

Problema 1.

Tiempo medio de respuesta de 15 $\frac{ms}{petición}$. Por término medio hay 345 peticiones activas, ¿Productividad en peticiones por segundo?

$$Ro = 15 \frac{ms}{peticion} = 15 * 10^{-3} segundos ; No = 345 peticiones$$

Calculamos la productividad, Xo , aplicando la Ley de Little:

$$No = Xo * Ro \rightarrow Xo = \frac{No}{Ro} = \frac{(345 peticiones)}{(15 * 10^{-3} segundos)} = 2.3 * 10^4 \frac{peticiones}{segundo}$$

La productividad del sistema es de $2.3 * 10^4$ peticiones por segundo.

Problema 2

Se envían 300 correos por segundo, tardando cada correo 2 milisegundos en procesarse. ¿Utilización media del servidor?

$$Xo = 300 \frac{correos}{segundo} ; So = 2 ms = 2 * 10^{-3} segundos$$

Calculamos la utilización media del servidor mediante la Ley de la Utilización:

$$U = Xo * So = 300 \frac{correos}{segundo} * 2 * 10^{-3} segundos = 0.6$$

La utilización media del servidor es de 0.6

Problema 3

Se sirven 120 peticiones por minuto. El número medio de peticiones ha sido 5, ¿tiempo medio de respuesta por petición al servidor?

$$Xo = 120 \frac{peticiones}{minuto} ; No = 5 peticiones ; ¿ Ro ?$$

Calculamos el tiempo medio de respuesta por petición al servidor aplicando la Ley de Little:

$$No = Xo * Ro \rightarrow Ro = \frac{No}{Xo} = \frac{5 peticiones}{120 \frac{peticiones}{minuto}} = 0.04 minutos = 2.4 segundos$$

El tiempo medio de respuesta por petición al servidor es de 2.4 segundos

Problema 4

Una empresa con 45 empleados en plantilla tiene un tiempo de reflexión de 17 segundos y una productividad de 2.5 peticiones por segundo. ¿Tiempo medio de respuesta de cada interacción?

$$Nt = 45 \text{ empleados}; Z = 17 \text{ segundos}; Xo = 2.5 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}; \text{¿ } Ro ?$$

Para calcular el tiempo medio de respuesta de cada interacción, debemos aplicar la Ley general del tiempo de respuesta interactivo:

$$Nt = Nz + No = Xo * (Z + Ro) \rightarrow Ro = \frac{Nt}{Xo} - Z = \frac{45 \text{ empleados}}{2.5 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}} - 17 \text{ segundos} = 1 \text{ segundo}$$

El tiempo medio de respuesta de cada interacción es de 1 segundo.

Problema 5

Variable	Valor
A (arrivals)	364 peticiones
C (completions)	359 peticiones
B (busy time)	23 minutos

A partir de la información anterior calcule las siguientes variables operacionales deducidas del servidor web: tasa de llegada, productividad, utilización y tiempo medio de servicio. No olvide expresar las unidades de cada variable.

La sesión ha durado media hora

¿Tasa de llegada (λ), Productividad (Xo), utilización (U) y tiempo medio de servicio S ?

$$\text{Calculamos la tasa de llegada: } \lambda = \frac{A}{T} = \frac{364 \text{ peticiones}}{30 \text{ minutos}} = 12.13 \frac{\text{peticiones}}{\text{minuto}}$$

$$\text{Calculamos la productividad: } Xo = \frac{C}{T} = \frac{359 \text{ peticiones}}{30 \text{ minutos}} = 11.97 \frac{\text{peticiones}}{\text{minuto}}$$

$$\text{Calculamos la utilización: } U = \frac{B}{T} = \frac{23 \text{ minutos}}{30 \text{ minutos}} = 0.77$$

Calculamos el tiempo medio de servicio:

$$S = \frac{B}{C} = \frac{23 \text{ minutos} * 60 \frac{\text{segundos}}{\text{minuto}}}{359 \text{ peticiones}} = 3.84 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

Problema 6

Red de cola abierta con 1 procesador y 2 unidades de disco.

Estación	V_i	R_i
Procesador	7	4,3
Disco 1	2	1,5
Disco 2	4	2,3

Determine el tiempo medio de respuesta de una petición a este sistema informático. Si el número medio de peticiones activas en el sistema es 80, ¿cuál es la tasa de llegadas que soporta?

¿Tiempo medio de respuesta de una petición (R_o)?

Número medio de peticiones activas: $N_o = 80$ peticiones, ¿tasa de llegadas (X_o)?

Calculamos el tiempo medio de respuesta mediante la Ley general del tiempo de respuesta:

$$R_o = \sum_{i=1}^N (V_i * R_i) = 7 * 4.3 + 2 * 1.5 + 4 * 2.3 = 42.3 \text{ ms}$$

Calculamos la tasa de llegadas mediante la Ley de Little:

$$N_o = X_o * R_o \rightarrow X_o = \frac{N_o}{R_o} = \frac{80 \text{ peticiones}}{42.3 \text{ ms}} = 1.89 \frac{\text{peticiones}}{\text{ms}}$$

Problema 7

Subsistema de discos se ha monitorizado durante 120 segundos, de modo que el subsistema ha estado activo durante 78 segundos con 84 peticiones de acceso, de los cuales se han servido 82.

