

# 轮廓线 $dp$

前置知识

讲解080、讲解081 - 状压 $dp$

系统学习动态规划看讲解066~讲解088，其中有动态规划原理 + 空间压缩技巧图解

本节课讲述

位运算的几个简单操作

轮廓线 $dp$ 原理及其空间压缩技巧

轮廓线 $dp$ 的4个相关题目

注意：

插头 $dp$ 也叫连通性状压 $dp$ ，这是轮廓线 $dp$ 中更难的内容

对于致力比赛的同学来说，插头 $dp$ 也算偏、难、怪的范畴

本系列视频，不再安排讲述插头 $dp$ 的相关内容，有兴趣的同学可以自行研究

# 轮廓线dp

位运算的几个简单操作

得到状态 $s$ 第 $j$ 位的状态： $(s \gg j) \& 1$

把状态 $s$ 第 $j$ 位的状态设置成 $1$ ，其他位置状态不变： $s = s \mid (1 \ll j)$

把状态 $s$ 第 $j$ 位的状态设置成 $0$ ，其他位置状态不变： $s = s \& (\sim(1 \ll j))$

# 轮廓线dp

## 题目1

种草的方法数

给定一个 $n*m$ 的二维网格 $grid$

网格里只有0、1两种值，0表示该田地不能种草，1表示该田地可以种草

种草的时候，任何两个种了草的田地不能相邻，相邻包括上、下、左、右四个方向

你可以随意决定种多少草，只要不破坏上面的规则即可

返回种草的方法数，答案对1000000000取模

$1 \leq n, m \leq 12$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1879>

1，普通状压dp的实现

2，轮廓线dp的实现

3，轮廓线dp+空间压缩的实现

课上重点图解

# 轮廓线dp

普通状压dp的困境

二维网格中需要逐行逐列做决策时，状态信息表示上一行的状况

那么得到当前行的每个决策，需要利用dfs进行暴力递归，然后下一行继续尝试  
这个dfs的过程会比较费时

轮廓线dp的原理

假设网格规模 $n*m$ ，来到 $(i,j)$ 位置时，状态信息表示一条轮廓线，具体来说

状态信息中的 $(0..j-1)$ 位，用来表示 $i$ 行， $j$ 列左侧的决策状况

状态信息中的 $(j..m-1)$ 位，用来表示 $i-1$ 行， $j$ 列右侧的决策状况

这样一来，可能影响 $(i,j)$ 位置的决策，都被状态信息表示了

然后在 $(i,j)$ 位置做完决策，调整好轮廓线信息之后，继续去往右侧做决策

不需要dfs的过程，时间复杂度只和动态规划表的总大小有关

空间压缩的版本一定要掌握，因为一旦卡空间，只有空间压缩的版本才能通过

# 轮廓线dp

## 题目2

贴瓷砖的方法数

给定两个参数 $n$ 和 $m$ ，表示 $n$ 行 $m$ 列的空白区域

有无限多的 $1*2$ 规格的瓷砖，目标是严丝合缝的铺满所有的空白区域

返回有多少种铺满的方法

$1 \leq n, m \leq 11$

测试链接：<http://poj.org/problem?id=2411>

# 轮廓线dp

## 题目3

相邻不同色的染色方法数

给定两个参数 $n$ 和 $m$ ，表示 $n$ 行 $m$ 列的区域

给定参数 $k$ ，表示有 $k$ 种颜色，颜色编号 $0 \sim k-1$

你需要给每个格子染色，但是相邻的格子颜色不能相同

相邻包括上、下、左、右四个方向

并且给定了第 $0$ 行和第 $n-1$ 行的颜色状况，其他格子没有颜色

那么你只能在 $1 \sim n-2$ 行上染色，返回染色的方法数，答案对 $376544743$ 取模

$2 \leq k \leq 4$

$k = 2$ 时， $1 \leq n \leq 10^7$ ， $1 \leq m \leq 10^5$

$3 \leq k \leq 4$ 时， $1 \leq n \leq 100$ ， $1 \leq m \leq 8$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2435>

用两位表示一个格子的颜色，其他没啥了

# 轮廓线dp

## 题目4

摆放国王的方法数

给定两个参数 $n$ 和 $k$ ，表示 $n*n$ 的区域内要摆放 $k$ 个国王

国王可以攻击临近的8个方向，所以摆放时不能让任何两个国王打架

返回摆放的方法数

$1 \leq n \leq 9$

$1 \leq k \leq n*n$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1896>

本题同时需要(左、左上、上、右上)四个位置是否摆放过国王，那就一个增加可变参数

这样一来状态如何变化需要非常小心，代码不容易写，这一类问题都是难题