Projet Scientifique et Technique 3GM-PST-S2

Rapport de Synthèse

Modèle de simulation numérique de jeu d'adresse : Bowling

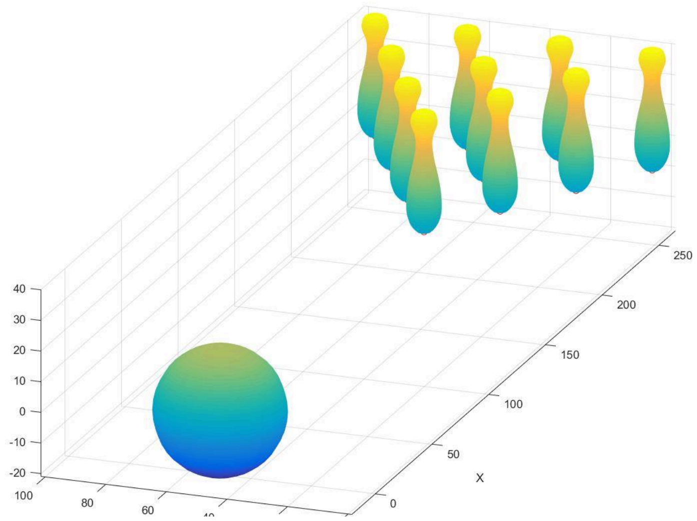

Figure [1]

CUVÉ Mathilde – FIMBEL Amaury   3GM-Y-12

Professeur référent : Nicolas FILLOT

Introduction et Problématique

En début de second semestre, nous avons choisi pour notre Projet Scientifique et Technique le sujet « Simulation numérique de jeu d'adresse ». Plus précisément, nous nous sommes focalisés sur le Bowling, sport d'origine américaine qui est beaucoup plus complexe qu'il n'y parait. Après plusieurs recherches d'informations sur le jeu et sa physique, il est apparu comme une évidence que la tâche qui allait nous attendre serait difficile.

C'est pourquoi nous nous sommes renseignés ensuite sur un sujet qui est devenu notre ligne de conduite lors de ce projet : Dans quelle mesure les hypothèses simplificatrices et l'élimination volontaire de certains paramètres nuisent-elles au réalisme d'un modèle de simulation numérique ?

Après avoir déterminé les impacts de ces différents éléments sur le système, nous nous sommes concentrés sur le code Matlab du projet, la transcription en code des phénomènes étudiés à l'aide de schémas numériques. Cette étape représente une bonne partie ainsi que la concrétisation d'un semestre de recherches et d'études.

Analyse physique du problème

Dans le bowling, il est question à la fois de mouvement de solides mais aussi de percussion de solides entre eux. Nos premières recherches sur le projet nous ont amené à de nombreuses interrogations sur la manière dont nous allions traiter notre sujet.

Tout d'abord, nous avons fait une étude sur le mouvement des solides en jeu. Le mouvement d'une boule qui roule sur un sol plat est relativement facile à calculer. Nous avons choisi de mener notre analyse dans un plan 2D en considérant que la boule est lâchée en contact direct avec le sol même si lors de la phase de percussion nous exploiterons les valeurs en altitude de nos points. A l'aide de la seconde loi de Newton, nous avons essayé de déterminer l'accélération de notre boule et, à partir d'intégrations successives, sa vitesse et sa position en fonction du temps. Les conditions initiales permettant de déterminer nos constantes d'intégration seront, pour partie, les variables d'entrées de notre système de simulation.
La première grosse interrogation de notre projet a été de savoir quelles forces nous pouvions prendre en compte et lesquelles nous devions impérativement utiliser dans notre modèle. Très vite, nous avons écarté de nombreuses forces dont l'impact est négligeable pour notre simulation et nous n'avons gardé que les forces suivantes : le poids, la réaction de la piste et les forces de frottements s'appliquant sur la boule lors de son mouvement.
Après calculs, nous avons obtenu une solution dépendant uniquement de nos variables d'entrée, de constantes physiques et du temps. C'est à ce moment-là que nous nous sommes rendu compte que notre boule glissait parfaitement sur la piste sans rouler avec ce modèle. Après plusieurs recherches sur le bowling à niveau professionnel, nous avons appris ce qu'était réellement le mouvement d'une boule de bowling lors d'un lancer.
Au début de son lancer, la boule a une vitesse de translation initiale mais aussi une vitesse de rotation autour d'un certain axe défini par le joueur. Cette vitesse de translation est prépondérante par rapport à l'autre ce qui explique la trajectoire rectiligne de la boule.
Au fil du temps, les forces de frottements freinent la boule : elles réduisent sa vitesse de translation. Quand la vitesse de rotation devient prépondérante par rapport à la vitesse de translation, la trajectoire de la boule fait un crochet avant de reprendre une translation rectiligne perpendiculaire à l'axe de rotation donné au départ.