1. Error cometido al suponer la hipótesis del flujo equilibrado, la productividad del subsistema de discos y la utilización del subsistema de discos.

2. Cada interacción con el servidor provoca un número medio de 5 visitas al subsistema de disco y el número medio de peticiones activas en el servidor es de 13, ¿productividad del servidor y tiempo medio de respuesta de una interacción con el servidor?

$T_o = 120$ segundos; $B_i = 78$ segundos; $A_i = 84$ peticiones; $C_i = 82$ peticiones

1. ¿Error cometido, productividad del subsistema de discos (X_i) y Utilización del subsistema de discos (U_i)?

Para calcular el error cometido debemos aplicar la Hipótesis del flujo equilibrado:

$$\left| \frac{A_i - C_i}{C_i} \right| \approx 0 \rightarrow \left| \frac{84 \text{ peticiones} - 82 \text{ peticiones}}{82 \text{ peticiones}} \right| \approx 0.024$$

El error cometido es del 2.4%

Calculamos la productividad del subsistema de discos:

$$X_i = \frac{C_i}{T} = \frac{82 \text{ peticiones}}{120 \text{ segundos}} = 0.68 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

Calculamos la utilización del subsistema de discos:

$$U_i = \frac{C_i}{T} = \frac{78 \text{ segundos}}{120 \text{ segundos}} = 0.65$$

2. $V_i = 5$ visitas; $N_o = 13$ peticiones, ¿ X_o y R_o ?

Calculamos la productividad del servidor mediante la Ley del Flujo forzado:

$$V_i = \frac{X_i}{X_o} \rightarrow X_o = \frac{X_i}{V_i} = \frac{0.68 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}}{5 \text{ visitas}} = 0.136 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

Para calcular el tiempo medio de respuesta del servidor, utilizamos la Ley de Little:

$$N_o = X_o * R_o \rightarrow R_o = \frac{N_o}{R_o} = \frac{13 \text{ peticiones}}{0.136 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}} = 95.59 \text{ segundos}$$

Problema 8

Se recibe una media de 450 visitas por minuto. Sólo el 20% hace un pedido de material en firme. Se produce, por término medio, una demanda del procesador de 0.6 segundos.

1. Utilización media del procesador debido al procesamiento de pedidos

2. Utilización del procesador si se mejora el tiempo de ejecución 2.5 veces

Demanda del procesador de 0.6 segundos $\rightarrow D_i = 0.6$ segundos

Media de 450 visitas por minuto $\rightarrow X_o = 450$ visitas/minuto

1. ¿Utilización media del procesador (U_i)?

Para calcular la utilización media del procesador, debemos aplicar la relación Utilización-Demanda del servicio:

$$U_i = X_i * S_i = X_i * D_i = 1.5 \frac{\text{visitas}}{\text{segundo}} * 0.6 \text{ segundos} = 0.9$$

Calculamos X_i : $X_i = \frac{X_o * 1 \text{ minuto}}{60 \text{ segundos}} * 0.2 = \frac{450}{60} \frac{\text{visitas}}{\text{segundos}} * 0.2 = 1.5 \frac{\text{visitas}}{\text{segundo}}$

2. ¿ U_i si se mejora el tiempo de ejecución 2.5 veces?

$$U_i \text{ mejorado} = \frac{U_i}{2.5} = \frac{0.9}{2.5} = 0.36$$

Problema 9

Un servidor web recibe por término medio 4 peticiones por segundo.

Dispositivo	V_i	S_i	R_i
Procesador (1)	8	0,01	0,0147
Disco (2)	4	0,04	0,1111
Disco (3)	3	0,03	0,0469

A partir de la información anterior determine:

1. La demanda de servicio de cada dispositivo (D_i).
2. El tiempo de respuesta del servidor web (R_0).
3. El número medio de peticiones en el servidor web (N_0).
4. La productividad de cada dispositivo (X_i).
5. La utilización de cada dispositivo (U_i).

1. Calculamos la demanda de servicio de cada dispositivo:

$$D_1 = V_1 * S_1 = 8 * 0.01 \text{ segundos} = 0.08 \text{ segundos}$$

$$D_2 = V_2 * S_2 = 4 * 0.04 \text{ segundos} = 0.16 \text{ segundos}$$

$$D_3 = V_3 * S_3 = 3 * 0.03 \text{ segundos} = 0.09 \text{ segundos}$$

2. Para calcular el tiempo de respuesta del servidor web, debemos aplicar la Ley General del tiempo de respuesta:

$$R_0 = \sum_{i=1}^N V_i * R_i = 8 * 0.0147 \text{ segundos} + 4 * 0.1111 \text{ segundos} + 3 * 0.0469 \text{ segundos} = 0.7027 \text{ segundos}$$

3. Para calcular el numero medio de peticiones al servidor, debemos aplicar la Ley de Little:

$$N_0 = X_0 * R_0 = 4 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} * 0.7027 \text{ segundos} = 2.81 \text{ peticiones}$$

