

Elektromagnetizem

Teorija

PETER ANDOLŠEK
April 2025

1. Vektorska analiza

1.1 Vektorski operatorji

Naloga 1.1 Izračunaj divergenco in rotor funkcije $\mathbf{v} = x^2 \hat{\mathbf{x}} + 3xz^2 \hat{\mathbf{y}} - 2xz \hat{\mathbf{z}}$.

Naloga 1.2 Izračunaj Laplacian sledečih dveh funkcij:

- (a) $T = \sin x \sin y \sin z$
- (b) $\mathbf{v} = x^2 \hat{\mathbf{x}} + 3xz^2 \hat{\mathbf{y}} - 2xz \hat{\mathbf{z}}$

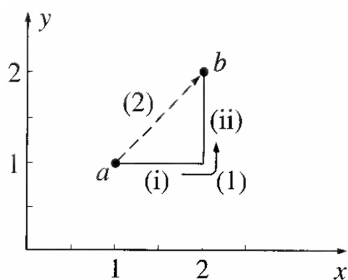
Naloga 1.3 Na funkciji $T = e^x \sin y \ln z$ preveri, ali je res rotor gradienta enak 0.

1.2 Integrali na vektorskih poljih

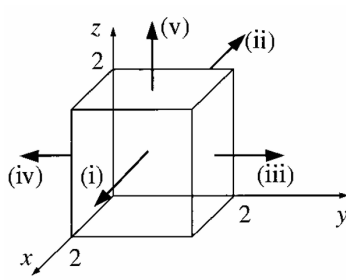
Naloga 1.4 Izračunaj krivuljni integral $\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}$ funkcije $\mathbf{v} = y^2 \hat{\mathbf{x}} + 2x(y+1) \hat{\mathbf{y}}$ med točkama $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$ in $\mathbf{b} = (2, 2, 0)$ po poteh (1) in (2), kot je prikazano na sliki 1. Koliko je $\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}$ za pot, ki gre iz \mathbf{a} do \mathbf{b} po (1) in se vrne nato v \mathbf{a} po (2)?

Naloga 1.5 Izračunaj integral $\iint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$ funkcije $\mathbf{v} = 2xz \hat{\mathbf{x}} + (x+2) \hat{\mathbf{y}} + y(z^2-3) \hat{\mathbf{z}}$ po petih ploskvah kocke, kot je prikazano na sliki 2 (torej po vseh razen po dnu). Naj bodo ploskve usmerjene navzven.

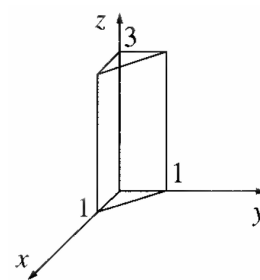
Naloga 1.6 Izračunaj integral $\iiint T dV$ funkcije $T = xyz^2$ po prostornini prizme, ki je prikazana na sliki 3.



Slika 1: k nalogi 1.4



Slika 2: k nalogi 1.5



Slika 3: k nalogi 1.6

1.3 Osnovni izreki

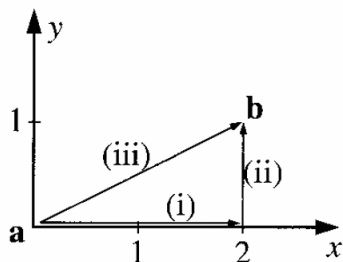
Naloga 1.7 Naj bo $T = xy^2$, točka $\mathbf{a} = (0, 0, 0)$ in $\mathbf{b} = (2, 1, 0)$. Preveri osnovni izrek o gradientih za pot $(0, 0, 0) - (2, 0, 0) - (2, 1, 0)$ ter za najkrajšo pot $(0, 0, 0) - (2, 1, 0)$, kot je prikazano na sliki 4.

Naloga 1.8 Preveri izrek o divergencah za funkcijo

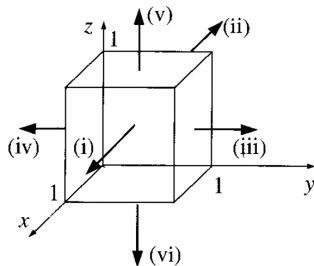
$$\mathbf{v} = y^2 \hat{\mathbf{x}} + (2xy + z^2) \hat{\mathbf{y}} + 2yz \hat{\mathbf{z}}$$

in enotsko kocko, ki se nahaja z enim ogliščem v izhodišču, kot je prikazano na sliki 5.

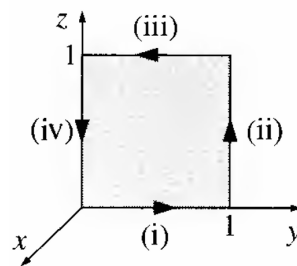
Naloga 1.9 Naj bo $\mathbf{v} = (2xz + 3y^2) \hat{\mathbf{y}} + 4yz^2 \hat{\mathbf{z}}$. Preveri izrek o rotorjih za kvadratno površino, ki je prikazana na sliki 6.



Slika 4: k nalogi 1.7



Slika 5: k nalogi 1.8



Slika 6: k nalogi 1.9

Naloga 1.10 Podana je vektorska funkcija

$$\mathbf{v} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}.$$

Najprej skiciraj funkcijo. Zatem izračunaj njeno divergenco na dva načina: s pretvorbo v kartezične koordinate ter z uporabo formule za divergenco v sfernih koordinatah. Nato preveri izrek o divergencah za sfero s polmerom R . Primerjaj rezultate med sabo in komentiraj.

1.4 Potenciali

Naloga 1.11 Naj bo $\mathbf{F}_1 = x^2 \hat{\mathbf{z}}$ in $\mathbf{F}_2 = x \hat{\mathbf{x}} + y \hat{\mathbf{y}} + z \hat{\mathbf{z}}$. Izračunaj divergenco in rotor obeh polj. Katero polje lahko zapišemo kot gradient skalarne polja? Poišči takšen skalarni potencial. Katero polje lahko zapišemo kot rotor vektorskega polja? Poišči takšen vektorski potencial.

Se nadaljuje ...