

# 单调队列/单调栈优化

前置知识

讲解052、讲解053 - 单调栈

讲解054、讲解055 - 单调队列

讲解066 ~ 讲解088 - 【必备】阶段动态规划专题，整个专题都需要

动态规划优化专题的讲述顺序

专题1：优化尝试和状态设计-上，讲解127

专题2：优化尝试和状态设计-下，讲解128

专题3：倍增优化，讲解129

专题4：单调队列/单调栈优化，讲解130，本节

专题5：树状数组/线段树优化，讲解131

专题6：预处理数组优化，讲解132

以上内容是【扩展】课程阶段，动态规划优化的讲述内容

单调性优化的更多内容，比如斜率优化、四边形不等式优化等，会在【挺难】阶段的视频中讲述

# 单调队列/单调栈优化

## 题目1

向右跳跃获得最大得分

给定长度为 $n+1$ 的数组 $arr$ ，下标编号 $0 \sim n$ ，给定正数 $a$ 、 $b$

一开始在 $0$ 位置，每次可以选择 $[a,b]$ 之间的一个整数，作为向右跳跃的距离

每来到一个位置 $i$ ，可以获得 $arr[i]$ 作为得分，位置一旦大于 $n$ 就停止

返回能获得的最大得分

$$1 \leq n \leq 2 * 10^5$$

$$1 \leq a \leq b \leq n$$

$$-1000 \leq arr[i] \leq +1000$$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1725>

## 单调队列优化基础题

其实在讲解075，就讲过多重背包问题的单调队列优化，分析过程比较难，可以学完本节可以去复习一下

# 单调队列/单调栈优化

## 题目2

向下收集获得最大能量

有一个 $n * m$ 的区域，行和列的编号从1开始

每个能量点用 $(i, j, v)$ 表示， $i$ 行 $j$ 列上有价值为 $v$ 的能量点

一共有 $k$ 个能量点，并且所有能量点一定在不同的位置

一开始可以在第1行的任意位置，然后每一步必须向下移动

向下去往哪个格子是一个范围，如果当前在 $(i, j)$ 位置

那么往下可以选择 $(i+1, j-t) \dots (i+1, j+t)$ 其中的一个格子

到达最后一行时，收集过程停止，返回能收集到的最大能量价值

$1 \leq n, m, k, t \leq 4000$

$1 \leq v \leq 100$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3800>

单调队列优化基础题

# 单调队列/单调栈优化

## 题目3

不超过连续 $k$ 个元素的最大累加和

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，你可以随意选择数字

要求选择的方案中，连续选择的个数不能超过 $k$ 个

返回能得到的最大累加和

$1 \leq n, k \leq 10^5$

$0 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2627>

公式加工 + 单调队列优化

# 单调队列/单调栈优化

## 题目4

粉刷木板的最大收益

一共有 $n$ 个木板，每个木板长度为1，最多粉刷一次，也可以不刷

一共有 $m$ 个工人，每个工人用 $(l_i, p_i, s_i)$ 表示：

该工人必须刷连续区域的木板，并且连续的长度不超过 $l_i$

该工人每刷一块木板可以得到 $p_i$ 的钱

该工人刷的连续区域必须包含 $s_i$ 位置的木板

返回所有工人最多能获得多少钱

$1 \leq n \leq 16000$

$1 \leq m \leq 100$

$1 \leq p_i \leq 10000$

测试链接：<http://poj.org/problem?id=1821>

公式加工 + 单调队列优化

# 单调队列/单调栈优化

## 题目5

最小移动总距离

所有工厂和机器人都分布在x轴上

给定长度为 $n$ 的二维数组 $factory$ ,  $factory[i][0]$ 为 $i$ 号工厂的位置,  $factory[i][1]$ 为容量

给定长度为 $m$ 的一维数组 $robot$ ,  $robot[j]$ 为第 $j$ 个机器人的位置

每个工厂所在的位置都不同, 每个机器人所在的位置都不同, 机器人到工厂的距离为位置差的绝对值

所有机器人都是坏的, 但是机器人可以去往任何工厂进行修理, 但是不能超过某个工厂的容量

测试数据保证所有机器人都可以被维修, 返回所有机器人移动的最小总距离

$1 \leq n, m \leq 100$

$-10^9 \leq factory[i][0], robot[j] \leq +10^9$

$0 \leq factory[i][1] \leq m$

测试链接: <https://leetcode.cn/problems/minimum-total-distance-traveled/>

公式加工 + 单调队列优化



# 单调队列/单调栈优化

题目6

巫师力量和

题目可以简化为如下的描述

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，下标从0开始

任何一个子数组的指标为，子数组累加和 \* 子数组中最小值

返回 $arr$ 中所有子数组指标的累加和，答案对1000000007取余

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/sum-of-total-strength-of-wizards/>

推荐先看讲解052，题目3，子数组最小值之和，对本题的理解非常有帮助

公式加工 + 单调栈优化

注意，单调栈优化和斜率优化结合非常紧密，【挺难】阶段的课程会进一步讲述

# 单调队列/单调栈优化

## 题目7

子数组最大变序和

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，变序和定义如下

数组中每个值都可以减小或者不变，必须把整体变成严格升序的  
所有方案中，能得到的最大累加和，叫做数组的变序和

比如 $[1, 100, 7]$ ，变序和 $14$ ，方案为变成 $[1, 6, 7]$

比如 $[5, 4, 9]$ ，变序和 $16$ ，方案为变成 $[3, 4, 9]$

比如 $[1, 4, 2]$ ，变序和 $3$ ，方案为变成 $[0, 1, 2]$

返回 $arr$ 所有子数组的变序和中，最大的那个

$1 \leq n$ 、 $arr[i] \leq 10^6$

来自真实大厂笔试，对数器验证

较难的分析 + 单调栈优化

注意，单调栈优化和斜率优化结合非常紧密，【挺难】阶段的课程会进一步讲述



# 单调队列/单调栈优化

## 题目 8

送箱子到码头的最少行程数

一共有 $m$ 个码头，编号 $1 \sim m$ ，给定长度为 $n$ 的二维数组 $boxes$

$boxes[i][0]$ 表示 $i$ 号箱子要送往的码头， $boxes[i][1]$ 表示 $i$ 号箱子重量

有一辆马车，一次最多能装 $a$ 个箱子并且箱子总重量不能超过 $b$

马车一开始在仓库，可以认为在 $0$ 位置，马车每开动一次，认为行程 $+1$

箱子必须按照 $boxes$ 规定的顺序被放上马车，也必须按照顺序被送往各自的码头

马车上相邻的箱子如果去往同一个码头，那么认为共享同一趟行程

马车可能经过多次送货，每次装货需要回到仓库，认为行程 $+1$ ，送完所有的货，最终要回到仓库，行程 $+1$

返回至少需要几个行程能把所有的货都送完

所有数据的范围  $\leq 10^5$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/delivering-boxes-from-storage-to-ports/>

贪心分析 + 窗口优化，只用有限几个变量维护窗口信息，无需单调队列/单调栈