

Índice de contenido

1.-Introducción.....	2
2.-Aspectos generales de la evaluación financiera de inversiones.....	2
2.1.-Parámetros que definen una inversión.....	2
2.1.1.-Pago de la inversión.....	3
2.1.2.-Vida del proyecto.....	3
2.1.3.-Movimientos de fondos	3
2.2.-Consideraciones preliminares a la evaluación y comparación de proyectos de inversión.....	5
3.-Influencia del tiempo en el valor del dinero.....	5
4.-Cobros y pagos; e ingresos, costes y gastos.....	6
5.-Supuestos simplificativos para la evaluación de inversiones.....	7
6.-Valor Actual Neto (VAN) y otros indicadores.....	8
6.1.-VAN para inversión en un único pago.....	8
6.2.-VAN para inversión en pagos fraccionados.....	8
6.3.-Valor final.....	9
6.4.-Anualidad.....	9
6.5.-Relación beneficio / inversión.....	9
6.6.-VAN con interés variable.....	10
7.-Plazo de recuperación.....	11
8.-Tasa Interna de Rendimiento (TIR).....	12
8.1.-El problema de las TIR múltiples.....	13
8.2.-Procedimiento iterativo para el calculo de la TIR.....	14
9.-Efecto de la inflación.....	15
9.1.-Varias tasas de inflación.....	16
10.-Análisis de sensibilidad.....	17
10.1.-Valores límite.....	17
10.2.-Estudio de diversos valores de los parámetros.....	18
11.-Observaciones.....	19

1.-Introducción

La realización de un proyecto supone la utilización de unos recursos en un determinado periodo de tiempo con el fin de obtener después unos rendimientos.

Así, económicamente, la realización de un proyecto es una inversión que será o no rentable en función de los recursos necesarios, los rendimientos y los momentos en que se produzcan los cobros y pagos.

Pero, ¿qué es invertir? Según Companys y Corominas (1988), en general invertir es renunciar a unas satisfacciones inmediatas y ciertas a cambio de unas expectativas o esperanzas de beneficios futuros.

Así, por ejemplo, si se dice que una persona invierte su tiempo libre en realizar unos estudios, quiere decir que renuncia a algún tipo de diversiones a cambio de las satisfacciones que le podrán proporcionar dichos estudios (por ejemplo un ascenso profesional en su lugar de trabajo).

En el ámbito empresarial, las renunciaciones y satisfacciones se medirán normalmente en unidades monetarias, aunque, en general, se deberán establecer desde un principio las diferencias que existen en función de la procedencia de los fondos, y de los objetivos que se persiguen con su realización.

Cuando el inversor y los fondos son privados, se denomina inversión privada. Normalmente su objetivo fundamental es de tipo financiero, es decir, básicamente se trata de maximizar los beneficios económicos. El análisis que se ocupa de este tipo de inversiones es el análisis financiero.

Cuando el inversor es un ente público, la inversión se denomina pública. Este tipo de inversiones persiguen otro tipo de objetivos además del estrictamente financiero, como objetivos sociales (mejor redistribución de la renta, mejora de las condiciones sociales, desarrollo tecnológico...). A este tipo de análisis se le denomina análisis beneficio-coste o evaluación económica y social.

En sus aspectos formales, los dos tipos de análisis tienen muchos puntos en común, las diferencias estriban en cuestiones de fondo.

En la evaluación financiera, las utilidades que proporciona la inversión al inversor se pueden cuantificar fácilmente, asignando a los productos generados por la inversión, y a los insumos utilizados en el proceso productivo, sus valores a precio de mercado.

En la evaluación económica, sin embargo la cuantificación de los efectos positivos y negativos plantea mayores dificultades. Además de todos los efectos cuantificables de la evaluación financiera, habrá que tener en cuenta otros que por su naturaleza contribuyan a lograr los objetivos de la colectividad.

Así, en el ámbito financiero se entenderá por inversión todo proceso que implique unos pagos más o menos inmediatos y unos cobros futuros. También se suele llamar inversión al importe de los fondos propios aportados al proyecto.

Según esto, se considera inversión, por ejemplo, casos tan dispares como la construcción de una nueva sede para la empresa, la adquisición de equipos informáticos, o el desarrollo de un nuevo software y entrenamiento de los trabajadores en su uso.

2.-Aspectos generales de la evaluación financiera de inversiones

2.1.-Parámetros que definen una inversión

Los proyectos de inversión, sea cual sea su naturaleza, quedan caracterizados en su vertiente económica por tres parámetros básicos:

- 1) El pago de la inversión (k)
- 2) La vida del proyecto (n)
- 3) Los movimientos de fondos generados por el proyecto a lo largo de su vida (R_i)

2.1.1.-Pago de la inversión

Se entiende por pago de inversión k el número de unidades monetarias que el inversor debe desembolsar para conseguir que el proyecto comience a funcionar como tal. Por ejemplo, si el proyecto es la puesta en marcha de un cybercafé (local público de conexión a Internet), la inversión comprenderá la compra de los ordenadores, mesas y demás mobiliario, la instalación de la red, la compra de las licencias del software considerado, el alta de la conexión a Internet y todo aquello que se considere apropiado para ponerlo en marcha.

Este parámetro queda reducido a una cifra única, la cantidad que paga el inversor en el año inicial para conseguir la puesta en funcionamiento del proyecto. En ocasiones el pago de la inversión queda fraccionado en un conjunto de ellas (k_i): k_0, k_1, k_2, \dots . Esto sucede en aquellos proyectos en los que se necesita más de un año para conseguir poner en marcha la totalidad de un proyecto.

2.1.2.-Vida del proyecto

Se entiende por vida del proyecto u horizonte, el número de años durante los cuales la inversión estará funcionando y generando rendimientos positivos, de acuerdo con las previsiones realizadas por el inversor (Companys y Corominas, 1988). Ésta puede coincidir o no con la vida del proyecto desde un punto de vista técnico.

La estimación de la vida de los proyectos suele resultar difícil de efectuar, debido a las diferentes expectativas de vida que tienen los diversos elementos que constituyen la inversión.

En situaciones de este tipo, la vida del proyecto puede venir dada por la vida del elemento de la inversión de mayor duración. Esta forma de actuación es bastante aconsejable, siempre y cuando el elemento de mayor duración represente un porcentaje significativo de la inversión.

Conviene decir en cuanto a este parámetro, que se debe ser prudente en su estimación pues hay que tener muy presente el importante peso que tiene en el mundo actual la obsolescencia o envejecimiento técnico.

Por último, indicar que el horizonte de los proyectos que se comparan ha de ser el mismo. De otro modo la comparación no sería correcta, pues quedaría, al final del horizonte más breve, esa cantidad de dinero improductiva, mientras que en el otro proyecto (con un horizonte más largo) seguiría dando rendimientos. Se deben al menos aproximar, de alguna forma, los horizontes de los proyectos que se comparan.

2.1.3.-Movimientos de fondos

A lo largo de su vida útil, toda inversión en un proyecto genera dos tipos de corrientes de signo opuesto: la corriente de cobros y la corriente de pagos.

