

# 倍增优化

前置知识

讲解065 - Floyd算法，本课题题目2需要

讲解066 ~ 讲解088 - 【必备】阶段动态规划专题，整个专题都需要

讲解117 - 倍增算法和ST表，本节课需要

动态规划优化专题的讲述顺序

专题1：优化尝试和状态设计-上，讲解127

专题2：优化尝试和状态设计-下，讲解128

专题3：倍增优化，讲解129，本节

专题4：单调队列/单调栈优化，讲解130

专题5：树状数组/线段树优化，讲解131

专题6：预处理数组优化，讲解132

以上内容是【扩展】课程阶段，动态规划优化的讲述内容

单调性优化的更多内容，比如斜率优化、四边形不等式优化等，会在【挺难】阶段的视频中讲述

# 倍增优化

题目1

参加会议II

给定 $n$ 个会议，每个会议有开始时间、结束时间、收益三个值

参加会议就能得到收益，但是同一时间只能参加一个会议

一共能参加 $k$ 个会议，如果选择参加某个会议，那么必须完整的参加完这个会议

会议结束日期是包含在会议内的，一个会议的结束时间等于另一个会议的开始时间，不能两个会议都参加

返回能得到的会议价值最大和

$1 \leq n * k \leq 10^6$

$1 \leq \text{开始时间、结束时间} \leq 10^9$

$1 \leq \text{收益} \leq 10^6$

测试链接：

<https://leetcode.cn/problems/maximum-number-of-events-that-can-be-attended-ii/>

先简单回顾一下动态规划优化枚举的技巧，本题和倍增优化无关，和二分有关

# 倍增优化

## 题目2

### 跑路

一共有 $n$ 个节点，编号 $1 \sim n$ ，一共有 $m$ 条有向边，每条边 $1$ 公里

有一个空间跑路器，每秒你都可以直接移动 $2^p$ 公里，每秒钟可以随意决定 $p$ 的值

题目保证 $1$ 到 $n$ 之间一定可以到达，返回 $1$ 到 $n$ 最少用几秒

$2 \leq n \leq 50$

$m \leq 10^4$

$p \leq 64$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1613>

先掌握，讲解065 - Floyd算法，然后再看这道题的讲述

# 倍增优化

## 题目3

统计重复个数

如果字符串 $x$ 删除一些字符，可以得到字符串 $y$ ，那么就说 $y$ 可以从 $x$ 中获得

给定 $s1$ 和 $a$ ，代表 $s1$ 拼接 $a$ 次，记为字符串 $x$

给定 $s2$ 和 $b$ ，代表 $s2$ 拼接 $b$ 次，记为字符串 $y$

现在把 $y$ 拼接 $m$ 次之后，得到的字符串依然可能从 $x$ 中获得，返回尽可能大的 $m$

$s1$ 、 $s2$ 只由小写字母组成

$1 \leq s1\text{长度}, s2\text{长度} \leq 100$

$1 \leq a, b \leq 10^6$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/count-the-repetitions/>

根据题目的意思，给定的 $s1$ 、 $s2$ 长度一般，而 $a$ 、 $b$ 可能很大  
所以最终时间复杂度不要和 $a$ 、 $b$ 的值有关

# 倍增优化

## 题目4

寻找最近和次近

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，下标 $1 \sim n$ 范围，数组无重复值

关于近的定义，距离的定义如下：

对 $i$ 位置的数字 $x$ 来说，只关注右侧的数字，和 $x$ 的差值绝对值越小就越近

距离为差值绝对值，如果距离一样，数值越小的越近

比如右侧的 $arr$ ，对 $1$ 位置的数字 $3$ 来说

第一近是 $4$ 位置的 $1$ ，距离为 $2$ ；第二近是 $2$ 位置的 $5$ ，距离为 $2$

每个位置的数字都求第一近的位置及其距离、第二近的位置及其距离

分别用 $to1$ 、 $dist1$ 、 $to2$ 、 $dist2$ 数组表示，如果不存在用 $0$ 表示

$$\begin{array}{rcl} arr & = & \{ 3, 5, 7, 1 \} \\ & & 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$
$$to1 = \{ 4, 3, 4, 0 \}$$
$$dist1 = \{ 2, 2, 6, 0 \}$$
$$to2 = \{ 2, 4, 0, 0 \}$$
$$dist2 = \{ 2, 4, 0, 0 \}$$

本题是为了题目5做准备，很有意思的题，和倍增优化无关，展示数组手搓双向链表的实现

为什么数组手搓双向链表的实现很重要？有序表如果自己实现，代码量较大(后续会讲)

语言提供的有序表或双向链表，都是动态结构，笔试、比赛时不推荐动态结构，可能被卡空间



# 倍增优化

## 题目5

### 开车旅行

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，下标 $1 \sim n$ 范围，数组无重复值

近的定义、距离的定义，和题目4一致

$a$ 和 $b$ 同坐一辆车开始往右旅行， $a$ 先开车， $b$ 后开车，此后每到达一点都换人驾驶

如果 $a$ 在某点驾驶，那么车去往该点右侧第二近的点，如果 $b$ 在某点驾驶，那么车去往该点右侧第一近的点

$a$ 和 $b$ 从 $s$ 位置出发，如果开车总距离超过 $x$ ，或轮到某人时右侧无点可选，那么旅行停止

问题1：给定距离 $x_0$ ，返回 $1 \sim n-1$ 中从哪个点出发， $a$ 行驶距离 /  $b$ 行驶距离，比值最小

如果从多个点出发时，比值都为最小，那么返回 $arr$ 中的值最大的点

问题2：给定 $s$ 、 $x$ ，返回旅行停止时， $a$ 开了多少距离、 $b$ 开了多少距离

问题1只调用1次；问题2调用 $m$ 次，每组有不同的 $s$ 、 $x$

$1 \leq n, m, s \leq 10^5$      $-10^9 \leq arr[i] \leq 10^9$      $1 \leq x_0, x \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1081>