2020 考研-数学-基础阶段
第三次测试卷（协议）

本试卷满分 100 分，考试时间 30 分钟

姓名__________　　　　　　　　　　得分__________

1、（本小题满分 20 分）求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(2,1,2,2,-4)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,1,-1,0,2)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,1,2,1,-1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(-1,-1,-1,-1,1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(1,2,1,1,1)^T$ 的一个极大线性无关组，并求秩。

2、（本小题满分 20 分）已知

$\boldsymbol{\alpha}_1=(a_{11},a_{21},\cdots a_{n1})^T,\boldsymbol{\alpha}_2=(a_{12},a_{22},\cdots a_{n2})^T,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n=(a_{1n},a_{2n},\cdots a_{nn})^T$，

$\boldsymbol{\gamma}_1=(a_{11},a_{21},\cdots a_{n-1,1})^T,\boldsymbol{\gamma}_2=(a_{12},a_{22},\cdots a_{n-1,2})^T,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n=(a_{1n},a_{2n},\cdots a_{n-1,n})^T$，

$\boldsymbol{\beta}_1=(a_{11},a_{21},\cdots a_{n1},b_1)^T,\boldsymbol{\beta}_2=(a_{12},a_{22},\cdots a_{n2},b_2)^T,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n=(a_{1n},a_{2n},\cdots a_{nn},b_n)^T$，

已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_t$ 线性相关，则下列说法正确的有（　　）个

①$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 线性相关

②$\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_t$ 线性相关

③$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{t-1}$ 线性相关

④$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{t+1}$ 线性相关

（A）1　　　　（B）2　　　　（C）3　　　　（D）4

3、（本小题满分 20 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 4 & t & 3\\ 3 & -1 & -1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}$ 为三阶非零矩阵，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，求 t。

4、（本小题满分 20 分）证明：已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\ldots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性无关，且向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\ldots,\boldsymbol{\alpha}_m,\boldsymbol{\beta}$ 线性相关，则 $\boldsymbol{\beta}$ 可以由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\ldots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性表示。

5、对于线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=\lambda-3\\ x_1+\lambda x_2+x_3=-2\\ x_1+x_2+\lambda x_3=-2\end{cases}$，讨论 λ 取何值时，方程组无解，有唯一解和无穷多组解。在方程组有无穷多组解时，试用其导出组的极大线性无关组表示全部解。