Los cobros son los ingresos anuales atribuibles a la venta de los productos obtenidos por medio de la inversión.

Por otra parte, para producir dichos productos es necesario generar una corriente de pagos, tales como mano de obra, materia prima, etc.

El movimiento de fondos, se define como la diferencia entre el cobro y el pago generado por la inversión en un periodo de tiempo. Generalmente el periodo de tiempo que se tiene en cuenta es el año. Así, el movimiento de fondos R_i obtenido en el año i -ésimo, será:

$R_i = C_i - P_i$ siendo:

C_i = cobros

P_i = pagos.

Así, si en el ejemplo anterior se espera que en el primer año de vida útil, los pagos asciendan a un montante de 63 000€, y los cobros por venta de productos a 80 000€, se obtiene un movimiento de fondos de:

$$R_i = 80\,000 - 63\,000 = 17\,000$$

Nota, aquí puede existir cierta confusión terminológica. Lo que llamamos movimiento de fondos, a veces recibe el nombre de flujo de caja (cash-flow). Esto puede provocar errores, ya que, en el área de contabilidad o control de gestión, se entiende por flujo de caja la suma de los beneficios después de impuestos, con las amortizaciones, lo que no coincide con el movimiento de fondos definido antes (Companys y Corominas, 1988).

Los valores de los parámetros que caracterizan una inversión pueden representarse de una manera simplificada utilizando una barra de tiempo, como se muestra en las figuras 1 y 2. Los movimientos de fondos figuran en la parte superior del eje de tiempos, y el pago de la inversión en la parte inferior.

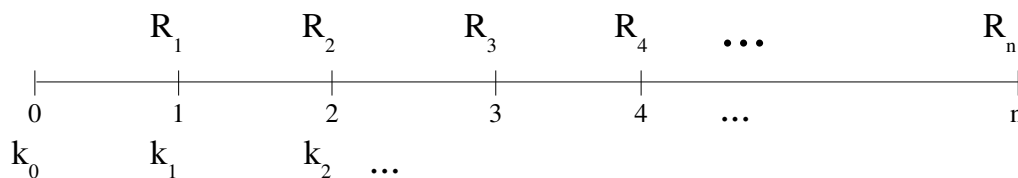


Figura 1.- Barra de tiempo

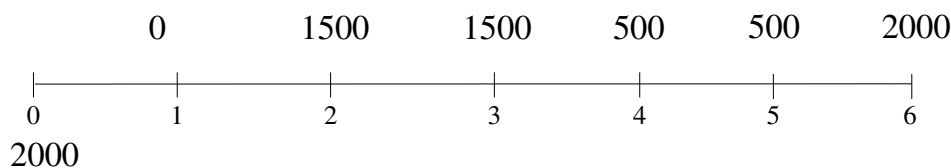


Figura 2.- Barra de tiempo (ejemplo)

También pueden representarse los movimientos de fondos mediante una gráfica, que nos permite apreciar intuitivamente sus cantidades. En la figura 3 se han representado la inversión y los movimientos de fondos, tanto su valor anual como el acumulado a lo largo del desarrollo del proyecto.

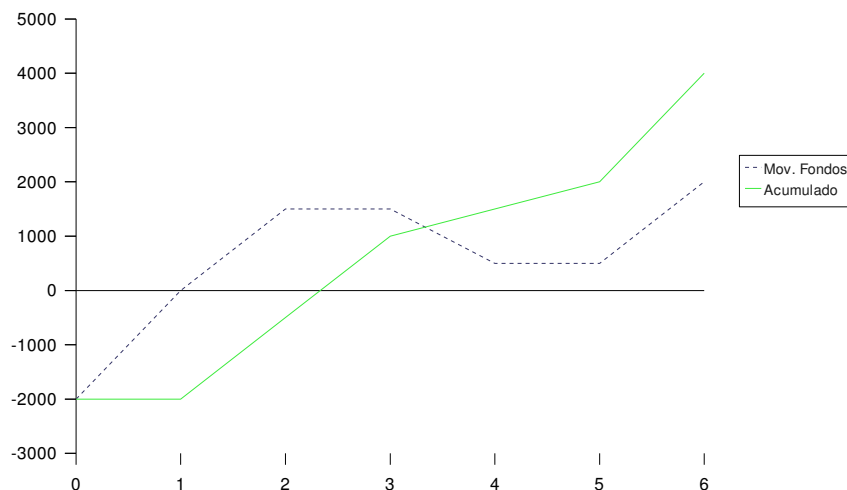


Figura 3.- Gráfica de los movimientos de fondos

La cantidad máxima de fondos que requiere un proyecto puede apreciarse fácilmente, ya que es el

valor más negativo de la curva acumulada de movimiento de fondos. A este valor se le denomina Dimensión de un proyecto.

2.2.-Consideraciones preliminares a la evaluación y comparación de proyectos de inversión

El interés de realizar una inversión se puede analizar desde distintos puntos de vista:

- A) **Rentabilidad.** Lo que va a interesar fundamentalmente de la inversión es la rentabilidad. El proyecto será rentable si el valor de los rendimientos que proporciona es superior al de los recursos que utiliza. Pero en general hablaremos de la probabilidad que tiene un proyecto de tener una u otra rentabilidad, ya que muchos de los parámetros usados en el análisis son estimaciones hacia el futuro.
- B) **Riesgo.** Cuando dos proyectos tienen una rentabilidad parecida, como es lógico se preferirá el que tenga unos resultados más seguros. El riesgo, mayor o menor, es inherente a la inversión.
- C) **Liquidez.** Otro factor a tener en cuenta es la liquidez de la inversión. Esto es la facilidad con que se puede cambiar por dinero el objeto de la inversión. Así, una inversión en acciones que coticen en Bolsa es más líquida que la inversión en un edificio. Los proyectos tendrán casi siempre escasa liquidez, ya que vender los activos una vez hecha la inversión suele ser bastante difícil (y probablemente llevar consigo fuertes pérdidas). En este caso se suele referir la liquidez a la capacidad que tenga la inversión para generar fondos con que recuperar los pagos iniciales. Un indicador de esta liquidez es el periodo de recuperación de la inversión, que estudiaremos más adelante.

3.-Influencia del tiempo en el valor del dinero

Todos los métodos ideados para evaluar la rentabilidad de una inversión consisten en comparar el pago de inversión (K) con los movimientos de fondos (R_i). Una dificultad que surge al realizar la comparación, es que ésta no puede ser realizada entre unidades no homogéneas. Así, no es lo mismo recibir un movimiento de fondos positivo de Q unidades monetarias del momento actual que Q unidades monetarias de dentro de dos años.

Las preferencias del dinero presente con respecto al dinero futuro existen independientemente de la inflación y del efecto de la incertidumbre. Cualquier agente económico preferirá Q euros ahora que dentro de dos o tres años, aun con la certeza de que en ese periodo de tiempo los Q euros no fueran a perder poder adquisitivo (efecto de la inflación). La razón de esta preferencia se ve reflejada en el tipo de interés, que hará crecer el dinero.