4. Para calcular la productividad de cada dispositivo, debemos aplicar la Ley del Flujo forzado: $V_i = \frac{X_i}{X_0}$

$$V_1 = \frac{X_1}{X_0} \rightarrow X_1 = V_1 * X_0 = 8 * 4 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} = 32 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

$$V_2 = \frac{X_2}{X_0} \rightarrow X_2 = V_2 * X_0 = 4 * 4 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} = 16 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

$$V_3 = \frac{X_3}{X_0} \rightarrow X_3 = V_3 * X_0 = 3 * 4 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} = 12 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

5. Para calcular la utilización de cada dispositivo, debemos aplicar la Ley de la Utilización: $U_i = X_i * S_i$

$$U_1 = X_1 * S_1 = 32 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} * 0.01 \text{ segundos} = 0.32 \text{ peticiones}$$

$$U_2 = X_2 * S_2 = 16 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} * 0.04 \text{ segundos} = 0.64 \text{ solicitudes}$$

$$U_3 = X_3 * S_3 = 12 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} * 0.03 \text{ segundos} = 0.36 \text{ solicitudes}$$

Problema 10

Productividad máxima de un sistema es de 25 solicitudes por segundo, con una demanda del procesador de 0.02 segundos. ¿Demanda del servicio de disco si se producen problemas de compatibilidad binaria?

$X_o^{\max} = 25$ solicitudes por segundo; $D_{\text{procesador}} = 0.02$ segundos

Debido a la existencia de problemas de compatibilidad binaria, sabemos que se ha producido un cuello de botella en la unidad de disco. Por tanto, debemos calcular la demanda del cuello de botella.

Calculamos la demanda pedida:

$$X_o^{\max} = \frac{1}{D_b} \rightarrow D_b = \frac{1}{X_o^{\max}} = \frac{1}{25 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}} = 0.04 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

Problema 11

Dispositivo	Razón de visita	Tiempo de servicio (s)
Procesador (1)	7	0,1
Disco (2)	3	0,025
Disco (3)	1	0,050
Disco (4)	2	0,035

Los trabajos que sirve el sistema siguen el modelo de comportamiento del servidor central. El número de usuarios conectados es de 10 y su tiempo medio de reflexión de 6 segundos.

1. Cálculense las demandas de servicio de cada dispositivo.
2. Si la productividad del sistema informático es de 1,1970 trabajos por segundo, ¿cuál es el número medio de trabajos que están en reflexión?
3. ¿Cuántos trabajos activos hay en el sistema?
4. ¿Cuál es el tiempo de respuesta del sistema informático?
5. Cálculense, para cada dispositivo del sistema, la productividad y la utilización.

Número de usuarios conectados = 10 → $N_t = 10$ usuarios

Tiempo medio de reflexión = 6 segundos → $Z = 6$ segundos

1. Calculamos la demanda de servicio de cada servicio aplicando lo siguiente:

$$D_i = V_i * S_i$$

$$D1 = V1 * S1 = 7 * 0.1 \text{ segundos} = 0.7 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

$$D2 = V2 * S2 = 3 * 0.025 \text{ segundos} = 0.075 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

$$D3 = V3 * S3 = 1 * 0.05 \text{ segundos} = 0.05 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

$$D4 = V4 * S4 = 2 * 0.035 \text{ segundos} = 0.07 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

2. $X_o = 1.1970$ peticiones/segundo. ¿ N_z ?

Para calcular el número de trabajos en reflexión, debemos aplicar la Ley del tiempo de respuesta interactivo:

$$N_z = X_o * Z = 1.1970 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}} * 6 \text{ segundos} = 7.182 \text{ trabajos}$$

3. ¿ N_o ?

Para calcular el número de trabajos activos en el sistema debemos aplicar la Ley del tiempo de respuesta interactivo:

$$N_t = N_o + N_z \rightarrow N_o = N_t - N_z = 10 \text{ usuarios} - 7.182 \text{ trabajos} = 2.82 \text{ usuarios}$$

4. ¿ R_o ?

Para calcular el tiempo de respuesta del sistema, debemos aplicar la ley de Little:

$$N_t = X_o * R_o \rightarrow R_o = \frac{N_t}{X_o} = \frac{2.82 \text{ usuarios}}{1.1970 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}} = 2.35 \text{ segundos}$$

5. ¿ U_i de cada dispositivo y X_i de cada dispositivo?

Para calcular la productividad de cada dispositivo, debemos aplicar la Ley del flujo forzado: $V_i = \frac{X_i}{X_o} \rightarrow X_i = V_i * X_o$

$$X1 = 8.379 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}; X2 = 3.591 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}; X3 = 1.1970 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}; X4 = 2.394 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

Para calcular la productividad de cada dispositivo, debemos aplicar la Ley de la Utilización: $U_i = X_i * S_i$

$$U1 = 0.8379; U2 = 0.09; U3 = 0.06; U4 = 0.08$$

Problema 12

Dispositivo	Si	Vi
Procesador (1)	0,4	9
Disco (2)	0,5	8

La tasa de llegadas al sistema es de 0,15 transacciones por milisegundo.

1. Identifique el cuello de botella del sistema.
2. ¿Cuál es la utilización del cuello de botella?
3. Calcule la productividad máxima del sistema.
4. Determine el tiempo mínimo de respuesta de una transacción.

