

2020 考研-数学-基础阶段

第三次测试卷（协议）

本试卷满分 100 分，考试时间 30 分钟

姓名_____

得分_____

一、解答题：请将正确答案及其解题过程写在题后的空白部分。

1、（本小题满分 20 分）设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b, & x \leq 0 \\ \ln(1 + ax), & x > 0 \end{cases}$ 处处可导。

（1）确定常数 a, b ；

（2）求 $f'(x)$ 。

2、（本小题满分 10 分）下列命题

① 设 $f'_-(x_0)$ 与 $f'_+(x_0)$ 均存在，则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续

② 设 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f'(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f'(x)$ 均存在且相等，则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续

③ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 均存在且相等，则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处极限存在

④ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 均存在，则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续

正确的个数（ ）

（A）1

（B）2

（C）3

（D）4

3、(本小题满分 30 分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\sin y + e^x - xy - 1 = 0, y \in (-\pi, \pi)$ 所确

定, 试求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}, \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=0}$ 。

4、(本小题满分 20 分) 若函数 $y = y(x)$ 满足 $\left(\frac{dy}{dx} \right)^3 + \frac{d^2y}{dx^2} = 0$, 且 $\frac{dy}{dx} \neq 0$, 求 $\frac{d^2x}{dy^2}$ 。

5、(本小题满分 20 分) 若函数 $y = y(x)$ 二阶可导, 且满足微分方程

$y'' + (y')^2 - \frac{1}{x}y' + 4x^2 = 0$, 试做变量替换 $u = e^y, x = \sqrt{t}$ 将该方程化为 u 关于 t 的微分方程。