Para nuestro análisis, el tipo de interés no va a ser otra cosa que el precio del dinero, que viene establecido por el mercado de capitales. Así, si percibimos los Q euros en el momento actual, los podremos prestar a un tipo de interés i , convirtiéndose en dos años en:

$$(Q \cdot (1+i)) \cdot (1+i) = Q \cdot (1+i)^2$$

Por tanto, si las Q unidades monetarias las percibimos en el año 2, su valor equivalente a día de hoy sería:

$$\frac{\frac{Q}{(1+i)}}{(1+i)} = \frac{Q}{(1+i)^2}$$

El análisis efectuado lleva a la conclusión de que para poder comparar el pago de inversión con los movimientos de fondos se debe proceder a una homogeneización del valor de las diferentes cantidades.

Una forma aconsejable de realizar la homogeneización consiste en llevar todas las cantidades a un

determinado año. El año elegido generalmente es el inicial de la inversión.

$$\frac{R_1}{(1+i)^1}, \frac{R_2}{(1+i)^2}, \dots, \frac{R_n}{(1+i)^n}$$

Si elegimos como año de referencia el inicial, la serie de movimientos de fondos, R_1, R_2, \dots, R_n de valores heterogéneos se convierte en la serie de movimientos de fondos de valores homogéneos referenciados al año inicial de la inversión. Podemos ver un ejemplo en la tabla 1 y figura 4.

En la práctica, no es fácil identificar el tipo de interés a utilizar, ya que éste es una variable según de donde provengan los fondos y otras posibles circunstancias. El origen podrían ser diferentes tipos de crédito que hayan podido solicitarse o, si el dinero está disponible, las diferentes alternativas de inversión donde podría colocarse ese dinero (bonos, letras, fondos de inversión, etc), con todas sus posibles variables (plazo de devolución, seguridad o riesgo, comisiones, etc). No obstante se supondrá que es posible estimar un valor i en cualquier caso.

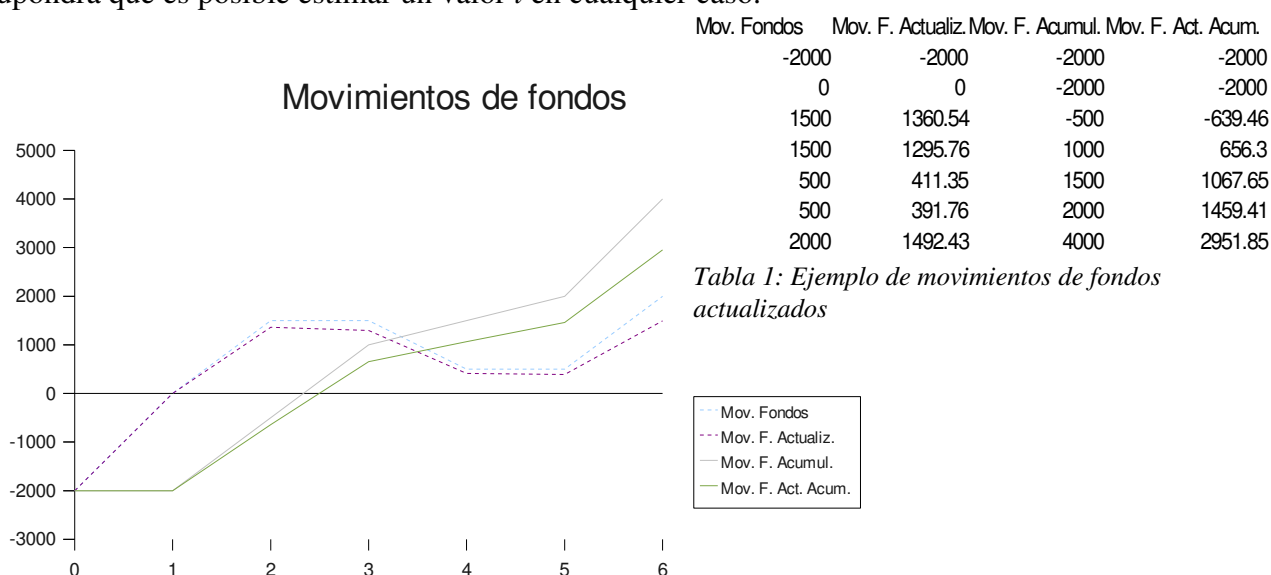


Figura 4: Movimientos de fondos actualizados

4.-Cobros y pagos; e ingresos, costes y gastos

En los apartados anteriores hemos caracterizado los rendimientos generados por la inversión por medio de sus movimientos de fondos; es decir, por los cobros menos los pagos. No obstante esto no tiene porque ser siempre así, hay bibliografía que propone caracterizar las inversiones por sus beneficios; es decir, por los ingresos menos los costes generados.

Veamos las diferencias que existen entre los conceptos de pagos, gastos y costes por una parte, y cobros e ingresos por otra.

Si una empresa (por ejemplo, dedicada a la reproducción y distribución de software) adquiere el 1 de octubre de 2005 una partida de materia prima (CDs grabables) por 4000€ firmando letras con vencimiento el 1 de abril de 2006, el mismo día en que firma las letras incurre en un gasto de 4000€. Cuando el 1 de abril de 2006 haga el desembolso de los 4000€ habrá incurrido en un pago por dicha cantidad. Finalmente, el coste se irá produciendo conforme se vaya utilizando la materia prima (gastando los CDs).

En términos generales se puede decir que se produce un gasto cuando se adquiere el compromiso de efectuar un pago. El pago se produce cuando se origina una salida del dinero de la caja o cuentas

corrientes de la empresa, y el coste cuando se consume o utiliza algo en el proceso productivo.

Las diferencias entre ingresos y cobros se establecerán también con un ejemplo. Supongamos que el 1 de enero de 2005 una empresa de software vende a una gestoría una licencia de un programa para efectuar declaraciones de la renta de 2004, y la gestoría se compromete a abonar 4000€ por este concepto. En ese momento la empresa de software puede contabilizar los 4000€ como ingreso, pero el cobro no se producirá hasta junio cuando la gestoría abone dicha cantidad.

En general, se produce un ingreso en una empresa cuando se produce el compromiso de que le va a ser abonada una cierta cantidad de dinero. El cobro se produce únicamente cuando se produce la entrada efectiva de dinero, en la caja o en las cuentas corrientes de la empresa.

En la situación que vamos a considerar, la evaluación financiera de proyectos, la ventaja que supone trabajar con movimientos de fondos es que los cálculos son más sencillos de realizar que los homólogos para calcular los beneficios.

