

从递归入手二维动态规划

前置知识:

讲解**038**-经典递归过程解析、讲解**066**-从递归入手一维动态规划

本节课:

讲解从递归到二维动态规划的过程

讲解二维动态规划的空间压缩技巧

讲解哪些递归不适合或者说没有必要改成动态规划

下节课: 直接从动态规划的定义入手, 来见识更多二维动态规划问题

注意:

二维动态规划问题非常多, 不仅讲解**067**、讲解**068**涉及, 整个系列课程会大量涉及

【必备】课程后续会讲背包 dp 、区间 dp 、状压 dp 等等, 依然包含大量二维动态规划问题

从递归入手二维动态规划

尝试函数有**1**个可变参数**可以完全决定返回值**，进而可以改出**1**维动态规划表的实现
同理

尝试函数有**2**个可变参数**可以完全决定返回值**，那么就可以改出**2**维动态规划的实现

一维、二维、三维甚至多维动态规划问题，大体过程都是：

写出尝试递归

记忆化搜索(从顶到底的动态规划)

严格位置依赖的动态规划(从底到顶的动态规划)

空间、时间的更多优化

从递归入手二维动态规划

动态规划表的大小：每个可变参数的可能性数量相乘

动态规划方法的时间复杂度：动态规划表的大小 * 每个格子的枚举代价

二维动态规划依然需要去整理 动态规划表的格子之间的依赖关系

找寻依赖关系，往往 通过画图来建立空间感，使其更显而易见

然后依然是 从简单格子填写到复杂格子 的过程，即严格位置依赖的动态规划(从底到顶)

二维动态规划的压缩空间技巧原理不难，会了之后千篇一律

但是不同题目依赖关系不一样，需要 很细心的画图来整理具体题目的依赖关系

最后进行空间压缩的实现

从递归入手二维动态规划

能改成动态规划的递归，统一特征：

决定返回值的可变参数类型往往都比较简单，一般不会有比`int`类型更复杂。为什么？

从这个角度，可以解释 带路径的递归（可变参数类型复杂），不适合或者说没有必要改成动态规划
题目2就是说明这一点的

一定要 写出可变参数类型简单（不比`int`类型更复杂），并且 可以完全决定返回值的递归，
保证做到 这些可变参数可以完全代表之前决策过程对后续过程的影响！再去改动态规划！

不管几维动态规划

经常从递归的定义出发，避免后续进行很多边界讨论

这需要一定的经验来预知

从递归入手二维动态规划

题目1

最小路径和

给定一个包含非负整数的 $m \times n$ 网格 *grid*

请找出一条从左上角到右下角的路径，使得路径上的数字总和为最小。

说明：每次只能向下或者向右移动一步。

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/minimum-path-sum/>

从递归入手二维动态规划

题目2

单词搜索（无法改成动态规划）

给定一个 $m \times n$ 二维字符网格 *board* 和一个字符串单词 *word*

如果 *word* 存在于网格中，返回 *true*；否则，返回 *false*。

单词必须按照字母顺序，通过相邻的单元格内的字母构成

其中"相邻"单元格是那些水平相邻或垂直相邻的单元格

同一个单元格内的字母不允许被重复使用

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/word-search/>

从递归入手二维动态规划

题目3

最长公共子序列

给定两个字符串 $text1$ 和 $text2$

返回这两个字符串的最长 公共子序列 的长度

如果不存在公共子序列，返回0

两个字符串的 公共子序列 是这两个字符串所共同拥有的子序列

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/longest-common-subsequence/>

从递归入手二维动态规划

题目4

最长回文子序列

给你一个字符串 s ，找出其中最长的回文子序列，并返回该序列的长度

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/longest-palindromic-subsequence/>

从递归入手二维动态规划

题目5

节点数为 n 高度不大于 m 的二叉树个数

现在有 n 个节点，计算出有多少个不同结构的二叉树

满足节点个数为 n 且树的高度不超过 m 的方案

因为答案很大，所以答案需要模上 1000000007 后输出

测试链接：<https://www.nowcoder.com/practice/aaefe5896cce4204b276e213e725f3ea>

从递归入手二维动态规划

题目6

矩阵中的最长递增路径

给定一个 $m \times n$ 整数矩阵 *matrix*，找出其中 最长递增路径 的长度

对于每个单元格，你可以往上，下，左，右四个方向移动

不能在对角线方向上移动或移动到边界外（即不允许环绕）

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/longest-increasing-path-in-a-matrix/>