

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления  
Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ

Лабораторная работа №2

“РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРЯМЫМИ  
МЕТОДАМИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ РЕШЕНИЯ”

Выполнил:

Заяц Д. А.,  
Кимстач Д. Б.

Проверил:

Самсонов П. А.

Минск 2022

## Цель:

Изучение прямых методов решения СЛАУ - метода единственного деления, метода Гаусса с выбором главного элемента по столбцу, метода оптимального исключения, метода Гаусса-Жордана или метода LU – разложения, метода прогонки для систем с трехдиагональной матрицей; применение этих методов для вычисления обратной матрицы; исследование накопления погрешностей округления при решении СЛАУ прямыми методами на ЭВМ.

## Вариант: 4.

## Задание:

### Вариант 4

1. Решить системы линейных уравнений  $AX = B$  и  $AX = B + \Delta B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 99,999 & 100 \\ 100,001 & 99,999 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1100,009 \\ 1099,991 \end{pmatrix}, \Delta B = \begin{pmatrix} -0,009 \\ 0,009 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Сравнить полученные решения.

Найти число обусловленности матрицы  $A$  в нормах  $\|\cdot\|_\infty$  и  $\|\cdot\|_1$ .

Определить экспериментальное значение относительной погрешности решения системы, сравнив полученные решения с точными, и вычислить вектор невязки.

2. Решить методом прогонки трехдиагональную систему

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 = -11, \\ 2x_1 + 16x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_2 - 12x_3 + x_4 = -31, \\ 3x_3 + 21x_4 - 6x_5 = -21, \\ 4x_4 + 7x_5 = 35. \end{cases}$$

Составить таблицу для прогоночных коэффициентов  $L_i, M_i, i = \overline{1, 5}$ .

## 1.

Входящие данные:

```
In[324]:= A = {{99.999, 100}, {100.001, 99.999}}
B = {{1100.009}, {1099.991}}
dB = {{-0.009}, {0.009}}
X = {{x}, {y}}
"A * X"
MatrixForm[A.X]
Solve[{{99.999 x + 100 y == 1100.009, 100.001 x + 99.999 y == 1099.991}}, {x, y}]
Solve[{{99.999 x* + 100 y* == 1100., 100.001 x* + 99.999 y* == 1100.}}, {x*, y*}]
X1 = {3.666678888933972, 7.333357777854919}
X = {-2.33331111010194, 13.333377777899084}
"deltaX = X1 - X"
dX = MatrixForm[X1 - X]
"Число обусловленности A"
condA = Norm[A] * Norm[Inverse[A]]
"норма dX"
normDx = Sqrt[Power[5.99989999944166, 2] + Power[-6.000020000044166, 2]]
"Оценка погрешности"
"normDx / Norm[X] <= condA * Norm[dB] / Norm[B]"
normDx / Norm[X] <= condA * Norm[dB] / Norm[B]
"normDx / Norm[X1] <= condA * Norm[dB] / Norm[B]"
normDx / Norm[X1] <= condA * Norm[dB] / Norm[B]
"условия возвращают true, значит оценка погрешности выполняется"
```

Выходящие данные:

```

Out[324]= {{99.999, 100}, {100.001, 99.999}}

Out[325]= {{1100.01}, {1099.99}}

Out[326]= {{-0.009}, {0.009}}

Out[327]= {{x}, {y}}

Out[328]= A=X

Out[329]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 99.999 x + 100 y \\ 100.001 x + 99.999 y \end{pmatrix}$$


Out[330]= {{x → -2.33331, y → 13.3334}}

Out[331]= {{x* → 3.66668, y* → 7.33336}}

Out[332]= {{3.66668}, {7.33336}}

Out[333]= {{-2.33331}, {13.3334}}

Out[334]= deltaX = X1 - X

Out[335]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 5.99999 \\ -6.00002 \end{pmatrix}$$


Out[336]= Число обусловленности A

Out[337]= 133.333.

Out[338]= норма dX

Out[339]= 8.48529

Out[340]= Оценка погрешности

Out[341]= normDx/Norm[X] ≤ condA * Norm[dB]/Norm[B]

Out[342]= True

Out[343]= normDx/Norm[X1] ≤ condA * Norm[dB]/Norm[B]

Out[344]= True

Out[345]= условия возвращают true, значит оценка погрешности выполняется

