Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления

Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ

Типовой расчёт

Выполнил: Заяц Д. А.

Проверил: Самсонов П. А.

Минск 2022

Вариант: 6.

Таблица значений:

6	
-0.5	1.6313
-0.412	1.47756
-0.324	1.38862
-0.236	1.25078
-0.148	1.17048
-0.06	1.05118
0.028	0.982116
0.116	0.8818
0.204	0.824781
0.292	0.742362
0.38	0.697
0.468	0.630556
0.556	0.595805
0.644	0.543107
0.732	0.517675
0.82	0.476544
0.908	0.459175
0.996	0.427691
1.084	0.417327
1.172	0.393931
1.26	0.389793
1.348	0.373315
1.436	0.374944
1.524	0.3646
1.612	0.371874
1.7	0.367249

*При решении типового расчета использовалось 25 узлов (первый узел не учитывается).

Апроксимация функции, использую команду InterpolatingPolynomial:

Вход:

```
In[1922]:= "Типовой расчет. Вариант 6"
"Задание 1"
(*Табличные данные*)
data = {{-0.412, 1.47756}, {-0.324, 1.38862}, {-0.236, 1.25078},
   {-0.148, 1.17048}, {-0.06, 1.05118}, {0.028, 0.982116},
   {0.116, 0.8818}, {0.204, 0.824781}, {0.292, 0.742362}, {0.38, 0.697},
   {0.468, 0.630556}, {0.556, 0.595805}, {0.644, 0.543107},
   {0.732, 0.517675}, {0.82, 0.476544}, {0.908, 0.459175},
   {0.996, 0.427691}, {1.084, 0.417327}, {1.172, 0.393931},
   {1.26, 0.389793}, {1.348, 0.373315}, {1.436, 0.374944},
   {1.524, 0.3646}, {1.612, 0.371874}, {1.7, 0.367249}};
l = Length[data];
(*Встроенная функция для нахождения интерполяционного полинома*)
inpln := InterpolatingPolynomial[data, x]; Collect[inpln, x]
gr1 = Plot[inpln, {x, -0.5, 1.788}];
gr2 = ListPlot[data];
Show[gr2, gr1]
```

Выход:

Типовой расчет. Вариант 6

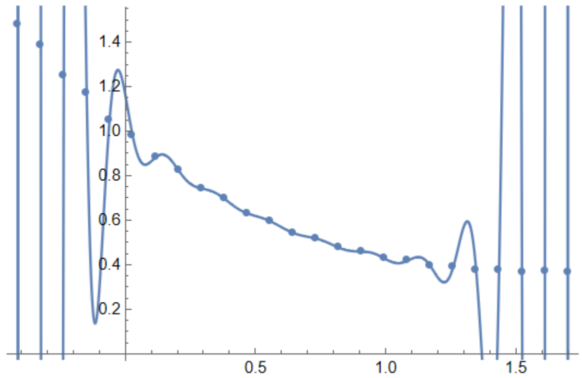
Out[1923]=

Задание 1

Out[1926]=

$$1.16478 - 6.42196\,x - 41.5008\,x^2 + 1567.01\,x^3 - 6408.47\,x^4 - 59\,407.\,x^5 + 543\,724.\,x^6 - 756\,425.\,x^7 - 7.56572\times10^6\,x^8 + 3.7839\times10^7\,x^9 - 4.20653\times10^7\,x^{10} - 1.91239\times10^8\,x^{11} + 8.34038\times10^8\,x^{12} - 1.27364\times10^9\,x^{13} - 2.10097\times10^8\,x^{14} + 4.86181\times10^9\,x^{15} - 1.1086\times10^{10}\,x^{16} + 1.49329\times10^{10}\,x^{17} - 1.38874\times10^{10}\,x^{18} + 9.30604\times10^9\,x^{19} - 4.51528\times10^9\,x^{20} + 1.55446\times10^9\,x^{21} - 3.61086\times10^8\,x^{22} + 5.08423\times10^7\,x^{23} - 3.28158\times10^6\,x^{24}$$

Out[1929]=



Задание 1.

Постройте интерполяционный многочлен степени n=24 для функции f(x), выведите его график и оцените его поведение на отрезке. Постройте многочлены меньшей степени на отрезке, используя не все узлы сетки:

- используете значения функции в нечетных узлах (n=12);
- используете значения функции в каждом 3- узле (n=7);
- используете значения функции в каждом 5- узле (n=4).

Сравните результаты и сделайте выводы о зависимость погрешности интерполирования от числа узлов.

При интерполировании алгебраическими многочленами наиболее употребительны многочлены в форме Ньютона и Лагранжа. Для первых двух вариантов задания будем использовать многочлены в форме Ньютона, для последующих двух - в форме Лагранжа.