1. Para identificar el cuello de botella del sistema, debemos obtener la demanda del dispositivo que sea mayor.

$$D_i = V_i * S_i \rightarrow D_1 = 3.6 \text{ ms} ; D_2 = 4 \text{ ms}$$

El cuello de botella viene dado por el disco, con una demandad de 4 segundos

2. Para calcular la utilización del cuello de botella, debemos aplicar la siguiente ecuación:

$$U_b = X_o * D_b = 0.15 \frac{\text{peticiones}}{\text{ms}} * 4 = 0.6$$

3. Para calcular la productividad máxima del sistema, debemos aplicar los Límites optimistas en sistemas abiertos:

$$X_o^{\max} = \frac{1}{D_b} = \frac{1}{4} = 0.25 \frac{\text{peticiones}}{\text{ms}}$$

4. Para calcular el tiempo mínimo de respuesta, debemos aplicar los Límites optimistas en sistemas abiertos:

$$R_o^{\min} = \sum_{i=1}^N D_i = 7.6 \text{ ms}$$

Problema 13

Sistema interactivo de 25 usuarios y tiempo de reflexión de 6 segundos.

Dispositivo	Si	Vi
Procesador (1)	0,5	4
Cinta (2)	0,75	3

1. Identifique el cuello de botella.
2. Determine el tiempo mínimo de respuesta del sistema.
3. ¿Cuál es el punto teórico de saturación?
4. Indique las ecuaciones de las asíntotas optimistas del tiempo de respuesta y de la productividad.
5. Si la productividad del sistema es 0,44 trabajos/segundo, calcule el tiempo medio de respuesta del sistema.

1. Para identificar el cuello de botella, debemos obtener el dispositivo con mayor demanda del servicio: $Di = Vi * Si$

$$D1 = V1 * S1 = 2 \text{ segundos}; D2 = V2 * S2 = 2.25 \text{ segundos}$$

El cuello de botella viene dado por la cinta, con una demanda de 2.25 segundos

2. Para calcular el tiempo mínimo de respuesta del sistema, debemos aplicar los Límites optimistas en sistemas abiertos:

$$Ro^{min} = \sum_{i=1}^N Di = 4.25 \text{ segundos}$$

3. Calculamos el pico teórico de saturación:

$$Nt^x = \frac{[D+Z]}{[Db]} = \frac{2.25+2+6 \text{ segundos}}{2.25 \text{ segundos}} = 4.55 \text{ trabajos}$$

4. Para obtener las asíntotas optimistas, debemos aplicar la Ley de los Límites optimistas en sistemas cerrados:

$$Ro^{min} = \max[D, Nt * Db - Z] = \max[4.25, Nt * 2.25 - 6]; Xo^{max} = \left[\frac{Nt}{D+Z}, \frac{1}{Db} \right] = \left[\frac{Nt}{10.25}, 0.44 \right]$$

5. $Xo = 0.44$ trabajos/segundo. ¿ Ro ?

Para calcular el tiempo medio del sistema debemos aplicar la Ley del tiempo de respuesta interactivo:

$$Nt = Nz + No = Xo * (Ro + Z) \rightarrow Ro = \frac{Nt}{Xo} - Z = 50.82 \text{ segundos}$$

Problema 14

Dispositivo	S_i	V_i
Procesador (1)	0,5	29
Disco (2)	0,3	13
Disco (3)	2,4	15

El sistema recibe una media de 18 peticiones por segundo durante el mediodía, que corresponde al segmento de horario con mayor actividad. Calcule:

1. El tiempo mínimo de respuesta de una petición.
2. El tiempo medio de respuesta de cada estación.
3. El tiempo medio de respuesta del sistema.
4. La mejora obtenida en el tiempo medio de respuesta del sistema si se substituye el disco más lento por uno idéntico al rápido.

1. Para calcular el tiempo mínimo de respuesta de una petición, debemos aplicar la ley general del tiempo de respuesta:

$$Ro^{min} = \sum_{i=1}^N Di = 14.5 ms + 3.9 ms + 36 ms = 54.4 ms$$

2. Para calcular el tiempo medio de respuesta de cada estación, debemos aplicar la hipótesis de partida de los algoritmos de resolución de redes de colas:

$$Ri = \frac{Si}{1 - Xo * Di} \rightarrow R1 = 0.68 ms; R2 = 0.32 ms; R3 = 6.82 ms$$

$$Xo^{max} = 18 \text{ peticiones/segundo} = 0.018 \text{ peticiones/ms}$$

3. Para calcular el tiempo medio de respuesta del sistema, debemos aplicar la Ley general del tiempo de respuesta:

$$Ro = \sum_{i=1}^N Vi * Ri = 126.18 ms$$

4. Para calcular la mejora en el tiempo de respuesta Ro, debemos sustituir el tiempo de respuesta del disco más lento por el tiempo de respuesta del disco más rápido. Es decir, $R3 == R2$. Aplicamos la Ley general del tiempo de respuesta con dicha mejora:

$$Ro \text{ mejorado} = \sum_{i=1}^N Vi * Ri = 28.68 ms$$

Calculamos la mejora del tiempo de respuesta:

$$Mejora Ro = \frac{Ro}{Ro \text{ mejorado}} = 4.39$$

Problema 15

- 1) Un único disco con tiempo de servicio de 0.03 segundos
- 2) Tres discos idénticos con tiempo de servicio de 0.09 segundos.