- Si se trabaja con cobros y pagos, no tendremos que calcular **costes de amortización**. La amortización es el “supuesto” coste de depreciación de un activo (ordenadores, máquinas, coches...) en un periodo de tiempo. Por ejemplo, si un ordenador que cuesta 1000€ se supone que en 3 años no va a ser útil, se podría incluir como coste de amortización anual 333.33€. También podemos tener en cuenta que probablemente el primer año pierde más valor y amortizar 500€ el primer año y 250€ los dos siguientes. Hay muchas posibilidades diferentes. De cara a calcular los impuestos puede que haya que seguir unos criterios más o menos concretos, pero en general para calcular un coste de amortización es necesario formular una serie de supuestos que en bastantes casos son difíciles de justificar.
- Además, al trabajar con movimientos de fondos, los rendimientos generados por la inversión se sitúan en el momento exacto de tiempo en que se abona o se adeuda en las cuentas corrientes de la empresa. De esta manera, la evaluación de la inversión puede ser más sencilla y precisa, al tener en cuenta la influencia que tiene el tiempo en el valor del dinero, sin tener que calcular los correspondientes costes de interés (enfocados quizá como costes de oportunidad). Ejemplo, una empresa de servicios que trabaja para la administración pública sabe que el pago de los pequeños proyectos que realiza los recibirá entre 1 y 2 años después. Usando ingresos y gastos para las previsiones, tendría que tener en cuenta los ingresos por los proyectos y descontar los intereses hasta el momento del pago (dado que es una pérdida para la empresa). En cambio, usando cobros y pagos, se sitúa la entrada de dinero (cobro) en el momento real en que se percibe, y los ajustes de actualización de los valores ya incluyen automáticamente el hecho de que ese dinero se percibe tarde.

5.-Supuestos simplificativos para la evaluación de inversiones

Los criterios de evaluación de inversiones que aquí se exponen se apoyan inicialmente en una serie de supuestos que enunciaremos a continuación:

Supuesto 1: Los cobros y los pagos se producen en un mismo instante al final de cada año.

Este supuesto se introduce para poder reducir los cobros y los pagos de un año a una sola cifra: el movimiento de fondos de cada año.

Este supuesto tiene carácter meramente **simplificativo**, y su introducción no tiene en la mayoría de los casos una excesiva repercusión práctica, dado que el error introducido es pequeño.

Supuesto 2: El inversor puede estimar sin equivocarse el pago de la inversión y el movimiento de fondos de cada año, así como prefijar la vida del proyecto.

Este supuesto viene a decir que el inversor se mueve en un contexto de **certidumbre**, es decir, conoce con toda exactitud el valor que van a tomar en el futuro las variables económicas que

influyen en el resultado financiero de la inversión. Este supuesto es muy fuerte y tiene un evidente carácter restrictivo. No obstante, es necesario establecerlo como una primera aproximación para evitar las complicaciones, tanto de los modelos aleatorios como de los modelos para situaciones de incertidumbre. Este supuesto se revisará posteriormente con el estudio de riesgo (ver: análisis de sensibilidad).

Supuesto 3: Los movimientos de fondos generados por la inversión no varían monetariamente; es decir, no experimentan aumentos o disminuciones por efecto de la **inflación** o deflación. Posteriormente se indicará como estudiar este factor (ver: efecto de la inflación)

Supuesto 4: Existe un **mercado perfecto de capitales**. Es decir, el inversor puede tomar o conceder préstamos en la cantidad y plazo que desee, a interés compuesto y a un tipo de interés i , que llamaremos tipo de descuento y que es independiente de la cuantía del capital prestado.

6.-Valor Actual Neto (VAN) y otros indicadores

[En inglés: NPV Net Present Value]

La forma más intuitiva de evaluar la rentabilidad de una inversión consiste en restar a la suma, convenientemente homogeneizada, de unidades monetarias que la inversión proporciona al inversor, las unidades monetarias que el inversor ha dado a la misma.

6.1.-VAN para inversión en un único pago

Si el pago de inversión no está fraccionado, la suma anterior para un factor de homogeneización i (interés del mercado monetario) será:

$$VAN = \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_j}{(1+i)^j} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} - k$$

o lo que es lo mismo:

$$VAN = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+i)^j} - k$$

La expresión anterior corresponde al concepto del valor actual neto de la inversión. Este concepto indica la ganancia neta generada por el proyecto.

Así, si el VAN es positivo para un tipo de interés elegido, se dice que es rentable desde un punto de vista financiero, ocurriendo lo contrario para un VAN negativo.

Un VAN nulo significa que la rentabilidad del proyecto es la misma que la de colocar los fondos en él invertidos al interés del mercado monetario.

El principal problema de la aplicación del VAN es la determinación del valor de i a aplicar, aunque esto se puede soslayar calculando el VAN para distintos valores de i , y viendo el intervalo en que el proyecto es rentable, lo cual permitirá que nos hagamos una idea más aproximada de la situación del proyecto en relación a los tipos de interés.

Ejemplo: un proyecto cuyo pago de inversión es de 60 000€, y genera unos movimientos de fondos de 30 000€ anuales a lo largo de sus 3 años de vida. Aplicando las fórmulas anteriores, para un tipo de interés del 11% tenemos:

$$VAN = \frac{30\,000}{(1+0.11)} + \frac{30\,000}{(1+0.11)^2} + \frac{30\,000}{(1+0.11)^3} - 60\,000 = 13\,320 \text{ €}$$

por tanto representa una inversión rentable.

6.2.-VAN para inversión en pagos fraccionados

Cuando la inversión se realice de una manera fraccionada a lo largo de los m primeros años de vida del proyecto, habrá que actualizar también los pagos de inversión que no se hagan en el año 0 y por tanto la fórmula anterior quedará así:

$$VAN = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+i)^j} - \sum_{j=0}^m \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

El tratamiento matemático del VAN es bastante simple, ya que el VAN del conjunto de dos proyectos independientes (o sea, que los movimientos de fondos de cada uno no dependan de la realización o no del otro) es la suma de los VAN de cada uno de ellos).

6.3.-Valor final

Existen otros indicadores equivalentes al VAN, que suministran la misma información, pero referida a otro instante en el tiempo. Es el caso del Valor Final, la cantidad de dinero que, percibida al final del horizonte del proyecto, resulta equivalente a todo el movimiento de fondos a lo largo del horizonte.

$$VF = \sum_{j=1}^n R_j \cdot (1+i)^{n-j} - \sum_{j=0}^m k_j \cdot (1+i)^{n-j}$$

Equivalentemente, se puede calcular el Valor Final a partir del VAN multiplicándolo por $(1+i)^n$ (siendo n el horizonte), y viceversa dividiendo por el mismo factor.

6.4.-Anualidad

Otro indicador equivalente es la **anualidad**. Es un valor a , tal que, percibido al final de cada periodo, da un valor actualizado igual al VAN.

$$VAN = \frac{a}{(1+i)} + \frac{a}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a}{(1+i)^n}$$

Despejando a tenemos:

$$a = VAN \frac{(1+i)^n}{1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}}$$

y sabiendo que el sumatorio de la sucesión de termino $s_N = (1+i)^N$ es $\sum_{N=0}^n s_N = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$,

podemos ver que la formula que liga la anualidad con el VAN es la siguiente.

$$a = (VAN + Inversion) \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^T}}$$

Nótese que sumamos la inversión, esto lo haremos si queremos que la anualidad incluya la devolución de la inversión. Se puede ver también que este cálculo es el mismo que hay que realizar para averiguar la cuota anual de un préstamo.

