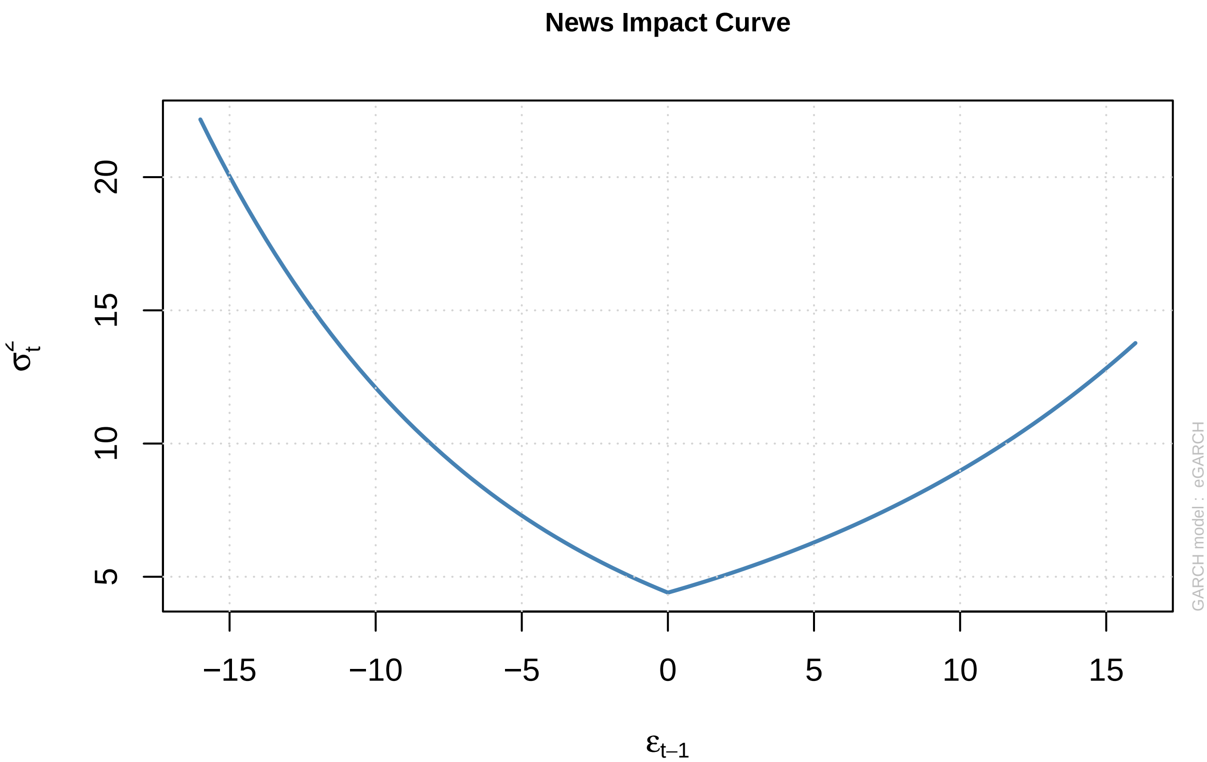

ACF of Squared Standardized Residuals
ACF
0.04
0.00
−0.04
1
3
5
7
9
11
14
17
20
23
26
29
32
lag
GARCH model : eGARCH

