Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления

Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ

Индивидуальная практическая работа №4

# “ИНТЕРПОЛЯЦИЯ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ”

Выполнил: Заяц Д. А.,

Проверил: Самсонов П. А.

Минск 2022

**Цель:**

Изучение кусочно-полиномиальной интерполяции функции, заданной в узлах; построение интерполяционного кубического сплайна; исследование зависимости погрешности интерполирования сплайнами от числа узлов и гладкости функции.

**Вариант: 6.**

**Задание:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | $f(x) = \exp(x - x^2/4) \cdot th(x^3/11 + 1/3)$ | [0, 6] | 2,5 |

Вход:

```
a = 0; b = 6; n = 6; (*Изначальные параметры*)
 h = (b - a) / n (*Расчет шага*)
f[x_] := (Exp[x - x^2 / 4] * Tanh[x^3 / 11 + 1 / 3]); (*Заданная функция*)
Array[xdata, n + 1, 0]; Array[ydata, n + 1, 0];
Array[d, n, 0]; Array[w, n, 0]; Array[{p, q, r, o}, n, 1];
For[i = 0, i ≤ n, i++, (*Расчет значений x и y, согласно заданной функции*)
  xdata[i] = a + i × h;
  ydata[i] = N[f[xdata[i]]];
 ];
For[i = 0, i ≤ n, i++,  (*Метод прогонки для расчета коэффициентов сплайна*)
  d[i] = xdata[i + 1] - xdata[i];
  w[i] = ydata[i + 1] - ydata[i]];
p[1] = 0; r[n] = 0;
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  p[i] = d[i - 1];
  r[i] = d[i];
  q[i] = 2 * (d[i] + d[i - 1]);
  o[i] = 3 * (w[i] / d[i] - w[i - 1] / d[i - 1])];
Array[u, n, 1]; Array[v, n, 1]; Array[cs, n, 0];
u[1] = -r[1] / q[1];
v[1] = o[1] / q[1];
For[i = 2, i < n, i++,
  s = q[i] + p[i] * u[i - 1];
  u[i] = -r[i] / s;
  v[i] = (o[i] - p[i] * v[i - 1]) / s];
cs[0] = 0;
cs[n] = 0;
For[i = n - 1, i ≥ 1, i--,
  cs[i] = u[i] * cs[i + 1] + v[i]];
spln[xdata_, ydata_, cs_, n_, x_] := Block[{i = 0, h1, a1, b1, c1, d1, t1}, While[x > xdata[i + 1], i++]; (*Расчет коэффициентов рассчитанного сплайна*)
   h1 = xdata[i + 1] - xdata[i];
   a1 = ydata[i];
   b1 = (ydata[i + 1] - ydata[i]) / h1 - (cs[i + 1] + 2 * cs[i]) * h1 / 3;
   c1 = cs[i];
   d1 = (cs[i + 1] - cs[i]) / (3 * h1);
   t1 = x - xdata[i];
   Return[a1 + b1 * t1 + c1 * t1 * t1 + d1 * t1 * t1 * t1]];
sq[x_] := spln[xdata, ydata, cs, n, x] (*функция-ссылка на рассчитанный сплайн spln*)
data1 = Table[{xdata[i], N[ydata[i]]}, {i, 0, n}];
MatrixForm[data1]
sp = Interpolation[data1, Method → "Spline"]; (*Объявление встроеннного сплайна*)
gr1 := ListPlot[data1];
gr2 := Plot[{f[x], sq[x], sp[x]}, {x, xdata[0], xdata[n]}, PlotLegends → {"Функция", "Рассчитанный сплайн", "Встроенный сплайн"}]
Show[{gr1, gr2}] (*Вывод графиков встроенного и рассчитанного сплайнов, а также самой функции f(x)*)
gr3 := Plot[{Abs[sq[x] - f[x]], Abs[sp[x] - f[x]]}, {x, a, b}, PlotLegends → {"sq[x]", "sp[x]"}]
Show[gr3 (*Вывод графика погрешностей*)
```