Comparando proyectos de la misma duración, las decisiones adoptadas a partir del VAN son idénticas a las que se toman a partir de la anualidad.

6.5.-Relación beneficio / inversión

Éste es un índice que indica la rentabilidad relativa de la inversión.

Las fórmulas para calcular la relación beneficio/inversión, según que el pago de la inversión se realice en el momento inicial o por el contrario exista fraccionamiento del mismo, se obtiene de una manera inmediata sin más que dividir la expresiones del VAN enunciadas anteriormente por la inversión, quedando respectivamente:

$$Q = \frac{VAN}{k} \quad Q = \frac{VAN}{\sum_{j=0}^m \frac{k_j}{(1+i)^j}}$$

Así la relación Q para el ejemplo anterior resulta ser de:

$$Q = \frac{13\,320}{60\,000} = 0.222$$

es decir, se puede hablar de una inversión del 22.2% de rentabilidad.

Este cociente nos indica la ganancia neta generada por el proyecto por cada unidad monetaria invertida.

Por tanto, la rentabilidad de un proyecto puede definirse tanto en términos de VAN positivo como de relación Beneficio/Inversión positiva.

Una posible pega de este indicador es que el capital al que se refiere el VAN puede variar a lo largo de la vida del proyecto (supresión de parte del capital fijo) con lo que resultaría un indicador poco claro en este caso (Companys y Corominas, 1988).

La rentabilidad tiene una clara significación: si el inversor no dispone de otra alternativa invierte en la única viable. Ahora bien, dados dos proyectos A y B, ¿Cual será preferido?

<i>Proyecto A</i>	<i>Proyecto B</i>
Inversión = 10 000€	Inversión = 4 000€
VAN = 15 000€	VAN = 8 000€
Q = 1.5	Q = 2.0

En principio puede pensarse que aquel que tenga una relación Q más elevada, ya que proporciona una mayor rentabilidad relativa. Sin embargo, hay casos en que el inversor se interesa más por la rentabilidad absoluta y por eso toma su decisión atendiendo al VAN.

Supongamos en el ejemplo anterior, que por razones técnicas, no pueden realizarse ambos proyectos a la vez. Si se opta por la inversión A, la rentabilidad relativa es inferior a la B, pero supone unas ganancias absolutas mayores por lo que seguramente, si se tienen disponibles los 10 000€, se elegirá el A.

6.6.-VAN con interés variable

Puede ocurrir que la estimación del interés del mercado varíe en los años de duración del proyecto. Por ejemplo, podemos encontrarnos que los 4 primeros años del proyecto la estimación sea de un tipo de interés i_1 y para los siguientes sea i_2 . La figura 5 muestra sobre este ejemplo como se actualizan las cantidades en un contexto de interés variable.

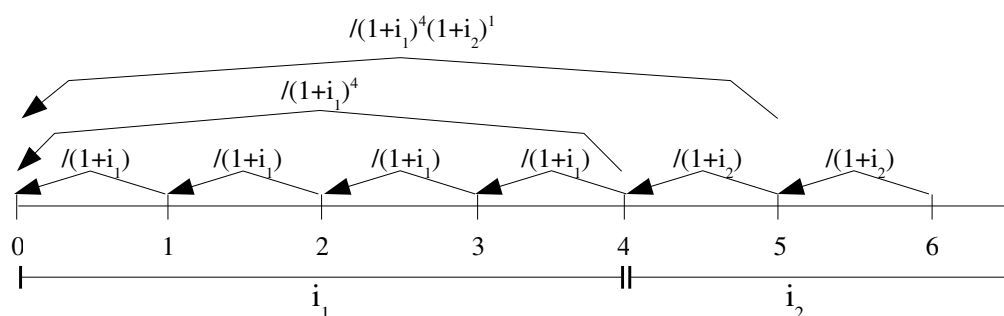


Figura 5: Actualización de cantidades con interés variable

En este contexto la formula del VAN quedaría de la siguiente forma:

$$VAN = \sum_{j=1}^4 \frac{R_j}{(1+i_1)^j} + \sum_{j=5}^n \frac{R_j}{(1+i_1)^4(1+i_2)^{j-4}} - \left(\sum_{j=0}^4 \frac{k_j}{(1+i_1)^j} + \sum_{j=5}^m \frac{k_j}{(1+i_1)^4(1+i_2)^{j-4}} \right)$$

El resto de los indicadores se pueden adaptar de forma similar para trabajar con interés variable.

7.-Plazo de recuperación

Se entiende por plazo de recuperación de una inversión al número de años que transcurren desde el inicio del proyecto hasta que la suma de los movimientos de fondos actualizados se hace exactamente igual al pago de inversión.

Dicho de otra forma, el plazo de recuperación de una inversión es aquel en el que el valor actual neto de una inversión sea 0.

Este parámetro, a diferencia del VAN o Q, no proporciona información acerca de la rentabilidad absoluta o relativa de la inversión, ni proporciona ningún criterio para definir la viabilidad de la misma.

Este concepto simplemente indica que, a igualdad de otras circunstancias (VAN o Q) la inversión es más interesante cuanto más reducido sea su plazo de recuperación.

Por ello, la información proporcionada por este nuevo concepto puede considerarse un buen complemento de la proporcionada por el VAN y por la Q.

Para calcular el plazo de recuperación basta con ir acumulando año tras año los movimientos actualizados de fondos, de manera que el año en que la suma algebraica sea positiva nos dará el plazo de recuperación de la inversión realizada.

Ejemplo: sea un proyecto cuyo pago de inversión en de 140 000€ y que genera unos movimientos de fondos de 30 000€ anuales a lo largo de sus 12 años de vida. Para un tipo de interés del 11% se obtiene el siguiente cuadro de movimientos de fondos actualizados y acumulados (en millones):

Año	0	1	2	3	4	5	6	7
Movimientos de fondos actualizados acumulados	-140 000	-112 972	-88 624	-66 688	-46 926	-29 123	-13 083	1 365

Por lo tanto, el plazo de recuperación de la inversión estará comprendido entre los 6 y 7 años, tomándose siempre el plazo de recuperación por exceso, por lo que para este ejemplo sería de 7 años.

Si el pago de inversión está fraccionado, la serie de valores que permiten determinar el valor del plazo de recuperación será:

Año	Movimientos de fondos actualizados acumulados
0	$-k_0$
1	$-k_0 - k_1(1+i)^{-1} + R_1(1+i)^{-1}$
2	$-\sum_{j=0}^2 k_j(1+i)^{-j} + \sum_{j=1}^2 R_j(1+i)^{-j}$
...	...

Los tres criterios de evaluación vistos hasta ahora tienen una característica común: su valor depende de cual sea el tipo de interés elegido.

