Termodinámica

Distribución de temperaturas para una placa de aluminio con orificios

Tatiana Coy - 2200811
Juan Camilo Murcia - 2191322

Septiembre 26, 2023

Universidad Industrial de Santander

Resumen

En este primer taller se halló el comportamiento térmico de una placa perforada 1, se estimó el tiempo que tarda en llegar a una cercanía de 95 % al estado estacionario y se habló cualitativamente de los valores que toma la temperatura cerca a los bordes con una temperatura fija.

Metodología

Usando la interfaz `PDEtool` de MATLAB podemos encontrar la solución a este problema, trabajamos con las ecuaciones que solucionan la ecuación del gradiente de temperatura para un problema en dos dimensiones en el caso elíptico (estacionario) y parabólico (dependiente del tiempo). las especificaciones son como sigue:

1. Creamos condiciones de frontera:
2. arriba, abajo y contorno de círculos: $27°C$
3. Lado derecho; menor número de código: $0°C$
4. Lado izquierdo; promedio entre dos últimos números: $(11+22)/2 = 16{,}5°C$
5. Se crea una malla con 2111 nodos y se calcula hasta llegar a 801 segundos
6. Se exportan los datos a un `.xlsx` y luego se trabaja como vectores en python de donde se obtienen los resultados

Todos los archivos se encuentran en https://github.com/pCam1lo/Taller_termo_1

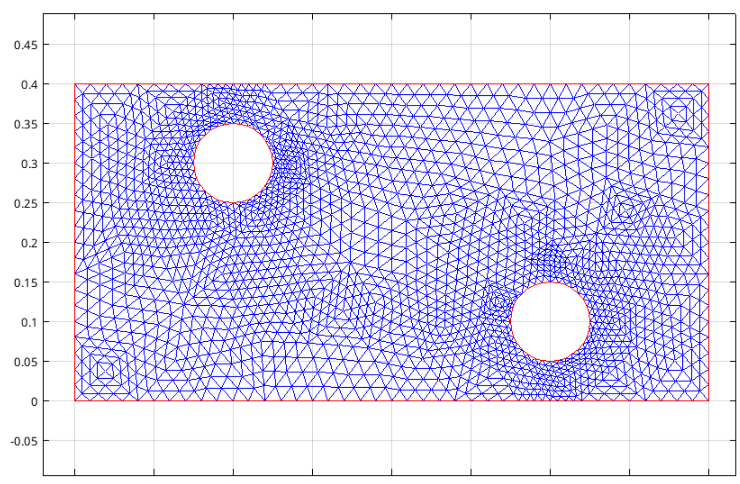


Fig. 1. Malla utilizada para modelar la situación planteada.

a. Cálculo de la distribución de temperatura en el estado estacionario.

El cálculo del estado estacionario viene dado por la ecuación 1.

$$-\nabla \cdot (k\nabla T) = Q + h(T_{ext} - T) \tag{1}$$

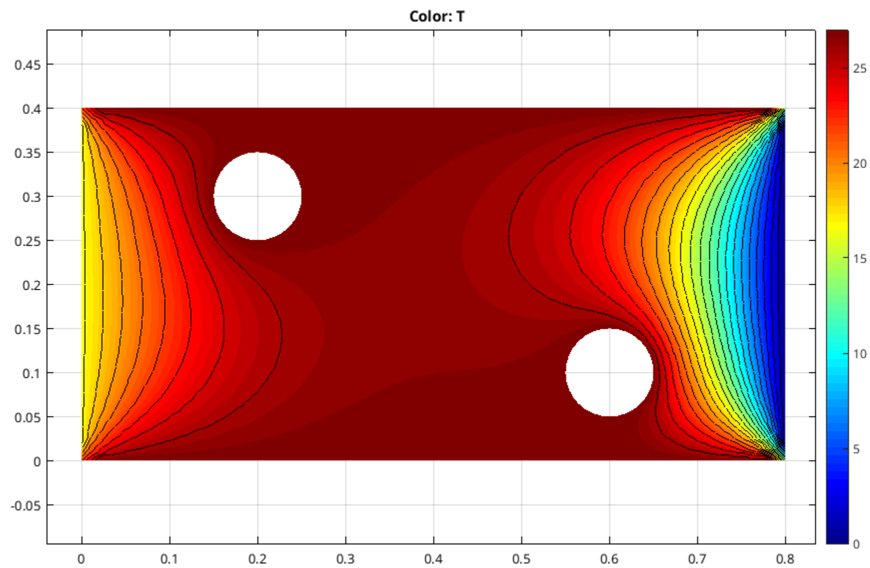


Fig. 2. Modelado del estado estacionario.

