

# 树上问题专题6-换根 $dp$

前置知识

讲解059 - 链式前向星建图

讲解078、讲解079 - 树型 $dp$ ，一定要掌握再看本节课

讲解118 - 专题1：树上倍增和 $LCA$ -上，本节课需要递归函数改成迭代函数的技巧

树上问题专题讲述顺序

专题1：树上倍增和 $LCA$ -上，讲解118

专题2：树上倍增和 $LCA$ -下，讲解119

专题3：树的重心，讲解120

专题4：树的直径，讲解121

专题5：树上差分，讲解122

专题6：换根 $dp$ ，讲解123，本节

树的静态点分治、树的动态点分治、树链剖分、基环树 $dp$ 、启发式合并等内容会在【挺难】阶段讲述

# 树上问题专题6-换根 $dp$

换根 $dp$ 入门题

先解决如下题目，然后对换根 $dp$ 做整体说明

题目1

最大深度和

给定一棵 $n$ 个点的树，找到一个节点，使得以这个节点为根时，到达所有节点的深度之和最大

如果有多个节点满足要求，返回节点编号最小的

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3478>

# 树上问题专题6-换根 $dp$

## 换根 $dp$

树上的某些问题，需要知道以不同的节点做根的情况下，答案是多少

## 换根 $dp$ 的思考重点

如果已经得到父节点做根的答案，怎么加工得到子节点做根的答案，就是所谓的换根

为了达成换根这个目标，可能需要设置若干额外的信息来帮助计算

## 换根 $dp$ 的过程

1，先以节点1为头进行树的遍历，收集信息， $dfs1$ 过程

2，得到1节点做根的答案，然后从1节点开始再进行树的遍历，求解每个节点做根的答案， $dfs2$ 过程

核心在于换根时，答案如何转移

# 树上问题专题6-换根dp

## 题目2

染色的最大收益

给定一棵 $n$ 个点的树，初始时所有节点全是白点

第一次操作，你可以选择任意点染黑

以后每次操作，必须选择已经染黑的点的相邻点继续染黑，一直到所有的点都被染完

每次都获得，当前被染色点的白色连通块大小，作为收益

返回可获得的最大收益和

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF1187E>

# 树上问题专题6-换根dp

## 题目3

翻转道路数量最少的首都

给定一棵 $n$ 个点的树，但是给定的每条边都是有向的

需要选择某个城市为首都，要求首都一定可以去往任何一个城市

这样一来，可能需要翻转一些边的方向才能做到，现在想翻转道路的数量尽量少

打印最少翻转几条道路就可以拥有首都

如果有若干点做首都时，翻转道路的数量都是最少的，那么打印这些点

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF219D>

# 树上问题专题6-换根dp

## 题目4

选择节点做根使流量和最大

给定一棵 $n$ 个点的树，边的边权代表流量限制

从边上流过的流量，不能超过流量限制

现在想知道以某个节点做根时，流到所有叶节点的流量，最大是多少

测试链接：<http://poj.org/problem?id=3585>

# 树上问题专题6-换根dp

## 题目5

每个节点距离 $k$ 以内的权值和

给定一棵 $n$ 个点的树，每个点有点权

到达每个节点的距离不超过 $k$ 的节点就有若干个

把这些节点权值加起来，就是该点不超过距离 $k$ 的点权和

打印每个节点不超过距离 $k$ 的点权和

注意 $k$ 并不大

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3047>

# 树上问题专题6-换根dp

## 题目6

哪些点可以改造成重心

给定一棵 $n$ 个点的树，你可以随便删掉一条边，然后随便加上一条边

通过这种方式可以让很多点变成重心

打印所有能变成重心的点

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF708C>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/708/C>

讲解120 - 树的重心，一定要先掌握，然后再看本题的解析



# 树上问题专题6-换根dp

## 题目7

聚会后送每个人回家最短用时

给定一棵 $n$ 个点的树，边权代表走过边需要花费的时间

给定 $k$ 个人分别在树上的哪些节点

这 $k$ 个人选择了一个聚会点，所有的人都去往聚会点进行聚会

聚会结束后，所有人都会上一辆车，车会把每个人送回家

送完最后一个乘客，车不需要回到聚会点

如果聚会点在 $i$ ，请问从聚会地点出发直到送最后一个人回家，最短用时多少

$i = 1 \sim n$ ，打印所有的答案

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P6419>