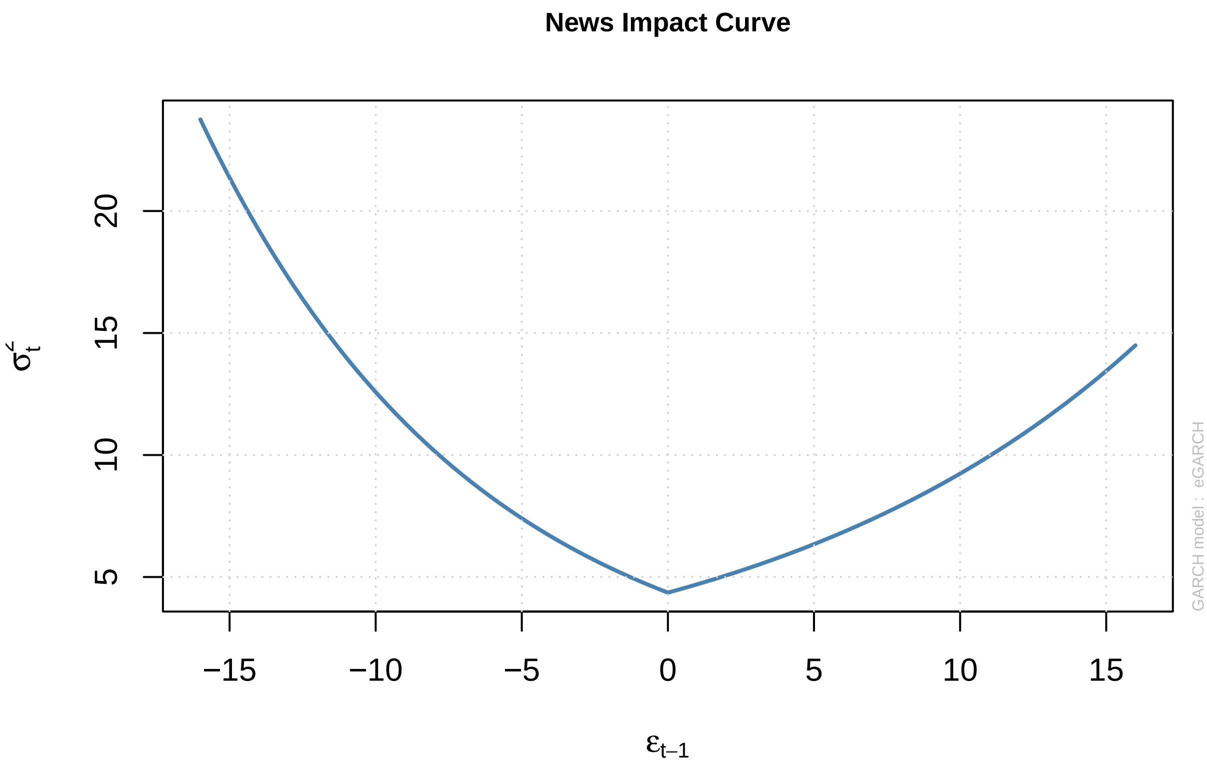


Krzywa wpływu informacji



News Impact Curve
5
10
15
20
25
30
35
−15
−10
−5
0
5
10
15
ε_{t-1}
σ_t^2
GARCH model : sGARCH


News Impact Curve
20
15
10
5
−15
−10
−5
0
5
10
15
GARCH model : eGARCH



Następnie dokonano estymacji modeli z zastosowaniem funkcji ugarchroll w celu analizy VaR w okresie out-of-sample. Okres out-of-sample ustalono na 500 obserwacji. Pozostałe 1637 obserwacji będzie stanowiło okres in-sample. Została wybrana opcja reksursywnego okna i ponownej esytmacji co 25 obserwacji, co oznacza że pierwsza prognoza (dla 25 obserwacji) będzie obliczana na podstawie modelu estymowanego z 1637 obserwacji, kolejna na bazie modelu estymowanego z 1637+25, kolejna na bazie modelu z obserwacji 1637+25+25,itd. Wygenerowane zostały raporty które pozwolą na tzw. backtesting modeli, m.in. sprawdzenie poprawnej ilości przekroczeń VaR

```
roll1 = ugarchroll(spec1 , data = r, forecast.length = 500, n.ahead = 1, refit.every = 25, refit.window
rolle = ugarchroll(spec.e, data = r, forecast.length = 500, n.ahead = 1, refit.every = 25, refit.window
rollm = ugarchroll(spec.m, data = r, forecast.length = 500, n.ahead = 1, refit.every = 25, refit.window
# Generate the 1% VaR report
report(roll1, VaR.alpha = 0.01)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:               sGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:               1%
## Expected Exceed: 5
## Actual VaR Exceed:   4
## Actual %:            0.8%
##
```

```
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.217
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.641
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 0.282
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.869
## Reject Null:     NO
```

```r
report(rolle, VaR.alpha = 0.01)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:               eGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:               1%
## Expected Exceed: 5
## Actual VaR Exceed:   4
## Actual %:            0.8%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.217
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.641
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 0.282
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.869
## Reject Null:     NO
```

```r
report(rollm, VaR.alpha = 0.01)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:               eGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
```

```
## alpha:              1%
## Expected Exceed: 5
## Actual VaR Exceed:   4
## Actual %:            0.8%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.217
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.641
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 0.282
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.869
## Reject Null:     NO
```

