

线性基 - 下

前置知识

讲解**110** - 线段树原理和代码详解，本节课题目**2**需要

讲解**118** - 树上倍增和**LCA**-上 + *dfs*递归版改成迭代版，本节课题目**3**、题目**4**需要

讲解**136** - 异或空间线性基-上

视频分为上下两期

上期讲述：异或空间线性基原理，普通消元 & 高斯消元生成线性基的过程图解，练习常见题目

本期讲述：向量空间线性基、异或空间线性基的合并、异或空间线性基和其他内容结合的题目

线性基 - 下

题目1

装备购买

一共有 n 个物品，每个物品都有 m 个属性值

下面定义什么是不必要的物品：如果已经选择了 k 个物品，此时又有一件当前物品
如果给已经选择的物品分配一组相乘的系数，并把属性值相加，就能得到当前物品
那么就说当前物品是不必要的，比如下面的例子

$$a = \{4, 6, 2\}, b = \{2, 8, 4\}, c = \{6, 19, 9\}$$

$a * 0.5 + b * 2 = c$ ，那么 c 物品是不必要的

每个物品都有价格，现在希望尽量多的购买物品，但不能出现不必要的物品

返回最多能买几件物品和最少的花费

$$1 \leq n, m \leq 500 \quad 0 \leq \text{属性值} \leq 1000$$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3265>

向量空间线性基也可以用高斯消元找到标准形式，过程和异或空间线性基类似，不再赘述

线性基 - 下

题目2

P哥的桶

一共有 n 个桶，排成一排，编号 $1 \sim n$ ，每个桶可以装下任意个数字

高效的实现如下两个操作

操作 1 $k\ v$: 把数字 v 放入 k 号桶中

操作 2 $l\ r$: 可以从 $l..r$ 号桶中随意拿数字，返回异或和最大的结果

$1 \leq n, m \leq 5 * 10^4$

$0 \leq v \leq 2^{31} - 1$

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P4839>

异或空间线性基 + 线段树

线性基 - 下

题目3

幸运数字

一共有 n 个点，编号 $1 \sim n$ ，由 $n-1$ 条边连成一棵树，每个点上有数字

一共有 q 条查询，每次返回 a 到 b 的路径上，可以随意选择数字，能得到的最大异或和

$$1 \leq n \leq 2 * 10^4$$

$$1 \leq q \leq 2 * 10^5$$

$$0 \leq \text{点上的数字} \leq 2^{60}$$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3292>

异或空间线性基的替换 + 树上倍增 + 递归改迭代

线性基 - 下

题目4

路径最大异或和

一共有 n 个点，编号 $1 \sim n$ ，由 m 条无向边连接

每条边有权值，输入保证图是连通的，可能有环

找到 1 到 n 的一条路径，路径可以重复经过某些点或边

当一条边在路径中出现了多次时，异或的时候也要算多次

希望找到一条从 1 到 n 的路径，所有边权异或和尽量大，返回这个最大异或和

$1 \leq n \leq 50000$ $1 \leq m \leq 100000$ $0 \leq \text{边权} \leq 10^{18}$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4151>

异或空间线性基 + 图的分析 + 递归改迭代

本题严格来说属于基环树 dp 的范畴，但哪怕没有系统学过基环树 dp ，本题的解法也能理解

基环树 dp 会在【挺难】阶段的课程讲述