

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления  
Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ  
Лабораторная работа №3  
“ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ МНОГОЧЛЕНАМИ”

Выполнил:

Заяц Д. А.,

Проверил:

Самсонов П. А.

Минск 2022

## Цель:

Изучение приближения функции, заданной в узлах, алгебраическими многочленами; построение интерполяционного многочлена Ньютона и таблицы разделенных разностей; применение интерполирования для построения графика функции, заданной в узлах; исследование зависимости погрешности интерполирования от числа и взаимного расположения узлов и от гладкости функции.

## Вариант: 6.

## Задание:

|   |         |         |
|---|---------|---------|
| 6 | $1/x^2$ | [0.5,2] |
|---|---------|---------|

## Вход:

```
a = 0.5; b = 2; n = 4;
"Шаг h"
h = (b - a) / n
"a)"
XDT = {}; YDT = {};
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  xdata[i] = a + i × h;
  ydata[i] = N[1 / (xdata[i])^2];
  XDT = Append[XDT, xdata[i]];
  YDT = Append[YDT, ydata[i]];
];
Array[xdata, {n + 1, 0}];
Array[ydata, {n + 1, 0}];
MatrixForm[XDT] × MatrixForm[YDT]
"б)"
Array[diffstab, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  For[j = n, j ≥ n - i, j--, diffstab[j, i] = ""];
  For[j = 0, j ≤ n, j++, diffstab[j, 0] = ydata[j]];
  For[i = 1, i ≤ n, i++,
    For[j = 0, j ≤ n - i, j++,
      diffstab[j, i] =  $\frac{\text{diffstab}[j + 1, i - 1] - \text{diffstab}[j, i - 1]}{xdata[i + j] - xdata[j]}$ ]];
arr = Array[diffstab, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
PaddedForm[TableForm[arr], {6, 5}]
"в)"
pln = diffstab[0, 0] + diffstab[0, 1] × (x - xdata[0]);
lst = List[pln];
For[i = 2, i ≤ n, i++,
  pln = lst[[i - 1]] + diffstab[0, i] ×  $\prod_{k=0}^{i-1} (x - xdata[k])$ ;
  lst = Append[lst, pln]];
nwtn[x_] := N[lst[[n]];
"ColumnForm[lst:]"
ColumnForm[lst]
"ColumnForm[Collect[lst,x]]:"
ColumnForm[Collect[lst, x]]
```

```

ColumnForm[Collect[lst, x]]
"r)"
data = {{0.5, 4.0}, {0.875, 1.30612}, {1.25, 0.64}, {1.625, 0.378698}, {2.0, 0.25}};
inpln := InterpolatingPolynomial[data, x];
Collect[inpln, x]
"a)"
{0.125, 2.375}
Plot[{1/x^2, nwtn[x_]}, {x, 0.125, 2.375}, PlotLabels -> "Expressions"]
"[-0.25, 2.75]"
Plot[{1/x^2, nwtn[x_]}, {x, -0.25, 2.75}, PlotLabels -> "Expressions"]
"e)"
Pln = {}; P[n + 1] = 0;
For[i = n, i >= 0, i--,
  P[i] = diffstab[0, i] + (x - xdata[i]) * P[i + 1];
  Pln = Append[Pln, P[i]];]
ColumnForm[Pln]

nwtn[x_] := P[0];
m = 40;
XDAT = {}; YDAT = {};
nwtnDAT = {}; MR = {};
For[i = 0, i <= m, i++,
  xdat[i] = a + i * x * h / 10;
  ydat[i] = N[1 / (xdat[i])^2];
  x = xdat[i];
  nwtnDAT[i] = nwtn[x];
  mr[i] = Abs[ydat[i] - nwtnDAT[i]];
  XDAT = Append[XDAT, xdat[i]];
  YDAT = Append[YDAT, ydat[i]];
  nwtnDAT = Append[nwtnDAT, nwtnDAT[i]];
  MR = Append[MR, mr[i]];];

MatrixForm[N[XDAT]] * MatrixForm[YDAT] * MatrixForm[nwtnDAT]
MatrixForm[MR]
Plot[Abs[1 / (x * x) - nwtn[x]], {x, 0.5, 2}]
FindMaximum[{Abs[1 / (x * x) - nwtn[x]], 0.5 <= x <= 2}, {x, 0.6}]

