

最长递增子序列问题与扩展

前置知识:

讲解006 - 二分搜索

讲解066 - 一维动态规划

【必备】课程的动态规划大专题从讲解066开始，建议从头开始学习会比较系统

本节课讲述：最长递增子序列 & 最长不下降子序列 的最优解，以及一些扩展题目

注意：

本节课讲述的是最优解，时间复杂度是 $O(n*\log n)$ ，空间复杂度 $O(n)$ ，好实现、理解难度不大

这个问题也可以用线段树来求解，时间和空间复杂度和本节讲的最优解没有区别，但需要理解线段树

线段树会在【扩展】课程阶段讲述

最长递增子序列问题与扩展

题目1

最长递增子序列

给定一个整数数组`nums`

找到其中最严格递增子序列长度、最长不下降子序列长度

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/longest-increasing-subsequence/>

最长不下降子序列

只需要改写二分策略即可

最长递增子序列问题与扩展

题目2

俄罗斯套娃信封问题

给你一个二维整数数组 *envelopes*

其中 *envelopes[i] = [wi, hi]*

表示第 *i* 个信封的宽度和高度

当另一个信封的宽度和高度都比这个信封大的时候

这个信封就可以放进另一个信封里，如同俄罗斯套娃一样

请计算 最多能有多少个信封能组成一组“俄罗斯套娃”信封

即可以把一个信封放到另一个信封里面，注意不允许旋转信封

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/russian-doll-envelopes/>

最长递增子序列问题与扩展

题目3

使数组 K 递增的最少操作次数

给你一个下标从 0 开始包含 n 个正整数的数组 arr ，和一个正整数 k

如果对于每个满足 $k \leq i \leq n-1$ 的下标 i

都有 $arr[i-k] \leq arr[i]$ ，那么称 arr 是 K 递增的

每一次操作中，你可以选择一个下标 i 并将 $arr[i]$ 改成任意正整数

请你返回对于给定的 k ，使数组变成 K 递增的最少操作次数

测试链接：

<https://leetcode.cn/problems/minimum-operations-to-make-the-array-k-increasing/>

最长递增子序列问题与扩展

题目4

最长数对链

给你一个由 n 个数对组成的数对数组 $pairs$

其中 $pairs[i] = [left_i, right_i]$ 且 $left_i < right_i$

现在，我们定义一种 跟随 关系，当且仅当 $b < c$ 时

数对 $p2 = [c, d]$ 才可以跟在 $p1 = [a, b]$ 后面

我们用这种形式来构造 数对链

找出并返回能够形成的最长数对链的长度

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/maximum-length-of-pair-chain/>

最长递增子序列问题与扩展

题目5

有一次修改机会的最长不下降子序列

给定一个长度为 n 的数组 arr ，和一个整数 k

只有一次机会可以将其中连续的 k 个数全修改成任意一个值

这次机会你可以用也可以不用，请返回最长不下降子序列长度

$1 \leq k, n \leq 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^6$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P8776>

最长递增子序列问题与扩展

预告

最长递增子序列的数量问题

给定一个未排序的整数数组`nums`，返回最长递增子序列的个数

测试链接：

<https://leetcode.cn/problems/number-of-longest-increasing-subsequence/>

这个问题的最优解能做到 $O(n * \log n)$

会放在【扩展】课程阶段，详解树状数组(*index tree*)的时候来讲解

用这个高级数据结构来求解这个题会很方便

这里为什么要提呢？主要是想说：巧妙构思 vs 成熟体系