Cada petición al servidor produce 36 visitas al subsistema de discos.

Determina y justifica cuál opción obtiene mayor productividad. Considera el sistema de discos como cuello de botella.

Calculamos la demanda de cada opción:

1. $Db = V * S = 36 \text{ visitas} * 0.03 \text{ segundos} = 1.08 \text{ segundos}$
2. $Db = \frac{V}{3} * S = 12 * 0.09 \text{ segundos} = 1.08 \text{ segundos}$

Como ambas opciones presentan la misma demanda, ambas opciones obtienen la misma productividad máxima

Problema 16

Considera en el problema anterior que el procesador tiene un tiempo de servicio de 0.01 segundos y una razón de visita de 37. Si el servidor recibe una media de 0.5 peticiones por segundo, determina para cada configuración del sistema:

1. Cuello de botella
2. Productividad máxima
3. Tiempo mínimo de respuesta
4. Tiempo medio de respuesta

Atendiendo al tiempo medio de respuesta, ¿cuál opción es mejor y qué mejora se consigue?

1. Calculamos el cuello de botella de cada opción:

En la opción 1, el cuello de botella es el disco. En la opción 2, debido a que los 3 discos poseen la misma demanda, todos son cuello de botella.

2. Calculamos la productividad máxima:

$$\text{Opción 1} \rightarrow X_o^{\max} = \frac{1}{Db} = \frac{1}{1.08 \text{ segundos}} = 0.926 \text{ peticiones/segundo}$$

$$\text{Opción 2} \rightarrow X_o^{\max} = \frac{1}{Db} = \frac{1}{1.08 \text{ segundos}} = 0.926 \text{ peticiones/segundo}$$

3. Para calcular el tiempo mínimo de respuesta, debemos aplicar la Ley de los

Límites optimistas en sistemas abiertos: $Ro^{\min} = \sum_{i=1}^N Di$

$$\text{Opcion 1} \rightarrow Ro^{\min} = 1.45 \text{ segundos} ; \text{Opcion 2} \rightarrow Ro^{\min} = 3.61 \text{ segundos}$$

4. Para calcular el tiempo medio de respuesta, debemos aplicar la ley general del tiempo de respuesta: $Ro = \sum_{i=1}^N Vi * Ri = \sum_{i=1}^N [Vi * (\frac{Si}{1 - Xo * Di})]$

$$Opcion 1 \rightarrow Ro = (\frac{36 * 0.03}{1 - 0.5 * 1.08}) + (\frac{37 * 0.01}{1 - 0.5 * 0.37}) = 2.35 + 0.45 = 2.8 \text{ segundos}$$

$$Opcion 2 \rightarrow Ro = (\frac{3 * 12 * 0.09}{1 - 0.5 * 1.08}) + (\frac{37 * 0.01}{1 - 0.5 * 0.37}) = 7.04 + 0.46 = 7.5 \text{ segundos}$$

Problema 17

Sistema interactivo con 30 usuarios y tiempo medio de reflexión de 12 segundos.

Dispositivo	Si	Vi
Procesador (1)	0,01	11
Disco (2)	0,05	3
Disco (3)	0,08	7

Determine:

1. El cuello de botella del sistema.
2. La productividad máxima y el punto teórico de saturación.
3. Las asíntotas optimistas del tiempo de respuesta y de la productividad.
4. Número medio de trabajos en reflexión.
5. Calcule la mejora obtenida en el tiempo medio de respuesta si se equilibran las demandas de servicio de los dos discos.

1. Para obtener el cuello de botella del sistema, debemos obtener la demanda del dispositivo que sea la mayor. Calculamos la demanda de servicio de cada dispositivo:

$$Di = Vi * Si \rightarrow D1 = 0.11 \text{ segundos} ; D2 = 0.15 \text{ segundos} ; D3 = 0.56 \text{ segundos}$$

El cuello de botella del sistema es el disco 3, con una demanda de servicio de 0.56 segundos

2. Calculamos la productividad máxima del sistema, la cuál se da en el cuello de botella del sistema:

$$Xo^{max} = \frac{1}{Db} = \frac{1}{0.56 \text{ segundos}} = 1.79 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$

Calculamos el punto teórico de saturación:

$$Nt^x = \left| \frac{D+Z}{Db} \right| = \left| \frac{0.11 \text{ segundos} + 0.15 \text{ segundos} + 0.56 \text{ segundos} + 12 \text{ segundos}}{0.56 \text{ segundos}} \right| = 22.89 \text{ usuarios}$$

3. Obtenemos las asíntotas optimistas, las cuáles coinciden con los límites optimistas en sistemas abiertos:

$$Ro^{min} = \max [D, Nt * Db - Z] = \max [0.82, Nt * 0.56 - 12]$$

$$Xo^{max} = \min \left[\frac{Nt}{D+Z}, \frac{1}{Db} \right] = \min \left[\frac{Nt}{12.82}, 1.79 \right]$$