```

## Выход:

```

Out[2]-> War h
Out[3]-> 0.375
Out[4]-> a)
Out[9]-> 
$$\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.875 \\ 1.25 \\ 1.625 \\ 2. \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4. \\ 1.30612 \\ 0.64 \\ 0.378698 \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

Out[10]-> b)
Out[16]/PaddedForm=
4.00000 -7.18367 7.20980 -5.12927 2.84596
1.30612 -1.77633 1.43936 -0.86034
0.64000 -0.69680 0.47148
0.37870 -0.34320
0.25000
Out[17]-> e)
Out[22]-> ColumnForm[lst:]
Out[23]-> 4. - 7.18367 (-0.5 + x)
4. - 7.18367 (-0.5 + x) + 7.2098 (-0.875 + x) (-0.5 + x)
4. - 7.18367 (-0.5 + x) + 7.2098 (-0.875 + x) (-0.5 + x) - 5.12927 (-1.25 + x) (-0.875 + x) (-0.5 + x)
4. - 7.18367 (-0.5 + x) + 7.2098 (-0.875 + x) (-0.5 + x) - 5.12927 (-1.25 + x) (-0.875 + x) (-0.5 + x) + 2.84596 (-1.625 + x) (-1.25 + x) (-0.875 + x) (-0.5 + x)
Out[24]-> ColumnForm[Collect[lst,x]]:
Out[25]-> 7.59184 - 7.18367 x
10.7461 - 17.0971 x + 7.2098 x^2
13.5512 - 28.1571 x + 20.6741 x^2 - 5.12927 x^3
16.0803 - 39.6855 x + 38.9505 x^2 - 17.2246 x^3 + 2.84596 x^4
Out[26]-> r)
Out[29]-> 16.0804 - 39.6857 x + 38.9507 x^2 - 17.2247 x^3 + 2.84598 x^4
Out[30]-> d)
Out[31]-> {0.125, 2.375}

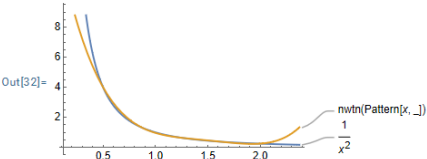
```

Out[26]= r )

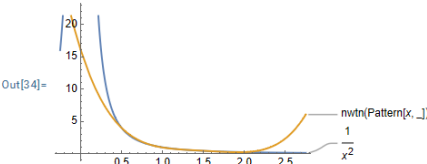
Out[29]=  $16.0804 - 39.6857 x + 38.9507 x^2 - 17.2247 x^3 + 2.84598 x^4$

Out[30]= a)

Out[31]= [0.125, 2.375]



Out[33]= [-0.25, 2.75]



Out[35]= e)

Out[38]=  $2.84596$   
 $-5.12927 + 2.84596 (-1.625 + x)$   
 $7.2098 + (-5.12927 + 2.84596 (-1.625 + x)) (-1.25 + x)$   
 $-7.18367 + (7.2098 + (-5.12927 + 2.84596 (-1.625 + x)) (-1.25 + x)) (-0.875 + x)$   
 $4. + (-7.18367 + (7.2098 + (-5.12927 + 2.84596 (-1.625 + x)) (-1.25 + x)) (-0.875 + x)) (-0.5 + x)$

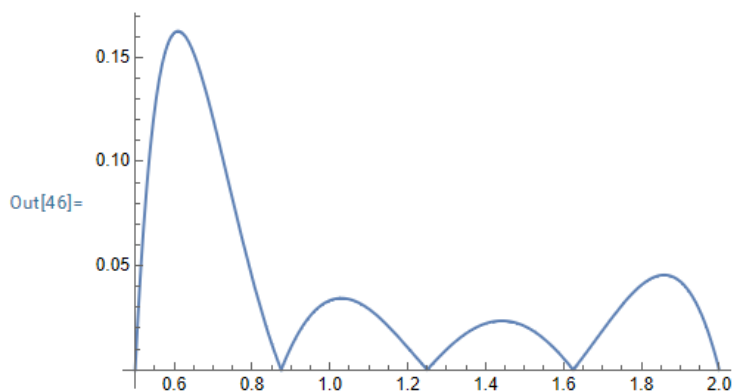
|        |         |         |
|--------|---------|---------|
| 0.5    | 4.      | 4.      |
| 0.5375 | 3.46133 | 3.5652  |
| 0.575  | 3.02457 | 3.17572 |
| 0.6125 | 2.66556 | 2.82811 |
| 0.65   | 2.36686 | 2.51906 |
| 0.6875 | 2.1157  | 2.2454  |