Najmniej przekroczeń oszacowanej wartości narażonej na ryzyko przy poziomie istotności 1% uzyskał standardowy model GARCH. W żadnym z modeli nie odrzucono hipotezy zerowej zakładającej poprawną ilość przekroczeń i niezależność.

```r
# Generate the 5% VaR report
report(roll1, VaR.alpha = 0.05)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:              sGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:              5%
## Expected Exceed: 25
## Actual VaR Exceed:   26
## Actual %:            5.2%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.042
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.838
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 4.018
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.134
## Reject Null:     NO
```

```r
report(rolle, VaR.alpha = 0.05)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:               eGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:               5%
## Expected Exceed: 25
## Actual VaR Exceed:   27
## Actual %:            5.4%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.164
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.685
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 3.681
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.159
## Reject Null:     NO
```

```r
report(rollm, VaR.alpha = 0.05)
```

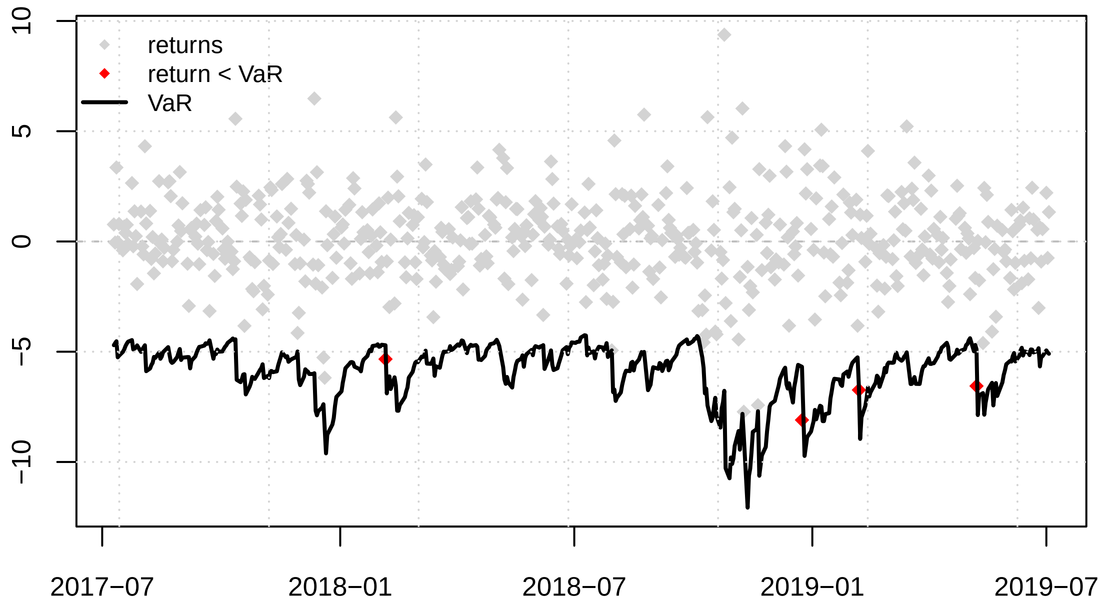
```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:               eGARCH-std
## Backtest Length: 500
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:               5%
## Expected Exceed: 25
## Actual VaR Exceed:   27
## Actual %:            5.4%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 0.164
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.685
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
```

```
##                    Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 3.681
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.159
## Reject Null:     NO
```

