

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

前置知识

讲解061 - 最小生成树Kruskal算法，本课题目2需要

讲解105 - 字符串哈希，本课题目5需要

讲解118 - 专题1：树上倍增和LCA-上

树上问题专题讲述顺序

专题1：树上倍增和LCA-上，讲解118

专题2：树上倍增和LCA-下，讲解119，本节

专题3：树的重心，讲解120

专题4：树的直径，讲解121

专题5：树上差分，讲解122

专题6：换根dp，讲解123

树的静态点分治、树的动态点分治、树链剖分、基环树dp、启发式合并等内容会在【挺难】阶段讲述

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

有一个显而易见的结论

如果边的权值为正，假设节点 a 和节点 b 的最低公共祖先是节点 c

那么

a 到 b 的路径长度 = 头节点到 a 的长度 + 头节点到 b 的长度 - (头节点到 c 的长度 * 2)

题目1、题目3都是关于这个内容的练习题

树上倍增相关问题的代码实现大量照抄模版

难点在于不同题目会和各种内容相互结合，特别考验分析能力

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

题目1

紧急集合

一共有 n 个节点，编号 $1 \sim n$ ，一定有 $n-1$ 条边连接形成一颗树

从一个点到另一个点的路径上有几条边，就需要耗费几个金币

每条查询 (a, b, c) 表示有三个人分别站在 a 、 b 、 c 点上

他们想集合在树上的某个点，并且想花费的金币总数最少

一共有 m 条查询，打印 m 个答案

$1 \leq n \leq 5 * 10^5$

$1 \leq m \leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4281>

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

题目2

货车运输

一共有 n 座城市，编号 $1 \sim n$

一共有 m 条双向道路，每条道路 (u, v, w) 表示有一条限重为 w ，从 u 到 v 的双向道路
从一点到另一点的路途中，汽车载重不能超过每一条道路的限重

每条查询 (a, b) 表示从 a 到 b 的路线中，汽车允许的最大载重是多少

如果从 a 到 b 无法到达，那么认为答案是 -1

一共有 q 条查询，返回答案数组

$1 \leq n \leq 10^4$

$1 \leq m \leq 5 * 10^4$

$1 \leq q \leq 3 * 10^4$

$0 \leq w \leq 10^5$

$1 \leq u, v, a, b \leq n$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1967>

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

题目3

边权相等的最小修改次数

一棵树有 n 个节点，编号 $0 \sim n-1$ ，每条边 (u,v,w) 表示从 u 到 v 有一条权重为 w 的边

一共有 m 条查询，每条查询 (a,b) 表示， a 到 b 的最短路径中把所有边变成一种值需要修改几条边
返回每条查询的查询结果

$$1 \leq n \leq 10^4$$

$$1 \leq m \leq 2 * 10^4$$

$$0 \leq u, v, a, b < n$$

$$1 \leq w \leq 26$$

测试链接：

<https://leetcode.cn/problems/minimum-edge-weight-equilibrium-queries-in-a-tree/>

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

题目4

在传球游戏中最大化函数值

给定一个长度为 n 的数组 $receiver$ 和一个整数 k

总共有 n 名玩家，编号 $0 \sim n-1$ ，这些玩家在玩一个传球游戏

$receiver[i]$ 表示编号为 i 的玩家会传球给下一个人的编号

玩家可以传球给自己，也就是说 $receiver[i]$ 可能等于 i

你需要选择一名开始玩家，然后开始传球，球会被传恰好 k 次

如果选择编号为 x 的玩家作为开始玩家

函数 $f(x)$ 表示从 x 玩家开始， k 次传球内所有接触过球的玩家编号之和

如果某位玩家多次触球，则累加多次

$$f(x) = x + receiver[x] + receiver[receiver[x]] + \dots$$

你的任务是选择开始玩家 x ，目的是最大化 $f(x)$ ，返回函数的最大值

测试链接：

<https://leetcode.cn/problems/maximize-value-of-function-in-a-ball-passing-game/>

树上问题专题2-树上倍增和LCA-下

题目5

检查树上两节点间的路径是否是回文

一颗树上有 n 个节点，编号 $1 \sim n$

给定长度为 n 的数组 $parent$, $parent[i]$ 表示节点 i 的父节点编号

给定长度为 n 的数组 s , $s[i]$ 表示节点 i 上是什么字符

从节点 a 到节点 b 经过节点最少的路，叫做 a 和 b 的路径

一共有 m 条查询，每条查询 (a,b) ， a 和 b 的路径字符串是否是回文
是回文打印"YES"，不是回文打印"NO"

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq m \leq 10^5$

$parent[1] = 0$ ，即整棵树的头节点一定是1号节点

每个节点上的字符一定是小写字母 $a \sim z$

测试链接：<https://ac.nowcoder.com/acm/contest/78807/G>