Выход:

Шаг h

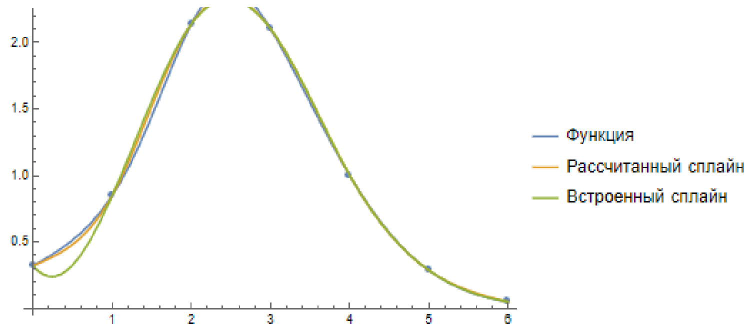
Out[349]=

1

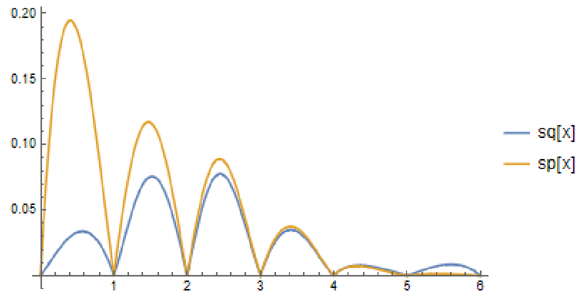
Out[367]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.321513 \\ 1 & 0.847855 \\ 2 & 2.13629 \\ 3 & 2.10102 \\ 4 & 0.999991 \\ 5 & 0.286505 \\ 6 & 0.0497871 \end{pmatrix}$$

Out[371]=




Out[373]=



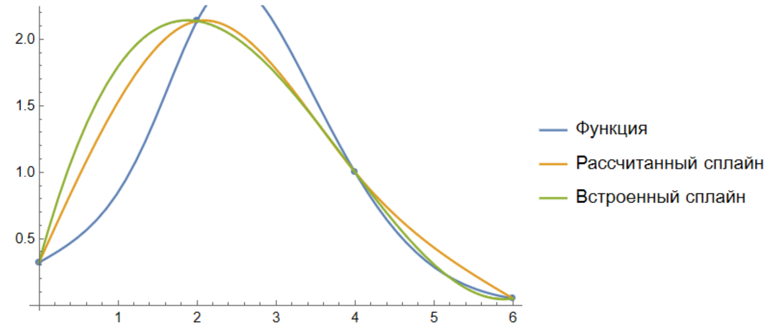

Проведем исследование о зависимости погрешности от числа узлов:

Пусть наши случаи предусматривают 3, 6 и 10 узлов.

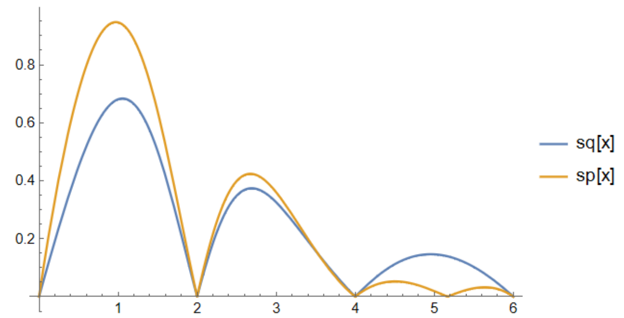
Рассмотрим графики погрешностей, а также графики, демонстрирующие рассчитанный и встроенный сплайны и саму функцию.

