

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες, 2021-2022

Ονοματεπώνυμο: Παναγιώτης Γιαδικιάρογλου

ΑΜ: 03119185

5^ο Εξάμηνο

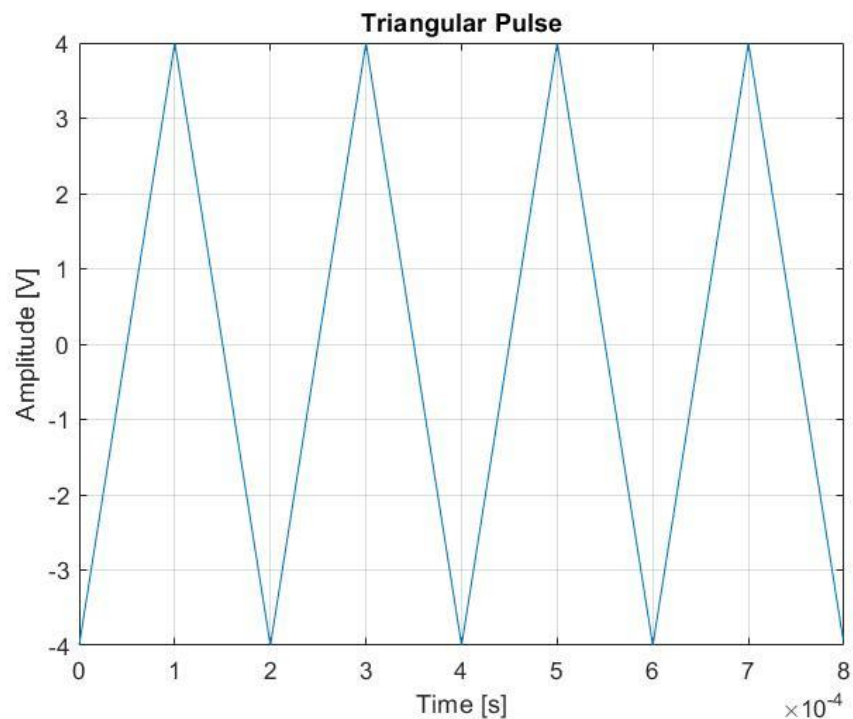
Ομάδα: 81

Εργασία Ακαδημαϊκού Έτους 2021-22

Σημείωση: Η εργασία εκτελέστηκε στο Matlab. Στα παρακάτω ερωτήματα η συχνότητα που χρησιμοποιείται είναι ίση με $f_m = 5\text{kHz}$, αφού από τον AM προκύπτει $1+8+5 = 14 \Rightarrow 1+4 = 5$.

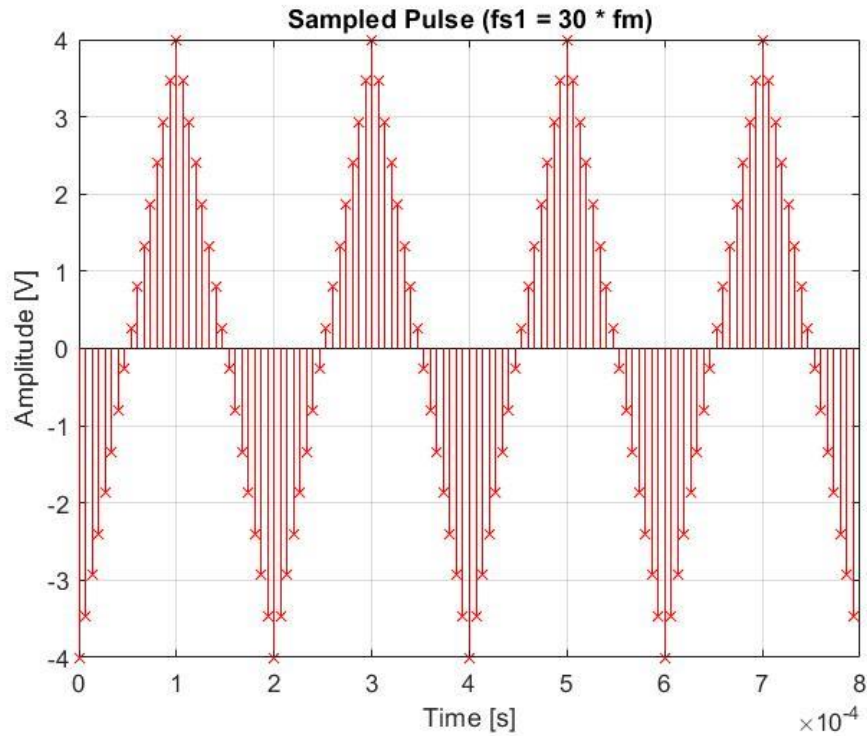
1^ο Ερώτημα

Στο ερώτημα αυτό έχουμε μια τριγωνική παλμοσειρά $y(t)$ με πλάτος $A = 4\text{V}$ και συχνότητα $f_m = 5\text{kHz}$, όπως φαίνεται παρακάτω:

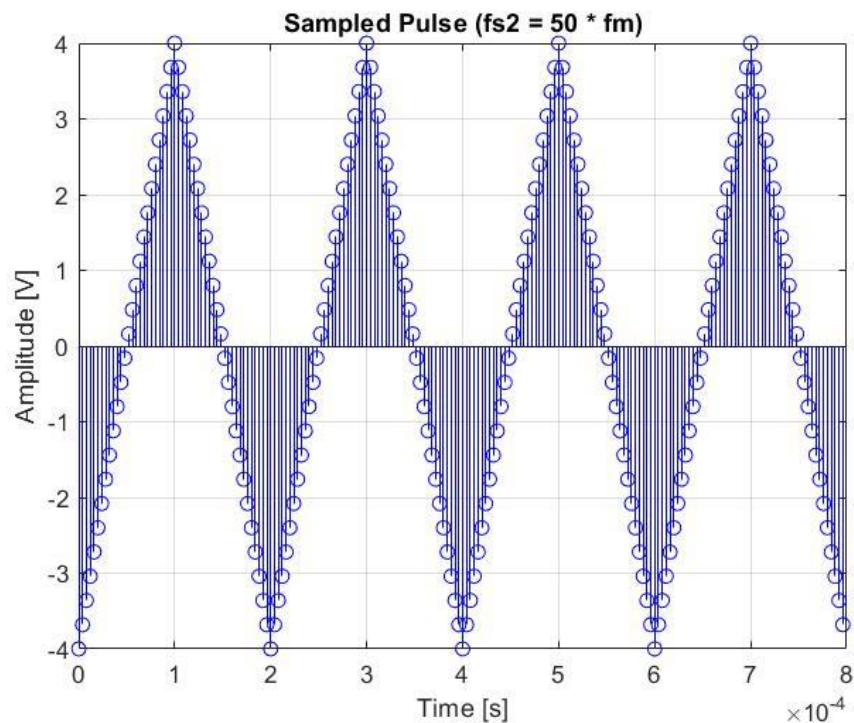


1.α) Στο υποερώτημα αυτό πραγματοποιούμε δειγματοληψία στον τριγωνικό παλμό χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικές συχνότητες τις: $f_{s1} = 30f_m$ και την $f_{s2} = 50f_m$.

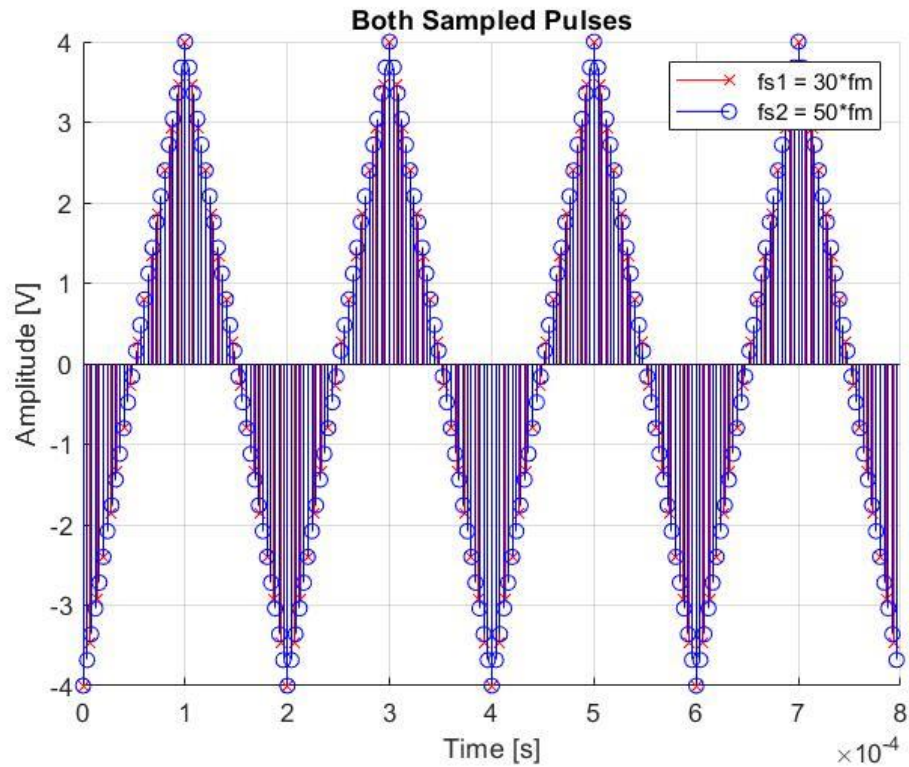
i) Δειγματοληψία με $f_{s1} = 150\text{kHz}$:



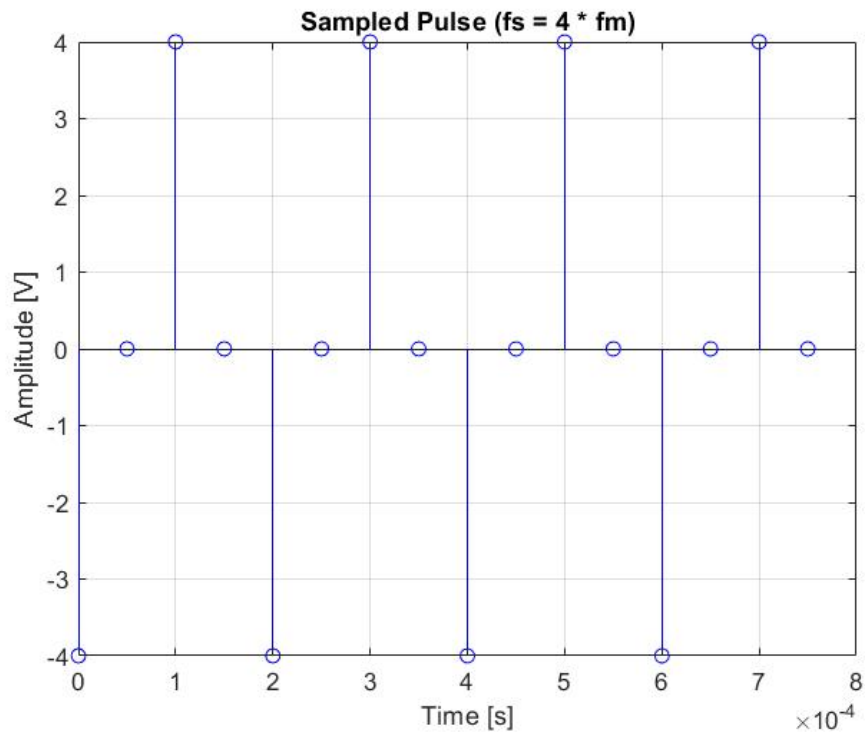
ii) Δειγματοληψία με $f_{s2} = 250\text{kHz}$:

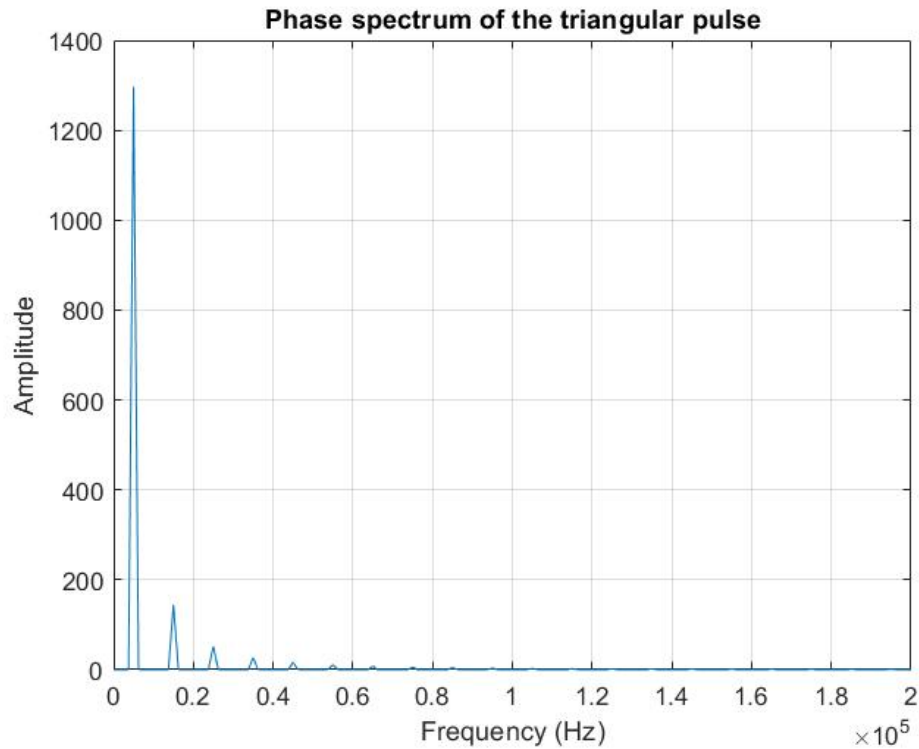


iii) Δειγματοληψία με $f_{s1} = 150\text{kHz}$ και $f_{s2} = 250\text{kHz}$ σε κοινό διάγραμμα



1.β) Στη συνέχεια, δειγματοληπτούμε το σήμα μας με συχνότητα $f_s = 4f_m = 20\text{kHz}$. Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται παρακάτω:

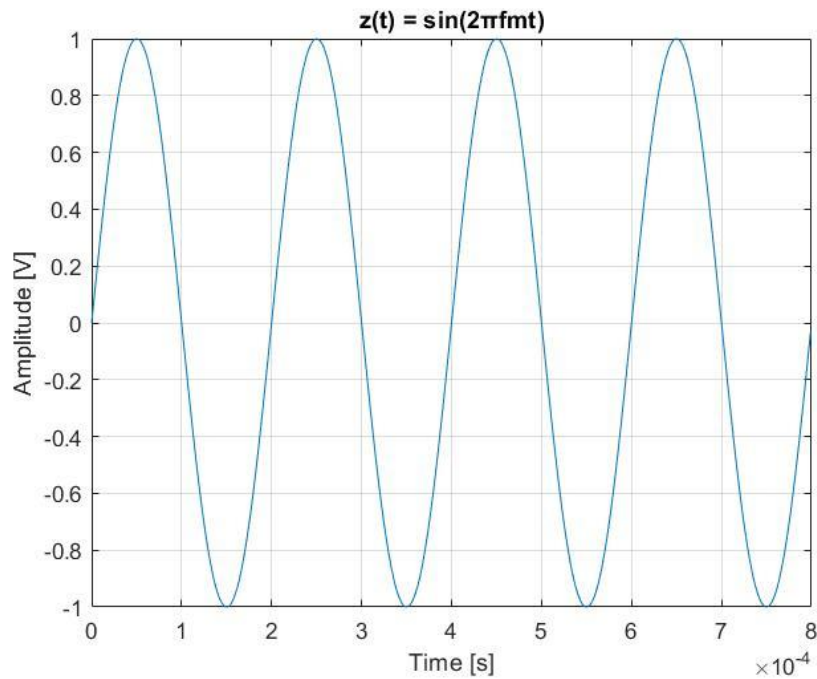




Παρατηρούμε πως η δειγματοληψία με συχνότητα $f_s = 4f_m$ παράγει σήμα με πολύ λιγότερα δείγματα από ότι στις προηγούμενες περιπτώσεις. Ωστόσο το σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί καθώς ικανοποιείται το θεώρημα Nyquist. Σύμφωνα με το θεώρημα της δειγματοληψίας, ένα σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί αν ισχύει $f_s \geq 2W$, όπου W η υψίσυχη συνιστώσα του φάσματος βασικής ζώνης. Συγκεκριμένα, στην περίπτωσή μας είναι $W = f_m$, επομένως θα ισχύει και η ανισότητα, δηλαδή μπορούμε να αναπαράγουμε το αρχικό σήμα.

