
Millikan

Oscar Marchand
Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde
26 oktober 2023

Groep 8

0.1 Abstract

In deze proef wordt nagegaan of de elementaire lading experimenteel bepaald kan worden door de krachten op geladen oliedruppeltjes in een spanningsveld te analyseren. Dit gaat wel degelijk en er wordt een waarde van $(1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-19} \text{C}$ gevonden. Verder wordt er nagegaan hoe de fout op de experimentele waarde verkleint kan worden.

1 Inleiding

Het Millikan-experiment, uitgevoerd door de Amerikaanse fysicus Robert A. Millikan in 1909, speelt een centrale rol in ons begrip van elektrische lading en de aard van de kleinste deeltjes in het universum. De kleinste hoeveelheid lading die in de natuur kan worden aangetroffen, staat bekend als de elementaire lading. Alle andere geladen voorwerpen hebben een lading die een veelvoud is van de elementaire lading. Hierdoor is de elementaire lading van fundamenteel belang in het elektromagnetisme.

Dit verslag documenteert ons eigen experiment, geïnspireerd door het werk van Millikan. De experimentele opstelling werd gebruikt om de elementaire lading te berekenen en deze te vergelijken met de algemeen geaccepteerde waarde. Door deze stappen te volgen, werd getracht een dieper begrip te verkrijgen van de fundamentele fysieke principes op microscopisch niveau.

Er wordt nagegaan of we de elementaire lading experimenteel kunnen berekenen en hoe ervoor gezorgd kan worden dat dit zo nauwkeurig mogelijk gebeurt.

2 Experimentele methode

2.1 opstelling

In Figuur 1 zie je:

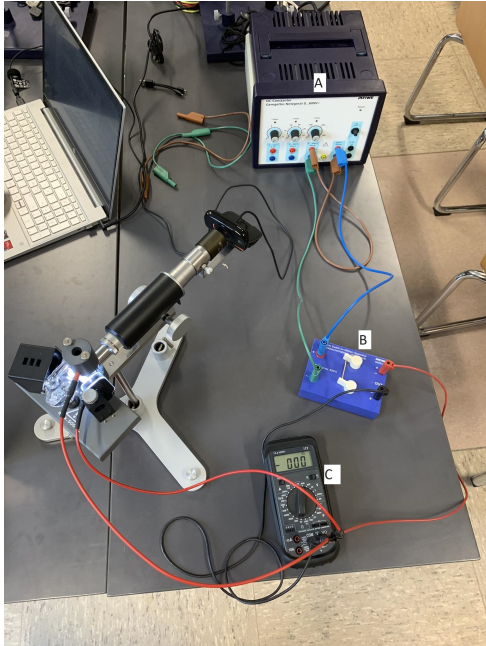
- (A) regelbare spanningsbron van PHYWE die een gelijkstroom levert
- (B) een polariteitswisselaar van PHYWE die de zin van de stroom kan aanpassen met een maximale input van 600V
- (C) een multimeter van Dynatec 112 die staat op stand 600V bij gelijkstroom.

Op Figuur 2 staat:

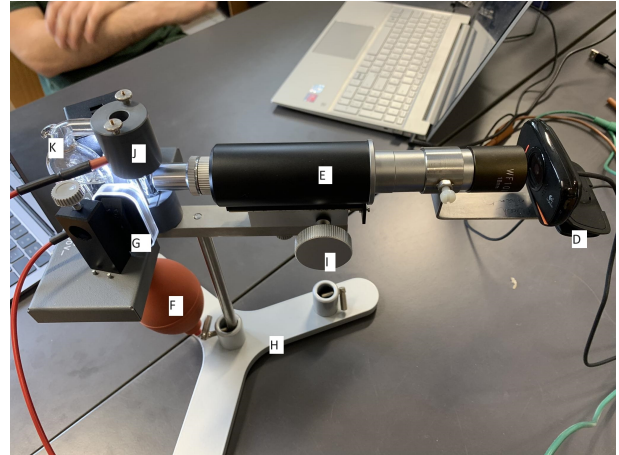
- (D) de Logitech C525 HD webcam
 - de microscoop-opstelling van PHYWE die omvat:
 - (E) microscoop
 - (H) statief
 - (J) condensatorkamer
 - (F) perspeer
 - (K) oliestuiver
 - (I) schuifregelaar
- (G) LED-lichtjes van Btwin

De oculairsterkte is WF10x18mm.

De multimeter wordt na de polariteitswisselaar geschakeld, aangezien deze laatste een ingebouwde weerstand heeft en we dus op deze manier een nauwkeurigere waarde krijgen voor de spanning in de condensatorkamer.