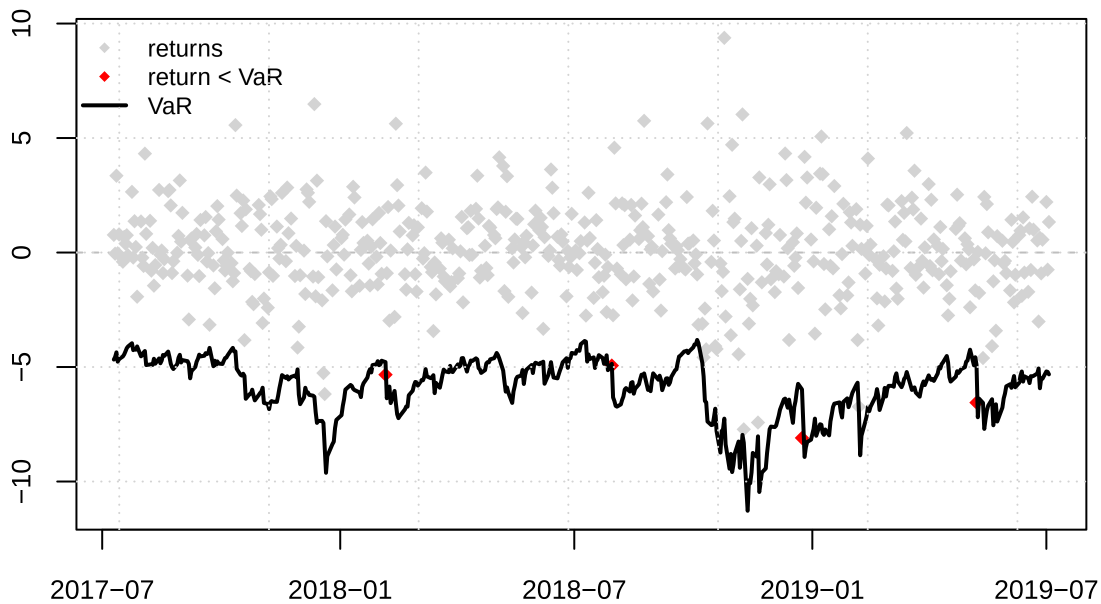
Najmniej przekroczeń oszacowanej wartości narażonej na ryzyko przy poziomie istotności 5% uzyskał również standardowy model GARCH. W żadnym z modeli nie odrzucono hipotezy zerowej zakładającej poprawną ilość przekroczeń i niezależność, co jest istotnym powodem do uznania wszystkie modele za poprawnie skonstruowane.

Poniżej przedstawiono wykresy, które obrazują kiedy wartość VaR została przekroczona w tzw. rolling prognozach kolejno dla modeli GARCH, eGARCH, GARCH-in-mean na poziomie istotności 1%.