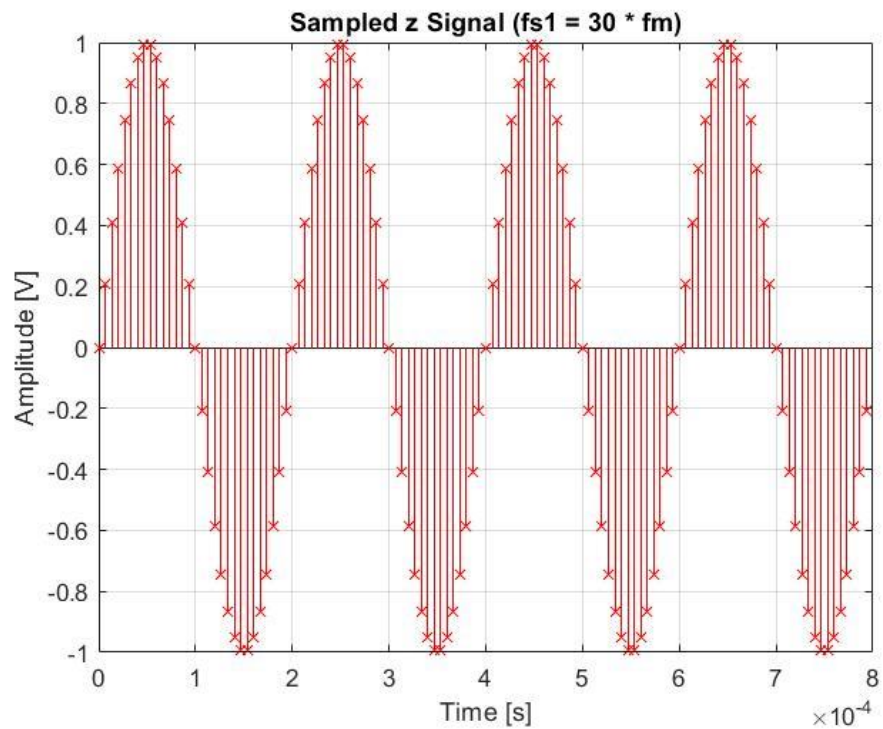
1.γ)

i) Έχουμε τώρα το ημίτονο: $z(t) = A \sin(2\pi f_m t)$, όπου $A = 1V$ και $f_m = 5kHz$, όπως φαίνεται παρακάτω:

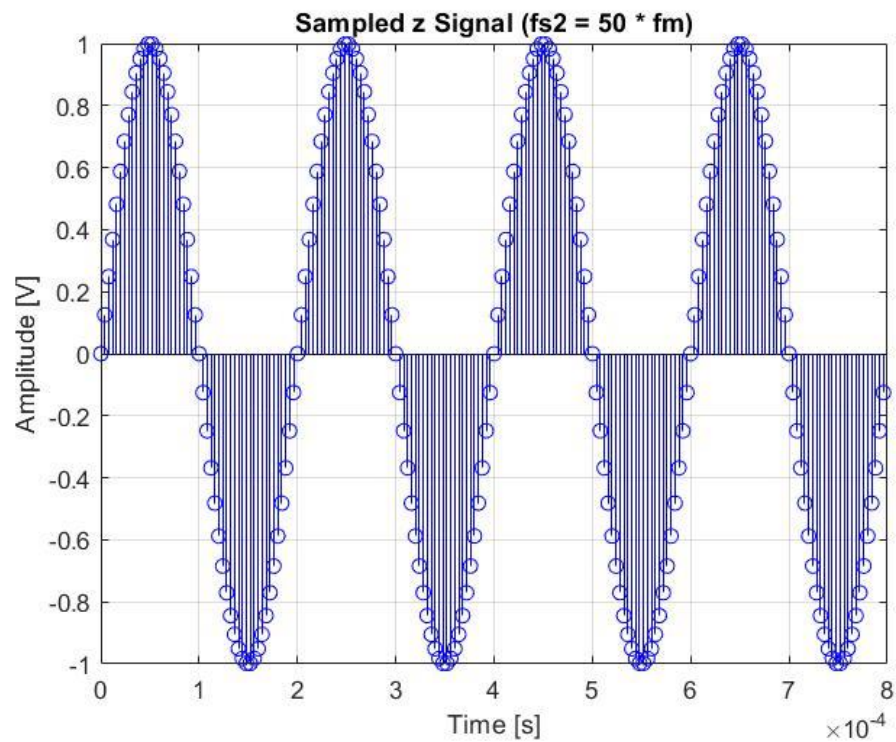


Επαναλαμβάνουμε τα υποερωτήματα (α), (β) για την περίπτωση του σήματος z .

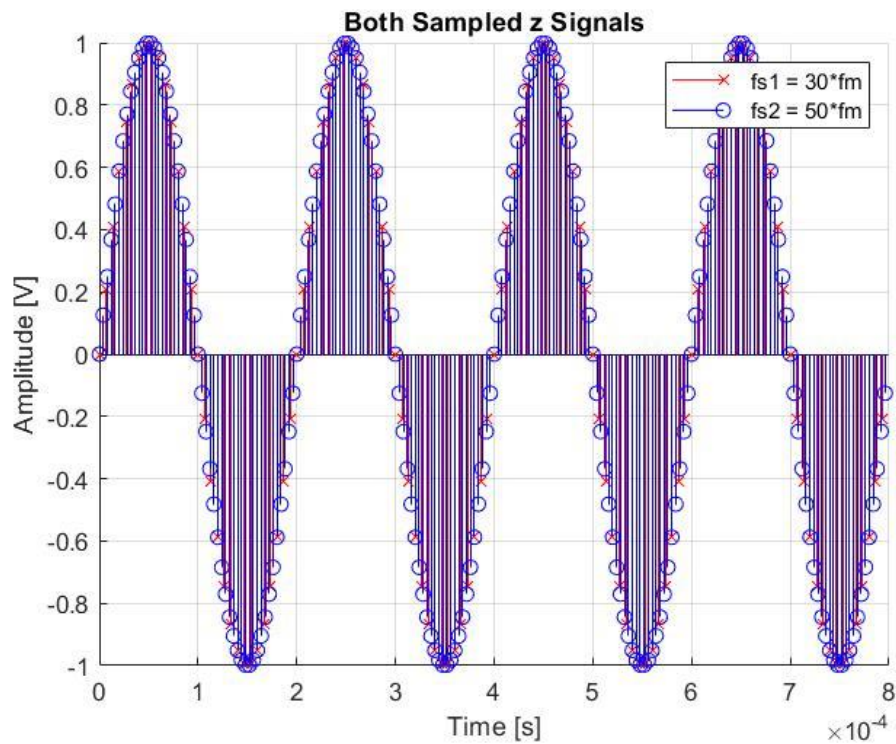
- Δειγματοληψία με $f_{s1} = 30f_m = 150\text{kHz}$



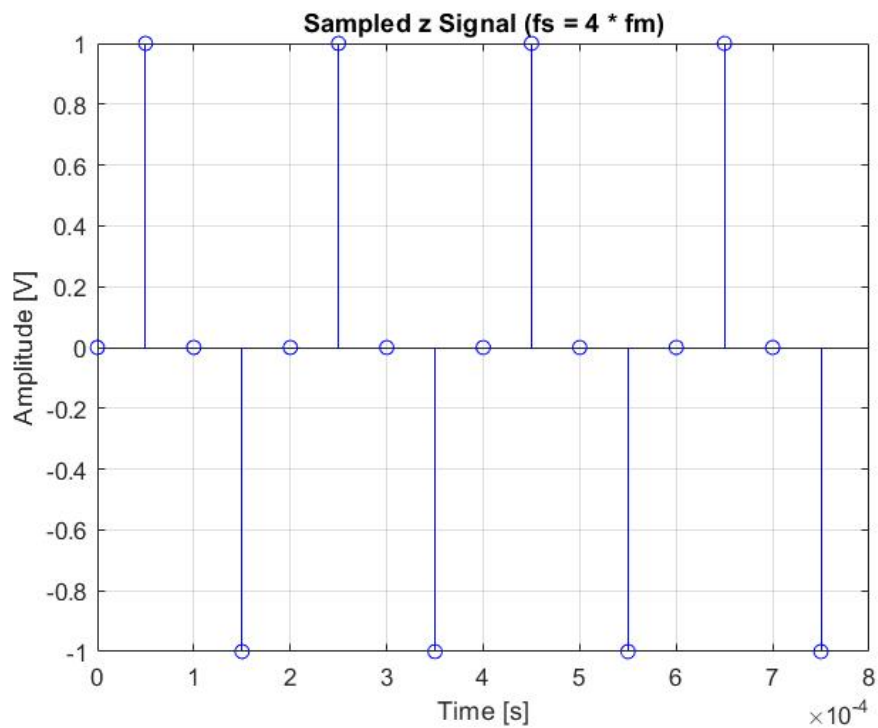
- Δειγματοληψία με $f_{s2} = 50f_m = 250\text{kHz}$



- Δειγματοληψία με $f_{s1} = 150\text{kHz}$ και $f_{s2} = 250\text{kHz}$ σε κοινό διάγραμμα



- Δειγματοληψία με $f_s = 4f_m = 20\text{kHz}$



Ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος $z(t) = \sin(2\pi 5000t)$ είναι:

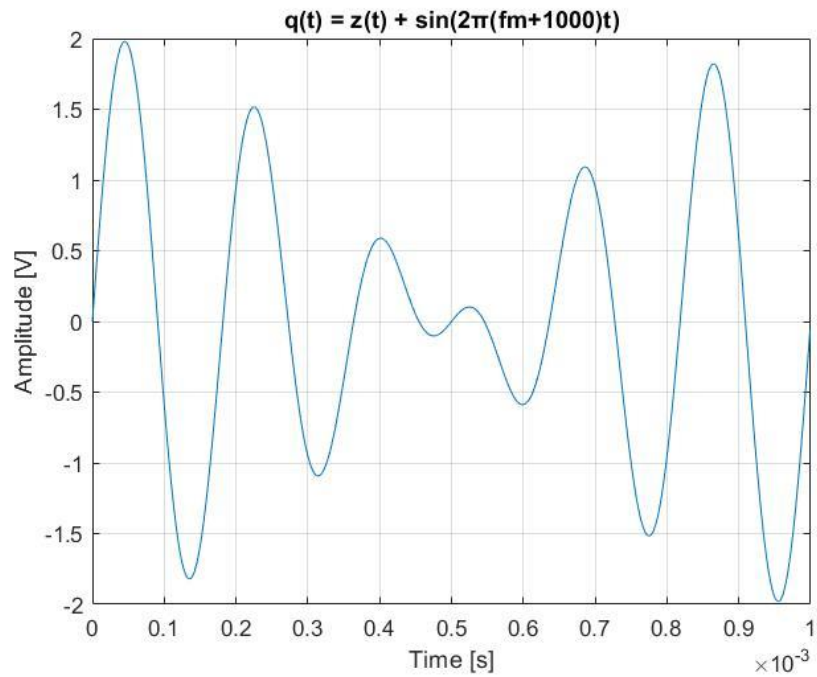
$$Z(f) = \frac{1}{2j} [\delta(f - 5000) - \delta(f + 5000)]$$

Από το παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η υψίσυχη συνιστώσα του φάσματος βασικής ζώνης είναι $W = f_m = 5\text{kHz}$.

Από το θεώρημα Nyquist έχουμε ότι πρέπει η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας να είναι: $f_s \geq 2W \Rightarrow 4f_m \geq 2f_m$, το οποίο ισχύει.

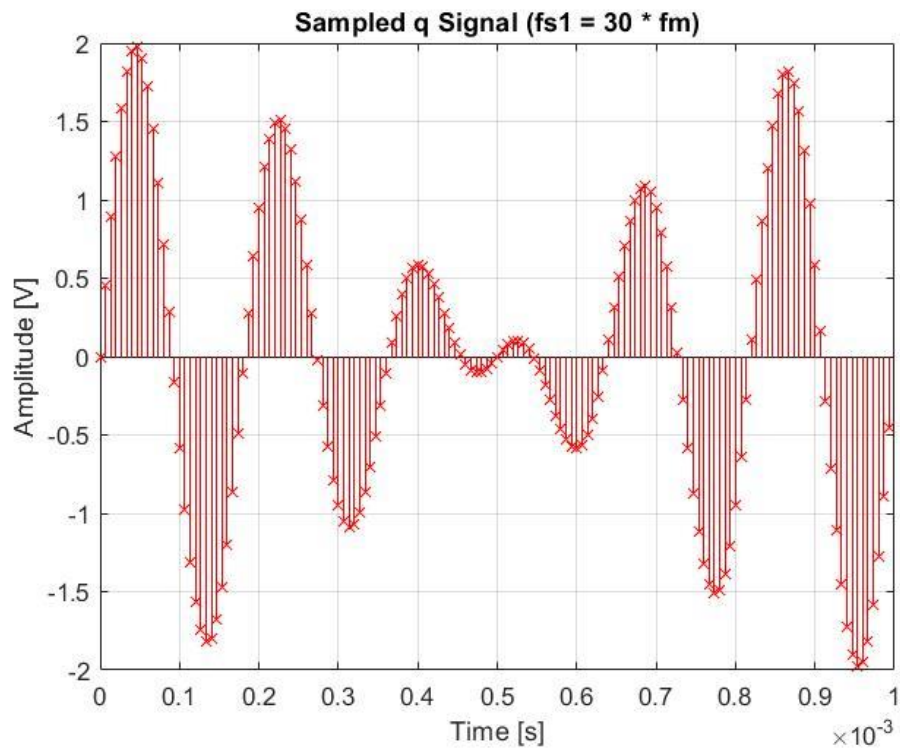
Άρα είναι δυνατή η ανακατασκευή του σήματος για συχνότητα 5kHz, χωρίς aliasing.

ii) Επαναλαμβάνουμε και πάλι τα ερωτήματα (α), (β) για το σήμα $q(t) = \sin(2\pi 5000t) + \sin(2\pi(5000+1000)t)$ το οποίο είναι το παρακάτω:

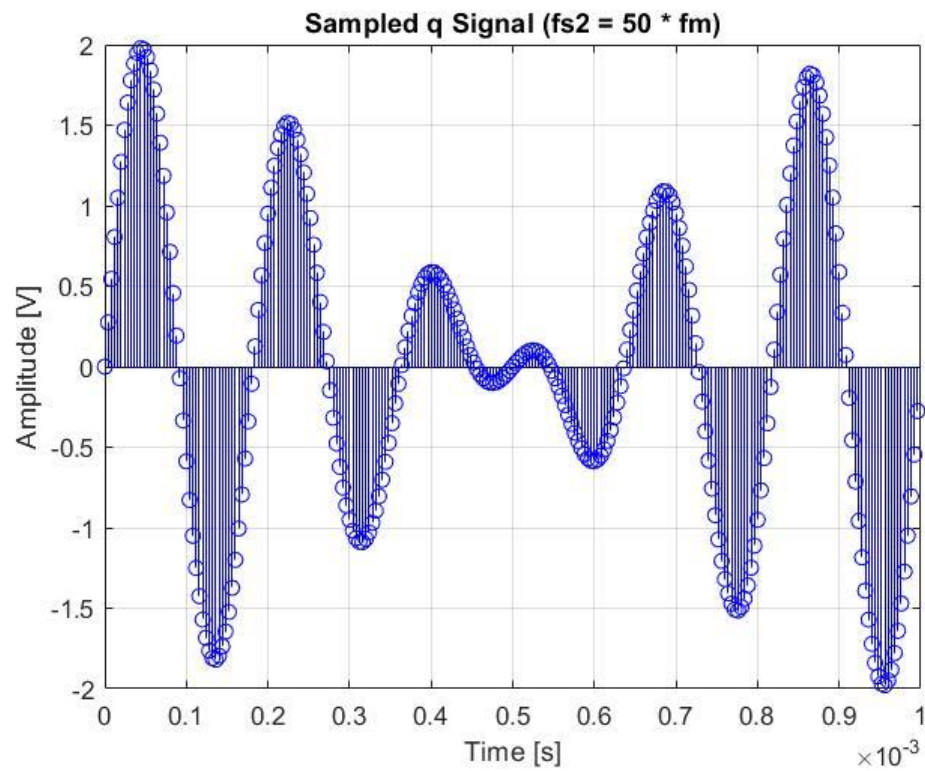


Το σήμα q είναι υπέρθεση δύο ημιτόνων με συχνότητα $\gcd(fm, \Lambda) = \gcd(5000, 6000) = 1000$.

