

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

前置知识

讲解110 - 线段树原理和代码详解

线段树专题讲述顺序

专题1：线段树原理和代码详解，讲解110

专题2：线段树的离散化、二分搜索、特别修改，讲解111，本节

专题3：线段树维护更多类型的信息，讲解112

专题4：线段树解决区间合并的问题，讲解113

专题5：开点线段树、区间最值和历史最值，讲解114

专题6：线段树与扫描线结合的题目，讲解115

线段树与动态规划结合的内容，后续【扩展】标签下的课程里继续安排

树套树、可持久化线段树、树链剖分等内容，后续【挺难】标签下的课程里会安排

这个系列一定是全网有关线段树最好的教学视频，觉得好帮忙推荐给身边的人！

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

题目1

掉落的方块

有一个二维平面， x 轴是最底的边界

给定二维整数数组 pos ， $pos[i] = [left_i, len_i]$

表示第 i 个方块边长为 len_i ，左侧边缘在 $x = left_i$ 位置，所在高度非常高

所有方块都是正方形，依次从高处垂直掉落，也就是左边界顺着 $x = left_i$ 往下

如果掉落的方块碰到已经掉落正方形的顶边或者 x 轴就停止掉落

如果方块掉落时仅仅是擦过已经掉落正方形的左侧边或右侧边，并不会停止掉落

一旦停止，它就会固定在那里，无法再移动，俄罗斯方块游戏和本题意思一样

返回一个整数数组 ans ，其中 $ans[i]$ 表示在第 i 块方块掉落后的整体最大高度

$1 \leq pos$ 数组长度 ≤ 1000 ， $1 \leq left_i \leq 10^8$ ， $1 \leq len_i \leq 10^6$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/falling-squares>

值域线段树的离散化

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

题目2

瓶子里的花朵

给定 n 个瓶子，编号从 $0 \sim n-1$ ，一开始所有瓶子都是空的

每个瓶子最多插入一朵花，实现以下两种类型的操作

操作 1 *from flower* : 一共有 $flower$ 朵花，从 $from$ 位置开始依次插入花朵，已经有花的瓶子跳过

如果一直到最后的瓶子，花也没有用完，就丢弃剩下的花朵

返回这次操作插入的首个空瓶的位置 和 最后空瓶的位置

如果从 $from$ 开始所有瓶子都有花，打印"*Can not put any one.*"

操作 2 *left right* : 从 $left$ 位置开始到 $right$ 位置的瓶子，变回空瓶，返回清理花朵的数量

测试链接 : <https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=4614>

线段树 + 二分搜索的结合

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

题目3

范围上开平方并求累加和

给定一个长度为 n 的数组 arr ，实现以下两种类型的操作

操作 $0\ l\ r$ ：把 $arr[l..r]$ 范围上的每个数开平方，结果向下取整

操作 $1\ l\ r$ ：查询 $arr[l..r]$ 范围上所有数字的累加和

两种操作一共发生 m 次，数据中有可能 $l > r$ ，遇到这种情况请交换 l 和 r

$1 \leq n, m \leq 10^5, 1 \leq arr[i] \leq 10^{12}$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4145>

一段范围上，每个数字进行开方操作之后，范围的累加和信息并不能够快速得到

本题不满足经典线段树范围修改功能的要求，回顾一下上节课内容

一个数字即便是最大值 10^2 ，也就开方6次，就会向下取整变成1，以后再也不需要执行开方

需要势能分析来评估复杂度，还有剪枝的重要性，一般的剪枝只是优化常数时间，这里要重要的多

预告：讲解114，线段树的区间最值操作，还会用到势能分析

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

题目4

包含取模操作的线段树

给定一个长度为 n 的数组 arr ，实现如下三种操作，一共调用 m 次

操作 1 $l\ r$: 查询 $arr[l..r]$ 的累加和

操作 2 $l\ r\ x$: 把 $arr[l..r]$ 上每个数字对 x 取模

操作 3 $k\ x$: 把 $arr[k]$ 上的数字设置为 x

$1 \leq n, m \leq 10^5$ ，操作1得到的结果，有可能超过 int 范围

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF438D>

一个数字 v 持续进行规模缩小的取模操作，次数上限是 $\log v$ 规模，因为值每次至少减一半

一段范围的每个数字进行取模操作之后，范围累加和信息并不能够快速得到

需要势能分析来评估复杂度，还有剪枝的重要性，一般的剪枝只是优化常数时间，这里要重要的多
注意到操作3又会让势能增加，不过好在是单点操作，势能增加很有限，势能单次增加 $(\log v * \log n)$

预告：讲解114，线段树的区间最值操作，还会用到势能分析

线段树专题2-线段树的离散化、二分搜索、特别修改

题目5

贴海报

有一面墙，有固定高度，长度为 n ，有 m 张海报，所有海报的高度都和墙的高度相同

从第1张海报开始，一张一张往墙上贴，直到 n 张海报贴完

每张海报都给出张贴位置 (x_i, y_i) ，表示第 i 张海报从墙的左边界 x_i 一直延伸到右边界 y_i

有可能发生后面的海报把前面的海报完全覆盖，导致看不到的情况

当所有海报贴完，返回能看到海报的数量，哪怕只漏出一点的海报都算

$1 \leq n, x_i, y_i \leq 10^7, 1 \leq m \leq 10^3$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3740>

测试链接：<http://poj.org/problem?id=2528>

值域线段树离散化 + 离散化特殊处理（增加中间点）+ 维护信息的设计 + 针对题目的线段树改动
一段范围上的可见海报数量的信息，线段树维护不了，改去维护一段范围是否被某种海报全覆盖
最终想得到可见海报的数量，需要整体遍历线段树，但查询只有一次