1) n = 24:

Вход:

```
"Типовой расчет. Вариант 6"
"Задание 1"
(*Табличные данные*)
data = {{-0.412, 1.47756}, {-0.324, 1.38862}, {-0.236, 1.25078}, {-0.148, 1.17048}, {-0.06, 1.05118}, {0.028, 0.982116}, {0.116, 0.8818}, {0.204, 0.824781}, {0.292, 0.742362}, {0.38, 0.697}, {0.468, 0.630556},
   {0.556, 0.595805}, {0.644, 0.543107}, {0.732, 0.517675}, {0.82, 0.476544}, {0.908, 0.459175}, {0.996, 0.427691}, {1.084, 0.417327}, {1.172, 0.393931}, {1.26, 0.389793}, {1.348, 0.373315}, {1.436, 0.374944},
   {1.524, 0.3646}, {1.612, 0.371874}, {1.7, 0.367249}};
l = Length[data];
(*Встроенная функция для нахождения интерполяционного полинома*)
inpln := InterpolatingPolynomial[data, x]; Collect[inpln, x]
gr1 = Plot[inpln, {x, -0.5, 1.788}];
gr2 = ListPlot[data];
Show[gr2, gr1]
(*перенос данных в контейнеры xdata и ydata*)
For[i = 0, i < l, i++,
  xdata[i] = data[[i + 1]][[1]];
  ydata[i] = data[[i + 1]][[2]];
 ];

n = l - 1;
(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata, {n + 1, 0}];
Array[ydata, {n + 1, 0}];
Array[difftab, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  For[j = n, j ≥ n - i, j--, difftab[j, i] = ""]];
For[j = 0, j ≤ n, j++, difftab[j, 0] = ydata[j]];
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  For[j = 0, j ≤ n - i, j++,
   difftab[j, i] = (difftab[j + 1, i - 1] - difftab[j, i - 1]) / (xdata[i + j] - xdata[j])]];
arr = Array[difftab, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
PaddedForm[TableForm[arr], {6, 5}]
(*формирование интерполяционных многочленов Ньютона*)
pln = difftab[0, 0] + difftab[0, 1] * (x - xdata[0]);
lst = List[pln];
For[i = 2, i ≤ n, i++,
  pln = lst[[i - 1]] + difftab[0, i] * Product[(x - xdata[i]), {i, 0, i-1}];
  lst = Append[lst, pln]];
(*Вывод интерполяционного многочлена Ньютона 24 степени*)
nwtn[x_] := N[lst[[n]]];
Collect[nwtn[x], x]
```

Выход:

Out[2146]//PaddedForm=

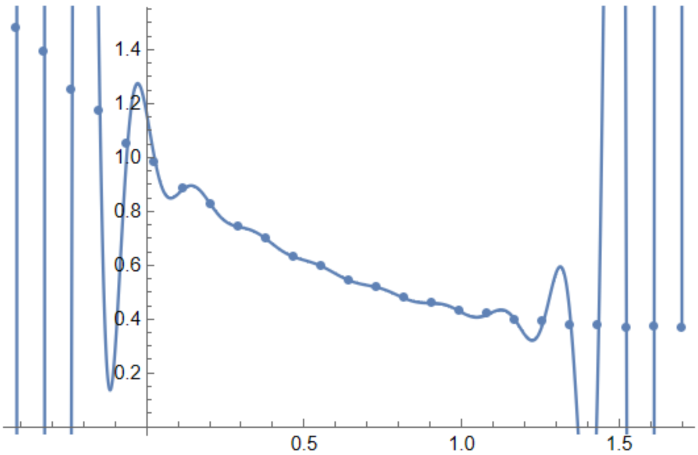
1.47756	-1.01068	-3.15728	26.03190	-141.03000	613.87900	-2228.83000	6935.47000	-18880.90000	45686.90000	-99497.40000	197007.00000	-357632.00000	599427.00000	-933235.00000	1.35661×10^{6}
1.38862	-1.56636	3.71513	-23.61070	129.07700	-562.94400	2043.42000	-6356.70000	17303.10000	-41870.80000	91205.00000	-180652.00000	328113.00000	-550319.00000	857485.00000	-1.24770×10^{6}
1.25078	-0.91250	-2.51808	21.82430	-118.61900	515.98300	-1872.30000	5824.70000	-15858.50000	38389.60000	-83666.60000	165835.00000	-301452.00000	506102.00000	-789485.00000	1.15024×10^{6}
1.17048	-1.35568	3.24354	-19.92940	108.41400	-472.59300	1715.71000	-5339.71000	14546.00000	-35237.00000	76861.40000	-152499.00000	277529.00000	-466544.00000	728829.00000	-1.06356×10^{6}
1.05118	-0.78482	-2.01782	18.23230	-99.52690	433.30100	-1573.55000	4900.70000	-13361.70000	32400.90000	-70757.40000	140572.00000	-256197.00000	431374.00000	-675066.00000	986967.00000
0.98212	-1.13995	2.79552	-16.80110	91.12540	-397.53500	1445.28000	-4505.94000	12299.80000	-29865.50000	65316.30000	-129972.00000	237295.00000	-400307.00000	627730.00000	-919764.00000
0.88180	-0.64794	-1.63998	15.27500	-83.78980	365.57400	-1330.38000	4153.16000	-11353.70000	27612.90000	-60496.60000	120611.00000	-220657.00000	373056.00000	-586358.00000	861260.00000
0.82478	-0.93658	2.39263	-14.21900	77.06270	-336.86500	1227.97000	-3839.81000	10515.70000	-25624.10000	56255.20000	-112402.00000	206119.00000	-349338.00000	550504.00000	-810794.00000
0.74236	-0.51548	-1.36118	12.90710	-71.15770	311.50300	-1137.36000	3563.26000	-9778.56000	23880.50000	-52550.20000	105259.00000	-193523.00000	328883.00000	-519744.00000	767752.00000
0.69700	-0.75505	2.04629	-12.14040	65.90360	-289.02100	1057.61000	-3320.85000	9134.78000	-22363.70000	49340.90000	-99101.10000	182719.00000	-311441.00000	493688.00000	-731573.00000
0.63056	-0.39490	-1.15877	11.05770	-61.26580	269.39800	-988.02800	3110.04000	-8577.28000	21056.30000	-46588.90000	93850.70000	-173570.00000	296783.00000	-471988.00000	
0.59581	-0.59884	1.76046	-10.50790	57.26940	-252.28100	927.75400	-2928.37000	8099.33000	-19941.90000	44258.60000	-89438.70000	165950.00000	-284707.00000		
0.54311	-0.28900	-1.01362	9.65092	-53.73420	237.57300	-876.12000	2773.56000	-7694.68000	19005.60000	-42318.10000	85804.30000	-159755.00000			
0.51768	-0.46740	1.53422	-9.26353	50.79800	-225.01800	832.39300	-2643.49000	7357.76000	-18234.30000	40740.50000	-82896.40000				
0.47654	-0.19738	-0.91135	8.61738	-48.20990	214.48500	-795.99900	2536.37000	-7083.84000	17617.30000	-39503.30000					
0.45918	-0.35777	1.36364	-8.35251	46.16370	-205.80200	766.40300	-2450.66000	6869.04000	-17145.60000						
0.42769	-0.11777	-0.84143	7.89712	-44.38920	198.85900	-743.20200	2385.15000	-6710.28000							
0.41733	-0.26586	1.24341	-7.72788	43.10870	-193.55200	726.05000	-2338.89000								
0.39393	-0.04702	-0.79675	7.44638	-42.05400	189.80300	-714.70600									
0.38979	-0.18725	1.16910	-7.35662	41.45920	-187.56200										
0.37332	0.01851	-0.77305	7.23703	-41.06810											
0.37494	-0.11755	1.13753	-7.21893												
0.36460	0.08266	-0.76827													
0.37187	-0.05256														
0.36725															