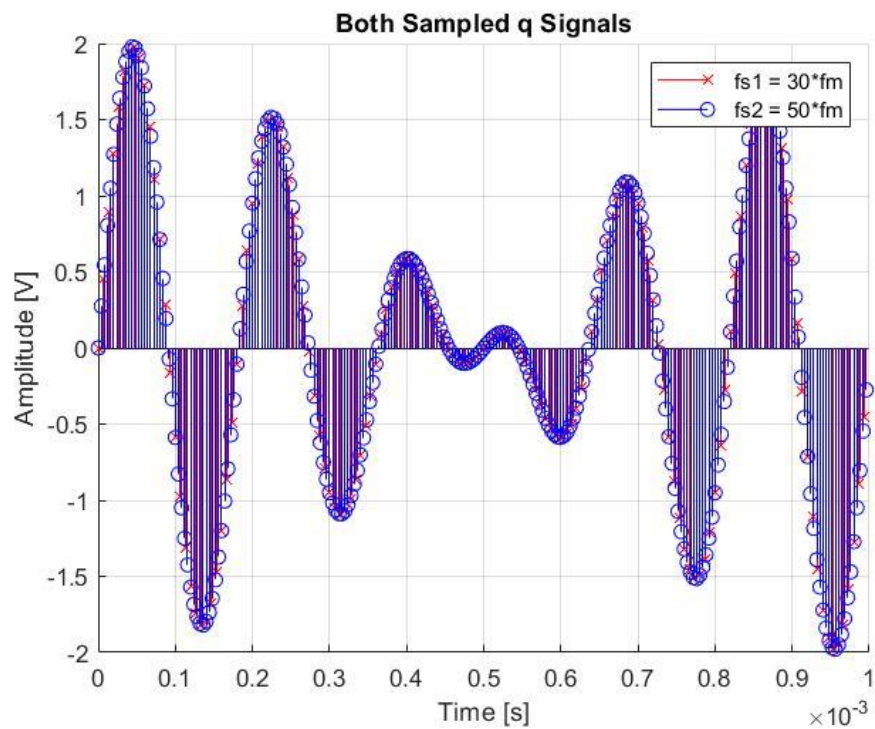
- Δειγματοληψία με $f_{s1} = 30f_m = 150\text{kHz}$



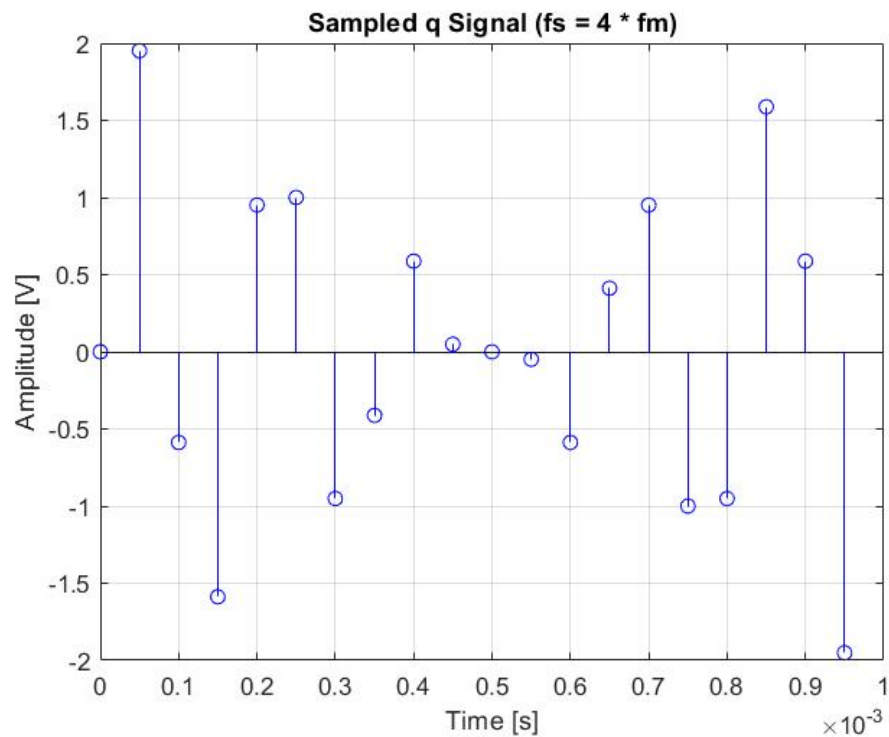
- Δειγματοληψία με $f_{s2} = 50f_m = 250\text{kHz}$



- Δειγματοληψία με $f_{s1} = 150\text{kHz}$ και $f_{s2} = 250\text{kHz}$ σε κοινό διάγραμμα



- Δειγματοληψία με $f_s = 4f_m = 20\text{kHz}$



Ο μετασχηματισμός Fourier της q είναι ο εξής:

$$Q(f) = \frac{1}{2j} [\delta(f - 5000) - \delta(f + 5000)] + \frac{1}{2j} [\delta(f - 5000) - \delta(f + 5000)]$$

Έτσι η υψίσυχη συνιστώσα του φάσματος βασικής ζώνης είναι $W = 6\text{kHz}$.

Από το θεώρημα Nyquist έχουμε ότι πρέπει η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας να είναι:
 $f_s \geq 2W \Rightarrow 4f_m \geq 6000 \Rightarrow 20000 \geq 6000$, το οποίο ισχύει.

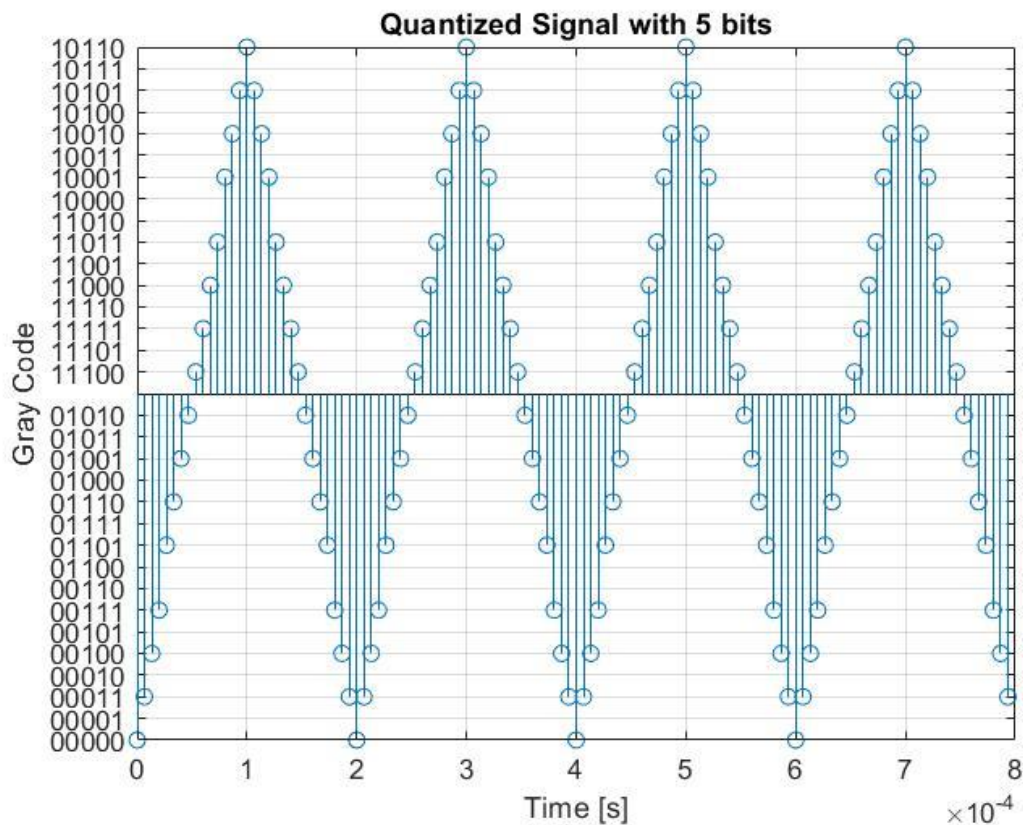
Άρα είναι δυνατή η ανακατασκευή του σήματος για συχνότητα 5kHz , χωρίς aliasing.

2^ο Ερώτημα

Θεωρούμε ως είσοδο σε ομοιόμορφο κβαντιστή το σήμα $y(t)$ του 1^{ου} ερωτήματος μετά από δειγματοληψία συχνότητας $f_{s1} = 30f_m = 150\text{kHz}$. Εφόσον η συχνότητα $f_m = 5\text{kHz}$ είναι περιττή, η κβάντιση έγινε με 5 bits.

2.α) Έχουμε 5 bits άρα $2^5 = 32$ επίπεδα και μέγεθος βήματος $\Delta = \frac{\max - \min}{\text{επίπεδα}} = \frac{8}{32} = 0.25$.

Η έξοδος του κβαντιστή φαίνεται παρακάτω, όπου ο κατακόρυφος άξονας παρουσιάζεται σε κωδικοποίηση Gray:



2.β)

i) Στο υποερώτημα αυτό ζητήθηκε ο υπολογισμός της τυπικής απόκλισης του σφάλματος κβάντισης για τα 10 πρώτα δείγματα τα οποία υπολογίστηκαν μέσω της εντολής:

```
error_first10 = error(1,1:10);
```

Η τυπική απόκλιση βρέθηκε από την εντολή: `std_first10 = std(error_first10);`

και είναι ίση με **Var_10 = 0.068**.

ii) Υπολογίζουμε τώρα την τυπική απόκλιση του σφάλματος για τα πρώτα 20 δείγματα:

```
error_first20 = error(1,1:20);  
std_first20 = std(error_first20);
```

Και το αποτέλεσμα είναι **Var_20 = 0.0749**.

iii) Υπολογίζουμε το SNR κβάντισης για τις παραπάνω περιπτώσεις βάση του τύπου: $SNR = \frac{3 \cdot 2^{2R}}{F^2}$

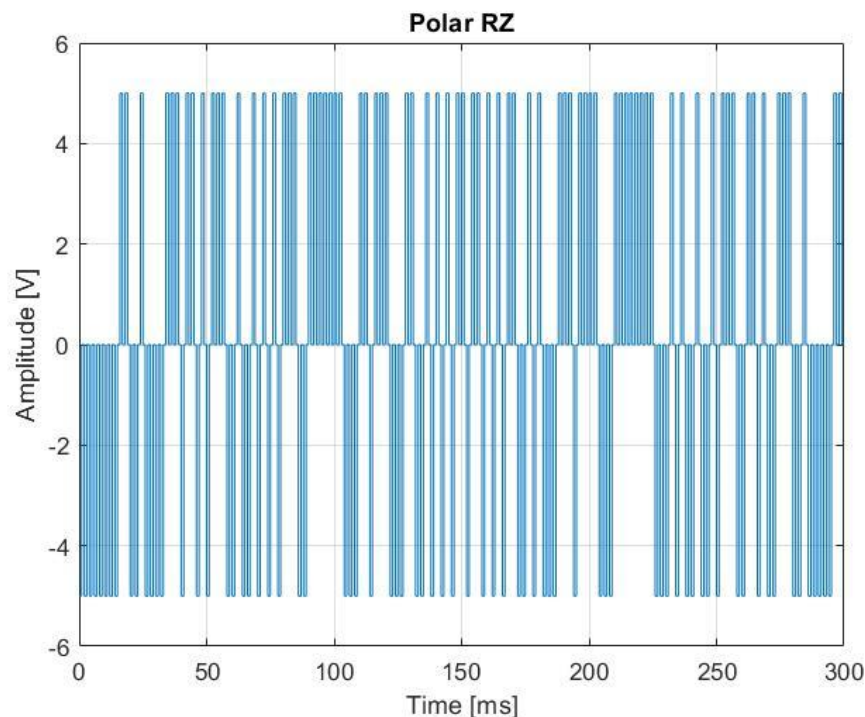
όπου $R = 5$ ο αριθμός των bit κβάντισης και $F = \frac{max}{rms}$.

Προκύπτουν οι εξής τιμές:

- Για τα 10 πρώτα δείγματα έχουμε: $SNR_{10} = 43.7203$
- Για τα 20 πρώτα δείγματα έχουμε: $SNR_{20} = 30.8463$

Η θεωρητική τιμή του SNR προκύπτει ότι είναι $SNR = 30.1414$. Παρατηρούμε, δηλαδή, ότι όσο αυξάνονται τα δείγματα που παίρνουμε τόσο το SNR προσεγγίζει τη θεωρητική τιμή.

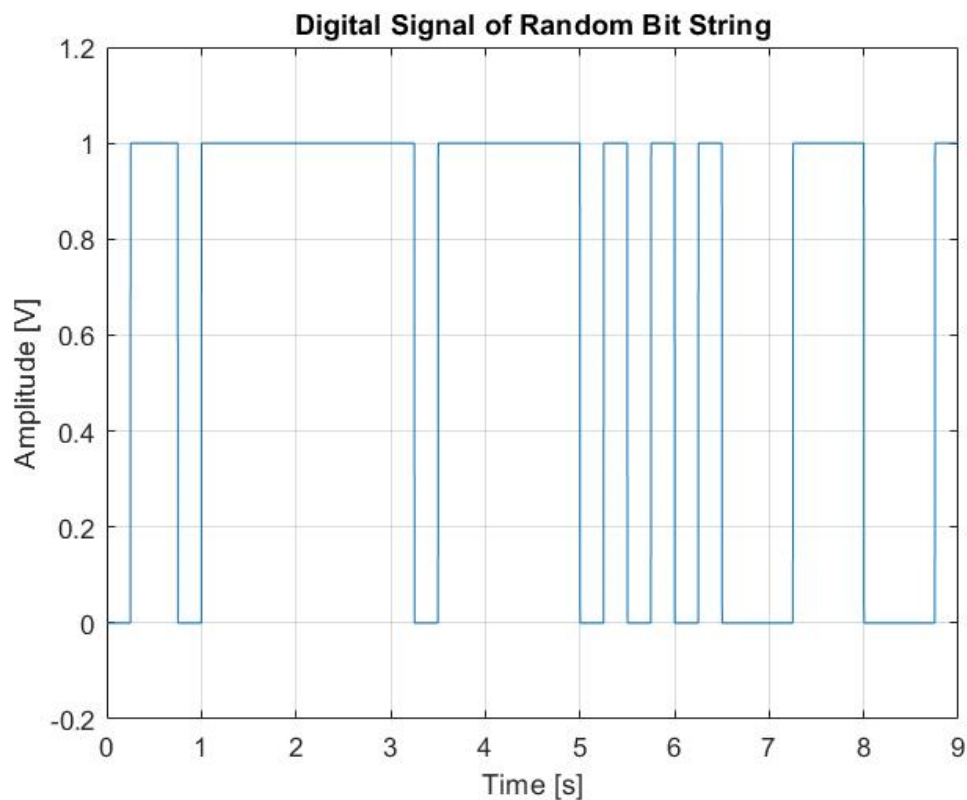
2.γ) Παρουσιάζουμε τώρα για μια περίοδο τη ροή μετάδοσης από bits θεωρώντας κωδικοποίησης γραμμής POLAR RZ με διάρκεια 2 msec. Το πλάτος είναι ίσο με τη συχνότητα του ημιτόνου δηλαδή 5 Volts.