b. Estimación del tiempo en que el gradiente de temperatura alcanza una similitud del 95 % con el gradiente del estado estacionario.

La ecuación que describe el sistema es:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k\nabla T) = Q + h(T_{ext} - T) \tag{2}$$

Primero encontramos el valor de la norma para cada una de las columnas, esta será la medida para saber qué tan cerca están del valor estacionario. Después buscamos el error: esto lo calculamos con python calculando el error con la fórmula:

$$Eror = \frac{|Norma_{obtenido} - Norma_{esperado}|}{Norma_{esperado}} * 100 \tag{3}$$

De aquí obtenemos el valor y la posición en el array que es el tiempo ya que cada columna representa el estado en el tiempo de la malla, siendo estos:

En otras palabras; nuestra placa demora 202 s en alcanzar una cercanía aproximada de 95 % al estado estacionario.

Además podemos ver la evolución de la distribución de las temperaturas en las siguientes figuras:

Error más cercano a 5 %	5.018
tiempo [s]	202

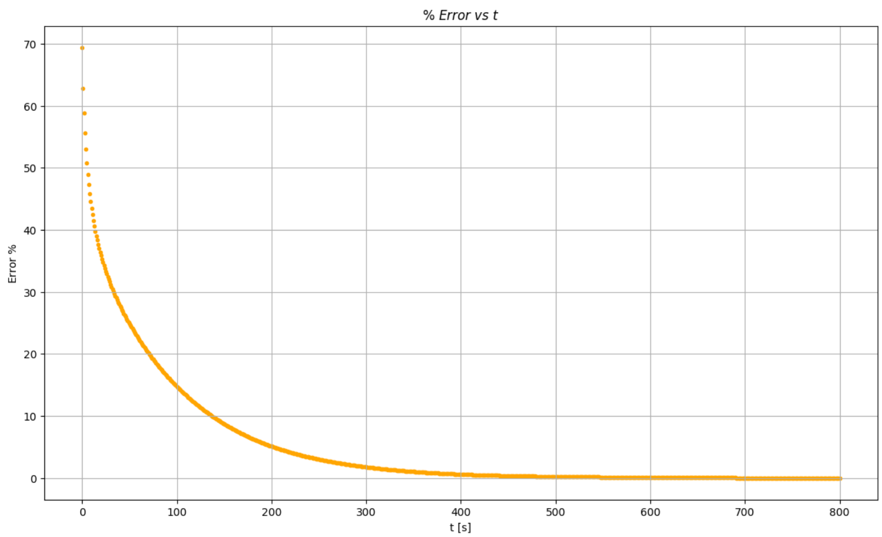


Fig. 3. error calculado a lo largo de 800 segundos

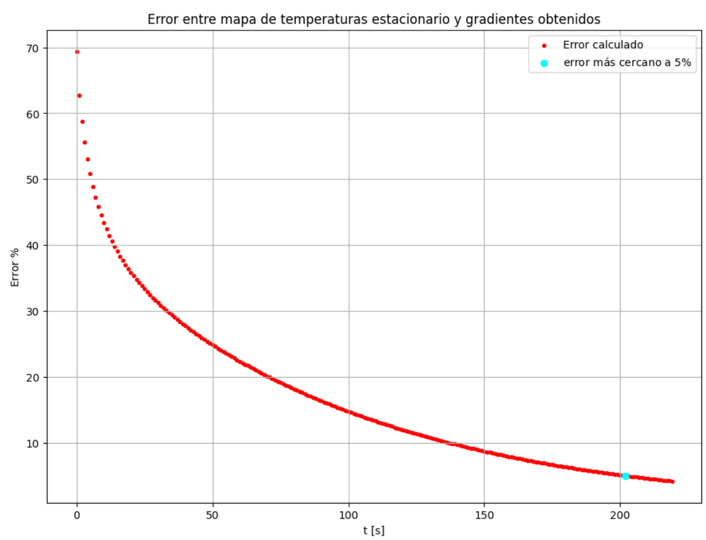
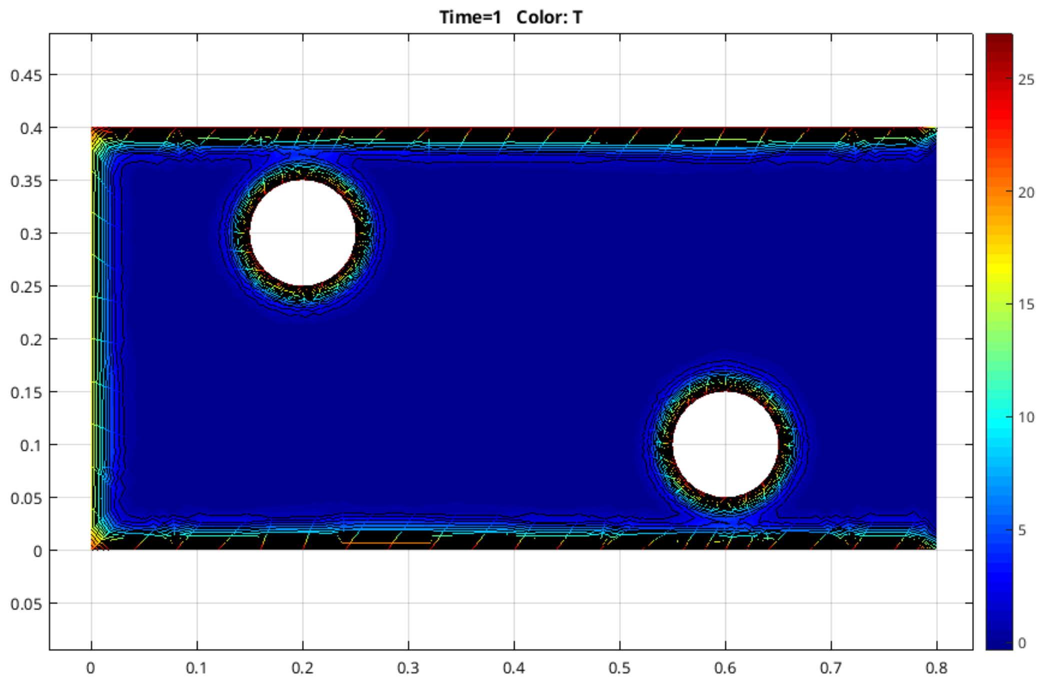
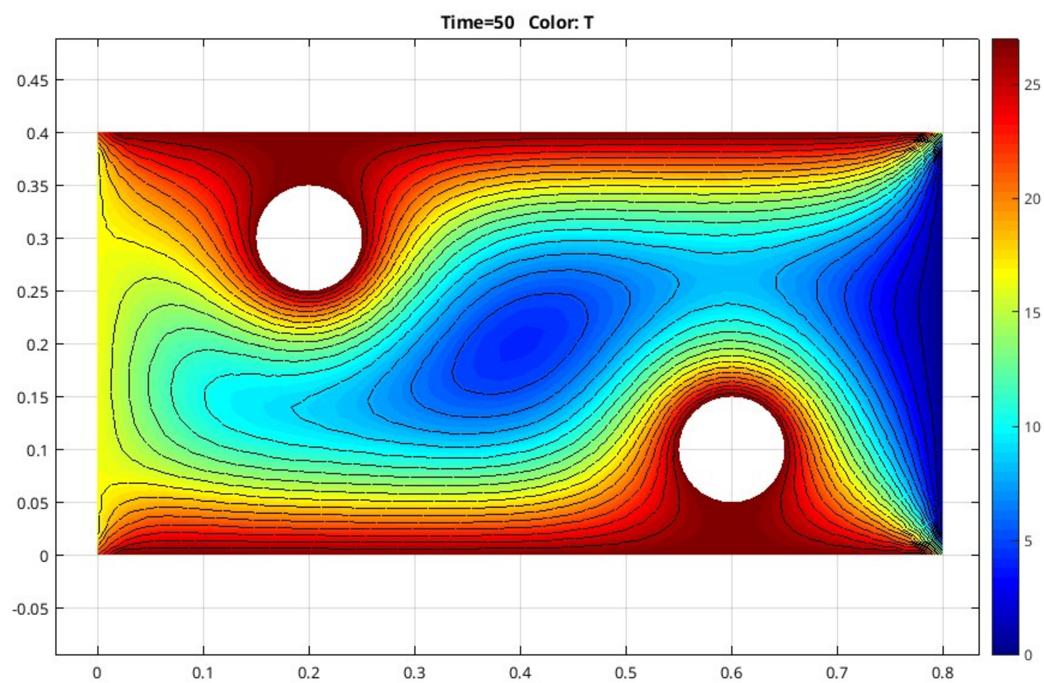
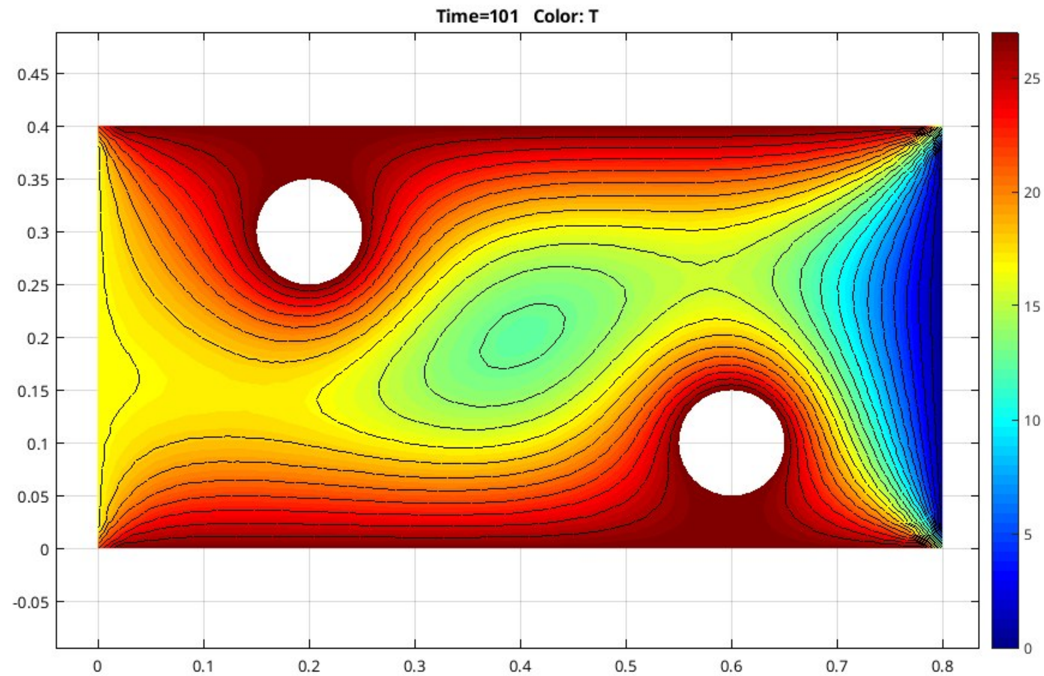
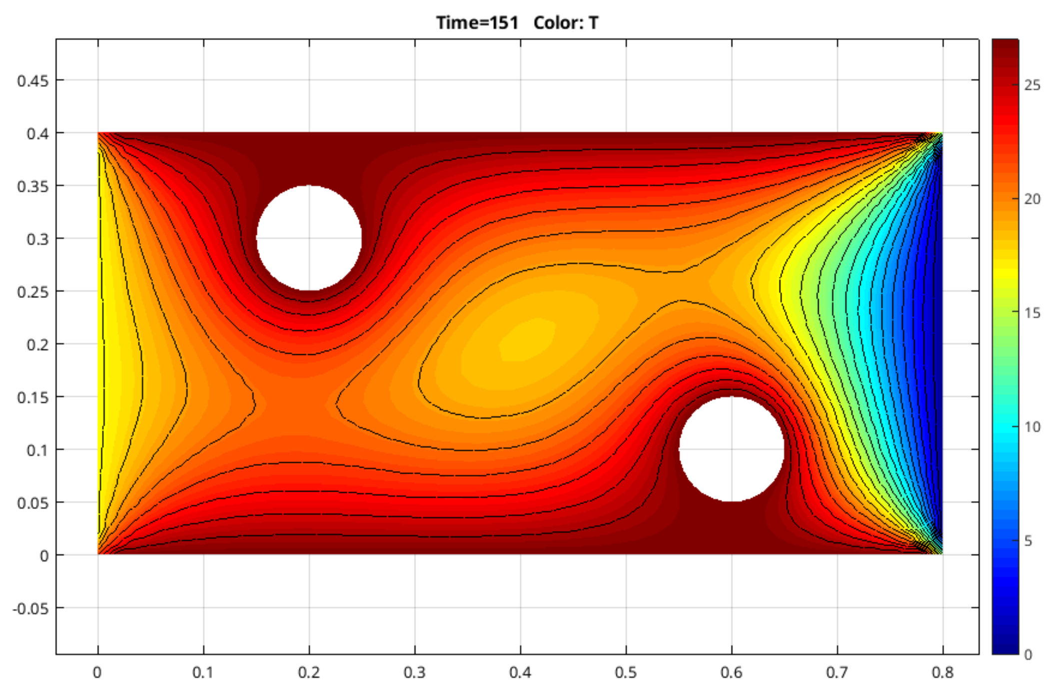


