# 状压dp-下

前置知识:
讲解003、讲解030、讲解031、讲解032、讲解033 - 位运算基础算法
讲解043 - 根据数据量猜解法的技巧，天字第一号重要技巧
讲解063 - 双向广搜
讲解067 - 从递归入手二维动态规划
讲解080 - 状压dp-上
【必备】课程的动态规划大专题从讲解066开始，建议从头开始学习会比较系统

上节课讲述了状压dp的原理和一些经典题目
本节课继续讲述4个状压dp问题，以及重要技巧：如何在位状态上，枚举所有子集的状态（题目4）

注意：
轮廓线dp是状压dp中一类比较难的问题，【扩展】课程阶段讲述
插头dp是轮廓线dp中一类更难的问题，在笔试、面试中几乎没有出现的可能，不会安排。比赛同学自行学习

# 状压dp-下

题目1
每个人戴不同帽子的方案数
总共有 n 个人和 40 种不同的帽子，帽子编号从 1 到 40
给你一个整数列表的列表 hats ，其中 hats[i] 是第 i 个人所有喜欢帽子的列表
请你给每个人安排一顶他喜欢的帽子，确保每个人戴的帽子跟别人都不一样，并返回方案数
由于答案可能很大，请返回它对10^9+7取余后的结果
测试链接 : https://leetcode.cn/problems/number-of-ways-to-wear-different-hats-to-each-other

# 状压dp-下

题目2
最优账单平衡
给你一个表示交易的数组 transactions
其中 transactions[i] = [fromi, toi, amounti]
表示 ID = fromi 的人给 ID = toi 的人共计 amounti
请你计算并返回还清所有债务的最小交易笔数
测试链接 : https://leetcode.cn/problems/optimal-account-balancing/

注意：
大部分题解的时间复杂度O(3^n)，这不是最优解，不再讲述
最优解的时间复杂度O(2^n * n)，也就是课上讲的解法

# 状压dp-下

题目3
好子集的数目
给你一个整数数组 nums，好子集的定义如下：
nums的某个子集，所有元素的乘积可以表示为一个或多个互不相同质数的乘积
比如nums = [1, 2, 3, 4]
[2, 3]，[1, 2, 3]，[1, 3] 是好子集
乘积分别为6=2*3，6=2*3，3=3
[1, 4]和[4]不是好子集，因为乘积分别为4=2*2和4=2*2
请你返回nums中不同的好子集的数目对10^9+7取余的结果
如果两个子集拥有的下标不同，那么它们被视为不同的子集
测试链接 : https://leetcode.cn/problems/the-number-of-good-subsets/

# 状压dp-下

题目4
分配重复整数
给你一个长度为n的整数数组nums，这个数组中至多有50个不同的值
同时你有m个顾客的订单quantity，其中整数quantity[i]是第i位顾客订单的数目
请你判断是否能将nums中的整数分配给这些顾客，且满足：
第i位顾客恰好有quantity[i]个整数、第i位顾客拿到的整数都是相同的
每位顾客都要满足上述两个要求，返回是否能都满足
测试链接 : https://leetcode.cn/problems/distribute-repeating-integers/

不能用贪心的例子 : nums = [1,1,2,2,1]、quantity = [2,2,1]

j枚举了status的所有子集状态，建议直接记住

```
for (int j = status; j > 0; j = (j - 1) & status) { .. }
```

# 状压dp-下

$\sum_{k=0}^{m} C(m,k) \times 2^k$ 分析

时间复杂度 O(n * 3的m次方)，n不用说了，可变参数index的变化范围，那后面的3的m次方怎么来的？
元素个数为m的集合:
其中挑选0个元素组成子集，数量为C(m,0)，这个子集去枚举它的所有子集，枚举代价2的0次方
其中挑选1个元素组成子集，数量为C(m,1)，这个子集去枚举它的所有子集，枚举代价2的1次方
. . .
其中挑选k个元素组成子集，数量为C(m,k)，这个子集去枚举它的所有子集，枚举代价2的k次方
. . .
其中挑选m个元素组成子集，数量为C(m,m)，这个子集去枚举它的所有子集，枚举代价2的m次方
把上面都加起来，总和 =

3的m次方 = (1+2)的m次方，把(1+2)的m次方根据二项式定理展开，就能得到上面的式子

# 状压$dp$-下

根据此定理，可以将$x+y$的任意次幂展开成和的形式

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n y^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}x^1 y^{n-1} + \binom{n}{n}x^0 y^n,$$

其中每个$\binom{n}{k}$为一个称作二项式系数的特定正整数，其等于$\frac{n!}{k!(n-k)!}$。这个公式也称**二项式公式**或**二项恒等式**。使用求和符号，可以把它写作

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^{n-k}y^k = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^k y^{n-k}.$$

后面的表达式只是将根据$x$与$y$的对称性得出的，通过比较发现公式中的二项式系数也是对称的。 二项式定理的一个变形是用 1 来代换$y$得到的，所以它只涉及一个变量。在这种形式中，公式写作

$$(1+x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x^1 + \binom{n}{2}x^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}x^{n-1} + \binom{n}{n}x^n,$$

或者等价地

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^k.$$