Out[2151]=

$$1.16478 - 6.42196 x - 41.5008 x^2 + 1567.01 x^3 - 6408.47 x^4 - 59407. x^5 + 543724. x^6 - 756425. x^7 - 7.56572 \times 10^6 x^8 + 3.7839 \times 10^7 x^9 - 4.20653 \times 10^7 x^{10} - 1.91239 \times 10^8 x^{11} + 8.34038 \times 10^8 x^{12} - 1.27364 \times 10^9 x^{13} - 2.10097 \times 10^8 x^{14} + 4.86181 \times 10^9 x^{15} - 1.1086 \times 10^{10} x^{16} + 1.49329 \times 10^{10} x^{17} - 1.38874 \times 10^{10} x^{18} + 9.30604 \times 10^9 x^{19} - 4.51528 \times 10^9 x^{20} + 1.55446 \times 10^9 x^{21} - 3.61086 \times 10^8 x^{22} + 5.08423 \times 10^7 x^{23} - 3.28158 \times 10^6 x^{24}$$

0.5 1.0 1.5

Out[2197]=



2) значения функции в нечетных узлах (n=12)

Вход:

```
"используете значения функции в нечетных узлах (n=12)"
data1 = {{-0.412, 1.47756}, {-0.236, 1.25078}, {-0.06, 1.05118}, {0.116, 0.8818}, {0.292, 0.742362}, {0.468, 0.630556}, {0.644, 0.543107}, {0.82, 0.476544}, {0.996, 0.427691}, {1.172, 0.393931}, {1.348, 0.373315},
   {1.524, 0.3646}, {1.7, 0.367249}};
l = Length[data1];

(*перенос данных в контейнеры xdata и ydata*)
For[i = 0, i < l, i++,
  xdata1[i] = data1[[i + 1]][[1]];
  ydata1[i] = data1[[i + 1]][[2]];
 ];

n1 = l - 1;
(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata1, {n1 + 1, 0}];
Array[ydata1, {n1 + 1, 0}];
Array[difftab1, {n1 + 1, n1 + 1}, {0, 0}];
For[i = 1, i ≤ n1, i++,
  For[j = n1, j ≥ n1 - i, j--, difftab1[j, i] = ""]];
For[j = 0, j ≤ n1, j++, difftab1[j, 0] = ydata1[j]];
For[i = 1, i ≤ n1, i++,
  For[j = 0, j ≤ n1 - i, j++,
   difftab1[j, i] = (difftab1[j + 1, i - 1] - difftab1[j, i - 1]) / (xdata1[i + j] - xdata1[j])]];
arr1 = Array[difftab1, {n1 + 1, n1 + 1}, {0, 0}];
PaddedForm[TableForm[arr1], {6, 5}]
(*формирование интерполяционных многочленов Ньютона*)
pln1 = difftab1[0, 0] + difftab1[0, 1] * (x - xdata1[0]);
lst1 = List[pln1];
For[i = 2, i ≤ n1, i++,
  pln1 = lst1[[i - 1]] + difftab1[0, i] * Product[(x - xdata1[i]), {i, 0, i-1}];
  lst1 = Append[lst1, pln1];];
(*Вывод интерполяционного многочлена Ньютона 12 степени*)
nwtn1[x_] := N[lst1[[n1]]];
Collect[nwtn1[x], x]
```


Выход:

Out[2152]=

используете значения функции в нечетных узлах (n=12)