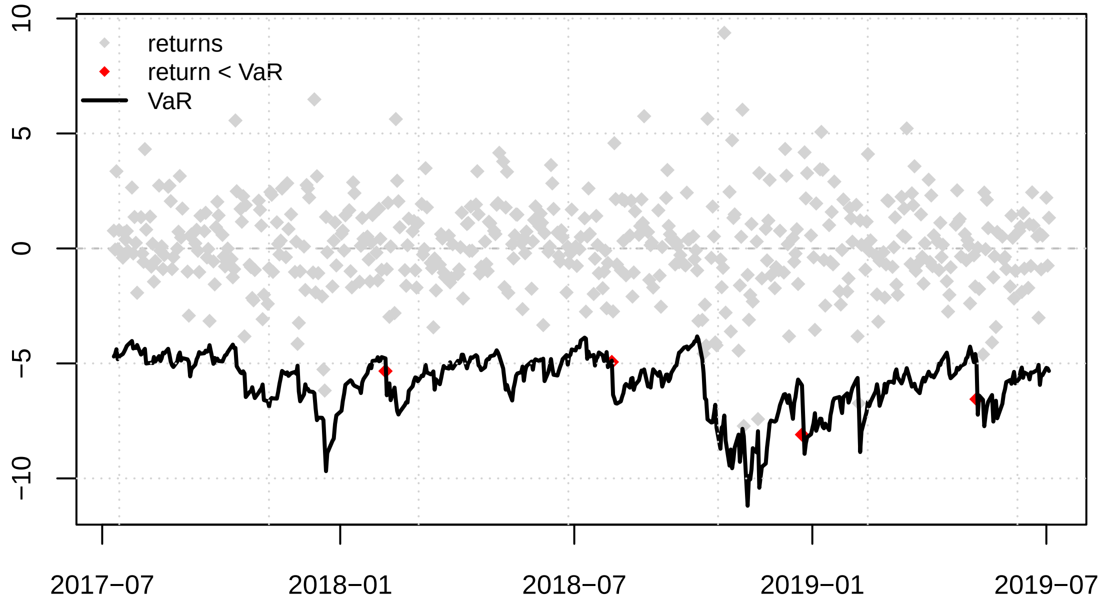
```r
D = as.POSIXct(rownames(roll1@forecast$VaR))
VaRplot(0.01, actual = xts(roll1@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(roll1@forecast$VaR[,1], D, xlab = "Da
```




```r
VaRplot(0.01, actual = xts(rolle@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(rolle@forecast$VaR[,1], D, xlab = "Da
```

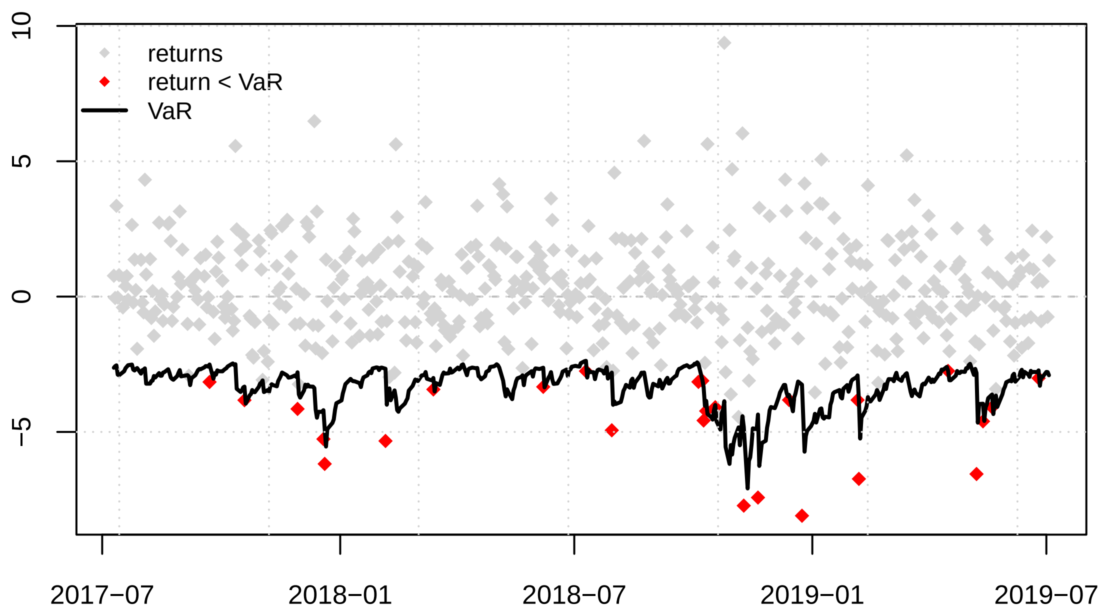



```
VaRplot(0.01, actual = xts(rollm@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(rollm@forecast$VaR[,1], D, xlab = "Da
```

