Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления

Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ

Индивидуальная практическая работа №3

“Аппроксимация функции алгебраическими многочленами. Среднеквадратическое приближение алгебраическими многочленами”

Выполнил: Заяц Д. А.,

Проверил: Самсонов П. А.

Минск 2022

Цель:

Изучение линейной аппроксимации функции, заданной таблично, алгебраическими многочленами - построение интерполяционного многочлена Лагранжа, многочленов наилучшего среднеквадратичного приближения.

Вариант: 6.

Задание:

6	$f(x) = \exp(x - x^2/4) \cdot th(x^3/11 + 1/3)$	[0, 6]	2,5

Вход (Задание 4):

```
In[1]:= a = 0; b = 6; n = 6;
"Шаг h"
h = (b - a) / n
f[x_] := (Exp[x - x^2 / 4] * Tanh[x^3 / 11 + 1 / 3]);
XDT = {}; YDT = {};
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  xdata[i] = a + i × h;
  ydata[i] = N[f[xdata[i]]];
  XDT = Append[XDT, xdata[i]];
  YDT = Append[YDT, ydata[i]];
 ];
Array[xdata, n + 1, 0]; Array[ydata, n + 1, 0];
MatrixForm[XDT] × MatrixForm[YDT]
For[i = 0, i ≤ n, i++, xdata[i] = XDT[[i + 1]]; ydata[i] = YDT[[i + 1]];];
pln = Sum[ydata[i] * Product[If[i ≠ j, (x - xdata[j]) / (xdata[i] - xdata[j]), 1], {j, 0, n}], {i, 0, n}];
lgr2[x_] := Collect[pln, x];
lgr2[x]
```

Выход (Задание 4):

```
Out[2]= Шаг h

Out[3]= 1
```

$$\text{Out[8]=} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.321513 \\ 0.847855 \\ 2.13629 \\ 2.10102 \\ 0.999991 \\ 0.286505 \\ 0.0497871 \end{pmatrix}$$

$$\text{Out[12]=}\ 0.321513 - 1.13038\,x + 2.43962\,x^2 - 0.827529\,x^3 + 0.026763\,x^4 + 0.0198283\,x^5 - 0.00195986\,x^6$$

Вход (Задание 8):

```
"8."
"Количество узлов"
n = 10
"Шаг h"
h = (b - a) / n
XDT = {}; YDT = {};
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  xdata[i] = N[a + i × h];
  ydata[i] = N[f[xdata[i]]];
  XDT = Append[XDT, xdata[i]];
  YDT = Append[YDT, ydata[i]];
 ];
Array[xdata, {n + 1, 0}];
Array[ydata, {n + 1, 0}];
MatrixForm[XDT] × MatrixForm[YDT]
"многочлен 1ого порядка:"
ex = ∑_{i=0}^{n} xdata[i]; ey = ∑_{i=0}^{n} ydata[i];
exx = ∑_{i=0}^{n} xdata[i]^2; eyy = ∑_{i=0}^{n} ydata[i]^2; exy = ∑_{i=0}^{n} xdata[i] * ydata[i];
l = (ey * exx - ex * exy) / ((n + 1) * exx - ex^2);
m = ((n + 1) * exy - ex * ey) / ((n + 1) * exx - ex^2);
p[x_] = l + m * x;
gr1 := Plot[f[x], {x, a, b}];
gr2 := ListPlot[Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, a, 10}]];
gr3 := Plot[p[x], {x, a, b}];
Show[gr1, gr2, gr3]
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
 sumq = sumq + Abs[p[xdata[i]] - f[xdata[i]]]^2;]
Print[sumq];
"многочлен 2ого порядка:"
A = {{∑_{i=0}^{n} xdata[i]^4, ∑_{i=0}^{n} xdata[i]^3, ∑_{i=0}^{n} xdata[i]^2}, {∑_{i=0}^{n} xdata[i]^3, ∑_{i=0}^{n} xdata[i]^2, ∑_{i=0}^{n} xdata[i]}, {∑_{i=0}^{n} xdata[i]^2, ∑_{i=0}^{n} xdata[i], n}};
B = {∑_{i=0}^{n} xdata[i]^2 * ydata[i], ∑_{i=0}^{n} xdata[i] * ydata[i], ∑_{i=0}^{n} ydata[i]};

LinearSolve[A, B]
p[x_] := -0.17264732708012134` x^2 + 0.8626347972245298` x + 0.6611149510344284`;
gr1 := Plot[f[x], {x, a, b}];
gr2 := ListPlot[Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, a, 10}]];
gr3 := Plot[p[x], {x, a, b}];
Show[gr1, gr2, gr3]
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
 sumq = sumq + Abs[p[xdata[i]] - f[xdata[i]]]^2;]
Print[sumq];
"Многочлен 4ого порядка: "
data = Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, 0, n}]
rules = FindFit[data, q * x^4 + w * x^3 + e * x^2 + r * x + t, {q, w, e, r, t}, x];
y = q * x^4 + w * x^3 + e * x^2 + r * x + t /. rules;
p[x_] := 0.2530945139119096` + 0.209524689868782` x + 0.8882660162815582` x^2 - 0.3509195423043966` x^3 + 0.032781858896235756` x^4;
gr1 := Plot[f[x], {x, a, b}];
gr2 := ListPlot[Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, a, 10}]];
gr3 := Plot[p[x], {x, a, b}];
Show[gr1, gr2, gr3]
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
 sumq = sumq + Abs[p[xdata[i]] - f[xdata[i]]]^2;]
Print[sumq];
"Многочлен 5ого порядка: "
Clear[q, w, e, r, t, o]
data = Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, 0, n}]
rules = FindFit[data, q * x^5 + w * x^4 + e * x^3 + r * x^2 + t * x + o, {q, w, e, r, t, o}, x];
y = q * x^5 + w * x^4 + e * x^3 + r * x^2 + t * x + o /. rules;
p[x_] := 0.36496391160581615` - 1.2520282744469633` x + 2.895182294355102` x^2 - 1.2932350707188531` x^3 + 0.21261306660891766` x^4 - 0.011988747180845432` x^5;
gr1 := Plot[f[x], {x, a, b}];
gr2 := ListPlot[Table[{N[xdata[i]], N[ydata[i]]}, {i, a, 10}]];
gr3 := Plot[p[x], {x, a, b}];
Show[gr1, gr2, gr3]
sumq = 0;
For[i = 0, i ≤ n, i++,
 sumq = sumq + Abs[p[xdata[i]] - f[xdata[i]]]^2;]
Print[sumq];
```