Out[2164]//PaddedForm=

1.47756	-1.28852	0.43873	0.09294	-0.14408	0.06346	-0.01023	-0.00300	0.00267	-0.00116	0.00056	-0.00028	4.72651×10^{-6}
1.25078	-1.13409	0.48780	-0.00850	-0.08824	0.05265	-0.01393	0.00076	0.00084	-0.00017	9.66296×10^{-6}	-0.00027	
1.05118	-0.96239	0.48331	-0.07062	-0.04190	0.03795	-0.01299	0.00193	0.00057	-0.00015	-0.00052		
0.88180	-0.79226	0.44602	-0.10012	-0.00851	0.02423	-0.01061	0.00273	0.00032	-0.00107			
0.74236	-0.63526	0.39316	-0.10611	0.01281	0.01303	-0.00724	0.00319	-0.00137				
0.63056	-0.49687	0.33713	-0.09709	0.02427	0.00538	-0.00332	0.00125					
0.54311	-0.37820	0.28587	-0.08000	0.02901	0.00188	-0.00178						
0.47654	-0.27757	0.24362	-0.05958	0.03066	2.61549×10^{-14}							
0.42769	-0.19182	0.21216	-0.03800	0.03066								
0.39393	-0.11714	0.19210	-0.01642									
0.37332	-0.04952	0.18343										
0.36460	0.01505											
0.36725												

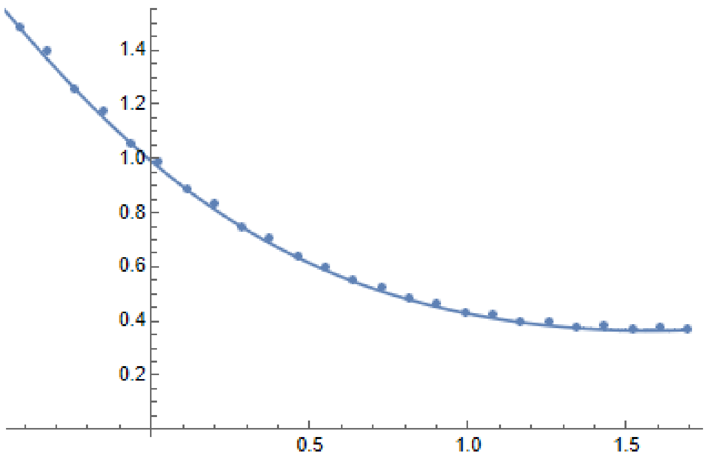
Out[2169]=

$0.99 - 0.989996\,x + 0.495043\,x^2 - 0.000257397\,x^3 - 0.123768\,x^4 + 0.0677959\,x^5 - 0.00667308\,x^6 - 0.0123179\,x^7 + 0.0114881\,x^8 - 0.00634917\,x^9 + 0.00211102\,x^{10} - 0.000316034\,x^{11} + 4.72651 \times 10^{-6}\,x^{12}$

Out[2170]=

используете значения функции в каждом 3- узле (n=7)

Out[2196]=



3) значения функции в каждом 3-ем узле (n=7)

Вход:

```
"используете значения функции в каждом 3- узле (n=7)"
data2 = {{-0.236, 1.25078}, {0.028, 0.982116}, {0.292, 0.742362}, {0.556, 0.595805}, {0.82, 0.476544}, {1.084, 0.417327}, {1.348, 0.373315}, {1.612, 0.371874}};
l = Length[data2];

(*перенос данных в контейнеры xdata и ydata*)
For[i = 0, i < l, i++,
  xdata2[i] = data2[[i + 1]][[1]];
  ydata2[i] = data2[[i + 1]][[2]];
 ];

n2 = l - 1;
(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata2, {n2 + 1, 0}];
Array[ydata2, {n2 + 1, 0}];
pln2 = Sum_{i=0}^{n2} ydata2[i] * Product_{j=0}^{n2} If[i ≠ j, (x - xdata2[j]) / (xdata2[i] - xdata2[j]), 1];
(*формирование интерполяционного многочлена Лагранжа*)
lgr2[x_] := Collect[pln2, x];
lgr2[x]
```

Выход:

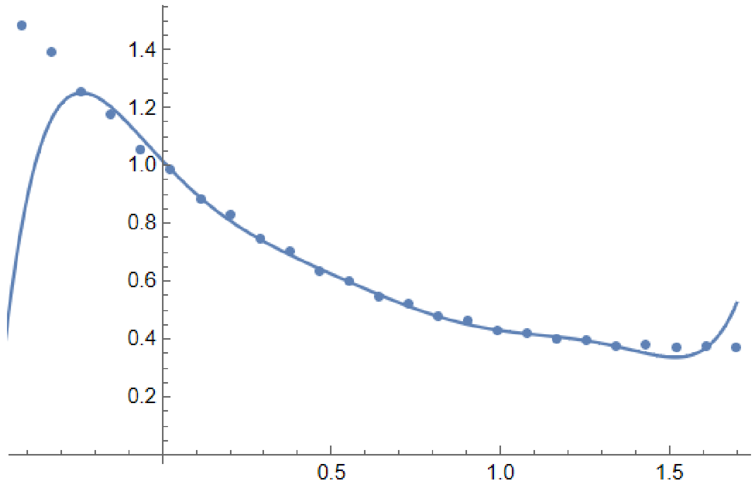
используете значения функции в каждом 3- узле (n=7)

Out[2179]=

$$1.01654 - 1.25146\,x + 0.688714\,x^2 + 3.78066\,x^3 - 12.1168\,x^4 + 14.6673\,x^5 - 7.97852\,x^6 + 1.623\,x^7$$

Out[2180]=

Out[2195]=



2) значения функции в каждом 5-ом узле (n=4)