Αυτό που συμβαίνει στην κωδικοποίηση POLAR RZ είναι ότι για bit 0 έχουμε την τιμή -5 για τη μισή περίοδο, δηλαδή 1msec και την υπόλοιπη μισή περίοδο η τιμή είναι 0. Αντίστοιχα, στην περίπτωση για bit 1 η τιμή στο πρώτο μισό της περιόδου είναι ίση με 5 και στο άλλο μισό 0.

3^ο Ερώτημα

3) Παράγουμε τυχαία ακολουθία 36 bits με ίση πιθανότητα εμφάνισης τιμών 0 ή 1 και η διάρκεια ψηφίου είναι $T_b = 0.25$ sec, όπως φαίνεται παρακάτω:



Η τυχαία ακολουθία bits είναι: 0110111111110111110101010001110001

3.α)

i) Εκτελούμε διαμόρφωση κατά BPSK, QPSK, 8-PSK στην ακολουθία ψηφίων. Θεωρούμε φέρουσα συχνότητα $f_c = 2\text{Hz}$, καθώς ο AM είναι περιττός και πλάτος $A = 1\text{V}$ και απεικόνιση με κωδικοποίηση Gray.

Διαμόρφωση κατά BPSK:

Κατά τη διαμόρφωση BPSK (Binary Phase Shift Keying) η κωδικοποίηση γίνεται με 1 bit ανά σύμβολο και χρησιμοποιούμε για την απεικόνιση των ψηφίων 0 και 1 τις εξής κυματομορφές:

- $s_1(t) = -A\cos(2\pi f_c t)$, για bit 0
- $s_2(t) = A\cos(2\pi f_c t)$, για bit 1

όπου $0 < t \leq T_b$.

Στην περίπτωση της τυχαίας ακολουθίας που προέκυψε θα έχουμε την εξής ακολουθία συμβόλων:

S₁ S₂ S₂ S₁ S₂ S₂ S₂ S₂ S₂ S₂ S₂ S₂ S₁ S₂ S₂ S₂ S₂ S₂ S₁ S₂ S₁ S₂ S₁ S₂ S₁ S₁ S₁ S₂
S₂ S₂ S₁ S₁ S₁ S₂

Διαμόρφωση κατά QPSK:

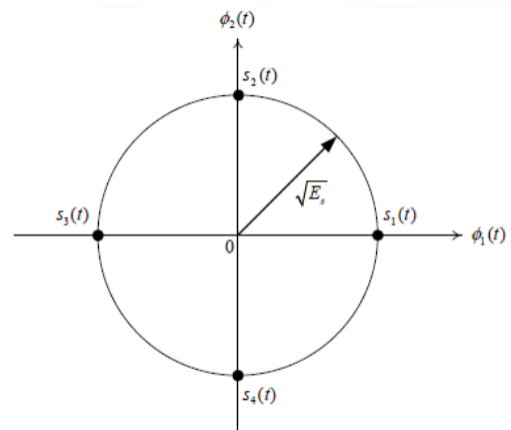
Κατά τη διαμόρφωση QPSK (Quadratic Phase Shift Keying) η κωδικοποίηση γίνεται με 2 bit ανά σύμβολο και χρησιμοποιούμε για την απεικόνιση των ψηφίων 00, 01, 11 και 10 τις εξής κυματομορφές:

- $s_1(t) = A\cos(2\pi f_c t)$, για bit 00
- $s_2(t) = A\sin(2\pi f_c t)$, για bit 01
- $s_3(t) = -A\cos(2\pi f_c t)$, για bit 11
- $s_4(t) = -A\sin(2\pi f_c t)$, για bit 10

όπου $0 < t \leq 2T_b$.

Στην περίπτωση της τυχαίας ακολουθίας που προέκυψε θα έχουμε την εξής ακολουθία συμβόλων:

S₂ S₄ S₃ S₃ S₃ S₃ S₄ S₃ S₃ S₃ S₂ S₂ S₂ S₁ S₂ S₃ S₁ S₂



Διαμόρφωση κατά 8-PSK:

Κατά τη διαμόρφωση 8-PSK (8 Phase Shift Keying) η κωδικοποίηση γίνεται με 3 bit ανά σύμβολο και χρησιμοποιούμε για την απεικόνιση των ψηφίων 000, 001, 011, κλπ. τις εξής κυματομορφές:

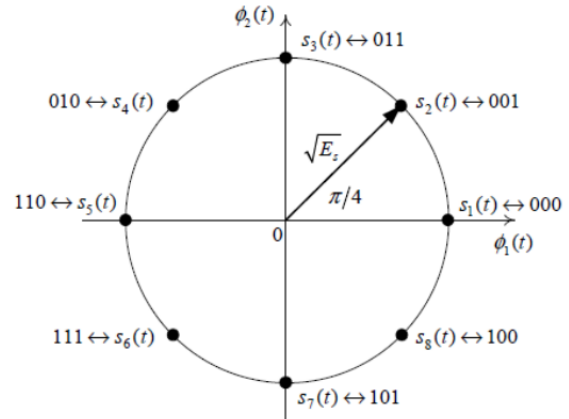
- $s_1(t) = A\cos(2\pi f_c t)$, για bit 000
- $s_2(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi/4)$, για bit 001
- $s_3(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi/2)$, για bit 011
- $s_4(t) = A\cos(2\pi f_c t + 3\pi/4)$, για bit 010
- $s_5(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi)$, για bit 110
- $s_6(t) = A\cos(2\pi f_c t + 5\pi/4)$, για bit 111

- $s_7(t) = A\cos(2\pi f_c t + 3\pi/2)$, για bit 101
- $s_8(t) = A\cos(2\pi f_c t + 7\pi/4)$, για bit 100

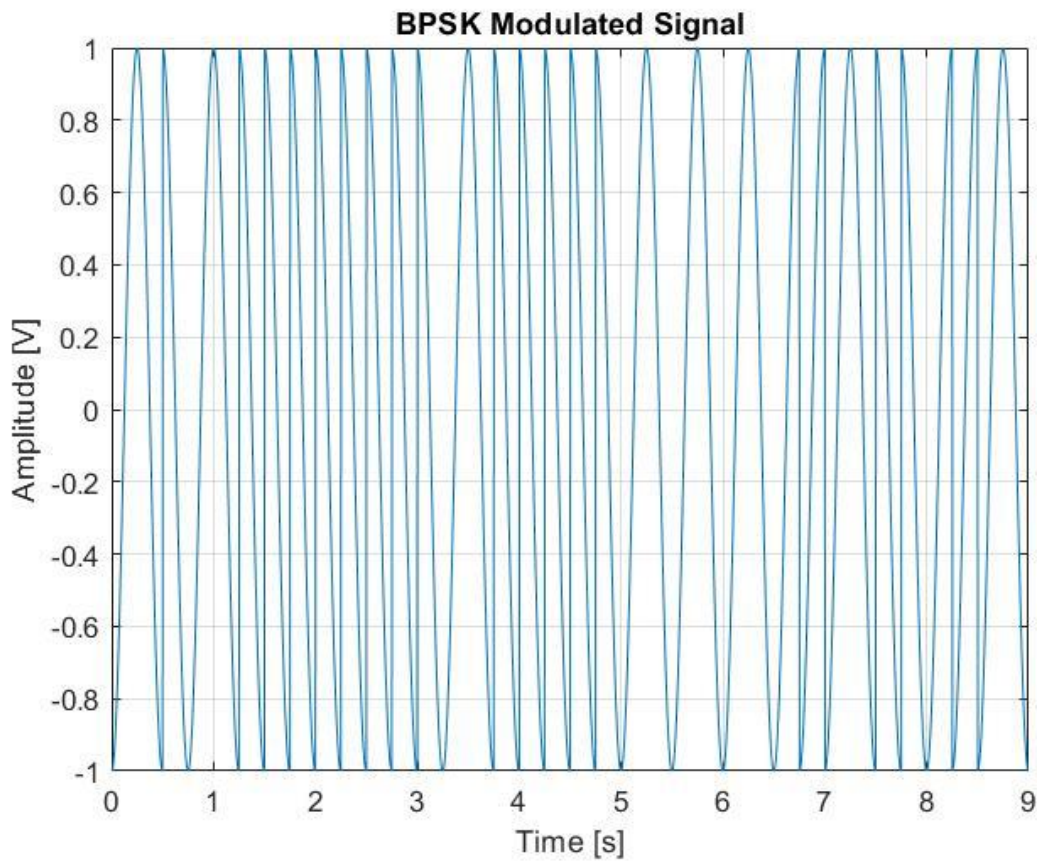
όπου $0 < t \leq 3T_b$.

Στην περίπτωση της τυχαίας ακολουθίας που προέκυψε θα έχουμε την εξής ακολουθία συμβόλων:

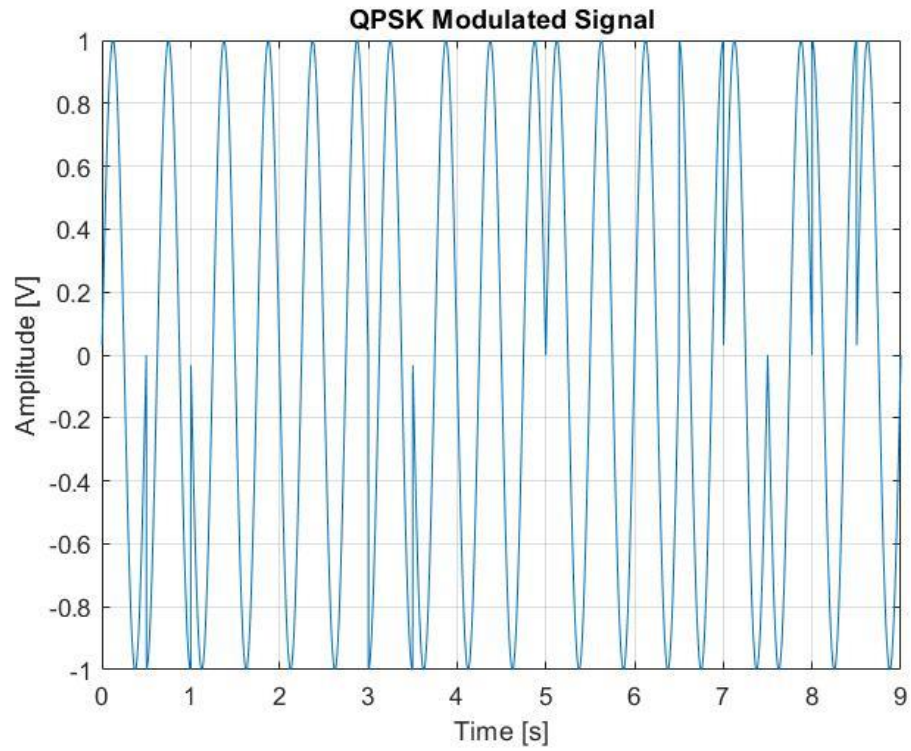
S3 S3 S6 S6 S7 S6 S5 S7 S4 S2 S5 S2



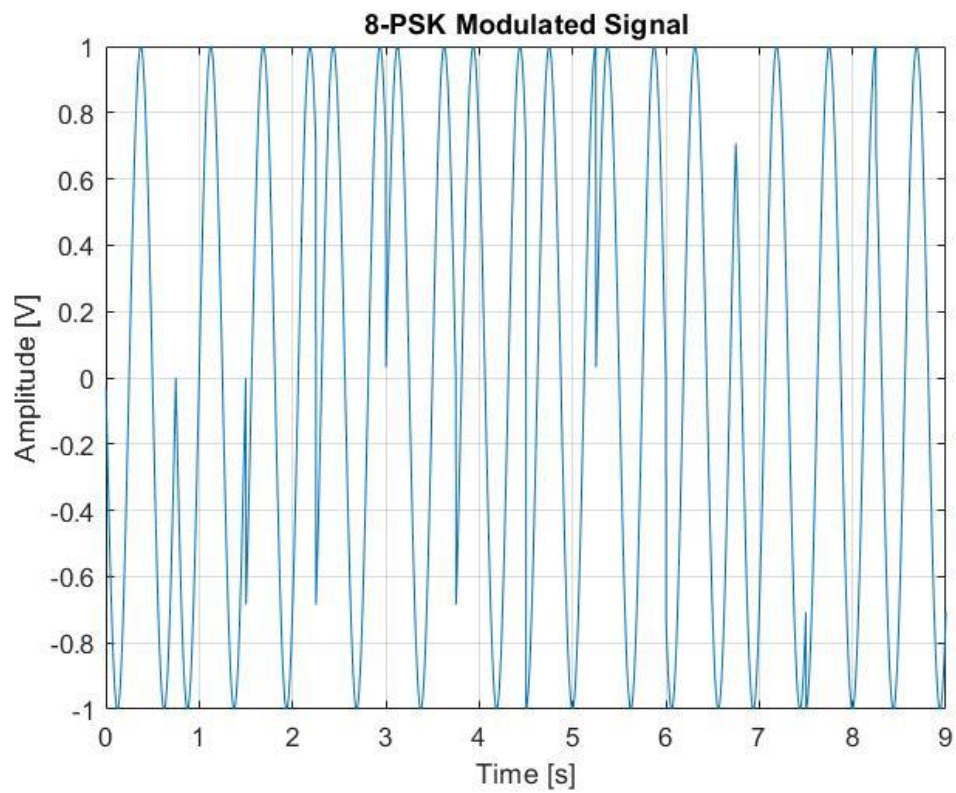
ii) Παρακάτω παρουσιάζεται η κυματομορφή μετάδοσης για διαμόρφωση κατά BPSK της τυχαίας ακολουθίας:



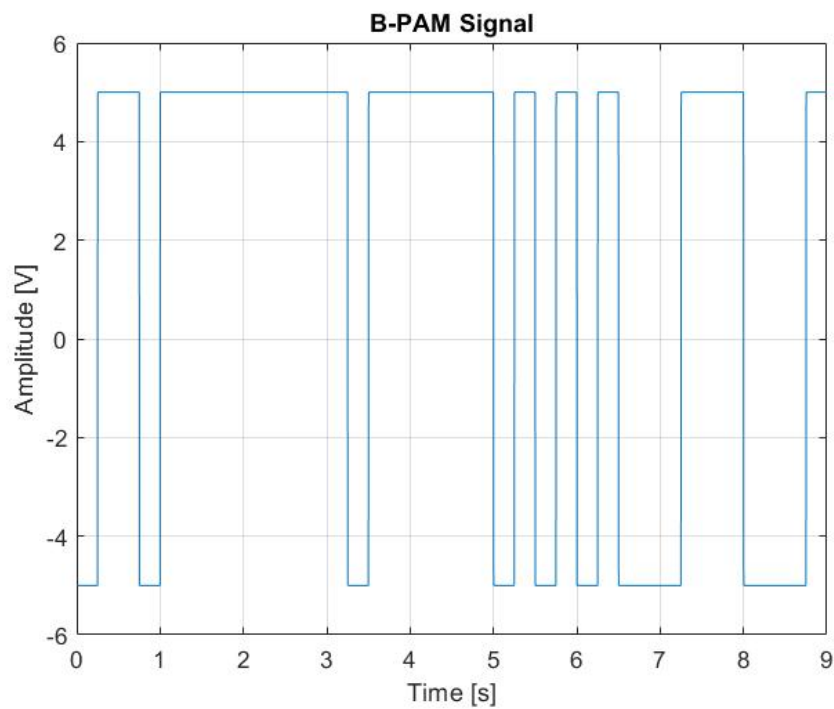
Διαμόρφωση QPSK:



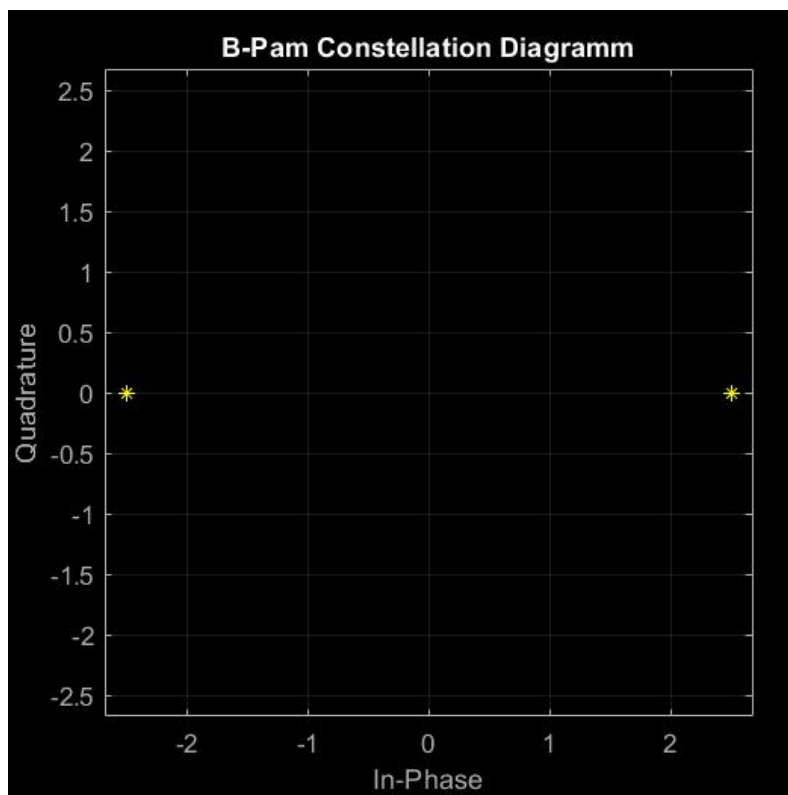
Διαμόρφωση 8-PSK:



3.β) Διαμορφώνουμε τώρα την τυχαία ακολουθία bits κατά B-PAM πλάτους 5 Volts, δηλαδή για bit 1 βρισκόμαστε στα 5 Volts, ενώ για bit 0 βρισκόμαστε στα -5 Volts, όπως παρουσιάζεται:



3.γ) Παρατίθεται και το διάγραμμα αστερισμού του παραπάνω σήματος B-PAM:

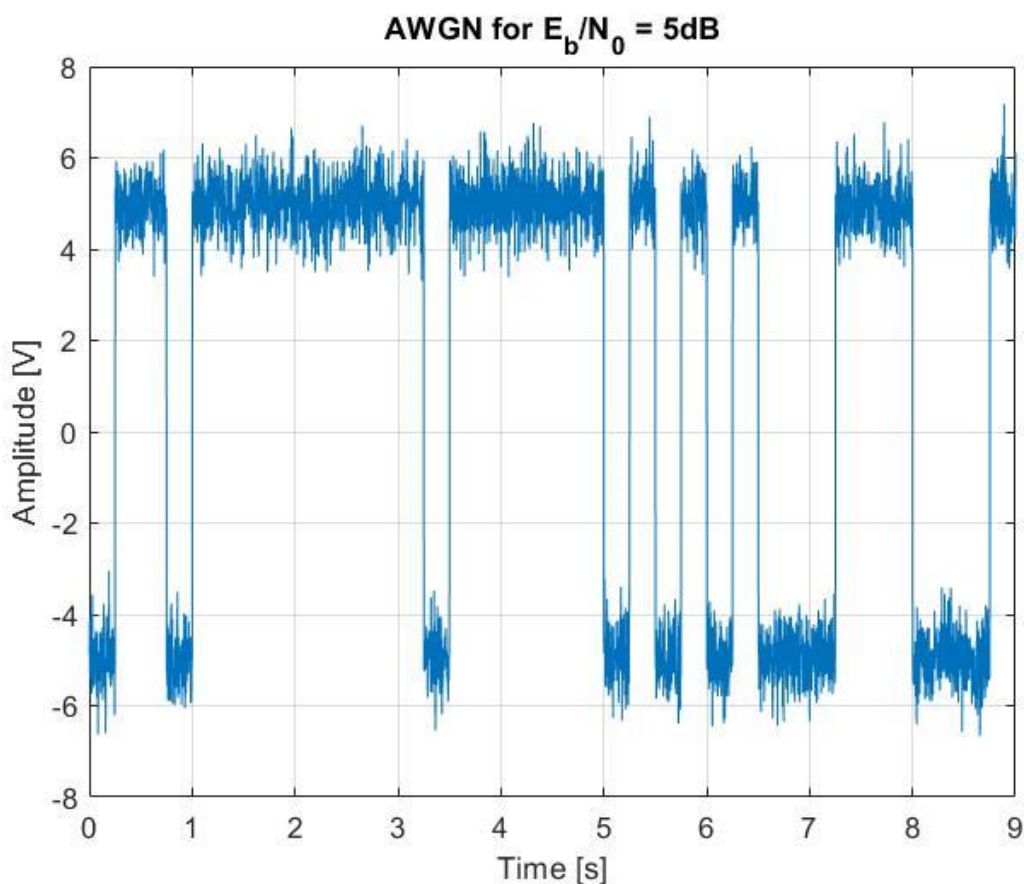


Παρατηρούμε στο παραπάνω διάγραμμα δύο σημεία τα οποία αναπαριστούν τις τιμές 0 και 1 που αποκωδικοποιεί ο δέκτης. Τα σημεία αυτά απέχουν από το 0 απόσταση ίση με $\sqrt{E_{bit}}$, όπου:

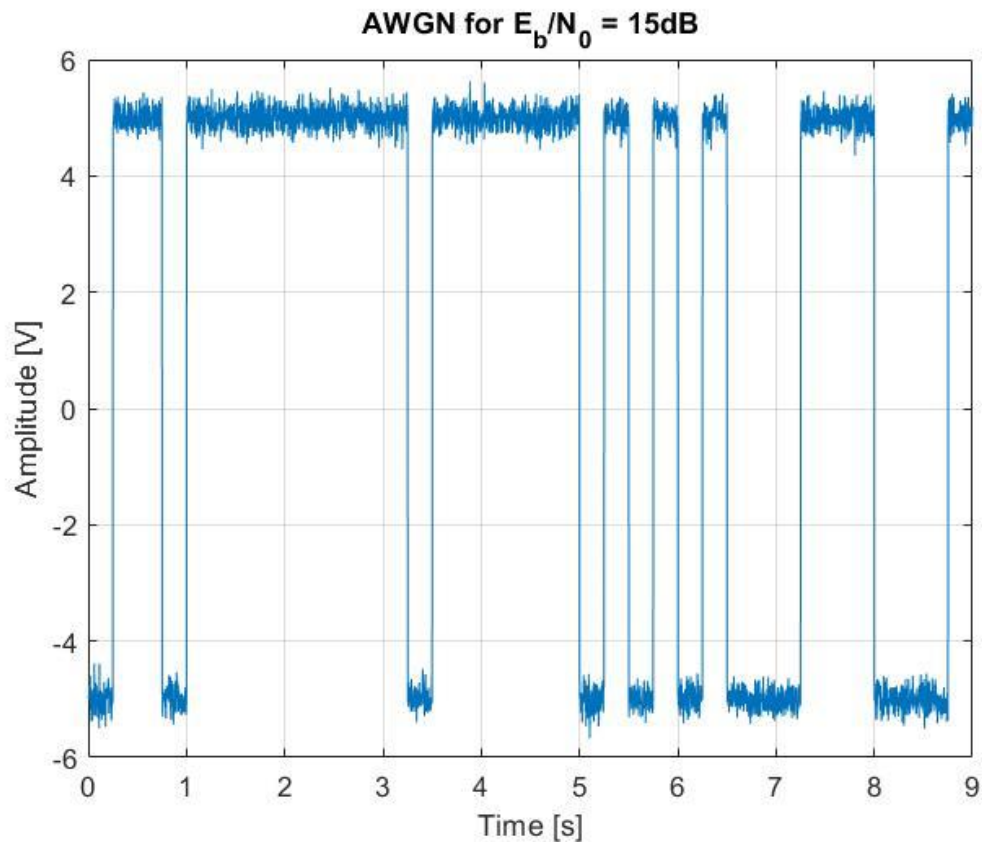
$$E_{bit} = A^2 T_b = 5^2 * 0.25 = 6.25 \Rightarrow \sqrt{E_{bit}} = 2.5$$

3.δ) Στη συνέχεια, παράγουμε θόρυβο AWGN και προσθέτουμε το πραγματικό μέρος του θορύβου στο σήμα B-PAM του υποερωτήματος (β) για δύο τιμές E_b/N_0 , 5 και 15 dB αντίστοιχα. Η εντολή που χρησιμοποιούμε στο Matlab για να παράγουμε το θόρυβο είναι η `awgn()` η οποία παίρνει σαν όρισμα το SNR και όχι το λόγο E_b/N_0 . Για πραγματικά σήματα αυτά τα δύο συνδέονται από τη σχέση $SNR = E_b/N_0 + 10\log_{10}k$, όπου k ο αριθμός των bits ανά σύμβολο διαμόρφωσης, στην περίπτωσή μας 1. Τα σήματα που προκύπτουν παρουσιάζονται παρακάτω:

Σήμα B-PAM με θόρυβο AWGN για $E_b/N_0 = 5\text{dB}$:



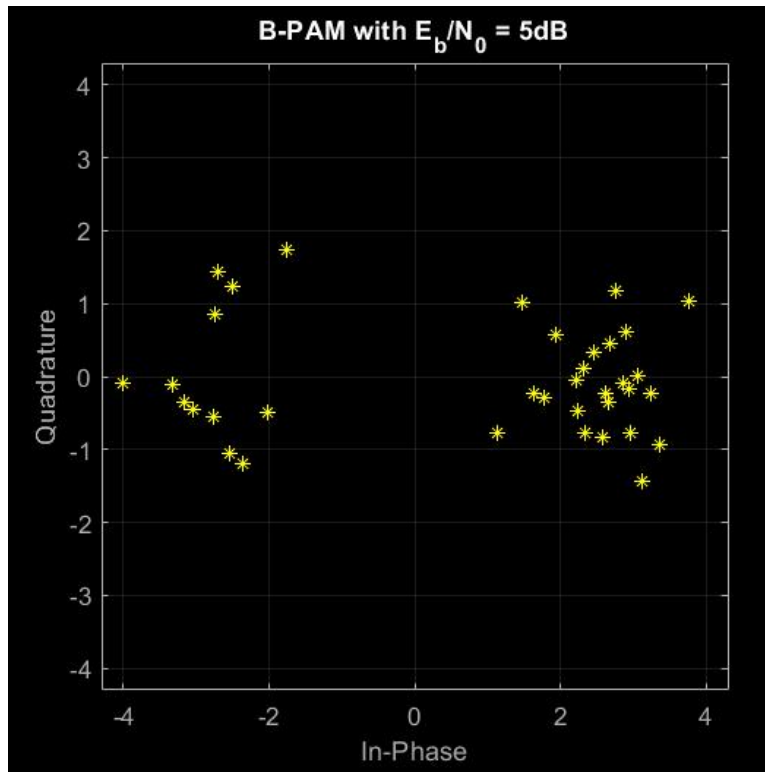
Σήμα B-PAM με θόρυβο AWGN για $E_b/N_0 = 15\text{dB}$:



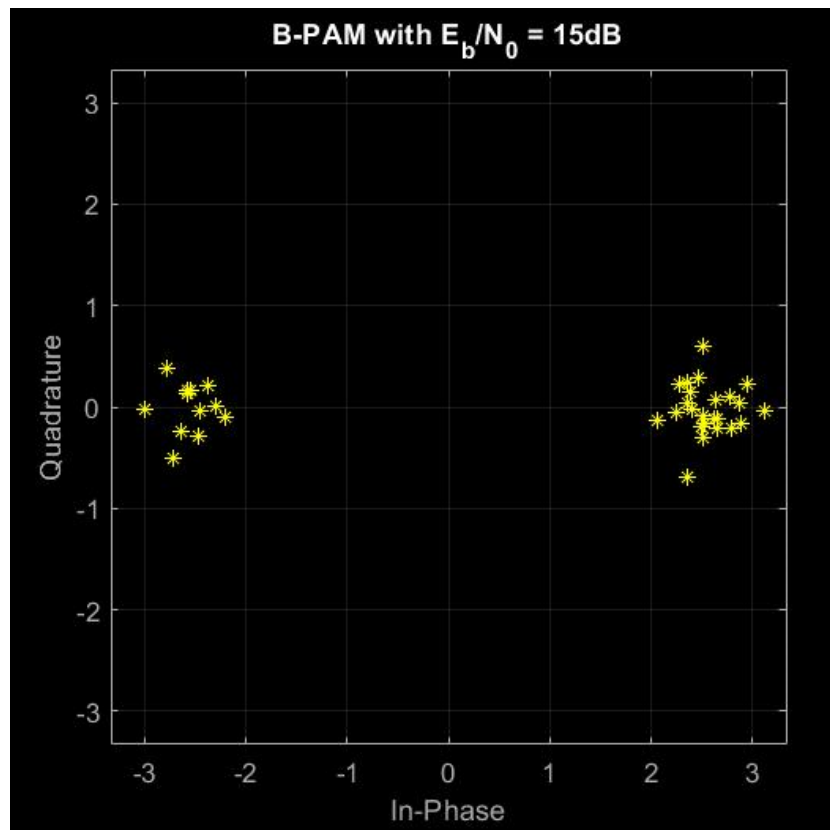
Παρατηρώντας τα παραπάνω διαγράμματα, καθώς και το διάγραμμα B-PAM που προέκυψε στο υποερώτημα (β) μπορούμε να συμπεράνουμε εύκολα ότι στην περίπτωση των 5 dB ο θόρυβος είναι εντονότερος απ'ότι στα 15 dB. Με επιπλέον δοκιμές στις τιμές του E_b/N_0 που πραγματοποιήθηκαν στο Matlab, αλλά δεν παρουσιάζονται σε αυτή την αναφορά για λόγους συντομίας, γίνεται φανερό πως όσο μειώνεται η τιμή του, τόσο αυξάνεται και ο παραγόμενος θόρυβος. Επίσης, όσο μεγαλύτερος είναι ο θόρυβος τόσο πιθανότερο είναι το πλάτος του παλμού να περάσει στην αντίθετη πλευρά του κατακόρυφου άξονα και να γίνει λάθος αποκωδικοποίηση του ψηφίου.

