

最大公约数、同余原理

前置知识：无

$$\text{gcd}(a, b) \{ \text{return } b == 0 ? a : \text{gcd}(b, a \% b); \}$$

求最大公约数

- 1) 欧几里得算法的过程：辗转相除法
- 2) 正确性的证明过程见代码注释部分，我润色的证明过程非常好懂，不过直接记忆过程即可
- 3) 求 $\text{gcd}(a, b)$ ，其中 $a > b$ ，时间复杂度为 $O((\log a)^3)$ （3次方），时间复杂度证明略，这个复杂度足够好了
- 4) 简单转化就可以求最小公倍数
- 5) 更高效求最大公约数的 Stein 算法、由最大公约数扩展出的“裴蜀定理”，比赛同学有兴趣可以继续研究
- 6) 不比赛的同学，哪怕你的目标是最顶级的公司应聘、还是考研，掌握这个只有一行的函数已经足够！

同余原理

- 1) 介绍背景
- 2) 加法、乘法每一步计算完后直接取模，减法则为 $(a - b + m) \% m$
- 3) 要确保过程中不溢出，所以往往乘法运算的用 long 类型做中间变量
- 4) 除法的同余需要求逆元，会在【必备】课程里讲述，较难的题目才会涉及

最大公约数、同余原理

求最大公约数相关的经典题目

一个正整数如果能被 a 或 b 整除，那么它是神奇的。

给定三个整数 n, a, b ，返回第 n 个神奇的数字。

因为答案可能很大，所以返回答案 对 $10^9 + 7$ 取模 后的值。

注意：

本题用到“二分答案法”和“容斥原理”两个重要的算法，不过用的非常浅，之前没有接触过也能理解

“二分答案法”非常巧妙可以解决很多问题，整套内容会在后续的【必备】课程里做成专题视频讲述

“容斥原理”可以考的非常难，也会在后续的【扩展】课程里做成专题视频讲述

同余原理的测试

代码中对数器进行了验证

你也可以设计实验用对数器随意验证