

2020 考研-数学-基础阶段

第六次测试卷（协议）

本试卷满分 100 分，考试时间 30 分钟

姓名_____

得分_____

一、解答题：请将正确答案及其解题过程写在题后的空白部分。

1、（本小题满分 20 分）设 $f(x, y) = \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$ ，求 $\frac{x}{y} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{y}{x} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 。

2、（本小题满分 20 分）设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x^2+y^2} \sin(x^2+y^2), & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ ，说明 $f(x, y)$ 在

点 $(0, 0)$ 处的连续性以及可微性。

3、(本小题满分 20 分) 若函数 $u = y + f(u)$ ，其中 $f(u)$ 可微，且 $u = x^2 + y^2$ ，证明

$$x \frac{\partial u}{\partial y} - y \frac{\partial u}{\partial x} = x。$$

4、(本小题满分 20 分) 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$ ，其中，

$$D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}。$$

5、(本小题满分 20 分) 计算二重积分 $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \frac{x}{y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{x}{y} dy$ 。