Вход:

```
"используете значения функции в каждом 5-узле (n=4)"
data3 = {{-0.06, 1.05118}, {0.38, 0.697}, {0.82, 0.476544}, {1.26, 0.389793}, {1.7, 0.367249}};
l3 = Length[data3];

(*перенос данных в контейнеры xdata и ydata*)
For[i = 0, i < l3, i++,
  xdata3[i] = data3[[i + 1]][[1]];
  ydata3[i] = data3[[i + 1]][[2]];
 ];
n3 = l3 - 1;
(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata3, {n3 + 1, 0}];
Array[ydata3, {n3 + 1, 0}];
pln3 = Sum_{i=0}^{n3} ydata3[i] * Product_{j=0}^{n3} If[i ≠ j, (x - xdata3[j]) / (xdata3[i] - xdata3[j]), 1];
(*формирование интерполяционного многочлена Лагранжа*)
lgr3[x_] := Collect[pln3, x];
lgr3[x]
```

Выход:

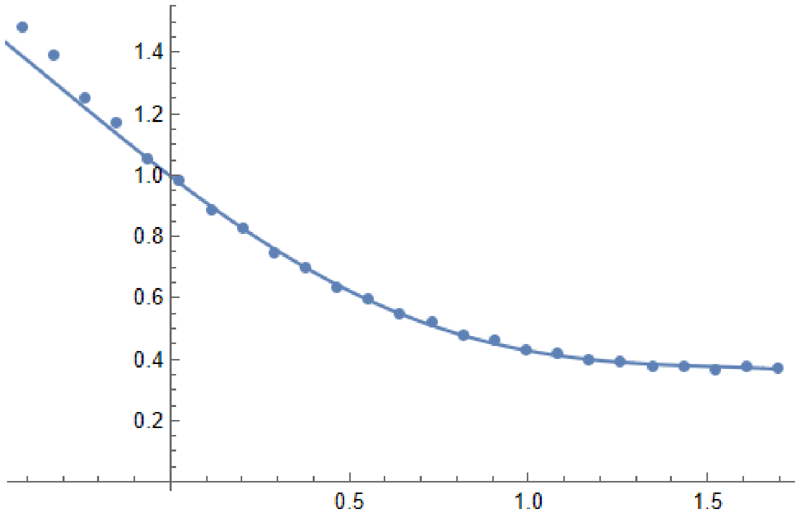
Out[2318]=

```
используете значения функции в каждом 5-узле (n=4)
```

Out[2327]=

$$0.996827 - 0.893605\, x + 0.215953\, x^2 + 0.185334\, x^3 - 0.0772381\, x^4$$

Out[2332]=



Видим, что при увеличении количества узлов, точность интерполирования увеличивается. Интерполирующие многочлены 4ой и 7ой степеней "пропускают" некоторые узлы, в то время как многочлены 11ой и 24ой степеней визуально "попадают" во все узлы.

Задание 2.

Постройте сплайн, аппроксимирующий функцию f(x) по значениям в узлах, выведите его график и сравните его с графиком интерполяционного многочлена степени, построенного по тем же узлам.

Для данного задания будем строить кубический сплайн, т.е. каждый многочлен на его частичных интервалах будет третьей степени.

Вход:

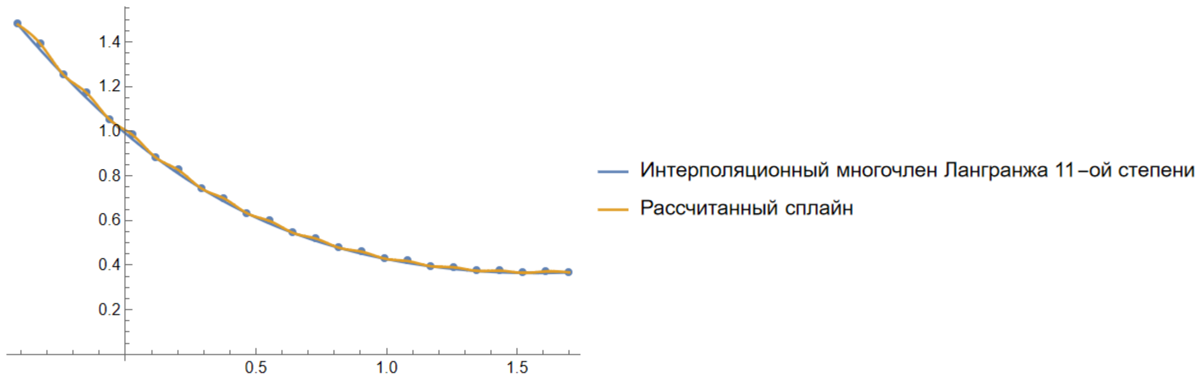
```
"Типовой расчет. Вариант 6"
"Задание 2"
(*Табличные данные*)
data = {{-0.412, 1.47756}, {-0.324, 1.38862}, {-0.236, 1.25078}, {-0.148, 1.17048}, {-0.06, 1.05118}, {0.028, 0.982116}, {0.116, 0.8818}, {0.204, 0.824781}, {0.292, 0.742362}, {0.38, 0.697}, {0.468, 0.630556},
   {0.556, 0.595805}, {0.644, 0.543107}, {0.732, 0.517675}, {0.82, 0.476544}, {0.908, 0.459175}, {0.996, 0.427691}, {1.084, 0.417327}, {1.172, 0.393931}, {1.26, 0.389793}, {1.348, 0.373315}, {1.436, 0.374944},
   {1.524, 0.3646}, {1.612, 0.371874}, {1.7, 0.367249}};
l = Length[data];

(*Встроенная функция для нахождения интерполяционного полинома*)
(*перенос данных в контейнеры xdata и ydata*)
For[i = 0, i < l, i++,
  xdata[i] = data[[i + 1]][[1]];
  ydata[i] = data[[i + 1]][[2]];
 ];
(*Интерполяционный многочлен встроенной функции*)
inpln := InterpolatingPolynomial[data, x]; Collect[inpln, x];
gripln = Plot[inpln, {x, -0.5, 1.788}];


(*Многочлен, полученнный в результате задания 1, при использовании значений функции в нечетных узлах (n=12)*)
data1 = {{-0.412, 1.47756}, {-0.236, 1.25078}, {-0.06, 1.05118}, {0.116, 0.8818}, {0.292, 0.742362}, {0.468, 0.630556}, {0.644, 0.543107}, {0.82, 0.476544}, {0.996, 0.427691}, {1.172, 0.393931}, {1.348, 0.373315}, {1.524, 0.3646}};
l1 = Length[data1];

For[i = 0, i < l1, i++,
  xdata1[i] = data1[[i + 1]][[1]];
  ydata1[i] = data1[[i + 1]][[2]];
 ];

n1 = l1 - 1;
(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata1, {n1 + 1, 0}];
Array[ydata1, {n1 + 1, 0}];
pln1 = Sum[i=0..n1] ydata1[i] * Product[j=0..n1] If[i ≠ j, (x - xdata1[j]) / (xdata1[i] - xdata1[j]), 1];
(*формирование интерполяционного многочлена Лагранжа*)
lgr1[x_] := Collect[pln1, x];

n = l - 1;
Array[d, n, 0]; Array[w, n, 0]; Array[{p, q, r, o}, n, 1];
For[i = 0, i ≤ n, i++,  (*Метод прогонки для расчета коэффициентов сплайна*)
  d[i] = xdata[i + 1] - xdata[i];
  w[i] = ydata[i + 1] - ydata[i]];
p[1] = 0; r[n] = 0;
For[i = 1, i ≤ n, i++,
      p[i] = d[i - 1];
      r[i] = d[i];
      q[i] = 2 * (d[i] + d[i - 1]);
      o[i] = 3 * (w[i] / d[i] - w[i - 1] / d[i - 1])];
    Array[u, n, 1]; Array[v, n, 1]; Array[cs, n, 0];
    u[1] = -r[1] / q[1];
    v[1] = o[1] / q[1];
    For[i = 2, i < n, i++,
      s = q[i] + p[i] * u[i - 1];
      u[i] = -r[i] / s;
      v[i] = (o[i] - p[i] * v[i - 1]) / s];
    cs[0] = 0;
    cs[n] = 0;
    For[i = n - 1, i ≥ 1, i--,
      cs[i] = u[i] * cs[i + 1] + v[i]];
    spln[xdata_, ydata_, cs_, n_, x_] := Block[{i = 0, h1, a1, b1, c1, d1, t1}, While[x > xdata[i + 1], i++]; (*Расчет коэффициентов рассчитанного сплайна*)
       h1 = xdata[i + 1] - xdata[i];
       a1 = ydata[i];
       b1 = (ydata[i + 1] - ydata[i]) / h1 - (cs[i + 1] + 2 * cs[i]) * h1 / 3;
       c1 = cs[i];
       d1 = (cs[i + 1] - cs[i]) / (3 * h1);
       t1 = x - xdata[i];
       Return[a1 + b1 * t1 + c1 * t1 * t1 + d1 * t1 * t1 * t1]];
    sq[x_] := spln[xdata, ydata, cs, n, x] (*функция-ссылка на рассчитанный сплайн spln*)
    gr1 := ListPlot[data];
    gr2 := Plot[{lgr1[x], sq[x]}, {x, xdata[0], xdata[n]}, PlotLegends → {"Интерполяционный многочлен Лангранжа 11-ой степени", "Рассчитанный сплайн"}]
    Show[{gr1, gr2}]
```


Выход:

Out[610]= Типовой расчет. Вариант 6

Out[611]= Задание 2

Out[641]=



Задание 3.

Постройте для функции f(x) многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения P (x) n * степени n = 1,2. Вычислите для каждого многочлена сумму квадратов отклонения в узлах, сравните их значения и сделайте выводы. Выведите графики узлов и многочленов P (x) n *, аппроксимирующих функцию.