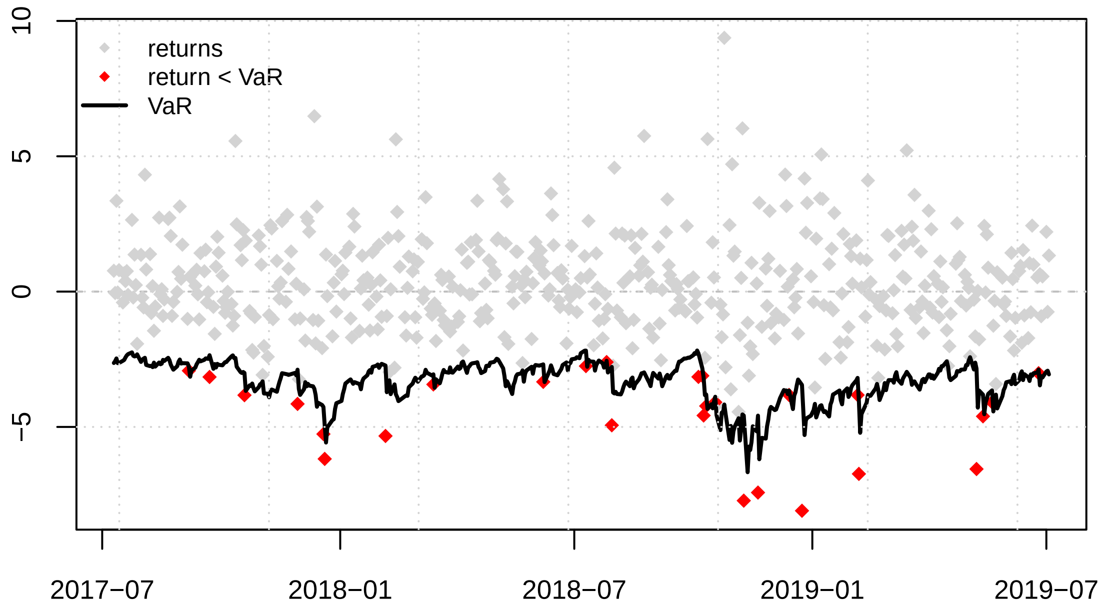


Tutaj wykresy przekroczenia VaR dla poziomu 5%.

