

Ejemplos resueltos de distribuciones de muestreo:

- 1.- Sea una población con distribución normal, con media 30 y varianza 16, si se toman muestras de tamaño $n=16$,

a) Determinar la distribución de muestreo de la media e indicar cuáles son sus parámetros (media y varianza).

b) encontrar la probabilidad de que, al sacar una muestra aleatoria, la media muestral no difiera de la media poblacional en más de 2.0

Resolución:

a) Como la población tiene distribución normal, entonces la media muestral \bar{X} también tiene distribución normal, con media μ y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$, es decir:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \text{y} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\bar{X} \sim N(30, 16/10) \rightarrow \bar{X} \sim N(30, 1.6)$$

$$b) P(|\bar{X} - \mu| < 2) = P(-2 < \bar{X} - \mu < 2) = P\left(-\frac{2}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{2}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = P(-1.58 < Z < 1.58) = 0.8859$$

-
- 2.- Sean dos poblaciones X y Y, con distribución f(x) cualquiera con medias $\mu_X=20$ y $\mu_Y=25$, y varianzas $\sigma_X^2=4$ y $\sigma_Y^2=9$; si de cada una de ellas se toman muestras aleatorias independientes, con reemplazo de tamaño 100:

a) Determinar la distribución de muestreo de $\bar{X} - \bar{Y}$ e indicar sus parámetros (media y varianza)

Resolución:

a) No conocemos las distribuciones poblacionales, pero como los tamaños de muestras son suficientemente grandes, entonces por el teorema del límite central, las medias muestrales \bar{X} y \bar{Y} tienen cada una distribución aproximadamente normal y como \bar{X} es independiente de \bar{Y} , por la propiedad reproductiva de la distribución normal, el estadístico $\bar{X} - \bar{Y}$ también tiene distribución aproximadamente normal con media y varianza dadas por:

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = 20 - 25 = -5$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}^2 = \sigma_{\bar{X}}^2 + \sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} = \frac{13}{100} = 0.13$$

por lo que $\bar{X} - \bar{Y} \sim N(-5, 0.13)$