

二维前缀和、二维差分、离散化技巧

前置知识：讲解~~O47~~-关于一维差分的内容

二维前缀和的原理、代码实现、相关题目

二维差分的原理、代码实现、相关题目

离散化技巧，用具体题目来说明

注意：

支持实时单点修改 + 实时查询的结构是二维树状数组，会在【扩展】课程里讲述

二维前缀和

目的是预处理出一个结构，以后每次查询二维数组任何范围上的累加和都是 $O(1)$ 的操作

1 根据原始状况，生成二维前缀和数组 sum ，

$sum[i][j]$: 代表左上角 $(0,0)$ 到右下角 (i,j) 这个范围的累加和

$sum[i][j] += sum[i][j-1] + sum[i-1][j] - sum[i-1][j-1];$

2 查询左上角 (a,b) 到右下角 (c,d) 这个范围的累加和

$sum[c][d] - sum[c][b-1] - sum[a-1][d] + sum[a-1][b-1];$

3 实际过程中往往补第0行、第0列来减少很多条件判断。

当然也可以不补。根据个人习惯决定。

二维差分

```
void build() {  
    for (int i = 1; i <= n; i++) {  
        for (int j = 1; j <= n; j++) {  
            diff[i][j] += diff[i - 1][j] + diff[i][j - 1] - diff[i - 1][j - 1];  
        }  
    }  
}
```

在二维数组中，如果经历如下的过程

1 批量的做如下的操作，每个操作都有独立的 a 、 b 、 c 、 d 、 v

$\text{void add}(a, b, c, d, v)$ ：左上角 (a,b) 到右下角 (c,d) 范围上，每个数字 $+v$ ，怎么快速处理？

2 操作做完后，如何正确得到二维数组中每个位置的值？

这就是二维差分的主要工作， add 时候快速处理，最后 build 得到每个位置的值，修改操作必须集中在一起，不能边修改边查询。

1) add 方法实现，比较巧妙！

2) build 方法实现，和处理前缀和类似

3) 真实数据用一圈0包裹起来，可以减少很多边界讨论

```
void add(int a, int b, int c, int d, int v) {  
    diff[a][b] += v;  
    diff[c + 1][b] -= v;  
    diff[a][d + 1] -= v;  
    diff[c + 1][d + 1] += v;  
}
```

二维前缀和、二维差分、离散化技巧

题目1

二维前缀和模版

<https://leetcode.cn/problems/range-sum-query-2d-immutable/>

题目2

边框为1的最大正方形

给你一个由若干 0 和 1 组成的二维网格 *grid*

请你找出边界全部由 1 组成的最大 正方形 子网格

并返回该子网格中的元素数量。如果不存在，则返回 0。

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/largest-1-bordered-square/>

二维前缀和、二维差分、离散化技巧

题目3

二维差分模版

<https://www.nowcoder.com/practice/50e1a93989df42efb0b1dec386fb4ccc>

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3397>

题目4

用邮票贴满网格图

给你一个 $m * n$ 的二进制矩阵 *grid*

每个格子要么为 0（空）要么为 1（被占据）

给你邮票的尺寸为 *stampHeight* * *stampWidth*

我们想将邮票贴进二进制矩阵中，且满足以下 限制 和 要求：

覆盖所有空格子，不覆盖任何被占据的格子

可以放入任意数目的邮票，邮票可以相互有重叠部分

邮票不允许旋转，邮票必须完全在矩阵内

如果在满足上述要求的前提下，可以放入邮票，请返回 *true*，否则返回 *false*

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/stamping-the-grid/>

二维前缀和、二维差分、离散化技巧

题目5

重要！包含离散化技巧！

最强祝福力场

小扣在探索丛林的过程中，无意间发现了传说中"落寞的黄金之都"

而在这片建筑废墟的地带中，小扣使用探测仪监测到了存在某种带有「祝福」效果的力场
经过不断的勘测记录，小扣将所有力场的分布都记录了下来

$forceField[i] = [x,y,side]$

表示第 i 片力场将覆盖以坐标 (x,y) 为中心，边长为 $side$ 的正方形区域。

若任意一点的 力场强度 等于覆盖该点的力场数量

请求出在这片地带中 力场强度 最强处的 力场强度

注意：力场范围的边缘同样被力场覆盖。

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/xepqZ5/>