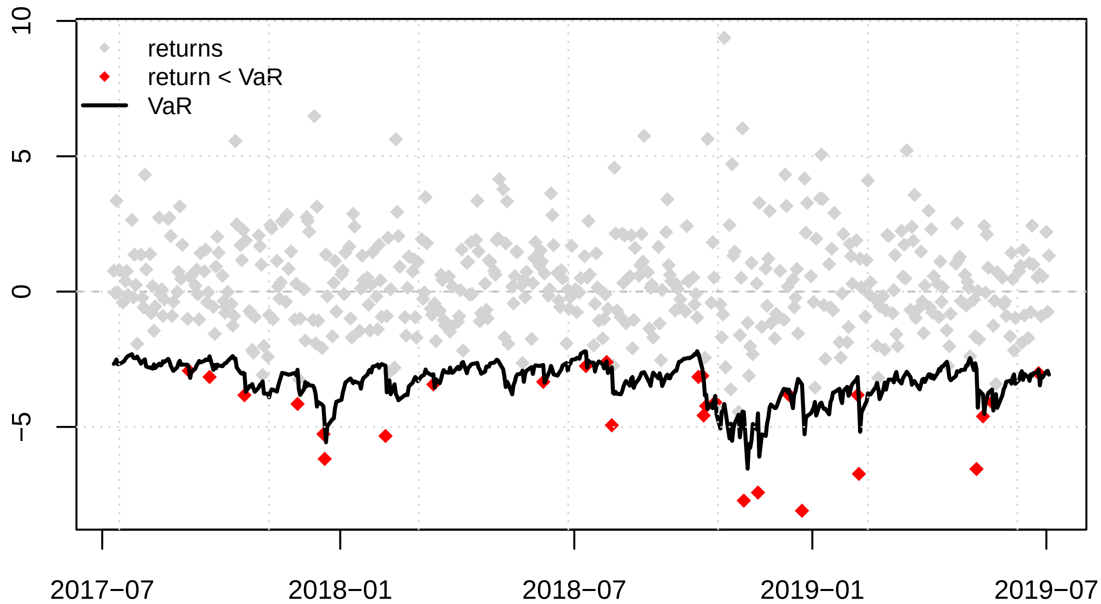
```
VaRplot(0.05, actual = xts(roll1@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(roll1@forecast$VaR[,2], D, xlab = "Da
```




```
VaRplot(0.05, actual = xts(rolle@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(rolle@forecast$VaR[,2], D, xlab = "Da
```




```
VaRplot(0.05, actual = xts(rollm@forecast$VaR[, 3], D), VaR = xts(rollm@forecast$VaR[,2], D, xlab = "Da
```