Ayant connaissance de ses nouveaux éléments, nous avons pris la décision de garder le modèle d'une boule glissant sur le sol sans rotation. Le modèle du crochet a été imaginé mais pas implémenté faute de temps : la valeur de la vitesse de rotation et l'orientation de l'axe seraient des variables d'entrée considérées comme constantes. La vitesse de translation de la boule étant décroissante au cours du temps, elle passera forcément en dessous de la valeur de la vitesse de rotation (rad/sec converti en m/sec par rapport au diamètre de la boule). A ce moment-là, la nouvelle direction de la boule sera perpendiculaire à l'axe de rotation de la boule dans le sens du mouvement. La jonction entre ces deux lignes droites se faisant par une interpolation polynomiale d'ordre quadratique.

L'étude du mouvement lors de la phase pré-percussion est plutôt facile à déterminer. Dès la mise en place du contact dans l'équation, le phénomène est beaucoup plus difficile à analyser. La théorie des chocs qui nous a été décrite dans le cadre de nos cours de Dynamique des Systèmes Mécaniques (3GM-DYN-S1) n'est malheureusement pas suffisante pour nous permettre de poser notre problème en équation.

Dans un premier temps, nous avons voulu utiliser cette théorie afin d'expliciter le mouvement (direction et vitesse) de deux corps après une interaction avec l'aide de la formule de restitution (1)

$$(\overrightarrow{V^-_{boule}}+\overrightarrow{V^-_{quille}}) = -\ e\ ((\overrightarrow{V^+_{boule}}+\overrightarrow{V^+_{quille}})\ \textit{(1)}$$

e étant le coefficient de restitution entre les deux objets et les vitesses des objets sont exprimées avant le choc (-) et après le choc (+).

Néanmoins, cette équation semble affirmer que notre boule de bowling fait « demi-tour » après le choc ce qui est impossible : notre modèle est erroné. Après plusieurs recherches sur l'impact de la géométrie massique dans la théorie des chocs nous en sommes venus à la conclusion que les masses et barycentres de nos solides avaient une importance capitale dans notre système. Avant de nous lancer dans des calculs plus laborieux, compliqués et sans doute stériles, monsieur FILLOT nous a enjoint l'idée de ne travailler qu'à l'aide de la seconde loi de Newton et de poser un Principe Fondamental de la Dynamique sur chaque intervalle de temps *dt* que comptait notre simulation de durée t. Ainsi, un recalcul « en continu » de notre position, vitesse et accélération amènerait une simulation plus précise et plus performante pour gérer le déplacement et l'interaction de plusieurs corps simultanément.

Enfin, il nous a aidé à traiter le problème de la percussion de nos corps. En faisant l'hypothèse de corps élastiques, on peut considérer que le choc entre les corps revient à l'interpénétration d'un corps dans l'autre. Cette interpénétration quant à elle peut être assimilée à une force de rappel de ressort. La boule et la quille ont chacune une raideur *k* propre et la distance d'interpénétration est la différence de longueur sous chargement *dx* de ce « ressort ». On obtient donc une force de rappel de cette forme (2)

$$\overrightarrow{F} = -k\,dx\,\overrightarrow{e_1}\ \textit{(2)}$$

à ajouter dans notre Principe Fondamental, $\overrightarrow{e_1}$ étant la direction reliant les centres de masses des deux corps.