4. Calculamos el número medio de trabajos en reflexión Nz:

$$Nz = X_0 * Z = 1.79 * 12 = 21.48 \text{ usuarios}$$

5. Para equilibrar las demandas de servicio de los 2 discos, debemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$0.05 * V2 = x$$

$$0.08 * V3 = x$$

$$0.05 * V2 - 0.08 * V3 = 0 \rightarrow 0.05 * V2 = 0.08 * V3$$

$$\text{Consideramos el valor } V2 = 6.1 \rightarrow D2 = 0.305$$

$$V3 = 3.81 \rightarrow D3 = 0.304$$

$$\text{Calculamos la nueva demanda del sistema: } D = 0.305 + 0.304 + 0.11 = 0.719$$

Calculamos el tiempo de respuesta del sistema mejorado:

$$R_0 = \max [D, Nt * Db - Z] = \max [0.719, -2.85] = 0.719$$

$$\text{Calculamos la mejora del tiempo de respuesta: } 4.8 / 0.719 = 6.68$$

Problema 18

$$R_0^{min} = \max\{0.49, 0.22 \times N_T - 5\}$$
$$X_0^{max} = \min\left\{\frac{N_T}{5.49}, 4.55\right\}$$

Considere que el tiempo se expresa en segundos. A partir de la información anterior indique:

1. Tiempo de reflexión.
2. Tiempo mínimo de respuesta.
3. Punto teórico de saturación.
4. ¿Cuál es el tiempo medio de respuesta que se podría esperar con 100 usuarios? Justifique la respuesta.
5. Si hubiera 18 usuarios en el sistema, ¿sería posible obtener un tiempo de respuesta de 0,35 segundos? ¿Por qué?

1. Obtenemos las asíntotas optimistas mediante la ecuación de Límites optimistas en sistemas abiertos:

$$R_0^{min} = \max [D, Nt * Db - Z]; X_0^{max} = \min \left[\frac{Nt}{D+Z}, \frac{1}{Db} \right]$$

Calculamos el tiempo de reflexión: $Z = 5$

2. Calculamos el tiempo mínimo de respuesta: $R_0 = 0.49$

3. Calculamos el punto teórico de saturación: $Nt^* = \frac{D+Z}{Db} = \frac{5.49}{0.22} = 24.97 \text{ usuarios}$

4. Calculamos el tiempo medio de respuesta, siendo $N_t = 100$:

$$R_o = \max[0.49, 17] = 17 \text{ segundos}$$

5. Siendo $N_t=18$ usuarios, comprobamos si se cumple que $R_o = 0.35$ segundos

$$R_o = \max[0.49, -1.04]$$

Habiendo 18 usuarios, el tiempo medio de respuesta no puede ser de 0.35 segundos.

Problema 19

Considera $Z=0$ y 15 trabajos.

Dispositivo	S_i	V_i
Procesador (1)	0,016	5
Disco (2)	0,02	4

Justifique numéricamente qué opción de las dos que se indican representa la mejor elección para mejorar el rendimiento del sistema: substituir el procesador por uno dos veces más rápido o substituir el disco por otro con un tiempo medio de servicio de 0,01 milisegundos.

Calculamos las demandas de servicio de cada dispositivo:

$$D_1 = S_1 * V_1 = 0.08 \text{ segundos}; D_2 = S_2 * V_2 = 0.08 \text{ segundos}$$

Como ambos dispositivos tienen la misma demanda, el sistema está equilibrado. Por tanto, ambas opciones ofrecen el mismo grado de mejora en el tiempo medio de respuesta del sistema.

Problema 20

Un servidor web recibe una media de 0.3 peticiones/segundo.

Dispositivo	S_i	V_i
Procesador (1)	0,2	15
Disco (2)	0,07	6
Disco (3)	0,02	8

Después de apurar su copa de vino, una informática avezada en temas de modelado y evaluación de rendimiento hace estas confesiones a sus compañeros de cena respecto del modelo anterior:

1. Si se substituye el procesador por uno dos veces y media más rápido, el tiempo medio de respuesta del servidor web mejora más del 1100 %.
2. Si se equilibra la demanda de servicio de los dos discos, entonces el tiempo medio de respuesta del servidor web mejora un 0,6 %.

¿Ha afectado la ingesta de alcohol la mente despierta de nuestra protagonista? Justifique numéricamente la respuesta.

1. Para calcular el tiempo de respuesta del servidor debemos aplicar la Ley general del tiempo de respuesta:

$$Ro = \sum_{i=1}^K Vi * Ri = \sum_{i=1}^K \frac{Di}{1 - Xo * Di} = 30 + 0.48 + 0.17 = 30.65 \text{ segundos}$$

Calculamos el tiempo de respuesta del servidor tras la mejora $S1 = \frac{S1}{2.5}$:

$$Ro = \sum_{i=1}^K Vi * Ri = \sum_{i=1}^K \frac{Di}{1 - Xo * Di} = 1.875 + 0.48 + 0.17 = 2.525$$

Calculamos la velocidad del tiempo de respuesta tras la actuación con respecto al tiempo de respuesta original:

$$\text{Mejora Ro} = \frac{30.65}{2.525} = 12.14$$

Por tanto, la predicción es correcta.