Out[44]=

|        |          |          |
|--------|----------|----------|
| 0.5    | 4.       | 4.       |
| 0.5375 | 3.46133  | 3.5652   |
| 0.575  | 3.02457  | 3.17572  |
| 0.6125 | 2.66556  | 2.82811  |
| 0.65   | 2.36686  | 2.51906  |
| 0.6875 | 2.1157   | 2.2454   |
| 0.725  | 1.9025   | 2.00407  |
| 0.7625 | 1.71997  | 1.79219  |
| 0.8    | 1.5625   | 1.60697  |
| 0.8375 | 1.42571  | 1.44578  |
| 0.875  | 1.30612  | 1.30612  |
| 0.9125 | 1.20098  | 1.18563  |
| 0.95   | 1.10803  | 1.08206  |
| 0.9875 | 1.02548  | 0.993334 |
| 1.025  | 0.951814 | 0.917483 |
| 1.0625 | 0.885813 | 0.852683 |
| 1.1    | 0.826446 | 0.797242 |
| 1.1375 | 0.772854 | 0.749607 |
| 1.175  | 0.72431  | 0.708355 |
| 1.2125 | 0.6802   | 0.672203 |
| 1.25   | 0.64     | 0.64     |
| 1.2875 | 0.603261 | 0.610731 |
| 1.325  | 0.569598 | 0.583515 |
| 1.3625 | 0.538675 | 0.557609 |
| 1.4    | 0.510204 | 0.532401 |
| 1.4375 | 0.483932 | 0.507418 |
| 1.475  | 0.459638 | 0.482318 |
| 1.5125 | 0.437129 | 0.456899 |
| 1.55   | 0.416233 | 0.43109  |
| 1.5875 | 0.396801 | 0.404956 |
| 1.625  | 0.378698 | 0.378698 |
| 1.6625 | 0.361807 | 0.352652 |
| 1.7    | 0.346021 | 0.327289 |
| 1.7375 | 0.331246 | 0.303213 |
| 1.775  | 0.317397 | 0.281167 |
| 1.8125 | 0.3044   | 0.262025 |
| 1.85   | 0.292184 | 0.246799 |
| 1.8875 | 0.280689 | 0.236635 |
| 1.925  | 0.26986  | 0.232814 |
| 1.9625 | 0.259645 | 0.236752 |
| 2.     | 0.25     | 0.25     |

Out[45]//MatrixForm=

```
0.  
0.10387  
0.151144  
0.162554  
0.152197  
0.129694  
0.101577  
0.072222  
0.044471  
0.0200749  
2.22045 × 10-16  
0.0153499  
0.0259715  
0.0321422  
0.0343311  
0.0331305  
0.029204  
0.023247  
0.0159544  
0.00799667  
3.33067 × 10-16  
0.00746934  
0.0139175  
0.0189335  
0.022197  
0.0234856  
0.0226804  
0.0197704  
0.0148566  
0.00815511  
6.10623 × 10-16  
0.00915454  
0.0187321  
0.0280327  
0.0362308  
0.0423747  
0.0453852  
0.0440546  
0.0370463  
0.0228938  
1.33227 × 10-15
```



Out[47]= {0.162599, {2. → 0.610099}}

Вывод:

В результате лабораторной работы №3 мы изучили теорию о приближениях функции, заданной в узлах, алгебраическими многочленами; научились строить интерполяционный многочлен Ньютона и таблицу разделенных разностей; научились применять интерполирование для построения графика функции, заданной в узлах; исследовали зависимость погрешности интерполирования от числа и взаимного расположения узлов и от гладкости функции.