3.ε) Ζητείται να παρουσιαστούν τα διαγράμματα αστερισμού για τα παραπάνω σήματα θορύβου. Χρησιμοποιούμε τη μιγαδική τυχαία μεταβλητή του θορύβου για τα διαγράμματα αυτά και μετατρέπουμε το λόγο E_b/N_0 σε SNR βάση του τύπου: $\text{SNR} = E_b/N_0 + 3\text{dB} + 10\log_{10}k$, όπου k ο αριθμός bits για την αναπαράσταση ενός συμβόλου. Τα διαγράμματα φαίνονται ως εξής:

Για $E_b/N_0 = 5\text{dB}$:



$\Gamma \propto E_b/N_0 = 15\text{dB}$:

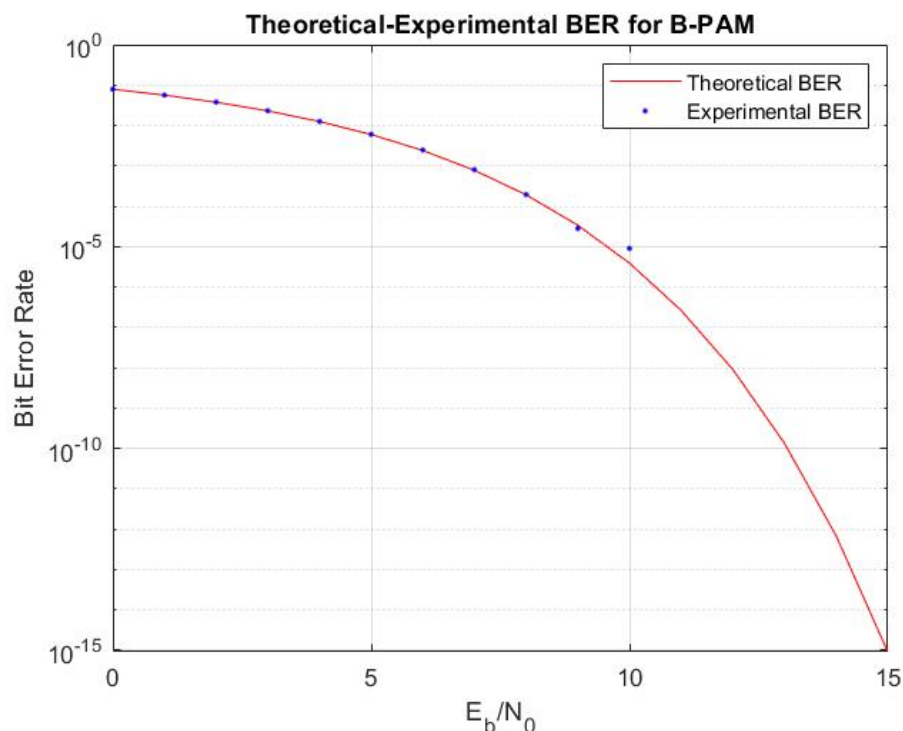


Ο οριζόντιος άξονας των παραπάνω διαγραμμάτων χαρακτηρίζει την πραγματική τυχαία μεταβλητή του θορύβου, ενώ στον κατακόρυφο άξονα έχουμε τη μιγαδική του συνιστώσα. Παρατηρούμε ότι όταν ο λόγος E_b/N_0 είναι μικρότερος τα σημεία έχουν μεγαλύτερη διασπορά από τα σημεία που βρήκαμε στο διάγραμμα αστερισμού του υποερωτήματος (β), κάτι που δημιουργεί μεγαλύτερη πιθανότητα να αποκωδικοποιηθεί ένα ψηφίο λάθος, όπως είδαμε και στο υποερώτημα (δ). Αντίθετα, για μεγαλύτερο λόγο τα σημεία είναι αρκετά κοντά στους πόλους και δεν υπάρχει υψηλός κίνδυνος να περάσουν στην αντίθετη πλευρά.

3.στ) Στο υποερώτημα αυτό παράγουμε 1000000 τυχαία bits και θόρυβο AWGN και υπολογίζουμε τόσο με θεωρητικό όσο και με πειραματικό τρόπο την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου BER συναρτήσει τιμών του E_b/N_0 από το 0 έως και τα 15 dB, με βήμα 1dB. Τα σημεία του παρακάτω διαγράμματος αναπαριστούν τα πειραματικά αποτελέσματα ενώ η καμπύλη τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας, η οποία προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$P[\text{error}]_{\text{B-PAM}} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right), \text{ όπου } Q = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το εξής:



Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι οι πειραματικές είναι πολύ κοντά με αυτές που αναμέναμε θεωρητικά. Η πιθανότητα του σφάλματος κυμαίνεται από 0.1 έως και 10^{-15} και όπως αναμέναμε μειώνεται ραγδαία με την αύξηση του λόγου E_b/N_0 . Τέλος, παρατηρούμε ότι για τιμές μεγαλύτερες των 10dB το πρόγραμμα αδυνατεί να ορίσει τις πειραματικές τιμές, καθώς κινούμαστε σε πολύ χαμηλές τιμές.

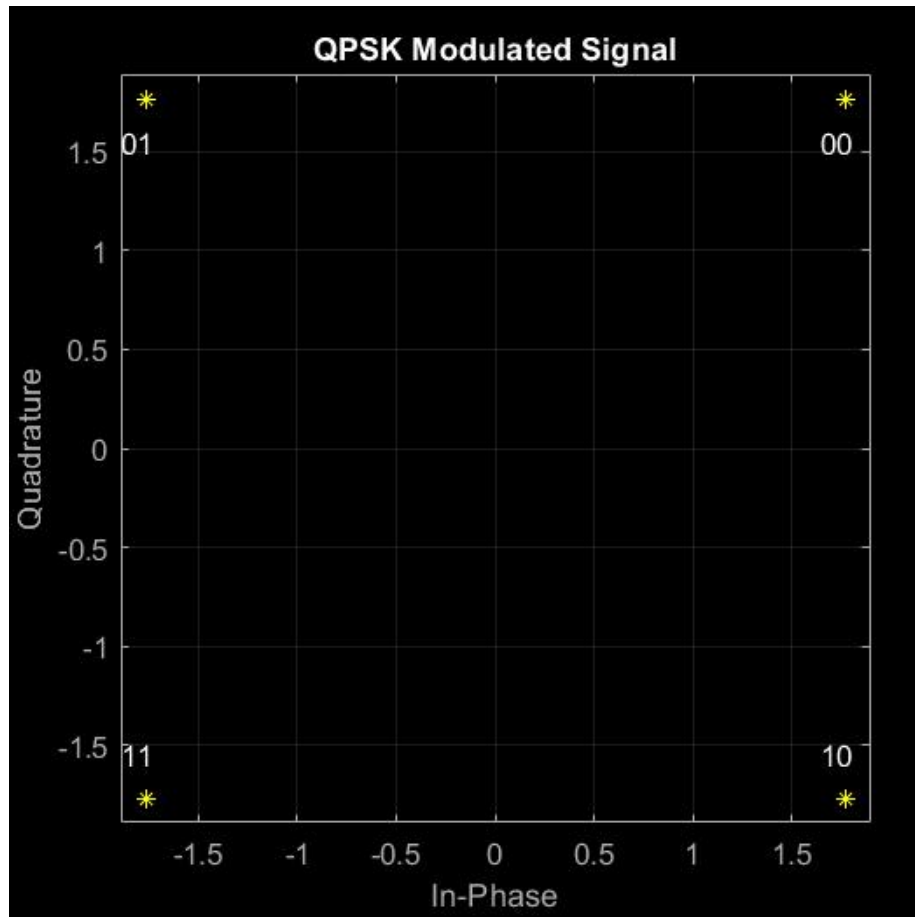
4^ο Ερώτημα

Η διαμόρφωση κατά QPSK της τυχαίας ακολουθίας του 3^{ου} ερωτήματος όπως είδαμε είναι:

01 10 11 11 11 11 10 11 11 11 01 01 01 00 01 11 00 01 ή αλλιώς:

S₂ S₄ S₃ S₃ S₃ S₃ S₄ S₃ S₃ S₃ S₂ S₂ S₂ S₁ S₂ S₃ S₁ S₂

4.α) Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα αστερισμού που προκύπτει με κωδικοποίηση (π/4) Gray:

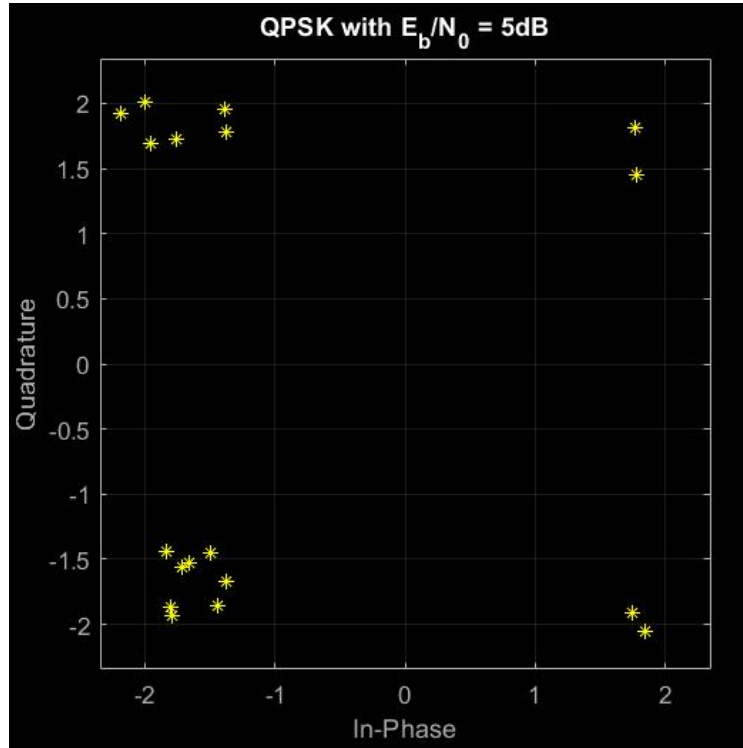


Κάθε σύμβολο της διαμόρφωσης αντιστοιχεί και σε ένα σημείο του διαγράμματος ως εξής:

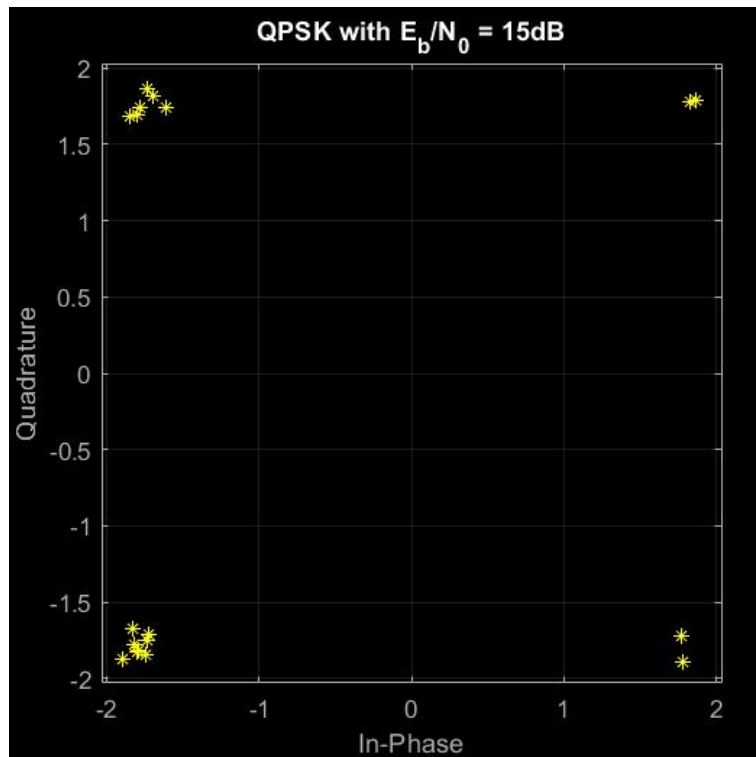
$s_1 \leftrightarrow 00$, $s_2 \leftrightarrow 01$, $s_3 \leftrightarrow 11$, $s_4 \leftrightarrow 10$. Κάθε σημείο απέχει από το 0 απόσταση ίση με $\sqrt{E_{bit}} = 2.5$ με γωνία ίση με $\pi/4$ από τον οριζόντιο άξονα λόγω της κωδικοποίησης. Παρατηρούμε επίσης ότι τα σημεία του αστερισμού είναι 4, δηλαδή $2^{\text{αριθμός bits ανά σύμβολο}}$, ανάλογο αποτέλεσμα με τα 2 σημεία που βρήκαμε στο διάγραμμα αστερισμού της B-PAM διαμόρφωσης.

4.β) Στη συνέχεια, παράγουμε θόρυβο AWGN όμοια με το ερώτημα (3.δ) για δύο τιμές E_b/N_0 , 5 και 15 dB. Παρουσιάζονται τα διαγράμματα αστερισμού για τις δύο περιπτώσεις:

Για $E_b/N_0 = 5\text{dB}$:

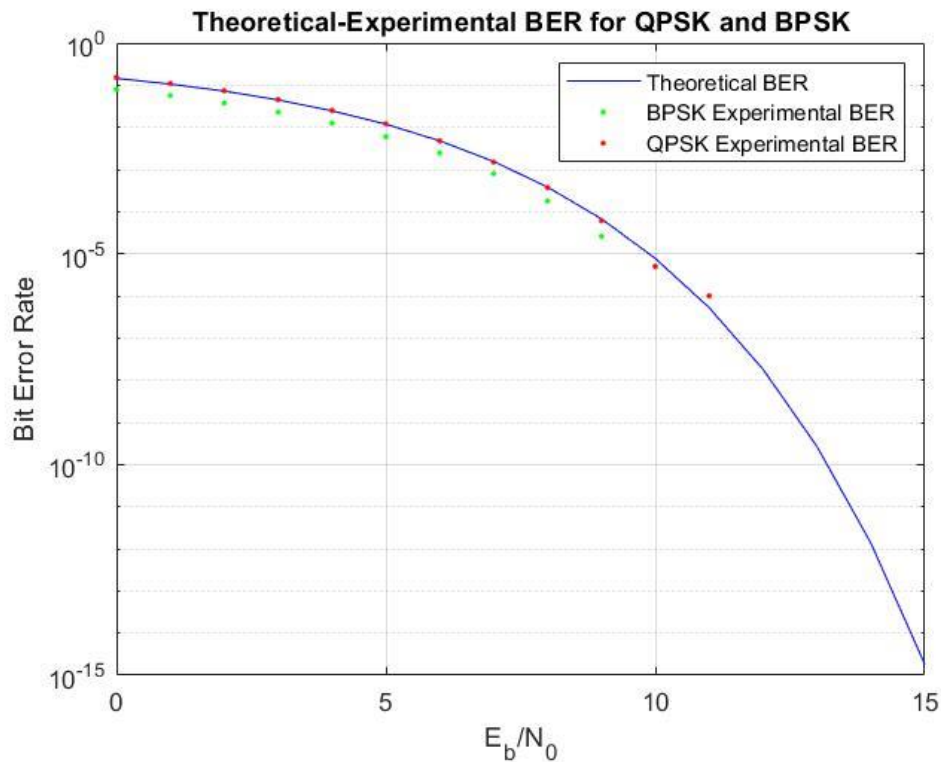


Για $E_b/N_0 = 15\text{dB}$:



Όμοια με το ερώτημα (3.δ), ο οριζόντιος άξονας των παραπάνω διαγραμμάτων χαρακτηρίζει την πραγματική τυχαία μεταβλητή του θορύβου, ενώ στον κατακόρυφο άξονα έχουμε τη μιγαδική του συνιστώσα. Παρατηρούμε ότι όταν ο λόγος E_b/N_0 είναι μικρότερος τα σημεία έχουν μεγαλύτερη διασπορά από τα σημεία που βρήκαμε στο διάγραμμα αστερισμού του υποερωτήματος (α), κάτι που δημιουργεί μεγαλύτερη πιθανότητα να αποκωδικοποιηθεί ένα ψηφίο λάθος.