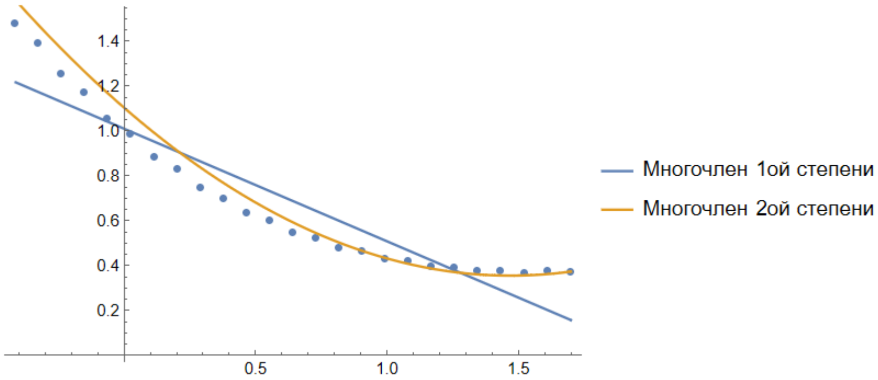
Вход:

```
"Типовой расчет. Вариант 6"
"Задание 3"
(*Табличные данные*)
data = {{-0.412, 1.47756}, {-0.324, 1.38862}, {-0.236, 1.25078}, {-0.148, 1.17048}, {-0.06, 1.05118}, {0.028, 0.982116}, {0.116, 0.8818}, {0.204, 0.824781}, {0.292, 0.742362}, {0.38, 0.697}, {0.468, 0.630556}, {0.556, 0.595805},
   {0.644, 0.543107}, {0.732, 0.517675}, {0.82, 0.476544}, {0.908, 0.459175}, {0.996, 0.427691}, {1.084, 0.417327}, {1.172, 0.393931}, {1.26, 0.389793}, {1.348, 0.373315}, {1.436, 0.374944}, {1.524, 0.3646}, {1.612, 0.371874}, {1.7, 0.367249}};
l = Length[data];
 n = l - 1;
For[i = 0, i < l, i++,
  xdata[i] = data[[i + 1]][[1]];
  ydata[i] = data[[i + 1]][[2]];
 ];

(*создание и заполнение таблицы разностей*)
Array[xdata, {n + 1, 0}];
Array[ydata, {n + 1, 0}];
pln = Sum[ydata[i] * Product[If[i ≠ j, (x - xdata[j]) / (xdata[i] - xdata[j]), 1], {j, 0, n}], {i, 0, n}];
(*формирование интерполяционного многочлена Лагранжа*)
lgr[x_] := Collect[pln, x];

"многочлен 1ого порядка:"
ex = Sum[xdata[i], {i, 0, n}]; ey = Sum[ydata[i], {i, 0, n}];
exx = Sum[xdata[i]^2, {i, 0, n}]; eyy = Sum[ydata[i]^2, {i, 0, n}]; exy = Sum[xdata[i] * ydata[i], {i, 0, n}];
a = (ey * exx - ex * exy) / ((n + 1) * exx - ex^2);
b = ((n + 1) * exy - ex * ey) / ((n + 1) * exx - ex^2);
p1[x_] := a + b * x;
gr1 := ListPlot[Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, 0, n}]];
(*Вычисление суммы квадратов отклонения в узлах*)
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  sumq = sumq + Abs[p1[xdata[i]] - ydata[i]]^2;];
Print["Сумма квадратов отклонения в узлах для многочлена 1ой степени: ", sumq];
"многочлен 2ого порядка:"
A = {{Sum[xdata[i]^4, {i, 0, n}], Sum[xdata[i]^3, {i, 0, n}], Sum[xdata[i]^2, {i, 0, n}]}, {Sum[xdata[i]^3, {i, 0, n}], Sum[xdata[i]^2, {i, 0, n}], Sum[xdata[i], {i, 0, n}]}, {Sum[xdata[i]^2, {i, 0, n}], Sum[xdata[i], {i, 0, n}], n}};
B = {Sum[xdata[i]^2 * ydata[i], {i, 0, n}], Sum[xdata[i] * ydata[i], {i, 0, n}], Sum[ydata[i], {i, 0, n}]};
LinearSolve[A, B];
p2[x_] := 0.3462042818302476` x^2 + -1.0184616172102496` x + 1.1038585339714504`;
(*Вычисление суммы квадратов отклонения в узлах*)
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
 sumq = sumq + Abs[p2[xdata[i]] - ydata[i]]^2;]
Print["Сумма квадратов отклонения в узлах для многочлена 1ой степени: ", sumq];
gr2 := Plot[{p1[x], p2[x]}, {x, xdata[0], xdata[n]}, PlotLegends → {"Многочлен 1ой степени", "Многочлен 2ой степени"}];
Show[gr1, gr2]
```


Выход:

```
Out[548]= Типовой расчет. Вариант 6

Out[549]= Задание 3

Out[558]= многочлен 1ого порядка:

          Сумма квадратов отклонения в узлах для многочлена 1ой степени: 0.384863

Out[568]= многочлен 2ого порядка:

          Сумма квадратов отклонения в узлах для многочлена 1ой степени: 0.106163
```

Out[577]=



Результат работы программы показывает, что сумма квадратов отклонения в узлах для многочлена 2ой степени меньше, чем для многочлена 1ой степени. Это также продемонстрировано на графике, график многочлена 2ой степени располагается ближе к узлам, “задевая” некоторую часть из них.

Задание 4.

Вычислите для таблично заданной определенный интеграл следующими методами:

- методами левых и правых прямоугольников;

- методом трапеций;

- методом Симпсона.

Сравните полученные приближенные значения интеграла и сделайте выводы о точности результата.

Вход:

```
In[2405]:= "Типовой расчет. Вариант 6"
"Задание 4"
(*Табличные данные*)
data = {{-0.412, 1.47756}, {-0.324, 1.38862}, {-0.236, 1.25078}, {-0.148, 1.17048}, {-0.06, 1.05118}, {0.028, 0.982116}, {0.116, 0.8818},
   {0.204, 0.824781}, {0.292, 0.742362}, {0.38, 0.697}, {0.468, 0.630556}, {0.556, 0.595805}, {0.644, 0.543107}, {0.732, 0.517675}, {0.82, 0.476544},
   {0.908, 0.459175}, {0.996, 0.427691}, {1.084, 0.417327}, {1.172, 0.393931}, {1.26, 0.389793}, {1.348, 0.373315}, {1.436, 0.374944}, {1.524, 0.3646},
   {1.612, 0.371874}, {1.7, 0.367249}};

n = Length[data] - 1;
For[i = 0, i < n + 1, i++,
  xdata[i] = data[[i + 1]][[1]];
  ydata[i] = data[[i + 1]][[2]];
 ];
inpln := InterpolatingPolynomial[data, x]; Collect[inpln, x];
"Встроенная функция"
resx = NIntegrate[inpln, {x, xdata[0], xdata[n]}]
h = (xdata[n] - xdata[0]) / n;
"Метод левых прямоугольников"
```

