Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления

Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ

Лабораторная работа №5

“ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ”

Выполнил: Заяц Д. А.

Проверил: Самсонов П. А.

Минск 2022

Цель:

Изучение методов численного интегрирования - методов Ньютона-Котеса и методов наивысшей алгебраической точности (методы ГауссаКристоффеля); изучение априорной и апостериорной оценки погрешности интегрирования; сравнение методов по числу разбиений интервала интегрирования и количеству вычислений значений подынтегральной функции, необходимому для достижения заданной точности вычисления.

Вариант: 6.

Условие варианта:

$$6.\ \int_0^1 \frac{\cos x}{1+x}\,dx.$$

Вход:

```
In[380]:= a = 0; b = 1;
f[x_] := Cos[x] / (1 + x);
eps = 10^-4;
n = 0;

"Встроенная функция"
res1 = NIntegrate[f[x], {x, a, b}];
PaddedForm[res1, {9, 10}]
"Метод трапеций"
resx = 0;
While[Abs[res1 - resx] ≥ eps,
 n++;
 h = (b - a) / n;
 resx = N[h / 2 * (f[a] + 2 * Sum[f[a + k * h], {k, 1, n-1}] + f[b])];
 Print["n:", n , "  res:" PaddedForm[resx, {9, 10}]];
]
PaddedForm[resx, {9, 10}]
"Метод парабол"
resx = 0;
n = 0;
While[Abs[res1 - resx] ≥ eps,
 n++;
 h = (b - a) / n;
 resx = N[h / 6 * (f[a] + 2 * Sum[f[a + k * h], {k, 1, n-1}] + 4 * Sum[f[a + (k + 0.5) * h], {k, 0, n-1}] + f[b])];
 Print["n ", n , "  res: " PaddedForm[resx, {9, 10}]];
]
PaddedForm[resx, {9, 10}]
```

Результат выполнения программы при eps = 10^-4:

-

```
Out[400]= Встроенная функция

Out[402]//PaddedForm=
 0.6010443850

Out[403]= Метод трапеций

n:1  res:  0.6350755760
n:2  res:  0.6100653090
n:3  res:  0.6051085480
n:4  res:  0.6033421200
n:5  res:  0.6025184950
n:6  res:  0.6020694380
n:7  res:  0.6017980950
n:8  res:  0.6016217500
n:9  res:  0.6015007400
n:10  res:  0.6014141290
n:11  res:  0.6013500180
n:12  res:  0.6013012390
n:13  res:  0.6012632680
n:14  res:  0.6012331330
n:15  res:  0.6012088180
n:16  res:  0.6011889150
n:17  res:  0.6011724180
n:18  res:  0.6011585920
n:19  res:  0.6011468900
n:20  res:  0.6011368990
Out[406]= Метод парабол

n 1  res:   0.6017285530
n 2  res:   0.6011010570
```

При использовании метода трапеций потребовалось 20 частичных интервалов n, в то время как для метода парабол требуется только 2 частичных интервала, чтобы достичь точность eps = 10^-4. Это подтверждает то, что метод парабол(метод Симпсона) позволяет получить высокую точность, если четвертая производная не слишком велика.

Результат выполнения программы при eps = 10^-5:

```
Out[414]= Встроенная функция

Out[416]//PaddedForm=
        0.6010443850

Out[417]= Метод трапеций

        n:1  res:  0.6350755760
        n:2  res:  0.6100653090
        n:3  res:  0.6051085480
        n:4  res:  0.6033421200
        n:5  res:  0.6025184950
        n:6  res:  0.6020694380
        n:7  res:  0.6017980950
        n:8  res:  0.6016217500
        n:9  res:  0.6015007400
        n:10  res:  0.6014141290
        n:11  res:  0.6013500180
        n:12  res:  0.6013012390
        n:13  res:  0.6012632680
        n:14  res:  0.6012331330
        n:15  res:  0.6012088180
        n:16  res:  0.6011889150
        n:17  res:  0.6011724180
        n:18  res:  0.6011585920
        n:19  res:  0.6011468900
        n:20  res:  0.6011368990
        n:21  res:  0.6011283000
        n:22  res:  0.6011208460
        n:23  res:  0.6011143430
        n:24  res:  0.6011086360
        n:25  res:  0.6011036000
        n:26  res:  0.6010991330
        n:27  res:  0.6010951530
        n:28  res:  0.6010915920

        n:57  res:  0.6010557780
        n:58  res:  0.6010553880
        n:59  res:  0.6010550190
        n:60  res:  0.6010546670
        n:61  res:  0.6010543330

Out[420]= Метод парабол

        n 1  res:   0.6017285530
        n 2  res:   0.6011010570
        n 3  res:   0.6010564010
        n 4  res:   0.6010482930
```

Теперь, для того чтобы подобраться к точности 10^-5, методу трапеций требуется 61 частичный интервал. Методу парабол всего 4.

Результат выполнения программы при eps = 10^-6:

Out[428]= Встроенная функция

Out[430]//PaddedForm=

```
0.6010443850
```

Out[431]= Метод трапеций

```
n:1  res: 0.6350755760
n:2  res: 0.6100653090
n:3  res: 0.6051085480
n:4  res: 0.6033421200
n:5  res: 0.6025184950
n:6  res: 0.6020694380
n:7  res: 0.6017980950
n:8  res: 0.6016217500
n:9  res: 0.6015007400
n:10  res: 0.6014141290
n:11  res: 0.6013500180
n:12  res: 0.6013012390
n:13  res: 0.6012632680
n:14  res: 0.6012331330
n:15  res: 0.6012088180
n:16  res: 0.6011889150
n:17  res: 0.6011724180
n:18  res: 0.6011585920
n:19  res: 0.6011468900
n:20  res: 0.6011368990
n:21  res: 0.6011283000
n:22  res: 0.6011208460
```

```
n:186  res: 0.6010454550
n:187  res: 0.6010454440
n:188  res: 0.6010454330
n:189  res: 0.6010454210
n:190  res: 0.6010454110
n:191  res: 0.6010454000
n:192  res: 0.6010453890
n:193  res: 0.6010453790
```

Out[434]= Метод парабол

```
n 1  res:  0.6017285530
n 2  res:  0.6011010570
n 3  res:  0.6010564010
n 4  res:  0.6010482930
n 5  res:  0.6010460070
n 6  res:  0.6010451730
```

Теперь, для того чтобы подобраться к точности 10^-5, методу трапеций требуется 193 частичных интервала. Методу парабол всего 6.

Вывод:

В результате ЛР5 были рассмотрены такие методы вычисления определенных интегралов, как метод трапеций и метод Симпсона(парабол). Было определено необходимое количество частичных интервалов для достижения заданной точности. Из результатов работы программы следует, что метод парабол, по сравнению с методом трапеций, гарантирует высокую точность даже при маленьком n (количество частичных интервалов). А значит, если четвертая производная заданной функции невелика, то предпочтительнее использовать метод парабол.