

# 01背包、有依赖的背包

前置知识:

讲解067、讲解068 - 二维动态规划及其空间压缩技巧

【必备】课程的动态规划大专题从讲解066开始，建议从头开始学习会比较系统

本节课讲述:

01背包: 每个物品 要和不要 两种可能性展开

有依赖的背包: 多个物品 变成一个复合物品 (互斥), 每件复合物品 不要和怎么要 多种可能性展开

时间复杂度 $O(\text{物品个数} * \text{背包容量})$ , 额外空间复杂度 $O(\text{背包容量})$

不能用01背包来解, 但是非常重要的问题: 非负数组前 $k$ 个最小的子序列和问题

注意:

讲解069已经讲了多维费用背包

# 01背包、有依赖的背包

题目1

01背包(模版)

给定一个正数 $t$ ，表示背包的容量

有 $n$ 个货物，每个货物可以选择1次

每个货物有自己体积 $costs[i]$ 和价值 $values[i]$

返回在不超过总容量的情况下，怎么挑选货物能达到价值最大

返回最大的价值

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1048>

# 01背包、有依赖的背包

## 题目2

### 夏季特惠

某公司游戏平台的夏季特惠开始了，你决定入手一些游戏

现在你一共有 $X$ 元的预算，平台上所有的  $n$  个游戏均有折扣

标号为  $i$  的游戏的原价 $a_i$ 元，现价只要 $b_i$ 元

也就是说该游戏可以优惠  $a_i - b_i$ ，并且你购买该游戏能获得快乐值为 $w_i$

由于优惠的存在，你可能做出一些冲动消费导致最终买游戏的总费用超过预算

只要满足：**获得的总优惠金额 $\geq$ 超过预算的总金额**

那在心理上就不会觉得吃亏

现在你希望在心理上不觉得吃亏的前提下，获得尽可能多的快乐值。

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/tJau2o/>

# 01背包、有依赖的背包

## 题目3

### 目标和

给你一个非负整数数组 *nums* 和一个整数 *target* 。

向数组中的每个整数前添加 '+' 或 '-' ，然后串联起所有整数可以构造一个表达式

例如 *nums*=[2, 1]，可以在2之前添加 '+' ，在1之前添加 '-'

然后串联起来得到表达式 "+2-1" 。

返回可以通过上述方法构造的，运算结果等于 *target* 的不同表达式的数目

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/target-sum/>

# 01 背包、有依赖的背包

## 题目4

最后一块石头的重量 II

有一堆石头，用整数数组 *stones* 表示，其中 *stones[i]* 表示第 *i* 块石头的重量

每一回合，从中选出任意两块石头，然后将它们一起粉碎

假设石头的重量分别为 *x* 和 *y*，且  $x \leq y$

那么粉碎的可能结果如下：

如果  $x == y$ ，那么两块石头都会被完全粉碎；

如果  $x \neq y$ ，那么重量为 *x* 的石头将会完全粉碎，而重量为 *y* 的石头新重量为  $y - x$

最后，最多只会剩下一块 石头，返回此石头 最小的可能重量

如果没有石头剩下，就返回 0

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/last-stone-weight-ii/>

# 01背包、有依赖的背包

## 题目5

有依赖的背包(模版)

物品分为两大类：主件和附件

主件购买没有限制，钱够就可以；附件购买有限制，该附件所归属的主件先购买，才能购买这个附件

例如，若想买打印机或扫描仪这样的附件，必须先购买电脑这个主件。以下是一些主件及其附件的展示：

电脑：打印机，扫描仪 | 书柜：图书 | 书桌：台灯，文具 | 工作椅：无附件

每个主件最多有2个附件，并且附件不会再有附件，主件购买后，怎么去选择归属附件完全随意，钱够就可以  
所有的物品编号都在 $1 \sim m$ 之间，每个物品有三个信息：价格 $v$ 、重要度 $p$ 、归属 $q$

价格就是花费，价格 \* 重要度 就是收益，归属就是该商品是依附于哪个编号的主件

比如一件商品信息为 $[300, 2, 6]$ ，花费300，收益600，该商品是6号主件商品的附件

再比如一件商品信息 $[100, 4, 0]$ ，花费100，收益400，该商品自身是主件( $q=0$ )

给定 $m$ 件商品的信息，给定总钱数 $n$ ，返回在不违反购买规则的情况下最大的收益

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1064>

测试链接：<https://www.nowcoder.com/practice/f9c6f980eeec43ef85be20755ddb4eaf4>

# 01背包、有依赖的背包

## 题目6

非负数组前 $k$ 个最小的子序列累加和

给定一个数组 $nums$ ，含有 $n$ 个数字，都是非负数

给定一个正数 $k$ ，返回所有子序列中累加和最小的前 $k$ 个累加和  
子序列是包含空集的

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq nums[i] \leq 10^6$$

$$1 \leq k \leq 10^5$$

注意这个数据量，用01背包的解法是不行的，时间复杂度太高了  
对数器验证

时间复杂度 $O(n \cdot \log n) + O(k \cdot \log k)$ ，额外空间复杂度 $O(k)$

讲解025 ~ 讲解027 - 堆