```

## 2.

Входящие данные:

```

In[824]:= "p"
p = {0.0, 2.0, 5.0, 3.0, 4.0}
"q"
q = {7.0, 16.0, -12.0, 21.0, 7.0}
"r"
r = {3.0, -4.0, 1.0, -6.0, 0.0}
"b"
b = {-11.0, 0.0, -31.0, -21.0, 35.0}
a = {{7.0, 3.0, 0.0, 0.0, 0.0}, {2.0, 16.0, -4.0, 0.0, 0.0}, {0.0, 5.0, -12.0, 1.0, 0.0},
{0.0, 0.0, 3.0, 21.0, -6.0}, {0.0, 0.0, 0.0, 4.0, 7.0}};
lenB = Length[b];
UL = {}; VL = {}; u = {Null, Null, Null, Null, Null}; v = {Null, Null, Null, Null, Null};
u[[1]] = -r[[1]]/q[[1]];
v[[1]] = b[[1]]/q[[1]];

For[i = 1, i ≤ lenB, i++, If[i == 1, s = q[[1]], s = q[[i]] + p[[i]] * u[[i - 1]]];
u[[i]] = -r[[i]]/s;
v[[i]] = (b[[i]] - p[[i]] * v[[i - 1]])/s;
UL = Append[UL, u[[i]]];
VL = Append[VL, v[[i]]];

"UL"
UL
"VL"
VL
XL = {};
x = {Null, Null, Null, Null, Null};
x[[lenB]] = v[[lenB]];
For[i = lenB - 1, i ≥ 1, i--, x[[i]] = u[[i]] * x[[i + 1]] + v[[i]];
XL = Append[XL, x[[i]]];
"XL"
XL
"Ответ"
PaddedForm[x, {2, 1}]
"Составление таблицы прогночных коэффициентов"
"a"
MatrixForm[a]
PaddedForm[LinearSolve[a, b], {2, 1}]

```

Выходящие данные:

```

Out[824]= p
Out[825]= {0., 2., 5., 3., 4.}
Out[826]= q
Out[827]= {7., 16., -12., 21., 7.}
Out[828]= r
Out[829]= {3., -4., 1., -6., 0.}
Out[830]= b
Out[831]= {-11., 0., -31., -21., 35.}
Out[838]= UL
Out[839]= {-0.428571, 0.264151, 0.0936396, 0.281943, 0.}
Out[840]= VL
Out[841]= {-1.57143, 0.207547, 3., -1.40971, 5.}
Out[846]= XL
Out[847]= {0., 3., 1., -2.}
Out[848]= Ответ
Out[849]/PaddedForm=
{-2.0, 1.0, 3.0, 0.0, 5.0}
Out[850]= Составление таблицы прогонных коэффициентов
Out[851]= a
Out[852]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 7. & 3. & 0. & 0. & 0. \\ 2. & 16. & -4. & 0. & 0. \\ 0. & 5. & -12. & 1. & 0. \\ 0. & 0. & 3. & 21. & -6. \\ 0. & 0. & 0. & 4. & 7. \end{pmatrix}$$

Out[853]/PaddedForm=
{-2.0, 1.0, 3.0, 0.0, 5.0}

```

## Вывод:

В результате выполнения данной лабораторной работы мы ознакомились с описанием прямых методов решения СЛАУ и ознакомились с описанием функций пакета МАТЕМАТИКА, используемых для работы с матрицами и для решения задач линейной алгебры.