

2020 考研-数学-基础阶段-线性代数

第一次测试卷（协议）

本试卷满分 100 分，考试时间 30 分钟

姓名_____

得分_____

一、选择题：共 15 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的

1、已知 A ， B 均为 n 阶方阵，则必有（ ）

(A) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

(B) $(AB)^T = A^T B^T$

(C) $AB = O$ 时， $A = O$ 或 $B = O$

(D) $|A + AB| = 0 \Leftrightarrow |A| = 0$ 或 $|E + B| = 0$

二、解答题：请将正确答案及其解题过程写在题后的空白部分。

2、（本小题满分 25 分）已知 $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ ，试求：

(1) $|A|$ ；(2) $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$ ；(3) $M_{41} + M_{42} + M_{43} + M_{44}$ 。

3、(本小题满分 20 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 求 A^n 。

4、(本小题满分 20 分) 设 A, B 为 n 阶矩阵, 满足 $A^2 = E, B^2 = E$, 且 $|A| + |B| = 0$, 求 $|A + B|$ 。

5、(本小题满分 20 分) 设 A, B 均为 n 阶正交矩阵, 且行列式均小于零, 记分块矩阵

$$P = \begin{bmatrix} O & A^T \\ B^T & O \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} O & |A|B \\ |B|A & O \end{bmatrix}, \text{ 其中 } E \text{ 为 } n \text{ 阶单位矩阵, 计算并化简 } PQ。$$