2. Para equilibrar la demanda de servicio de los 2 discos, debemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$0.07 * V2 = x$$

$$0.02 * V3 = x$$

$$0.07 * V2 - 0.02 * V3 = 0 \rightarrow 0.07 * V2 = 0.02 * V3$$

$$\text{Considerando } V2 = 6 \rightarrow V3 = 21$$

Calculamos el nuevo tiempo de respuesta del sistema:

$$Ro = \sum_{i=1}^K Vi * Ri = \sum_{i=1}^K \frac{Di}{1 - Xo * Di} = 30 + 0.48 * 2 = 30.96 \text{ segundos}$$

Calculamos la mejora del tiempo de respuesta:

$$\text{Mejora Ro} = \frac{30.96}{30.65} = 1.01$$

Por tanto, la predicción es correcta.

Problema 21

Servidor incapaz de responder a las peticiones. El administrador deduce que la demanda de servicio de cuello de botella es de 4 segundos. Por tanto, afirma que el sistema puede admitir hasta 20 peticiones/minuto. ¿Tiene base científica? Justifica la respuesta.

Demanda del cuello de botella $\rightarrow Db = 4$ segundos

¿ $Xo^{max} = 20$ peticiones por minuto?

Calculamos las peticiones por minuto en el cuello de botella:

$$Xo^{max} = \frac{1}{4} * 60 = 15 \frac{\text{peticiones}}{\text{minuto}}$$

Como el número de peticiones máximo es menor al número de peticiones dada por el administrador, la afirmación del administrador no tiene base científica.

Problema 22

Dispositivo	Tiempo de servicio (s)	Razón de visita
Procesador (1)	0,01	9
Disco (2)	0,02	4
Disco (3)	0,02	4

En las horas de máxima actividad el sitio web ha llegado a recibir una media de 11 peticiones por segundo. Responda a las siguientes cuestiones justificando numéricamente la respuesta.

1. Desde el punto de vista del reparto de la carga entre los componentes del servidor web, ¿estamos ante un sistema equilibrado?
2. Indique si el sistema está sometido a alta o baja carga.
3. ¿Cuál es el tiempo mínimo de respuesta de este servidor web?
4. ¿Podríamos aumentar la productividad máxima (capacidad) del sistema si sustituimos ambos discos por versiones más rápidas?
5. Determine el tiempo medio de respuesta del sistema.
6. ¿Cambiaría la localización del cuello de botella si la tasa de llegadas bajara hasta las 5 peticiones por segundo?
7. Dibuje una gráfica en la que se represente la evolución del tiempo medio de respuesta del sistema en función de la tasa de llegada de trabajos. Indique los puntos más representativos de la curva.

1. Para comprobar si el sistema está equilibrado, debe cumplirse que la demanda de servicio de los 3 dispositivos sea la misma. Calculamos la demanda de servicio de cada dispositivo: $D_i = V_i * S_i$

$$D_1 = 0.09 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}; D_2 = 0.08 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}; D_3 = 0.08 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

Como las demandas de servicio de los dispositivos son aproximadamente iguales, el servidor web está cerca de ser un sistema equilibrado.

2. Para comprobar el nivel de carga del sistema, debemos comparar si el cuello de botella está cerca de la saturación.

Calculamos el cuello de botella a partir de las peticiones por segundo recibidas como máximo: $X_o^{max} = \frac{1}{D_b} \rightarrow D_b = \frac{1}{X_o^{max}} = 0.09 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$

Como el cuello de botella está cerca de la saturación, el sistema está sometido a alta carga.

3. Para calcular el tiempo mínimo de respuesta del servidor, debemos aplicar los límites optimistas en sistemas abiertos:

$$R_o^{min} = \sum_{i=1}^K D_i = 0.09 + 0.08 + 0.08 = 0.25 \text{ segundos}$$

4. No, porque el cuello de botella es el procesador.

5. Para calcular el tiempo medio de respuesta debemos aplicar la Ley general del tiempo de respuesta:

$$Ro = \sum_{i=1}^N Vi * Ri = \sum_{i=1}^N \frac{Di}{1 - Xo * Di} = 9 + 2 * 0.67 = 10.34 \text{ segundos}$$

6. No, porque la tasa de llegadas de peticiones al sistema afecta a todo el sistema.

7. Dibujar una gráfica con los siguientes datos:

$$Xo = 0 \rightarrow Ro = \sum_{i=1}^N Vi * Ri = 0.09 + 2 * 0.08 = 0.25 \text{ segundos} ; Xo = 11 \rightarrow Ro = 10.34 \text{ segundos}$$

$$Xo = 5 \rightarrow Ro = 0.43 \text{ segundos} ; Xo^{max} = \frac{1}{Db} = 11.11$$

Ejercicio 23

Sistema con 32 usuarios conectados presenta problemas para soportar la carga actual.

.....

$$R_0^{min} = \max\{1.6, \quad 1.1 \times N_T - 4\}$$

$$X_0^{max} = \min\left\{\frac{N_T}{5.6}, \quad 0.91\right\}$$

1. El sistema, ¿está realmente soportando una carga elevada?
2. Haga una estimación del tiempo medio de respuesta del sistema en las condiciones actuales

Obtenemos los límites optimistas en sistemas cerrados:

$$Ro^{min} = \max[D, Nt * Db - Z]; Xo^{max} = \min\left[\frac{Nt}{D+Z}, \frac{1}{Db}\right]$$

1. Para comprobar si el sistema está soportando una carga elevada, debemos calcular el punto teórico de saturación del sistema:

$$Nt^* = \left\lfloor \frac{D+Z}{Db} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{5.6}{1.1} \right\rfloor = 6 \text{ usuarios}$$

Como el punto de saturación del sistema está situado en 6 usuarios conectados, y hay conectados 32 usuarios al sistema, el sistema está soportando una carga elevada.