4.γ) Παράγουμε τυχαία ακολουθία bits μήκους 1000000 bits και προσθέτουμε θόρυβο AWGN κατάλληλης ισχύος. Στη συνέχεια, πραγματοποιούμε διαμόρφωση κατά QPSK αλλά και κατά BPSK, καθώς θέλουμε να συγκρίνουμε την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER) για τις δύο περιπτώσεις. Αρχικά, προσεγγίζουμε την πιθανότητα θεωρητικά εφαρμόζοντας και πάλι, όμοια με το ερώτημα (3.στ), τον τύπο: $P[\text{error}]_{\text{B-PAM}} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$, όπου $Q = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$. Το κοινό διάγραμμα θεωρητικής και πειραματικής τιμής της πιθανότητας σφάλματος με διαμόρφωση κατά QPSK καθώς και η πειραματική τιμή για διαμόρφωση κατά BPSK είναι το παρακάτω:



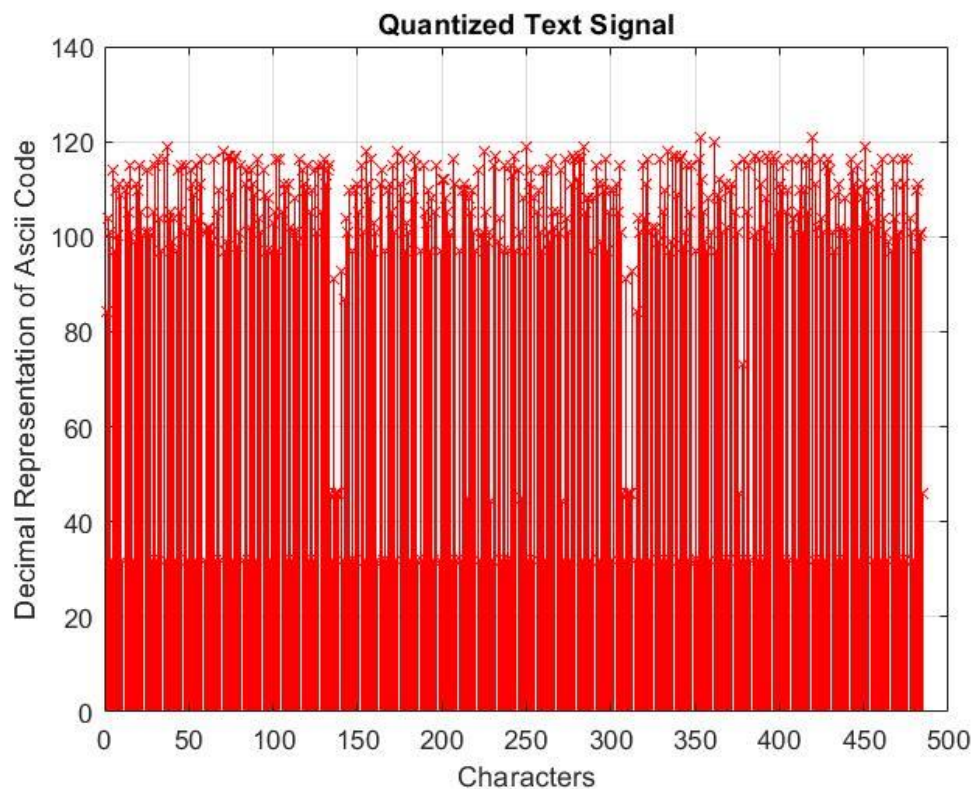
Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές για τη διαμόρφωση QPSK είναι πολύ κοντινές και στις περισσότερες περιπτώσεις ταυτίζονται με τη θεωρητική καμπύλη. Οι πειραματικές τιμές της πιθανότητας σφάλματος για τη διαμόρφωση BPSK από την άλλη, βλέπουμε πως είναι μικρότερες από αυτές για QPSK διαμόρφωση. Αυτό σημαίνει πως ακολουθώντας τη διαμόρφωση κατά BPSK η πιθανότητα λάθους θα είναι μικρότερη για συγκεκριμένη τιμή του λόγου E_b/N_0 . Ωστόσο, όποια

και από τις δύο διαμορφώσεις και αν έχουμε βλέπουμε πως για αύξηση του λόγου E_b/N_0 , το BER μειώνεται αισθητά.

4.δ) Λόγω περιττού αθροίσματος του AM χρησιμοποιούμε το αρχείο rice_odd.txt για το ερώτημα αυτό.

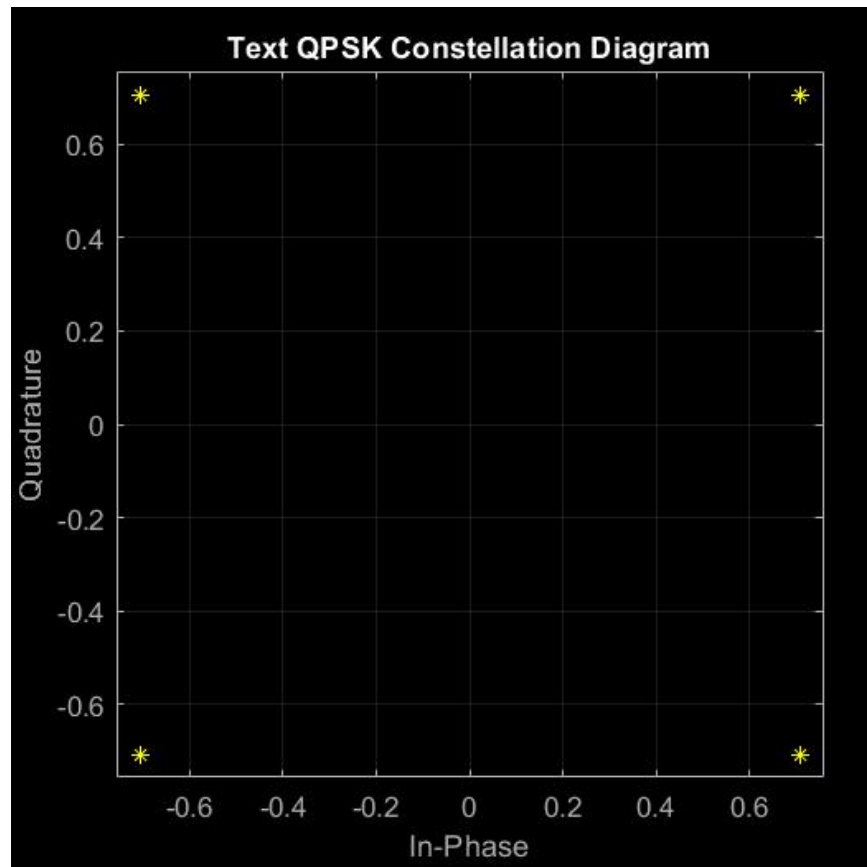
i) Αρχικά διαβάζουμε το αρχείο κειμένου μέσω της εντολής `fopen()` του Matlab και στη συνέχεια μετατρέπουμε τον κάθε ASCII χαρακτήρα σε μια σειρά 7 bits με τις εντολές `fscanf()` και `dec2bin()`.

ii) Πραγματοποιούμε κβάντιση του σήματος, χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο κβαντιστή 8 bits, άρα θα έχουμε $2^8 = 256$ επίπεδα και μέγεθος βήματος $\Delta = \frac{\max - \min}{\text{επίπεδα}} = \frac{121 - 32}{256} = 0.3477$. Η έξοδος του κβαντιστή είναι η παρακάτω:



Ο οριζόντιος άξονας του παραπάνω διαγράμματος αναπαριστά τον κάθε χαρακτήρα του αρχείου από τον πρώτο μέχρι και τον τελευταίο, ενώ ο κατακόρυφος άξονας αναπαριστά τη δεκαδική αναπαράσταση των ASCII χαρακτήρων.

iii) Συνεχίζοντας, διαμορφώνουμε το κβαντισμένο σήμα χρησιμοποιώντας διαμόρφωση QPSK, θεωρώντας απεικόνιση με κωδικοποίηση Gray και σύμβολα πλάτους 1 Volt. Αρχικά, μετατρέπουμε τις κβαντισμένες τιμές σε ακολουθία bits και ύστερα υλοποιούμε τη διαμόρφωση QPSK πάνω στη βασική ζώνη, όμοια με το υποερώτημα (3.α), όπου αντιστοιχίζουμε κάθε δύο bits της ακολουθίας με ένα σύμβολο.

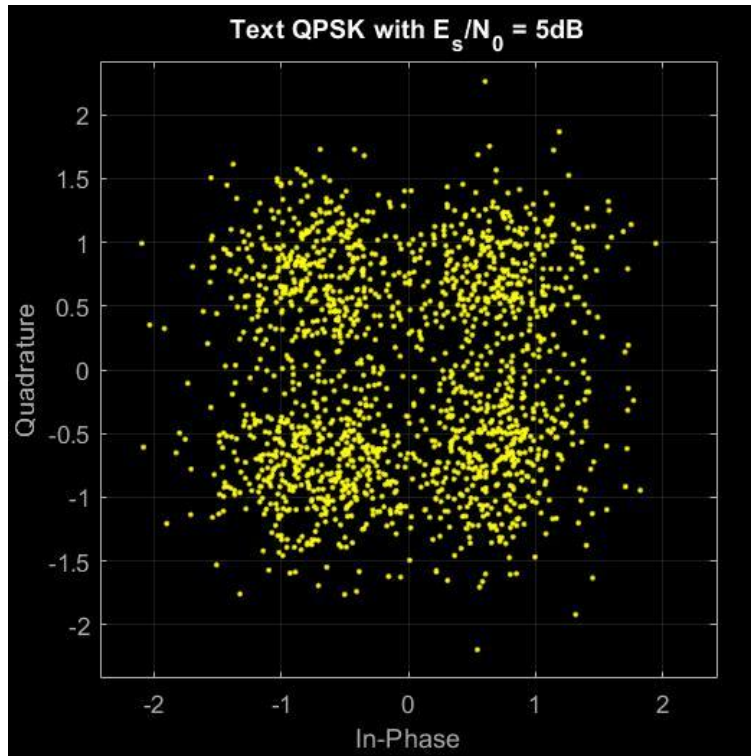


Όμοια με το προηγούμενο αντίστοιχο ερώτημα το σύμβολο s_1 , που αντιστοιχεί στα bits 00, αντιστοιχεί στο άνω δεξιό σημείο, το σύμβολο $s_2 \leftrightarrow 01$ αντιστοιχεί στο άνω αριστερά, το $s_3 \leftrightarrow 11$ στο κάτω αριστερά και το σύμβολο $s_4 \leftrightarrow 10$ αντιστοιχεί στο κάτω δεξιό σημείο.

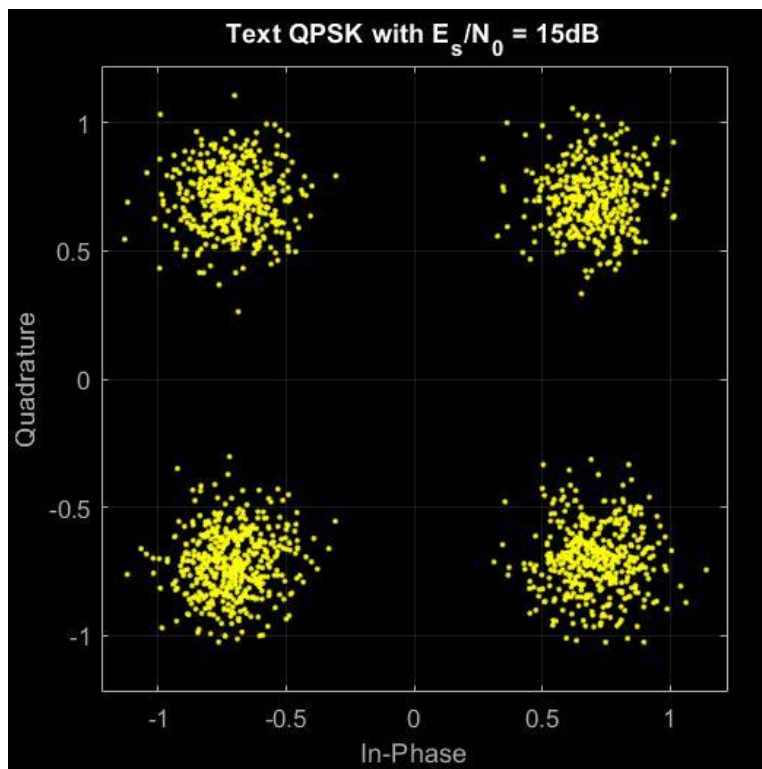
iv) Ακολουθώς, παράγουμε θόρυβο AWGN για δύο τιμές του E_s/N_0 , 5 και 15 dB, χρησιμοποιώντας την εντολή `awgn()` του Matlab. Η ενολή παίρνει σαν όρισμα το SNR, το οποίο το υπολογίζουμε μέσω του τύπου: $E_s/N_0 = 10 \log_{10}(0.5 * T_{\text{συμβόλου}}/T_{\text{bit}}) + \text{SNR}$, και επειδή η περίοδος του συμβόλου είναι διπλάσια από αυτή του bit για την διαμόρφωση QPSK το E_s/N_0 θα ταυτίζεται με το SNR.

ν) Παρατίθενται τα διαγράμματα αστερισμού για τα σήματα που προέκυψαν:

Για $E_s/N_0 = 5\text{dB}$:



Για $E_s/N_0 = 15\text{dB}$:



Για άλλη μια φορά βλέπουμε πως όσο μικρότερος είναι ο λόγος E_s/N_0 τόσο εντονότερος είναι και ο θόρυβος και επομένως τόσο πιθανότερο είναι και να συμβεί σφάλμα κατά την αποκωδικοποίηση. Ειδικά σε αυτήν την περίπτωση, για $E_s/N_0 = 5\text{dB}$ παρατηρούμε ότι είναι πολλές οι περιπτώσεις όπου δεν είναι διακριτό το σύμβολο στο οποίο αντιστοιχεί το σημείο.

vi) Όμοια με το υποερώτημα (γ) βρίσκουμε την πρακτική και τη θεωρητική τιμή του BER για E_s/N_0 5 και 15 dB. Η διαφορά με τα προηγούμενα ερωτήματα είναι πως τώρα μας δίνεται ο λόγος E_s/N_0 τον οποίο μετατρέπουμε πρώτα σε E_b/N_0 μέσω του τύπου $E_s/N_0 = E_b/N_0 \log_2(M)$, όπου $M = 4$ για τη διαμόρφωση QPSK και στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον τύπο που είδαμε στα προηγούμενα ερωτήματα.

Για $E_s/N_0 = 5\text{dB}$:

- Πειραματική Τιμή BER: 0.0321
- Θεωρητική Τιμή BER: 0.0377

Για $E_s/N_0 = 15\text{dB}$:

- Πειραματική Τιμή BER: 0
- Θεωρητική Τιμή BER: Υπολογίστηκε τιμή η οποία είναι τάξης μεγέθους του $e-09$, τιμή που πρακτικά προσεγγίζει το 0

Παρατηρούμε ότι η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου στην περίπτωση των 15dB είναι μηδενική, κάτι που μας υποδηλώνει πως το αποκωδικοποιημένο κείμενο δεν θα παρουσιάζει σφάλματα. Αντίθετα, στην περίπτωση όπου ο λόγος E_s/N_0 είναι 5dB παρατηρούμε ότι το σφάλμα είναι μια υπαρκτή περίπτωση και άρα ο δέκτης μπορεί να αποκωδικοποιήσει λάθος ορισμένα ψηφία.

vii) Έχοντας αποδιαμορφώσει ήδη τα σήματα με το θόρυβο παράγουμε και αποθηκεύουμε δύο αρχεία κειμένου, τα οποία ονομάζουμε 'text_5db_03119185.txt' και 'text_15db_03119185.txt' για τα 5 και τα 15 dB αντίστοιχα. Το αρχικό κείμενο που είχαμε ήταν το παρακάτω:

'The random noise considered is that which arises from shot effect in vacuum tubes or from thermal agitation of electrons in resistors. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] The shot effect in vacuum tubes is a typical example of noise. It is due to fluctuations in the intensity of the stream of electrons flowing from the cathode to the anode.'