Une fois que nous avions réglé les questions à propos de la trajectoire, nous nous sommes attaqués à la problématique du basculement des quilles. Matlab a une fonction intégrée à son interface « rotate » qui permet de faire tourner un objet suivant les axes x, y et z, autour d'un point fixe. A partir de calculs trigonométriques, nous avons déterminé la valeur de l'angle maximal avant basculement de la quille. Pour nos dimensions, nous avons une valeur limite d'environ 10° (0.174 radian) avant que la quille ne bascule. Nous avons ensuite dissocié les basculements en deux types, les basculements avec impact au niveau du centre de gravité et les basculements avec impact à un autre endroit. Si la quille est touchée au niveau de son centre de gravité, elle bascule suivant un point fixe situé à sa base, en contact avec le sol. Si la quille est touchée à n'importe qu'elle autre endroit, son centre de rotation sera son centre de gravité. En prenant en compte la vitesse et la localisation de l'impact, nous avons déterminé des conditions limites de basculement fonctionnelles.

Hypothèses et simplifications

La représentation numérique d'un modèle physique réel est un exercice complexe puisque de nombreux phénomènes sont difficiles à comprendre et par conséquent laborieux à transcrire en ligne de code. C'est pourquoi les modèles utilisent des hypothèses simplificatrices permettant d'éluder certains points de la physique dont l'impact sur le système réel est négligeable. Néanmoins, même si ce changement est léger, il influe sur le réalisme de la modélisation, il faut donc travailler sur l'équilibre entre le degré de réalisme voulu et la difficulté du modèle proposé.

Ainsi, nous avons fait de nombreuses hypothèses simplificatrices sur notre projet afin d'obtenir une simulation fonctionnelle se voulant la plus proche possible de la réalité.

Premièrement, nous avons fait des concessions au niveau des formes de nos éléments. Notre premier modèle de quille a été créé de manière précise à l'aide d'un profil de quille conforme à la norme officielle. A l'aide d'une série de points et d'une interpolation quadratique, nous avons obtenu un profil très proche de l'original. Toutefois, son temps de création élevé et sa géométrie particulièrement complexe à exploiter en termes de collisions nous a fait comprendre que le modèle retenu était improductif. Nous avons donc opté pour une forme plus sommaire mais dont les caractéristiques physiques sont très proches : un simple cylindre. Pour le modèle en deux dimensions cela n'a que peu d'importance puisque dans un plan il s'agira d'une collision entre deux disques, que nous ayons choisi des sphères ou des cylindres. Nous garderons la forme spécifique de la quille pour un affichage plus réaliste.

Ensuite, après quelques recherches sur le bowling au niveau professionnel, nous nous sommes rendu compte que les boules utilisées étaient tout aussi complexes. Elles possèdent un cœur liquide avec des formes particulières permettant un décalage du centre de masse pour acquérir une inertie et une dynamique spécifiques au joueur. Nous avons fait l'hypothèse de l'utilisation d'une boule pleine, parfaite dont le centre de masse est son centre géométrique. La phase de glisse et rotation de la boule n'en demeure pas moins intéressante à étudier, même si la modélisation des collisions entre quilles a été notre priorité.

La piste de bowling possède également des propriétés précises. En réalité, elle est très légèrement en pente (même si la réglementation limite fermement cette valeur), possède des défauts non continus et un gradient de lubrification par huile diminuant avec la distance. Dans notre modèle, la piste sera parfaitement plane, sans dénivellation et avec un coefficient de frottement constant sur toute sa longueur.

Partie informatique

Après avoir essayé de déterminer le plus précisément possible les éléments physiques constituant notre problème, il ne nous restait que la partie codage informatique pour mener notre projet à terme. Pour gérer un programme informatique constitué de calculs itératifs d'intégrales, nous avons choisi d'utiliser un schéma numérique de Newmark pour intégrer nos équations différentielles. La méthode de Newmark est souvent utilisée pour résoudre des problèmes de mécanique. Nous avons travaillé avec un schéma de Verlet (γ= 1/2 et β = 0) qui est à la fois stable et consistant. [1]

Nous avons rajouté un schéma d'Euler explicite pour nous donner une estimation de la position au temps t_{+1} plus exactement les positions des quilles pour savoir s'il y avait contact. Et ensuite nous avons lancé le schéma de Verlet.

Le reste de notre code est somme toute relativement basique, tirant parti du mieux possible des méthodes propres au logiciel et de l'algèbre booléenne classique.

