

优化尝试和状态设计-上

前置知识

讲解066 ~ 讲解088 - 【必备】阶段动态规划专题

讲解098 - 矩阵快速幂和动态规划，本节课题目5需要

动态规划优化专题的讲述顺序

专题1：优化尝试和状态设计-上，讲解127，本节

专题2：优化尝试和状态设计-下，讲解128

专题3：倍增优化，讲解129

专题4：单调队列/单调栈优化，讲解130

专题5：树状数组/线段树优化，讲解131

专题6：预处理数组优化，讲解132

以上内容是【扩展】课程阶段，动态规划优化的讲述内容

单调性优化的更多内容，比如斜率优化、四边形不等式优化等，会在【挺难】阶段的视频中讲述

优化尝试和状态设计-上

题目1

摘樱桃

给定一个 $n*n$ 的正方形矩阵 $grid$ ，每个格子值只有三种 -1 、 0 、 1

-1 表示格子不能走、 0 表示格子可以走但是没有樱桃、 1 表示格子可以走且有一颗樱桃

你的目标是从左上角走到右下角，每一步只能 向下 或者 向右

然后从右下角走回左上角，每一步只能 向上 或者 向左

这个过程中，想尽量多的获得樱桃，但是有樱桃的格子，只能捡一次

返回最多能获得多少樱桃，如果不存在通路返回 0

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/cherry-pickup/>

可以分析出贪心的方法不行

一来一回的问题往往转化为双倍起点的问题

优化尝试和状态设计-上

题目2

上学需要的最少跳跃能力

青蛙住在一条河边，家在 0 位置，每天到河对岸的上学，学校在 n 位置

河里的石头排成了一条直线，青蛙每次跳跃必须落在石头或者岸上

给定一个长度为 $n-1$ 的数组 arr ，表示 $1 \sim n-1$ 位置每块石头的高度数值

每次青蛙从一块石头起跳，这块石头的高度就会下降 1

当石头的高度下降到 0 时，青蛙不能再跳到这块石头上，跳跃后使石头高度下降到 0 是允许的

青蛙一共需要去学校上 x 天课，所以它需要往返 x 次，青蛙具有跳跃能力 y ，它可以跳跃不超过 y 的距离

请问青蛙的跳跃能力至少是多少，才能用这些石头往返 x 次

$1 \leq n \leq 10^5$ $1 \leq arr[i] \leq 10^4$ $1 \leq x \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P8775>

一来一回的问题往往转化为双倍起点的问题，本题还有一个很秀的分析

优化尝试和状态设计-上

题目3

相乘为正或负的子数组数量

给定一个长度为 n 的数组 arr ，其中所有值都不是0

返回有多少个子数组相乘的结果是正

返回有多少个子数组相乘的结果是负

$1 \leq n \leq 10^6$

$-10^9 \leq arr[i] \leq +10^9$ ， $arr[i]$ 一定不是0

来自真实大厂笔试，对数器验证

对乘法来说：

正正得正、负负得正、正负得负、负正得负

完美对应0和1之间的异或运算

$0^0=0$ 、 $1^1=0$ 、 $0^1=1$ 、 $1^0=1$ ，进而优化计算

推荐看一下，讲解046 - 构建前缀信息的技巧，解决子数组相关问题

优化尝试和状态设计-上

题目4

相邻与结果不为0的最长子序列

给定一个长度为 n 的数组 arr ，你可以随意选择数字组成子序列

但是要求任意相邻的两个数 $\&$ 的结果不能是0，这样的子序列才是合法的

返回最长合法子序列的长度

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$0 \leq arr[i] \leq 10^9$$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4310>

可能性分析时，增加每一位的可能性枚举，反正最多只有32位

优化尝试和状态设计-上

题目5

摆盘子的方法

一共有 n 个盘子， k 种菜，所有盘子排成一排，每个盘子只能放一种菜

要求最多连续两个盘子菜品一样，更长的重复出现是不允许的

返回摆盘的方法数，答案可能很大，对 10000000007 取余

$1 \leq n \leq 1000$

$1 \leq k \leq 1000$

来自真实大厂笔试，对数器验证

本题的最优解能做到 $O(\log n)$ ，需要掌握，讲解098 - 矩阵快速幂

优化尝试和状态设计-上

题目6

过河踩过的最少石子数

在河上有一座独木桥，一只青蛙想沿着独木桥从河的一侧跳到另一侧

在桥上有一些石子，青蛙很讨厌踩在这些石子上

我们可以把独木桥上青蛙可能到达的点看成数轴上的一串整点 $0 \dots n$

其中 n 是桥的长度，坐标为 0 的点表示桥的起点，坐标为 n 的点表示桥的终点

青蛙从桥的起点开始，不停的向终点方向跳跃，一次跳跃的距离是 $[s, t]$ 之间的任意正整数

当青蛙跳到或跳过坐标为 n 的点时，就算青蛙已经跳出了独木桥

题目给出独木桥的长度 n ，青蛙跳跃的距离范围 s 、 t ，题目还给定 m 个桥上石子的位置

你的任务是确定青蛙要想过河，最少需要踩到的石子数

$1 \leq n \leq 10^7$ $1 \leq s \leq t \leq 10$ $1 \leq m \leq 100$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1052>

胡搞 或者 对数器做实验，得到一个很重要的离散化细节，课上重点图解