Το κείμενο με λόγο 5dB είναι το εξής:

'The random noise considered is that which arises from the effect in vacuum tubes or from thermal agitation of electrons in resistors. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a

signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] The shot effect in vacuum tubes is a typical example of noise. It is due to fluctuations in the intensity of the stream of electrons flowing from the cathode to the anode.'

Το κείμενο με λόγο 15dB είναι το εξής:

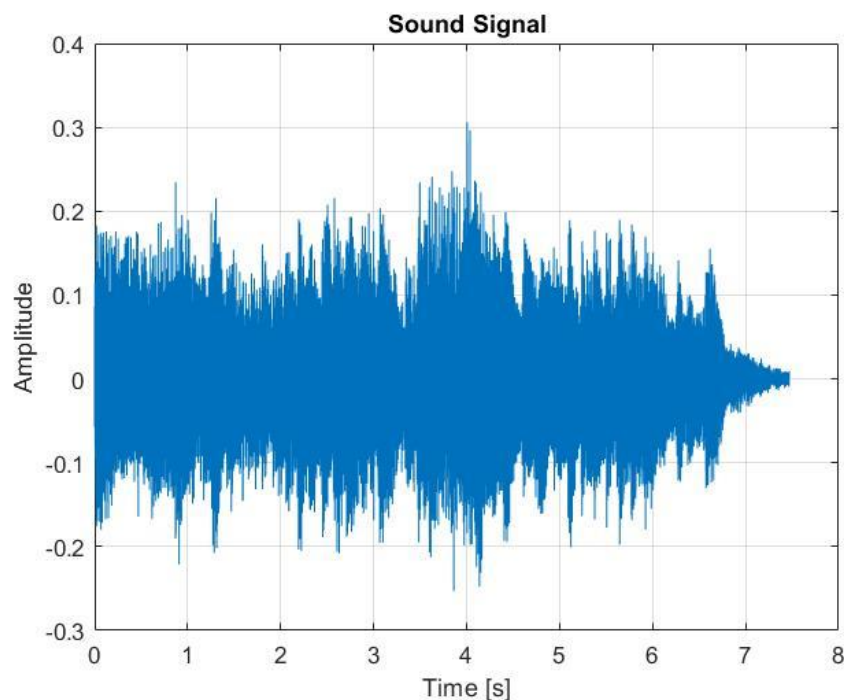
'The random noise considered is that which arises from shot effect in vacuum tubes or from thermal agitation of electrons in resistors. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] The shot effect in vacuum tubes is a typical example of noise. It is due to fluctuations in the intensity of the stream of electrons flowing from the cathode to the anode.'

Όπως μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε το κείμενο για 5dB έχει μεγάλο θόρυβο και έχουν γίνει πολλές λάθος αποκωδικοποιήσεις, καθώς διαφέρει σημαντικά από το αρχικό κείμενο. Αντίθετα, το κείμενο για 15dB δεν παρουσιάζει σφάλματα και ταυτίζεται με το αρχικό, δηλαδή δεν έγιναν λάθος αποκωδικοποιήσεις. Τα συμπεράσματα αυτά είναι αναμενόμενα καθώς είχαμε αντίστοιχες παρατηρήσεις στα διαγράμματα αστερισμού του υποερωτήματος (v).

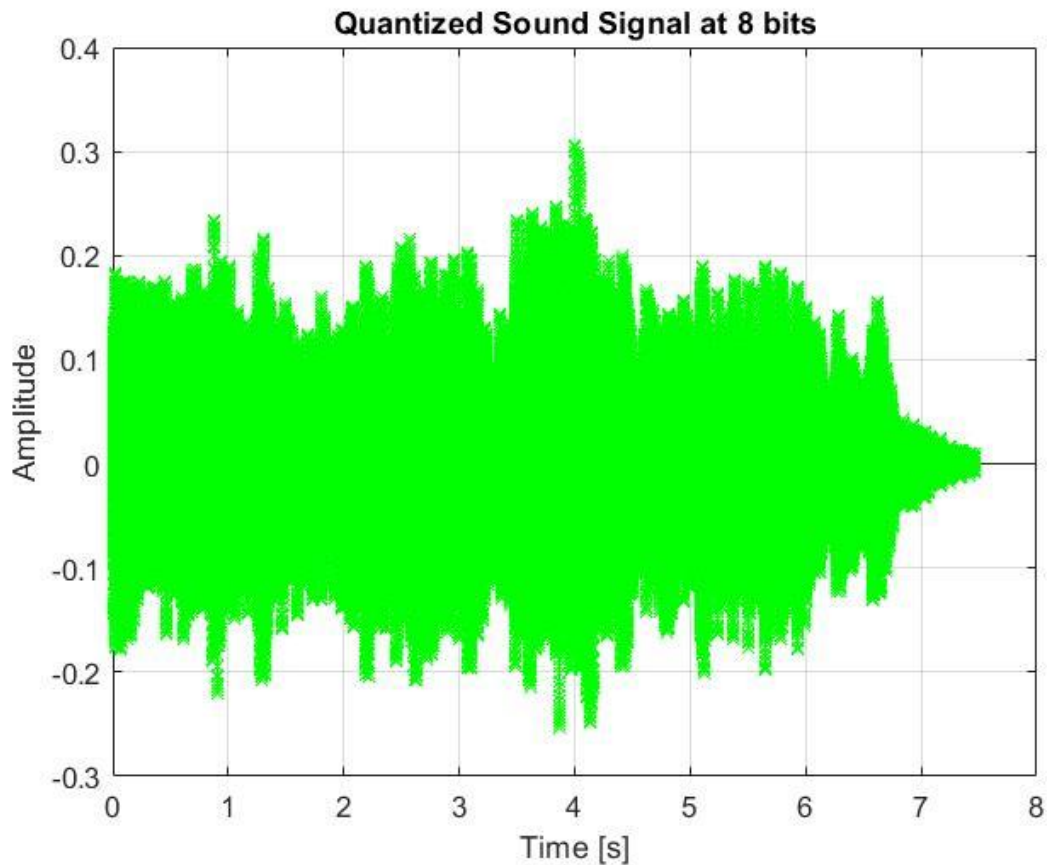
5^ο Ερώτημα

Λόγω περιττού αθροίσματος του AM χρησιμοποιούμε το αρχείο ήχου soundfile1_lab2.wav signed 16-bit PCM Mono 44100Hz.

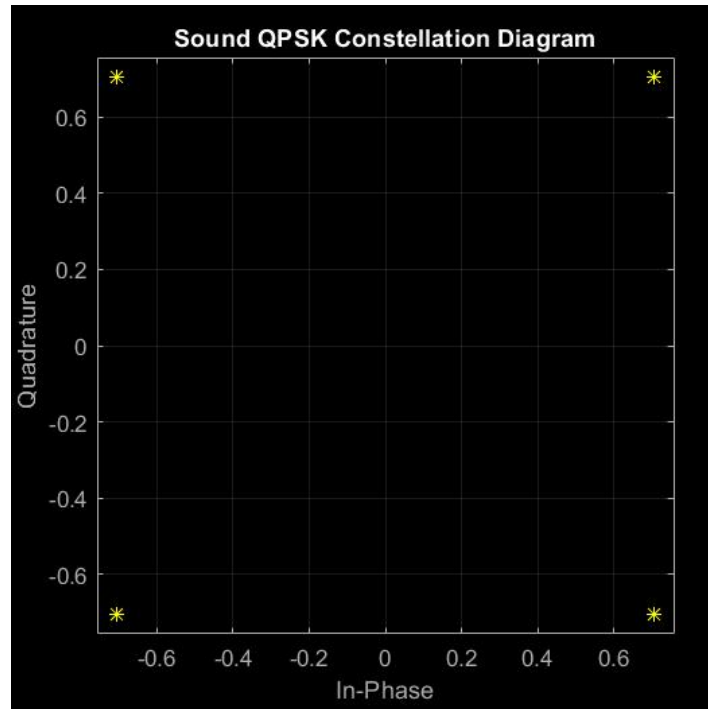
5.α) Αρχικά διαβάζουμε το αρχείο ήχου μέσω της εντολής `audioread()` του Matlab και στη συνέχεια αναπαριστούμε την κυματομορφή του σήματος όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



5.β) Όμοια με το ερώτημα (4.δ) πραγματοποιούμε κβάντιση του σήματος, χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο κβαντιστή 8 bits, άρα θα έχουμε $2^8 = 256$ επίπεδα και μέγεθος βήματος $\Delta = \frac{\max - \min}{\text{επίπεδα}}$
 $= \frac{0.3062 - (-0.253)}{256} = 0.00218$. Η έξοδος του κβαντιστή είναι η παρακάτω:



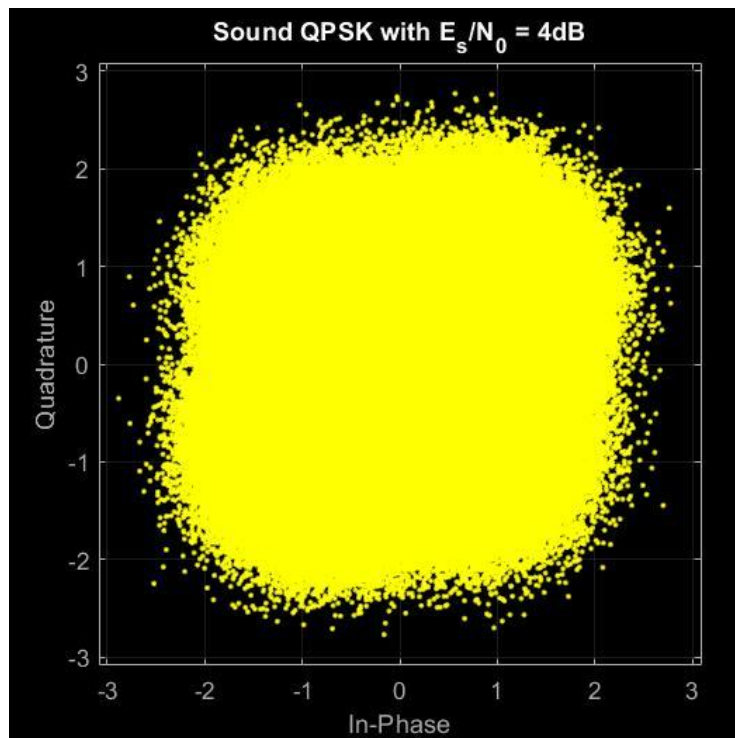
5.γ) Συνεχίζουμε διαμορφώνοντας το κβαντισμένο σήμα κατά QPSK με κωδικοποίηση Gray και σύμβολα πλάτους 1 Volt. Οι πόλοι στο διάγραμμα αστερισμού είναι όπως φαίνεται παρακάτω και αντιστοιχούν στα σύμβολα για διαμόρφωση QPSK όπως έχουμε δει και στα υπόλοιπα ερωτήματα.



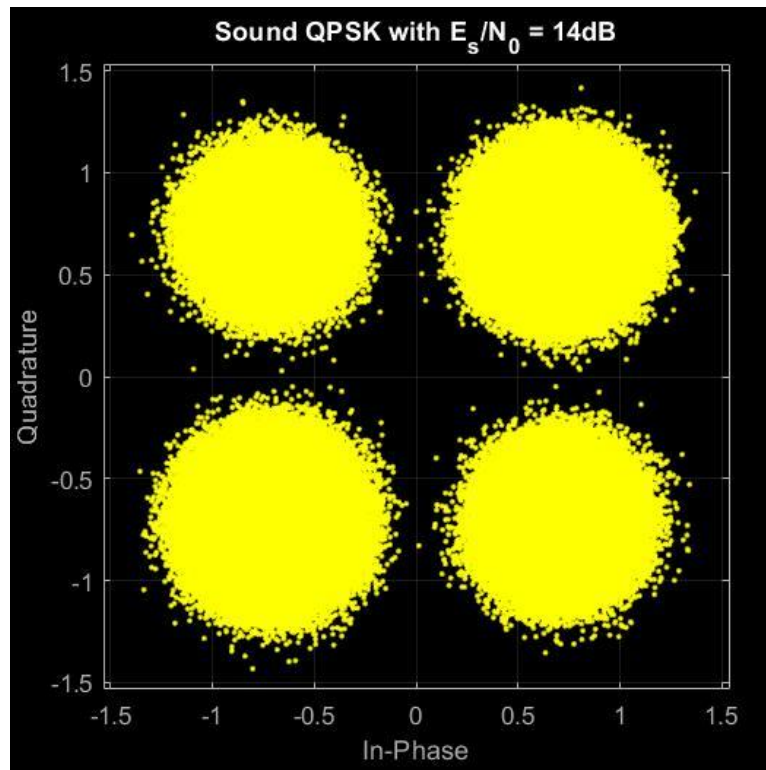
5.δ) Παράγουμε θόρυβο AWGN για δύο τιμές του E_s/N_0 , 4 και 14 dB και τον προσθέτουμε στο διαμορφωμένο κατά QPSK σήμα, όπως και στα προηγούμενα ερωτήματα.

5.ε) Παρακάτω δίνονται τα διαγράμματα αστερισμού για τα σήματα που προέκυψαν:

Για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$:



Για $E_s/N_0 = 14\text{dB}$:



Παρατηρούμε και πάλι πως για μικρότερο λόγο E_s/N_0 ο θόρυβος είναι εντονότερος με μεγαλύτερη πιθανότητα λάθους στην αποκωδικοποίηση. Για τα 4dB συγκεκριμένα τα σημεία αποτελούν μια ενιαία «μάζα», πράγμα που μας προδιαθέτει ότι το αποτέλεσμα της αποκωδικοποίησης θα έχει πολλά σφάλματα με μεγάλο θόρυβο.

5.στ) Όμοια με το υποερώτημα (4.δ.vi) βρίσκουμε την πρακτική και τη θεωρητική τιμή του BER για E_s/N_0 4 και 14 dB.

Για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$:

- Πειραματική Τιμή BER: 0.0566
- Θεωρητική Τιμή BER: 0.0565

Για $E_s/N_0 = 14\text{dB}$:

- Πειραματική Τιμή BER: 0
- Θεωρητική Τιμή BER: Τιμή τάξης μεγέθους του $e-07$, δηλαδή τείνει στο 0

Όμοια με το ερώτημα (4.δ.vi) παρατηρούμε ότι για μικρότερες τιμές του λόγου E_s/N_0 η πιθανότητα σφάλματος είναι μεγαλύτερη, κάτι που μας οδηγεί στο να περιμένουμε ο αποκωδικοποιημένος ήχος για τα 4dB να είναι χειρότερης ποιότητας από αυτόν με λόγο 14dB.

5.ζ) Έχοντας αποδιαμορφώσει ήδη τα σήματα με το θόρυβο παράγουμε και αποθηκεύουμε δύο αρχεία ήχου, τα οποία ονομάζουμε 'sound_4db_03119185.wav' και 'sound_14db_03119185.wav' για τα 5 και τα 15 dB αντίστοιχα και είναι σε μορφή unsigned 8-bit PCM Mono 44100 Hz.

Ακούγοντας το αρχείο ήχου παρατηρούμε ότι όσο μικρότερος είναι ο λόγος E_s/N_0 τόσο εντονότερος είναι και ο θόρυβος σε σύγκριση με το αρχικό. Επίσης, αν και στα παραπάνω υποερωτήματα έχουμε παρατηρήσει ότι για τα 14dB ο θόρυβος είναι αμελητέος, ακούγοντας το αρχείο παρατηρείται αλλοίωση του αρχικού ήχου. Αυτό συμβαίνει διότι πέρα από τον θόρυβο που προσθέτουμε, το αρχείο εξόδου είναι σε μορφή unsigned 8-bit, αντίθετα με το αρχείο εισόδου που είναι σε μορφή signed 16-bit και έτσι χάνουμε περιεχόμενο του αρχικού ήχου.