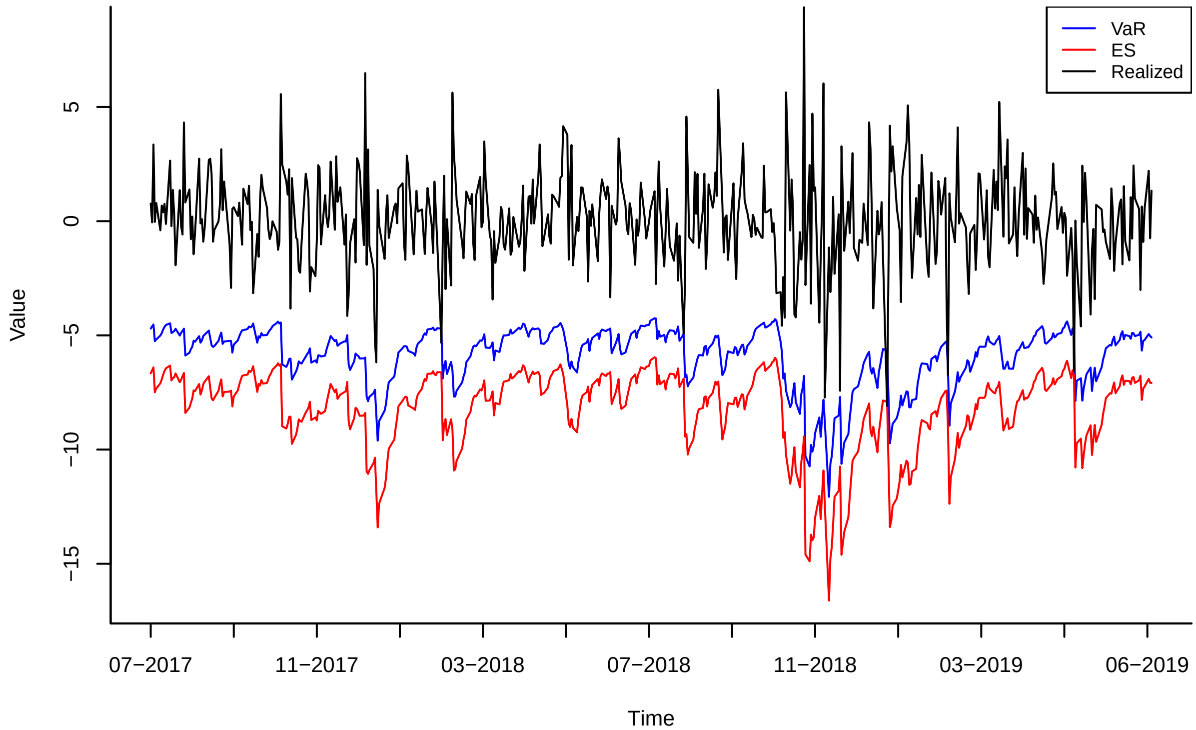
Poniżej stworzono także wykres ze zrealizowanymi zwrotami, VaR (Value at Risk) i ES (Expected Shortfall) wyliczonych na podstawie modelu GARCH (1,1).

```
df1_var <- as.data.frame(roll1@forecast, which = "density")

f = function(x, skew, shape) qdist("std", p = x, mu = 0, sigma = 1, skew = skew, shape = shape)

test_es = df1_var['density.Mu'] + df1_var['density.Sigma']*apply(df1_var, 1, function(x)
  integrate(f,0,0.01, skew = x['density.Skew'], shape = x['density.Shape'])$value/0.01)

test_es <- as.zoo(as.xts(test_es))
test_es <- aggregate(test_es, function(tt) as.Date(tt, tz = "")) #convert to date

test_es5 = df1_var['density.Mu'] + df1_var['density.Sigma']*apply(df1_var, 1, function(x)
  integrate(f,0,0.05, skew = x['density.Skew'], shape = x['density.Shape'])$value/0.05)

test_es5 <- as.zoo(as.xts(test_es5))
test_es5 <- aggregate(test_es5, function(tt) as.Date(tt, tz = ""))

dates1 <- seq(from = as.Date("2017-07-10"), to = as.Date("2019-07-03"), by = 60)
par(mfrow=c(1,1), cex = 0.7, bty="l")
plot(as.zoo(roll1@forecast$VaR[1]),type = "l", pch = 16, ylim=c(min(test_es):max(roll1@forecast$VaR[3]))
```

```
##
## NOTE: quantmod::as.zoo.data.frame() is deprecated
##   Use as.zoo(x, order.by = as.Date(rownames(x))) instead.
```

```
##   This note is printed once. To see it for every call, set
##   options(quantmod.deprecate.as.zoo.data.frame = TRUE)
```

```
axis.Date(side=1, at = dates1, format="%m-%Y")
lines(as.zoo(test_es),col='red')
legend(x="topright",y=0.95,legend=c("VaR","ES","Realized"),col=c("blue", "red","black"), lty=1, cex=0.8)
lines(as.zoo(roll1@forecast$VaR[3]),col="black")
```



Na koniec przeprowadzony został McNeil and Frey test na poprawnie skalibrowaną oczekiwaną stratę (ES). Nie odrzucono hipotezy zerowej o poprawnej kalibracji zarówno na poziomie istotności 1% i 5%, co sugeruje poprawnie skalibrowany oczekiwany spadek.

```
# McNeila and Frey test for well calibrated Expected Shortfall
temp1 <- ESTest(alpha = 0.01, roll1@forecast$VaR[, 3], test_es, roll1@forecast$VaR[,1])
temp1$p.value
```

```
## [1] 0.9450234
```

```
temp5 <- ESTest(alpha = 0.05, roll1@forecast$VaR[, 3], test_es5, roll1@forecast$VaR[,2])
temp5$p.value
```

```
## [1] 0.9419222
```

Podsumowanie:

Do modeli GARCH dopasowano ARMA(1,0). Pod względem kryteriów informacyjnych najlepszy okazał się model eGARCH (1,1), jednakże model GARCH (1,1) uzyskał najmnieszą ilość przekroczeń oszacowanych wartości VaR. W obu modelach zastosowany został rozkład t-studenta ze względu na leptokurtyczność rozkładu zwrotów. Nie udało się jednoznacznie potwierdzić przewagi któregoś z nich w opisywaniu zmienności zwrotów wybranego portfela.