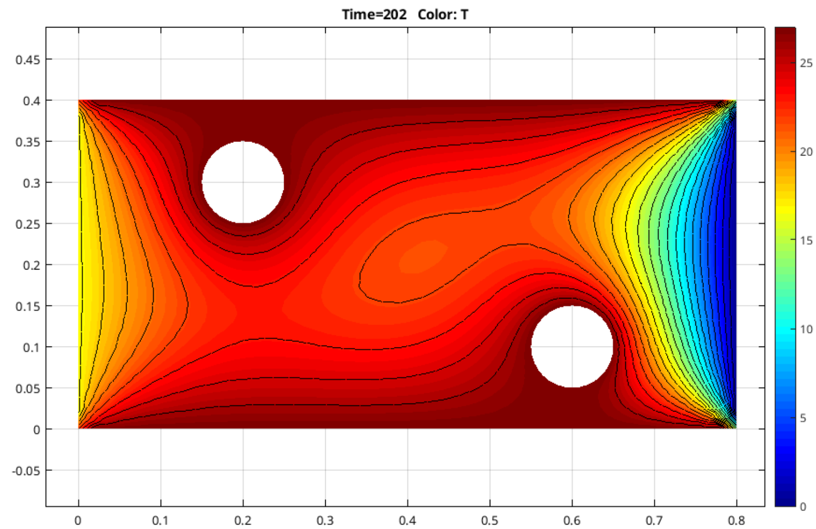
Fig. 4. Punto donde se alcanza el 5 % de error


Time=1 Color: T
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0.05
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
25
20
15
10
5
0


Time=50 Color: T
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
25
20
15
10
5
0


Time=101 Color: T
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8
25
20
15
10
5
0


Time=151 Color: T
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8
25
20
15
10
5
0



c. Cálculo de la temperatura promedio en la frontera de los orificios al aproximarse al estado estacionario.

Aunque no encontramos una manera directa con el PDEtool de encontrar un valor numérico de los alrededores de la frontera que que está a una temperatura fija por el color que se le asigna a la isoterma en el tiempo 202 s podemos presumir que es un valor de entre $26°C$ y $27°C$. Lo cual tiene concordancia con lo que dictan las condiciones de frontera.