8.-Tasa Interna de Rendimiento (TIR)

[En inglés: IRR Internal Rate of Return]

Si planteamos la inversión como una especie de préstamo que un cierto agente económico (el inversor) hace a un cierto ente abstracto (el proyecto de inversión), el prestamista (inversor) presta al prestatario (proyecto de inversión) k unidades monetarias (pago de inversión) en el momento presente. El proyecto de inversión se compromete a devolver al inversor, al final de cada año y durante n años (vida del proyecto), las anualidades R_1, R_2, \dots, R_n (movimientos de fondos). Planteada la inversión en estos términos, puede resultar muy útil determinar el tipo de interés que obtiene el prestamista por su préstamo de k unidades monetarias. Este tipo de interés constituirá una especie de indicador de la eficacia que ha tenido la inversión para el inversor. Si este tipo de interés fuera λ , en caso de que el pago de inversión no estuviera fraccionado, deberá de satisfacerse la siguiente ecuación:

$$k = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+\lambda)^j}$$

A este valor λ se le conoce con el nombre de tasa interna de rendimiento de la inversión, o de un modo abreviado, TIR de la inversión.

Dicho de otra forma, la tasa interna de rendimiento es encontrar un tipo de interés (λ) de actualización de los movimientos de fondos de modo que haga cero el VAN.

A partir de ahora, se puede decir que una inversión es rentable cuando su tasa interna de rendimiento, λ , excede al tipo de interés i al cual el inversor puede conseguir recursos financieros.

Es decir, la decisión de realizar o no la inversión puede esquematizarse de la siguiente manera: si $\lambda < i$, el proyecto no es rentable, resulta más interesante prestar la k unidades monetarias a devolver en n años al i por uno de interés; y si $\lambda > i$ la inversión es rentable, en principio puede interesar su ejecución desde un punto de vista financiero.

Cuando se trata de comparar entre varios proyectos cual de ellos es más rentable, el orden que resulta según la TIR puede no coincidir con el orden determinado por los respectivos VAN. Es decir, que la TIR del proyecto P sea mayor que la de Q no implica que el VAN de P sea mayor que el de Q para todo valor de i .

La TIR nos indica la rentabilidad relativa del proyecto, pero no su rentabilidad absoluta, es decir, no recoge la dimensión que pueda tener el proyecto, siendo esta información importante, sobre todo al comparar varias opciones, ya que una gran inversión con una TIR baja puede tener un VAN superior al de una pequeña inversión con la TIR elevada.

Así, la TIR no puede considerarse como una alternativa al VAN, aunque es interesante calcular su valor como una información complementaria (Companys y Corominas, 1988).

Ejemplo: Sea un proyecto C cuyo pago de inversión es de 20 000€ y que genera unos movimientos de fondos de 10 000€ anuales a lo largo de sus tres años de vida. Aplicando lo anteriormente expuesto:

$$20\,000 = \frac{10\,000}{1+\lambda} + \frac{10\,000}{(1+\lambda)^2} + \frac{10\,000}{(1+\lambda)^3}$$

En el caso de que la inversión se realice de una forma escalonada a lo largo de los m primeros años de vida del proyecto, la ecuación anterior se convierte en:

$$\sum_{j=0}^m \frac{k_j}{(1+\lambda)^j} = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+\lambda)^j}$$

De todo lo dicho se desprende que el indicador más adecuado de la rentabilidad de un proyecto es el VAN, y que resulta interesante calcular la TIR como información complementaria, siendo la información que proporcionan los demás indicadores, más incompleta o confusa, pudiendo conducir, si se observan por si solas, a decisiones equivocadas.

8.1.-El problema de las TIR múltiples

En muchas ocasiones al calcular la tasa interna de rendimiento se presenta un problema bastante curioso que vamos a analizar. Para calcular la tasa interna de rendimiento, es necesario resolver una ecuación de grado n , siendo n la vida del proyecto. Por tanto, en principio existen tantas TIR como raíces tenga la ecuación. Al existir n tasas de rendimiento, el problema se plantea a la hora de elegir cual es la correcta.

Frecuentemente, la mayor parte de las raíces son números negativos o imaginarios, por lo que carece de sentido su elección. El problema surge cuando entre las n raíces hay más de una positiva, pues las tasas positivas son las únicas que tienen un significado económico.

En caso de existir más de una TIR positiva se anula la aplicabilidad del concepto de TIR como criterio para evaluar inversiones, ante la imposibilidad de elegir racionalmente una de ellas.

El problema de la existencia de varias tasas internas de rendimiento positivas no suele plantearse en las inversiones en proyectos. Además, las siguientes condiciones, al cumplirse en una inversión, nos garantizan que solo habrá una TIR positiva.

1.- Toda inversión en la que la serie de los movimientos de fondos presente como máximo una alternancia de signo, posee una única TIR positiva.

Esta condición suele satisfacerse, pero en algunas inversiones la existencia de un pago extraordinario de cierta importancia puede originar movimientos de fondos negativos en años intermedios por lo que se produce una alternancia de signo.

2.- Toda inversión que origine una serie de movimientos de fondos acumulados y sin actualizar con una sola alternancia de signo, posee una única TIR positiva. Además se debe cumplir que la suma de todos los movimientos de fondos a lo largo de la vida del proyecto, incluido el pago de la inversión sea distinto de 0.

Ejemplo: sea un proyecto F cuyo pago de inversión es de 15 000€ y que genera unos movimientos de fondos de 40 000€ el primer y tercer año de su vida y un movimiento de fondos negativo de 20 000€ el segundo año.

Es obvio que no se cumple la 1ª condición expuesta. Para aplicar la segunda condición formamos la siguiente serie de movimientos de fondos acumulados sin actualizar.

$$A_0 = -15\,000$$

$$A_1 = -15\,000 + 40\,000 = 25\,000$$

$$A_2 = 25\ 000 - 20\ 000 = 5\ 000$$

$$A_3 = 5\ 000 + 40\ 000 = 45\ 000$$

Como los valores A_0, A_1, A_2, A_3 cambian de signo una sola vez, podemos asegurar que la anterior inversión posee una única TIR positiva.

En el caso de que la inversión no satisfaga ninguna de las dos condiciones anteriores, puede ensayarse la tercera que se enuncia así:

3.- Para aplicar esta condición se comienza por obtener un valor positivo de λ . A continuación se forma la siguiente serie:

$$U_0 = -k$$

$$U_1 = U_0(1+\lambda) - R_1$$

$$U_2 = U_1(1+\lambda) - R_2$$

...

$$U_{n-1} = U_{n-2}(1+\lambda) - R_{n-1}$$

Para que la tasa sea la única positiva es suficiente que los valores de la serie anterior sean todos ellos positivos (es decir, $U_j > 0$ para $j = 1 \dots n-1$).

Ejemplo: sea un proyecto G cuyo pago de inversión es de 10 000€ y que se espera unos movimientos de fondos de: $R_1 = 15\ 000$ €, $R_2 = 20\ 000$ € y $R_3 = 6\ 000$ €.

Se puede comprobar que no cumple con ninguna de las dos primeras condiciones. Para poder aplicar la tercera condición, tendremos que calcular con anterioridad un valor positivo de λ .

