

树状数组/线段树优化

前置知识

讲解066 ~ 讲解088 - 【必备】阶段动态规划专题，整个专题都需要

讲解108、讲解109 - 树状数组，建议两节课都看，包含树状数组的原理、离散化、维护最大值等内容

讲解110 - 线段树，只需看一节课就能理解本节课对线段树的使用，了解线段树专题看讲解110~讲解115

动态规划优化专题的讲述顺序

专题1：优化尝试和状态设计-上，讲解127

专题2：优化尝试和状态设计-下，讲解128

专题3：倍增优化，讲解129

专题4：单调队列/单调栈优化，讲解130

专题5：树状数组/线段树优化，讲解131，本节

专题6：预处理数组优化，讲解132

以上内容是【扩展】课程阶段，动态规划优化的讲述内容

单调性优化的更多内容，比如斜率优化、四边形不等式优化等，会在【挺难】阶段的视频中讲述

树状数组/线段树优化

题目1

达标子数组的个数

给定一个长度为 n 的数组 $nums$ ，给定两个整数 $lower$ 和 $upper$

子数组达标的条件是累加和在 $[lower, upper]$ 范围上

返回 $nums$ 中有多少个达标子数组

$1 \leq n \leq 10^5$ $nums[i]$ 可能是任意整数 $-10^5 \leq lower \leq upper \leq +10^5$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/count-of-range-sum/>

解法1：归并分治的解法，需要先掌握讲解022 - 归并分治

解法2：树状数组 + 离散化的解法

解法1和解法2的时间复杂度都为 $O(n * \log n)$ ，但是解法1的常数时间更好，解法2的理解难度更低

树状数组/线段树优化

题目2

平衡子序列的最大和

给定一个长度为 n 的数组 $nums$ ，下面定义平衡子序列

如果下标 i 和下标 j 被选进了子序列， i 在 j 的左边

那么必须有 $nums[j] - nums[i] \geq j - i$

如果一个子序列中任意的两个下标都满足上面的要求，那子序列就是平衡的

返回 $nums$ 所有平衡子序列里，最大的累加和是多少

$1 \leq n \leq 10^5$

$-10^9 \leq nums[i] \leq +10^9$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/maximum-balanced-subsequence-sum/>

树状数组/线段树优化

题目3

方伯伯的玉米田

给定一个长度为 n 的数组 arr

每次可以选择一个区间 $[l, r]$ ，区间内的数字都 $+1$ ，最多执行 k 次

返回执行完成后，最长的不下降子序列长度

$1 \leq n \leq 10^4$

$1 \leq arr[i] \leq 5000$

$2 \leq k \leq 500$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3287>

树状数组/线段树优化

题目4

最长理想子序列

给定一个长度为 n ，只由小写字母组成的字符串 s ，给定一个非负整数 k

字符串 s 可以生成很多子序列，下面给出理想子序列的定义

子序列中任意相邻的两个字符，在字母表中位次的差值绝对值 $\leq k$ ，那么这个子序列就是理想子序列

返回最长理想子序列的长度

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$0 \leq k \leq 25$$

字符串 s 只由小写字母组成

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/longest-ideal-subsequence/>

树状数组/线段树优化

题目5

划分 k 段的最大得分

给定一个长度为 n 的数组，最多可以分成 k 段不重合的子数组

每个子数组获得的分值为内部不同数字的个数

返回能获得的最大分值

$1 \leq n \leq 35000$

$1 \leq k \leq 50$

$1 \leq arr[i] \leq n$

$k \leq n$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF833B>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/833/B>

树状数组/线段树优化

题目6

基站选址

一共有 n 个村庄排成一排，从左往右依次出现1号、2号、3号.. n 号村庄

$dist[i]$ 表示 i 号村庄到1号村庄的距离，该数组一定有序且无重复值

$fix[i]$ 表示 i 号村庄建立基站的安装费用

$range[i]$ 表示 i 号村庄的接收范围，任何基站和 i 号村庄的距离不超过这个数字， i 号村庄就能得到服务

$warranty[i]$ 表示如果 i 号村庄最终没有得到任何基站的服务，需要给多少赔偿费用

最多可以选择 k 个村庄安装基站，返回总花费最少是多少，总花费包括安装费用和赔偿费用

$1 \leq n \leq 20000$ $1 \leq k \leq 100$ $k \leq n$

$1 \leq dist[i]$ 、 $range[i] \leq 10^9$

$1 \leq fix[i]$ 、 $warranty[i] \leq 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2605>

本题实现中有一个部分需要用到，讲解059 - 链式前向星