$$resx = N\left[h * \sum_{k=0}^{n-1} ydata[k]\right]$$

```
"Метод правых прямоугольников"
```

$$resx = N\left[h * \sum_{k=1}^{n} ydata[k]\right]$$

```
"метод трапеций"
```

$$resx = N\left[h/2 * \left(ydata[0] + ydata[n] + 2 * \sum_{k=1}^{n-1} ydata[k]\right)\right]$$

```
"метод парабол"
```

$$resx = N\left[h/3 * \left(ydata[0] + ydata[n] + 4 * \sum_{k=1}^{n-1} If[Mod[k, 2] == 1, ydata[k], 0] + 2 * \sum_{k=2}^{n-1} If[Mod[k, 2] == 0, ydata[k], 0]\right)\right]$$

Выход:

```
Out[2405]=
        Типовой расчет. Вариант 6

Out[2406]=
        Задание 4

Out[2411]=
        Встроенная функция

Out[2412]=
        68.7146

Out[2414]=
        Метод левых прямоугольников

Out[2415]=
        1.47867

Out[2416]=
        Метод правых прямоугольников

Out[2417]=
        1.38096

Out[2418]=
        метод трапеций

Out[2419]=
        1.42981

Out[2420]=
        метод парабол

Out[2421]=
        1.43366
```

Как видим, результат встроенной функции и остальных методов существенно отличается.

Это связано с тем, что результат мы высчитываем, по заданным в таблице точкам. Напомним, график интерполирующего многочлена для наших данных выглядит так:

Типовой расчет. Вариант 6

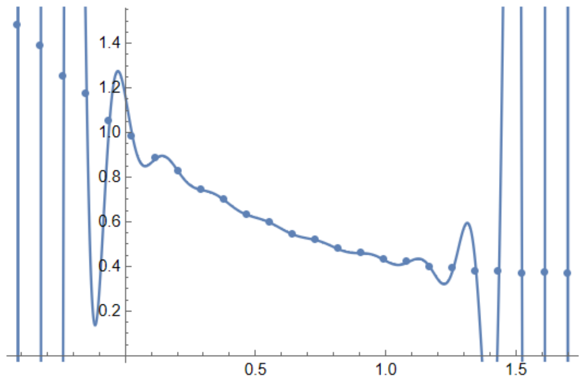
Out[1923]=

Задание 1

Out[1926]=

$$1.16478 - 6.42196\,x - 41.5008\,x^2 + 1567.01\,x^3 - 6408.47\,x^4 - 59\,407.\,x^5 + 543\,724.\,x^6 - 756\,425.\,x^7 - 7.56572\times10^6\,x^8 + 3.7839\times10^7\,x^9 - 4.20653\times10^7\,x^{10} - 1.91239\times10^8\,x^{11} + 8.34038\times10^8\,x^{12} - 1.27364\times10^9\,x^{13} - 2.10097\times10^8\,x^{14} + 4.86181\times10^9\,x^{15} - 1.1086\times10^{10}\,x^{16} + 1.49329\times10^{10}\,x^{17} - 1.38874\times10^{10}\,x^{18} + 9.30604\times10^9\,x^{19} - 4.51528\times10^9\,x^{20} + 1.55446\times10^9\,x^{21} - 3.61086\times10^8\,x^{22} + 5.08423\times10^7\,x^{23} - 3.28158\times10^6\,x^{24}$$

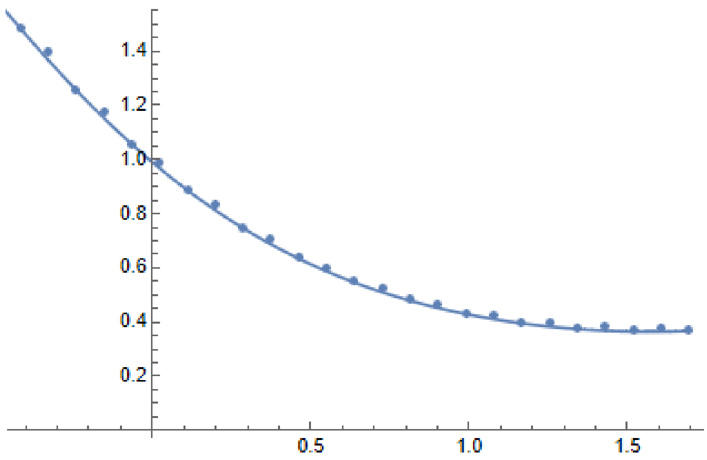
Out[1929]=



Действительно, учитывая то, как “строятся” прямоугольники, трапеции или параболы в соответствующих методах, результаты будут различаться.

Теперь попробуем взять многочлен 12-ой степени, его график:

Out[2196]=



И получаем следующий результат:

Out[2422]=

```
Типовой расчет. Вариант 6
```

Out[2423]=

```
Задание 4
```

Out[2428]=

```
Встроенная функция
```

Out[2429]=

```
1.41464
```

Out[2431]=

```
Метод левых прямоугольников
```

Out[2432]=

```
1.51596
```

Out[2433]=

```
Метод правых прямоугольников
```

Out[2434]=

```
1.32055
```

Out[2435]=

```
метод трапеций
```

Out[2436]=

```
1.41826
```

Out[2437]=

```
метод парабол
```

Out[2438]=

```
1.41463
```

Теперь значения встроенной функции и остальных методов близки, а ,судя по результату выполнения программы, метод парабол демонстрирует наилучшую точность.