Es decir de:

$$-10\ 000 + \frac{15\ 000}{(1+\lambda)} - \frac{20\ 000}{(1+\lambda)^2} + \frac{60\ 000}{(1+\lambda)^3} = 0$$

Puede comprobarse que $\lambda = 1$ satisface la ecuación. Para saber si es la única raíz que tiene la ecuación positiva, se forma la serie:

$$U_0 = 10\ 000$$

$$U_1 = 10\ 000(1+1) - 15\ 000 = 5\ 000$$

$$U_2 = 5\ 000(1+1) + 20\ 000 = 30\ 000$$

Como U_1 y U_2 son positivos, podemos asegurar que a inversión G, posee una sola TIR positiva.

8.2.-Procedimiento iterativo para el calculo de la TIR

Dado que la resolución de la ecuación polinómica puede resultar muy compleja, mostraremos a continuación un proceso iterativo para calcular el valor de la TIR. El cálculo se realiza mediante aproximaciones sucesivas, que van acercándose al valor real en cada iteración.

El proceso comienza buscando dos valores de i de forma que el VAN salga en uno positivo y el otro negativo. Como nos habremos asegurado previamente de que existe una única TIR, ya sabemos que la solución estará entre los dos valores encontrados. Podemos entonces obtener una estimación de la TIR aproximándola linealmente.

Como primera aproximación usaremos el punto de corte con el eje i de la recta que une los dos valores de VAN calculados. Para comprobar la bondad de esta estimación, calculamos el VAN con el valor obtenido para i . Si está muy cerca de cero, sabemos que la aproximación de la TIR es buena (lo que rara vez ocurrirá en la primera iteración).

En la siguiente iteración reemplazamos uno de los valores de i por la nueva estimación según ésta haya dado un VAN positivo o negativo, y repetimos el proceso.

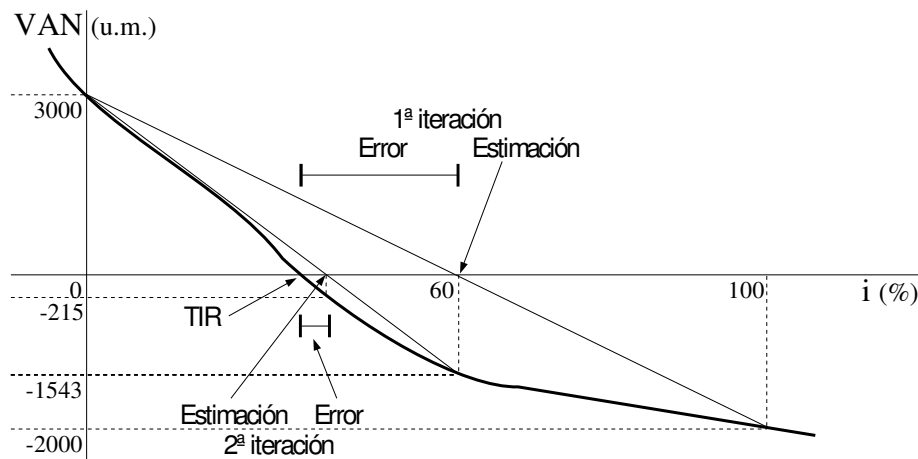


Figura 6: Aproximación iterativa de la TIR

Veamos el ejemplo ilustrado en la figura 6. En primer lugar se calculan los valores del VAN para $i=0\%$ e $i=100\%$. Podríamos tomar otros pero estos son cómodos de calcular a mano. El primer valor da un VAN positivo de 3000 u.m. y el segundo uno negativo de 2000 u.m. La recta que los une la usaremos para estimar la TIR. Para averiguar su punto de corte podemos hacerlo basándonos en que los lados de los dos triángulos que se forman son proporcionales, y por tanto:

$$\frac{3000}{3000 - (-2000)} = \frac{x}{100 - 0} \quad x = 60$$

Al calcular el VAN para $i=60\%$ el resultado ha sido -1543 u.m. Aunque no se trata del error, ni nos indica una cota al mismo, sí que nos da una idea de que esta aproximación no es muy buena.

Para realizar la segunda iteración, como el valor del VAN es negativo, lo sustituimos por el segundo valor que tomamos en la primera iteración (el negativo), y repetimos el proceso.

$$\frac{3000}{3000 - (-1543)} = \frac{x}{60 - 0} \quad x = 39.62$$

Ahora la figura nos muestra que el VAN para $i=39.62\%$ ha salido -215 u.m. Seguiremos repitiendo este proceso hasta que quedemos satisfechos con la estimación obtenida.

9.-Efecto de la inflación

En el apartado 5 se establecía como supuesto que los movimientos de fondos no iban a variar en términos monetarios en el futuro. Es fácil comprender que los criterios desarrollados hasta ahora ganarán considerablemente en realismo si se consigue llevar el análisis a un contexto inflacionario o, lo que es lo mismo, si se consigue eliminar o al menos suavizar dicho supuesto. A continuación veremos un procedimiento sencillo, que puede considerarse aceptable como aproximación cuando la inflación no es demasiado intensa.

Supongamos que la inflación hace aumentar los movimientos de fondos en un tanto por uno q acumulado anual. La expresión del VAN, adopta la forma:

$$VAN = \frac{R_1(1+q)}{(1+i)} + \frac{R_2(1+q)^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_n(1+q)^n}{(1+i)^n} - k$$

Hagamos el cambio de variables:

$$\frac{1+i}{1+q} = 1 + \mu$$

Si se efectúa este cambio de variables en la ecuación anterior, resulta:

$$VAN = \frac{R_1}{(1+\mu)} + \frac{R_2}{(1+\mu)^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+\mu)^n} - k$$

Las dos expresiones anteriores poseen un fuerte parecido formal. La única diferencia que de hecho existe entre ambas expresiones reside en el tipo de descuento. Así, puede decirse que i es el tipo de descuento a utilizar cuando se prevea que los valores monetarios de los movimientos de fondos se vayan a mantener constantes en el futuro. Por otra parte, μ representa el tipo de descuento a utilizar cuando se prevea que los movimientos de fondos varíen monetariamente en el futuro.

Para obtener la relación funcional que existe entre μ , q e i basta despejar μ de la ecuación que los liga:

$$\mu = \frac{i - q}{1 + q}$$

Como q suele ser un número muy pequeño, puede despreciarse a efectos de cálculo del denominador, por lo que tenemos:

$$\mu \approx i - q$$

Así por ejemplo, si se trabaja con un tipo de interés del 11% y se pudiera admitir que lo movimientos de fondos estimados van a crecer monetariamente a razón del 3%, el tipo correcto de actualización sería $0.11 - 0.03 = 0.08$. Por el contrario se se previera un decrecimiento monetario de los movimientos de fondos a razón de un 3% anual, el tipo correcto de actualización hubiera sido 0.14 de $(0.11 + 0.03 = 0.14)$.