При n=3:

Out[1165]=




Out[1169]=



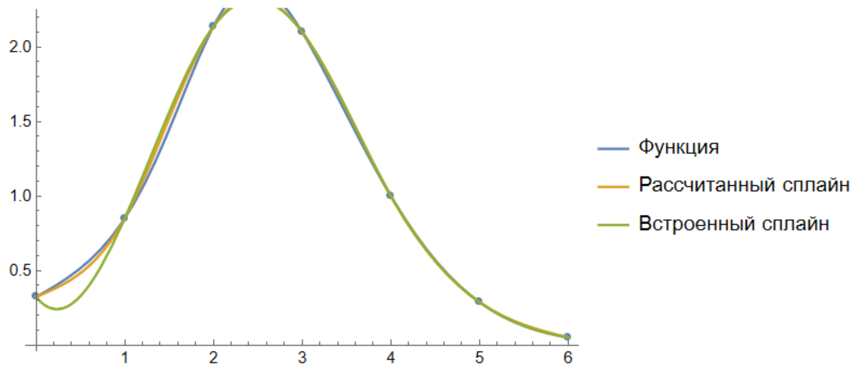

Out[1170]=

{0.683568, {x → 1.05573}}

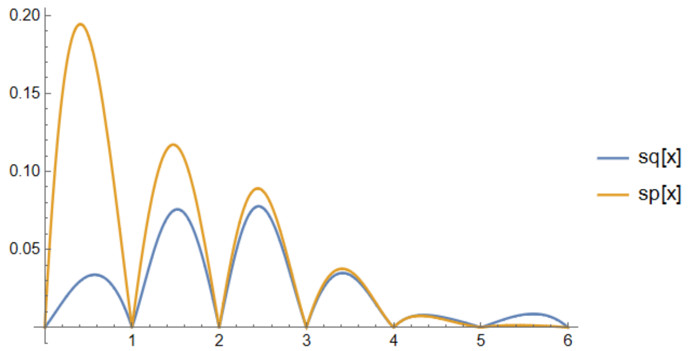
При n = 6:

{6 0.0497871}

Out[1194]=




Out[1198]=

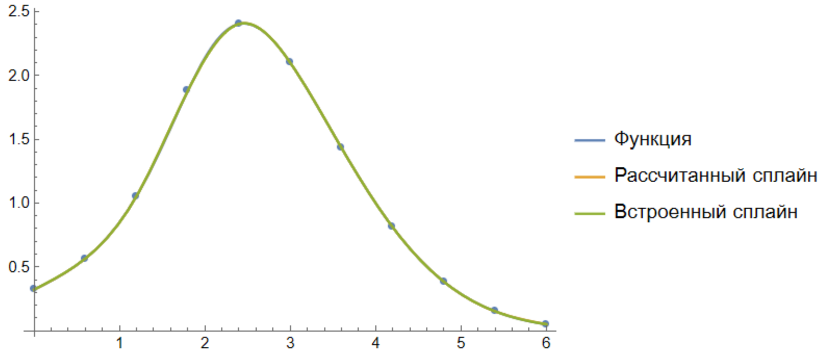



Out[1199]=

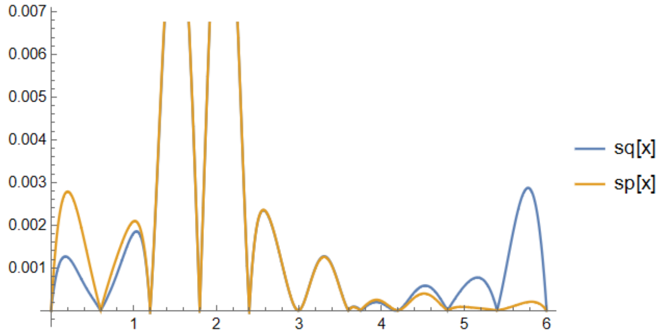
{0.0338488, {x → 0.57332}}

При n = 10:

Out[1368]=




Out[1372]=




Out[1373]=

{0.00901106, {x → 1.26682}}

Можно заметить, что с увеличением количества узлов, погрешность уменьшается, а графики все более накладываются друг на друга.

Вывод:

В результате ИПР№4 мы получили представление о кусочно-полиномиальной интерполяции функции, заданной в узлах; получили навыки построения интерполяционного кубического сплайна; исследовали зависимость погрешности интерполирования сплайнами от числа узлов и гладкости функции.