Résultats obtenus

Pour le moment, les résultats obtenus sont loin de nos espérances idéalisées de début de projet. Après les avoir revus à la baisse au cours du semestre, nous pouvons affirmer que nous nous sommes fortement approchés de ce second objectif.

Notre boule suit une trajectoire réaliste tout au long du lancer : avec perte d'énergie cinétique continue lors du roulement et discontinuité de l'énergie cinétique au moment du choc. Selon nos hypothèses (restitution de l'énergie après impact) l'évolution physique du système {boule + quilles} parait cohérent.

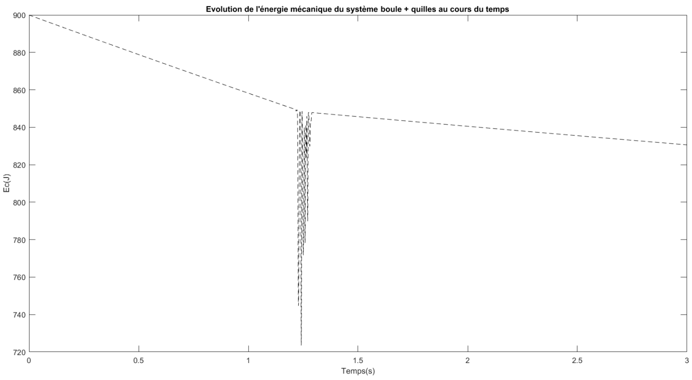

Figure [2]

Pour ce qui est du système quille, nous avons réussi à gérer le transfert d'énergie entre la boule et la quille et avec les quilles entre elles à l'aide notamment du schéma de Verlet et de nos hypothèses précédentes. Néanmoins, le mouvement des quilles n'était qu'une simple translation suivant la sollicitation considérée sans basculement des quilles. Notre contrainte de réalisme nous a donc obligé à travailler sur le basculement un peu plus précisément. En gardant en mémoire les positions et les forces d'impact, nous avons pu mettre en place des conditions de basculement sommaires mais fonctionnelles. Il nous reste cependant à les mettre en place dans un nouveau modèle 3D où nos quilles seront représentées par des sphères superposées.

Conclusion et prise de recul

Notre objectif principal lors de ce projet était de faire un rendu fonctionnel sous interface graphique GUI pour un visuel plus ludique et convivial. Nous nous sommes vite rendus compte que nous n'aurions malheureusement pas le temps de travailler sur cette interface graphique, c'est pourquoi nous nous sommes fortement investis sur le code en lui-même.

Ce projet nous a apporté beaucoup de choses autant du point de vue technique que du point de vue social. Le travail en groupe, la confrontation d'idées, la répartition de travail au sein du binôme la collecte d'informations aussi bien dans les documents que chez les autres groupes de PST, cette entraide mutuelle ayant été bénéfique pour beaucoup de projets scientifiques et techniques de notre groupe. Les discussions avec notre professeur référent ont également été très intéressantes. On a ainsi pu remarquer que le travail d'ingénieur, c'est en partie de savoir se détacher de ses connaissances pour confectionner un modèle différent de la réalité mais dont la finalité est très proche. Le travail d'ingénieur, c'est aussi accepter que l'on n'ait pas les connaissances ou capacités pour régler tel type de problème et devoir poser des hypothèses simplificatrices pour s'en sortir.

D'un point de vue technique, ce projet a été l'occasion pour nous de réutiliser dans un contexte concret des savoirs acquis lors de notre formation au département Génie Mécanique mais aussi de compléter notre formation sur de nombreux sujets de mécanique et d'approfondir notamment la théorie des chocs à laquelle nous avons été initié au premier semestre.

Bibliographie

[1] Fillot Nicolas, Maxim Voichita, Renard Yves, Xin Shile. *Schémas numériques pour les équations différentielles et aux dérivées partielles*.2015

https://fr.mathworks.com/

Iconographie

Figure [1] : Vue d'ensemble de la partie graphique du projet. Fichier personnel

Figure [2] : Evolution de l'énergie cinétique du système boule + quilles au cours du temps. Impact à 1,25 seconde. Fichier personnel

Annexes

Vous trouverez ci-joint, dans des fichiers séparés, l'intégralité de nos fichiers Matlab (susceptibles d'être modifiés d'ici à la soutenance) ainsi que les chartes d'engagement anti-plagiat.