Выход (Задание 8):

Out[86]= 8.

Out[87]= Количество узлов

Out[88]= 10

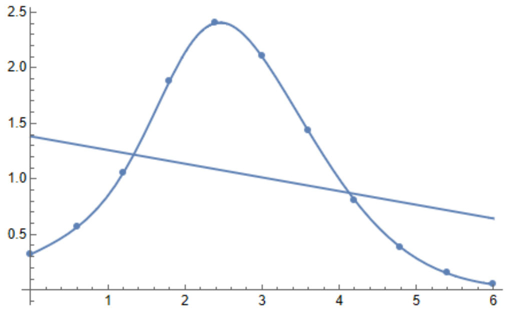
Out[89]= Шаг h

Out[90]= $\frac{3}{5}$

Out[95]= $\begin{pmatrix} 0. \\ 0.6 \\ 1.2 \\ 1.8 \\ 2.4 \\ 3. \\ 3.6 \\ 4.2 \\ 4.8 \\ 5.4 \\ 6. \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.321513 \\ 0.564545 \\ 1.05291 \\ 1.87865 \\ 2.40318 \\ 2.10102 \\ 1.43302 \\ 0.810583 \\ 0.382893 \\ 0.151072 \\ 0.0497871 \end{pmatrix}$

Out[96]= многочлен 1ого порядка:

Out[105]=

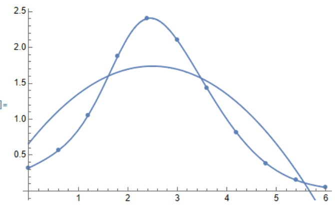


6.231

Out[109]= многочлен 2ого порядка:

Out[112]= {-0.172647, 0.862635, 0.661115}

Out[117]=

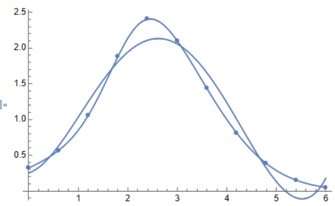


1.82291

Out[121]= Многочлен 4ого порядка:

Out[122]= {{0., 0.321513}, {0.6, 0.564545}, {1.2, 1.05291}, {1.8, 1.87865}, {2.4, 2.40318}, {3., 2.10102}, {3.6, 1.43302}, {4.2, 0.810583}, {4.8, 0.382893}, {5.4, 0.151072}, {6., 0.0497871}}

Out[129]=

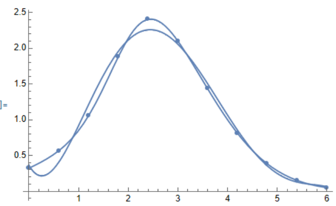


0.306161

Out[133]= Многочлен 5ого порядка:

Out[135]= {{0., 0.321513}, {0.6, 0.564545}, {1.2, 1.05291}, {1.8, 1.87865}, {2.4, 2.40318}, {3., 2.10102}, {3.6, 1.43302}, {4.2, 0.810583}, {4.8, 0.382893}, {5.4, 0.151072}, {6., 0.0497871}}

Out[142]=



0.0892385

Вывод:

В результате ИПР№3 мы изучили теорию о линейной аппроксимации функции, заданной таблично, алгебраическими многочленами, а также получили навыки построения интерполяционного многочлена Лагранжа, многочленов наилучшего среднеквадратичного приближения.