Por otra parte, si los movimientos de fondos crecen según una tasa q anual acumulativa, la ecuación que da la TIR, se convierte en:

$$k = \sum_{j=1}^n \frac{R_j (1+q)^j}{(1+\lambda)^j} \quad \text{ó} \quad k = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+\mu)^j}$$

Luego si deducimos la tasa interna de rendimiento, cuando no se tiene en cuenta el posible crecimiento de los movimientos de fondos, cometemos un error por defecto (la estimamos menor de lo que es), ya que el valor aproximado de la TIR es:

$$\lambda = \mu + q$$

Uno de los resultados que se obtienen con este análisis es que valores positivos de q producen aumentos en el valor de los índices que miden la rentabilidad de la inversión, y valores negativos de q producen disminuciones en los valores de estos índices.

El valor de q se puede estudiar históricamente, con objeto de extrapolar a corto plazo su tendencia y hacer buenas estimaciones de su valor.

9.1.- Varias tasas de inflación

Puede suceder que la tasa de crecimiento de los cobros q_c sea distinta a la tasa de crecimiento de los pagos q_p . (Realmente podría incluso afinarse más y predecir tasas de inflación diferentes para varios bloques de cobros y pagos, pero el proceso es similar al que se describe aquí). Si esto ocurre, los movimientos de fondos se desglosarían como suma algebraica de cobros y pagos, obteniendo la siguiente ecuación para el VAN:

$$VAN = \frac{C_1}{(1+i)} - \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} - \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} - \frac{P_n}{(1+i)^n} - k$$

Admitiendo que la inflación hace aumentar a los cobros a razón de un tanto por uno q_c acumulativo

y a los pagos a razón de un tanto por uno q_p , la expresión anterior adoptaría la forma:

$$VAN = \frac{C_1(1+q_c)}{(1+i)} - \frac{P_1(1+q_p)}{(1+i)} + \frac{C_2(1+q_c)^2}{(1+i)^2} - \frac{P_2(1+q_p)^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n(1+q_c)^n}{(1+i)^n} - \frac{P_n(1+q_p)^n}{(1+i)^n} - k$$

Haciendo el cambio de variables:

$$\frac{1+i}{1+q_c} = 1 + \mu_c \quad \text{y} \quad \frac{1+i}{1+q_p} = 1 + \mu_p$$

la expresión anterior se convierte en:

$$VAN = \frac{C_1}{(1+\mu_c)} - \frac{P_1}{(1+\mu_p)} + \frac{C_2}{(1+\mu_c)^2} - \frac{P_2}{(1+\mu_p)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+\mu_c)^n} - \frac{P_n}{(1+\mu_p)^n} - k$$

Despejando μ_c y μ_p se obtienen:

$$\mu_c = \frac{i - q_c}{1 + q_c} \quad \text{y} \quad \mu_p = \frac{i - q_p}{1 + q_p}$$

y despreciando q_c y q_p a efectos de cálculo de los denominadores, quedan las siguientes aproximaciones:

$$\mu_c \simeq i - q_c \quad \text{y} \quad \mu_p \simeq i - q_p$$

10.-Análisis de sensibilidad

Uno de los supuestos más fuertes que se establecían en el apartado 5 era el de certidumbre o conocimiento perfecto del futuro por parte del inversor. El propósito de este apartado consisten en desarrollar una serie de técnicas de análisis de sensibilidad que permitan suavizar el efecto producido por este supuesto de certidumbre.

En esencia, el análisis de sensibilidad consiste en determinar la influencia que tienen posibles variaciones de los valores de los parámetros que definen la inversión sobre los índices que miden la rentabilidad del proyecto (VAN o TIR).

Los parámetros que deben elegirse para efectuar un análisis de sensibilidad son aquellos que, estando su estimación sujeta a un fuerte grado de incertidumbre, variaciones en el valor de los mismos repercuten considerablemente en los valores que toman los índices que miden la rentabilidad de la inversión.

El análisis de sensibilidad puede enfocarse básicamente de dos maneras alternativas. La primera consiste en establecer los valores límites de los parámetros que caracterizan el proyecto, de manera que resulten compatibles con la rentabilidad de la inversión.

El otro enfoque consiste en establecer a priori un campo de posible variación para los diferentes parámetros. Es decir, establecer los valores mínimos y máximos que pueden tomar en el futuro, estudiando la rentabilidad de la inversión tanto para los valores extremos como para sus valores medios.

10.1.-Valores límite

Se comienza por exponer el método de los valores límites y para ello utilizaremos el mismo ejemplo empleado para exponer el concepto de la TIR.

Para un tipo de actualización del 10%, el VAN del proyecto es:

$$\frac{10\,000}{(1+0.1)} + \frac{10\,000}{(1+0.1)^2} + \frac{10\,000}{(1+0.1)^3} - 20\,000 = 4\,860$$

El proyecto es rentable, pues su VAN es positivo. Ahora bien cabe preguntarse hasta que punto un error en la estimación del pago de inversión puede influir en la rentabilidad del proyecto. Es decir, cual es el valor máximo del pago de inversión manteniéndose constantes los valores de los demás parámetros, que resulta compatible con la rentabilidad del proyecto. Este valor máximo, k_{max} , puede obtenerse fácilmente a partir de la expresión anterior:

$$k_{max} = \frac{10\,000}{(1+0.1)} + \frac{10\,000}{(1+0.1)^2} + \frac{10\,000}{(1+0.1)^3} = 24\,860$$

Es decir, siempre que el pago de inversión no supere la cantidad de 24 860€ el proyecto será rentable.

$$k_{max} = \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1+i)^j}$$

Por otra parte, el valor mínimo que puede tomar el movimiento de fondos del primer año para que el proyecto siga siendo rentable, siempre que se mantengan constantes los valores de los demás parámetros, es:

$$R_{1min} = \left[20\,000 - \frac{10\,000}{(1+0.1)^2} - \frac{10\,000}{(1+0.1)^3} \right] (1+0.1) = 46\,530$$

Para los otros años:

$$R_{2min} = \left[20\,000 - \frac{10\,000}{(1+0.1)} - \frac{10\,000}{(1+0.1)^3} \right] (1+0.1)^2 = 41\,140$$

$$R_{3min} = \left[20\,000 - \frac{10\,000}{(1+0.1)} - \frac{10\,000}{(1+0.1)^2} \right] (1+0.1)^3 = 35\,271.50$$

Finalmente, el valor máximo que puede alcanzar el tipo de capitalización para que el proyecto siga siendo rentable, en el supuesto de que los demás parámetros que definen la inversión permanezcan constantes, vendrá dado por el valor que toma la TIR del proyecto.

En el caso de que la rentabilidad de la inversión se establezca por comparación del valor de la TIR con el tipo de interés al cual el inversor puede obtener recursos financieros, se puede así mismo realizar un análisis de sensibilidad similar al que se acaba de efectuar para el VAN de la inversión.

10.2.-Estudio de diversos valores de los parámetros

Este método nos lleva a un “abanico” de posibles rentabilidades según los distintos valores adoptados para los parámetros (ver figura 7), a partir del cual deberíamos adoptar la decisión más adecuada.

