

# 状压 $dp$ -上

前置知识:

讲解003、讲解030、讲解031、讲解032、讲解033 - 位运算基础

讲解043 - 根据数据量猜解法的技巧，天字第一号重要技巧

讲解063 - 双向广搜

讲解067 - 从递归入手二维动态规划

【必备】课程的动态规划大专题从讲解066开始，建议从头开始学习会比较系统

本节课会讲述状压 $dp$ 的原理以及4个题目，其中包括大名鼎鼎的TSP问题（题目4）

下节课会见识更多状压 $dp$ 问题 & 更多技巧

注意:

轮廓线 $dp$ 是状压 $dp$ 中一类比较难的问题，【扩展】课程阶段讲述

插头 $dp$ 是轮廓线 $dp$ 中一类更难的问题，在笔试、面试中几乎没有出现的可能，不会安排。比赛同学自行学习

# 状压 $dp$ -上

## 状压 $dp$

设计一个整型可变参数 $status$ ，利用 $status$ 的位信息，来表示：

某个样本是否还能使用，然后利用这个信息进行尝试

写出尝试的递归函数  $\rightarrow$  记忆化搜索  $\rightarrow$  严格位置依赖的动态规划  $\rightarrow$  空间压缩等优化

如果有 $k$ 个样本，那么表示这些样本的状态，数量是 $2^k$

所以可变参数 $status$ 的范围： $0 \sim (2^k)-1$

样本每增加一个，状态的数量是指数级增长的，所以状压 $dp$ 能解决的问题往往样本数据量都不大

一般样本数量在20个以内( $10^6$ )，如果超过这个数量，计算量(指令条数)会超过  $10^7 \sim 10^8$

讲解043 - 根据数据量猜解法的技巧，天字第一号重要技巧

如果样本数量大到状压 $dp$ 解决不了，或者任何动态规划都不可行，那么双向广搜是一个备选思路

讲解063 - 双向广搜

# 状压dp-上

## 题目1

我能赢吗

给定两个整数 $n$ 和 $m$

两个玩家可以轮流从公共整数池中抽取从1到 $n$ 的整数（不放回）

抽取的整数会累加起来（两个玩家都算）

谁在自己的回合让累加和  $\geq m$ ，谁获胜

若先出手的玩家能稳赢则返回`true`，否则返回`false`

假设两位玩家游戏时都绝顶聪明，可以全盘为自己打算

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/can-i-win/>

注意：这道题有两个可变参数`status`、`rest`

但最关键的可变参数就1个，即`status`，表示还有哪些数字可以使用

另一个可变参数`rest`是被`status`决定的，所以只需要对`status`做缓存表

任何动态规划都是这样！只关注最关键的可变参数，被决定的可变参数不用管！不重要！

# 状压 $dp$ -上

## 题目2

火柴拼正方形

你将得到一个整数数组  $matchsticks$

其中  $matchsticks[i]$  是第  $i$  个火柴棒的长度

你要用 所有的火柴棍 拼成一个正方形

你 不能折断 任何一根火柴棒，但你可以把它们连在一起，而且每根火柴棒必须 使用一次

如果你能拼出正方形，则返回  $true$ ，否则返回  $false$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/matchsticks-to-square/>

# 状压 $dp$ -上

## 题目3

划分为 $k$ 个相等的子集

给定一个整数数组 $nums$ 和一个正整数 $k$ ,

找出是否有可能把这个数组分成 $k$ 个非空子集, 其总和都相等

测试链接: <https://leetcode.cn/problems/partition-to-k-equal-sum-subsets/>

状压 $dp$  vs 纯暴力的递归结合剪枝 (不做任何动态规划)

状压 $dp$ : 根据数据量进行复杂度的计算, 发现可以通过, 那就稳稳通过。推荐。因为能稳定通过。

纯暴力的递归 (不做任何动态规划): 根据数据量进行复杂度的计算, 发现不能通过, 但是有大量剪枝的策略, 有可能在数据状况并不严苛的情况下能通过, 甚至时间还比状压 $dp$ 快, 这是有可能的。但是如果出题人刻意设置数据状况, 那么一定无法通过。不推荐。因为不能稳定通过, 并且方法本身没什么亮点。



# 状压 $dp$ -上

## 题目4

### 售货员的难题 - $TSP$ 问题

某乡有 $n$ 个村庄( $1 \leq n \leq 20$ ), 有一个售货员, 他要到各个村庄去售货  
各村庄之间的路程 $s$ ( $1 \leq s \leq 1000$ )是已知的

且 $A$ 村到 $B$ 村的路程, 与 $B$ 到 $A$ 的路大多不同(有向带权图)

为了提高效率, 他从商店出发到每个村庄一次, 然后返回商店所在的村,

假设商店所在的村庄为1

他不知道选择什么样的路线才能使所走的路程最短

请你帮他选择一条最短的路

测试链接: <https://www.luogu.com.cn/problem/P1171>