2. Calculamos el tiempo medio de respuesta del sistema, siendo Nt=32 usuarios:

$$Ro^{min} = \max[1.6, 31.2] \rightarrow Ro = 31.2 \text{ segundos}$$

Problema 24

PROBLEMA 6.24 El proceso de modelado de un sistema informático mediante técnicas de análisis operacional ha dado los siguientes parámetros:

Dispositivo	Tiempo de servicio (s)	Razón de visita
Procesador (1)	0,15	6
Disco (2)	0,05	5

El sistema recibe una media de 1,05 peticiones por segundo. Responda a las siguientes cuestiones justificando numéricamente la respuesta.

1. Indique si el sistema está sometido a alta o baja carga.
2. Si se sabe que la productividad del procesador es de 6,3 trabajos por segundo, ¿cuál es el número medio de trabajos en esta estación?
3. Calcule el tiempo medio de respuesta del sistema.
4. ¿Tendría algún efecto sobre las prestaciones sustituir el procesador por una versión más rápida?
5. Determine cuál sería el cuello de botella del sistema si el procesador y el disco se sustituyen, respectivamente, por versiones 5 y 2 veces más rápidas.

1. Para comprobar si el sistema está sometido a una alta o baja carga, debemos comprobar si la tasa de llegadas máxima al sistema está cerca o no a la media de peticiones por segundo que recibe el sistema.

Calculamos el cuello de botella:

$$D_b = \max[D_1, D_2] = \max[S_1 * V_1, S_2 * V_2] = \max[0.9, 0.25] = 0.9 \frac{\text{segundos}}{\text{petición}}$$

Calculamos la tasa de llegadas máxima al sistema: $X_o^{max} = \frac{1}{D_b} = 1.11 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$

Como la tasa de llegadas del sistema está próximo a su tasa de llegadas máximo, el sistema está sometido a alta carga.

2. Calculamos el número medio de trabajos del procesador:

$$R_{\text{procesador}} = N_{\text{procesador}} * S_{\text{procesador}} + S_{\text{procesador}} \rightarrow 2.73 = (N_{\text{procesador}} + 1) * 0.15$$

$$N_{\text{procesador}} = 17.2 \text{ trabajos}$$

Calculamos el tiempo medio de respuesta del procesador:

$$R_1 = \frac{S_1}{1 - X_i * S_i} = \frac{0.15}{0.055} = 2.73 \text{ segundos}$$

3. Para calcular el tiempo medio de respuesta del sistema, debemos aplicar la ley general del tiempo de respuesta:

$$R_o = \sum_{i=1}^N (V_i * R_i) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i}{1 - X_o * D_i} \right) = 16.36 + 0.34 = 16.7 \text{ segundos}$$

4. Sí, porque el procesador es el cuello de botella del sistema

5. Calculamos el cuello de botella tras las modificaciones:

$$Db = \max [D_1, D_2] = \max \left[\frac{S_1}{5} * V_1, \frac{S_2}{2}, V_2 \right] = \max [0.18, 1.13]$$

El cuello de botella sigue siendo el procesador.

Problema 25

Sistema interactivo con 3 usuarios y tiempo medio de reflexión de 5 segundos.

Dispositivo	S_i	V_i
Procesador (1)	0,01	15
Disco (2)	0,04	8
Disco (3)	0,08	6

Determine:

1. Las utilizaciones de cada dispositivo.
2. El tiempo medio de respuesta y la productividad del sistema (usando el algoritmo iterativo para redes cerradas).

1. Para calcular la utilización de cada dispositivo, debemos aplicar la relación utilización-demanda de servicio: $U_i = X_o * D_i$

$$U_1 = 0.5 * 0.15 = 0.076; U_2 = 0.16; U_3 = 0.24$$

Para calcular el número de peticiones del sistema debemos aplicar la Ley del tiempo de respuesta interactivo:

$$Nt = Nz + No = X_o * (Z + Ro) \rightarrow X_o = \frac{Nt}{Z + Ro} = \frac{3}{5 + 0.95} = 0.50$$

Para calcular el tiempo medio de respuesta del sistema, debemos calcular el límite optimista de sistemas abiertos para el tiempo mínimo de respuesta del sistema:

$$Ro^{min} = \sum_{i=1}^N D_i = 0.15 + 0.32 + 0.48 = 0.95 \text{ segundos}$$

2. Aplicamos el algoritmo iterativo para redes cerradas:

$$\sum_{x=1}^N N_x(0) = 0; Ro(nt) = \sum_{x=1}^N V_x * R_x(nt); X_o(nt) = \frac{nt}{Z + Ro(nt)}; \sum_{x=1}^N N_x(nt) = X_o(nt) * V_i * R_i(nt)$$

$$Ro(3) = 1.01 \text{ segundos}; X_o(3) = 0.6 \frac{\text{peticiones}}{\text{segundo}}$$