Figuur 1: Opstelling: circuit



Figuur 2: Opstelling: microscoop

2.2 fouten op de apparatuur

De multimeter heeft een meetfout $0,8\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit}$ ¹ De tijdsmetingen worden gelimiteerd door de hoeveelheid frames per seconde die de webcam maakt. Online ² vinden we dat deze overeenkomt met 30fps, dus een absolute fout op de tijd van 0,03s. Het editing programma van Windows, genaamd Clipchamp, is gebruikt om de video's te analyseren. In deze editor kan de video bekeken worden tot op 0,01s. We kunnen dus frame per frame de video bekijken.

2.3 Uitvoering experiment

Er is een schaalverdeling aanwezig op de microscoop, maar we weten de grootte hiervan niet. Hiervoor gebruiken we eerst een kalibratieglaasje met resolutie $10\mu\text{m}$ die we voor de microscoop zetten, waarna we een foto trekken met de webcam en de twee schaalverdelingen met elkaar vergelijken.

In het tweede deel van de proef laten we de spanning variëren van 480V tot 280V in stappen van 20V, waarbij we per stap 3 verschillende video's maken. Op elke video wordt één druppeltje geanalyseerd. Dit wordt gedaan door de polariteit van de spanning meerdere keren per video te veranderen.

Een druppel kan zowel een positieve als negatieve lading dragen, waarbij er respectievelijk een tekort en een overschot aan elektronen is. Wanneer de polariteit van de spanning gewisseld wordt verandert de absolute waarde van de spanning niet. We bekijken de tijd van elk druppeltje dus bij de absolute waarde van de spanning. Hierdoor zijn we gelimiteerd om enkel de absolute waarde van de lading van een druppeltje te berekenen, maar dit heeft geen invloed op ons resultaat, aangezien de lading van een druppeltje enkel kan veranderen over een discreet aantal keer de elementaire lading.

Nu bekijken we de tijd die een druppel nodig heeft om éénmaal te stijgen en ook de tijd om éénmaal te dalen, respectievelijk t_{op} en t_{neer} , over een afstand van 10 streepjes.

Bij elke spanning wordt ook de absolute fout berekend via de specificaties van de multimeter.

¹zie bron (1)

²zie bron (2)

2.4 Theorie

We stellen eerst formeel op dat we het naar omhoog bewegen van een oliedruppel definiëren volgens waargenomen door de microscoop. De microscoop draait het beeld namelijk 180° waardoor er volgens deze definitie geldt dat wanneer we zeggen dat een druppeltje omhoog beweegt, dat is volgens de zin van de zwaartekracht, dus naar de aarde toe. Omlaag bewegen is dan het precies het tegenovergestelde van naar omhoog bewegen.

Wanneer we oliedruppeltjes in het veld observeren zijn er drie verschillende krachten die spelen op de druppeltjes: De zwaartekracht, de coulombkracht en de wrijvingskracht. Afhankelijk van hoe deze krachten gericht zijn zal een oliedruppeltje ofwel omhoog ofwel omlaag bewegen aan een constante snelheid. In de eerste situatie kunnen we de krachten schetsen als:

$$F_z + F_C - F_w = 0 \quad (1)$$

In de laatste situatie is dit tegenovergesteld voor de coulombkracht en de weerstandskracht:

$$F_z - F_C + F_w = 0 \quad (2)$$

We kennen de dichtheid van olie, dus we kunnen de massa van een oliedruppel voorstellen als $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{olie}$ waarbij R de straal is van een oliedruppel. Nu is de zwaartekracht dus:

$$F_z = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{olie} g \quad (3)$$

We moeten echter rekening houden met de archimedeskracht, aangezien we met kleine druppeltjes werken, dus:

$$F_z = \frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_{olie} - \rho_{lucht}) g \quad (4)$$

De kracht op een geladen deeltje in een condensator wordt gegeven door $F = Eq$, met E het elektrisch veld en q de lading van het deeltje. Hierin kan de uitdrukking voor het elektrisch veld tussen vlakke condensatoren met afstand d ten opzichte van elkaar en spanning V gestoken worden $E = \frac{V}{d}$, waardoor we een uitdrukking voor de coulombkracht vinden:

$$F_C = \frac{V}{d} q \quad (5)$$

Via de gecorrigeerde wet van Stokes kan de wrijvingskracht ook berekend worden. Deze zegt namelijk dat de kracht van viscositeit op een kleine bol die door een viskeus medium gaat gegeven wordt door:

$$F_w = 6\pi R v \eta \left(1 + \frac{b}{pR}\right)^{-1} \quad (6)$$

in onderstaande tabel staan de constanten en hun waarden gevonden van Ufora en Wikipedia:

Tabel 1: Betekenis constanten

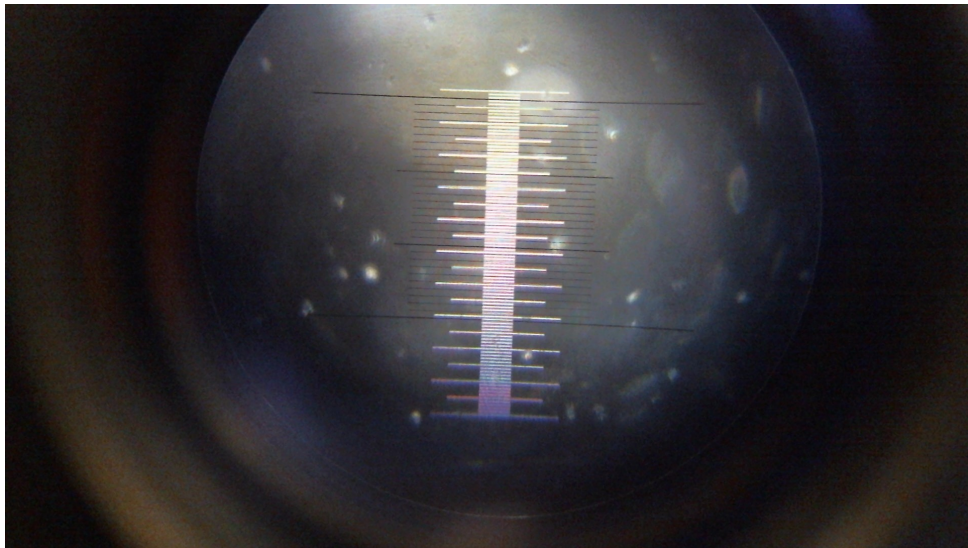
constante	symbool	waarde
afstand tussen condensatorplaten	d	2,50mm
dichtheid siliconenolie	ρ_{olie}	$1,03 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$
dichtheid lucht	ρ_{lucht}	$1,293 \frac{kg}{m^3}$
viscositeit lucht	η	$1,828 \times 10^{-5} \frac{kg}{m.s}$
constante b	b	$8,20 \times 10^{-3} Pa.m$
atmosfeerdruk	p	101325 Pa
valversnelling	g	$9,81 \frac{m}{s^2}$

Bij een bepaalde spanning V bekijken we een bepaald oliedruppeltje. We meten de tijd die hij nodig heeft om een bepaalde afstand omhoog af te leggen en een bepaalde afstand omlaag. Hieruit kunnen we de snelheid omhoog en omlaag halen. Nu hebben we twee bewegingsvergelijkingen met twee onbekenden, namelijk de straal van het druppeltje R en de lading van het druppeltje q. Hieruit kunnen we de straal van het druppeltje en dus ook de lading halen.

3 Resultaten

3.1 Kalibratie

Eerst wordt de schaal van de microscoop berekend. In Figuur 3 zien we dat er voor de 30 schaalverdelingen van de microscoop $(695 \pm 5)\mu\text{m}$ afgelegd wordt op het kalibratieschaaltje. Dit geeft ons dus een schaal van $(23,2 \pm 0,2)\mu\text{m}$ per streepje op de microscoop.



Figuur 3: Microscoopschaal met kalibratieglaasje

3.2 Tijdsmetingen

Uit het vorige vinden we dat 10 streepjes op de microscoop-schaalverdeling overeen komt met $(232 \pm 2)\mu\text{m}$. De tijdsmetingen worden gelimiteerd door de hoeveelheid frames per seconde de webcam maakt, dus voor elke meting is er een absolute fout van $\pm 0,03\text{s}$. De fout op de spanningen is gevonden via de specificaties van de multimeter.

Tabel 2: Tijdsmetingen

orde	Spanning (V)	t_{op} (s)	t_{neer} (s)
1	479 \pm 5	1,22	3,29
2	479 \pm 5	0,87	0,98
3	480 \pm 5	0,87	0,98
4	460 \pm 5	1,20	14,59
5	461 \pm 5	1,49	2,51
6	461 \pm 5	1,16	2,86
7	441 \pm 5	1,07	1,77
8	440 \pm 5	1,3	3,91
9	441 \pm 5	1,61	7,23
10	420 \pm 4	1,36	2,01
11	421 \pm 4	1,35	3,86
12	421 \pm 4	1,23	1,33
13	400 \pm 4	0,79	0,75
14	400 \pm 4	0,93	1,40
15	401 \pm 4	1,22	1,41
16	380 \pm 4	1,54	6,85
17	380 \pm 4	1,36	1,60
18	381 \pm 4	1,4	2,65
19	360 \pm 4	1,46	8,56
20	361 \pm 4	1,24	2,37
21	361 \pm 4	1,34	6,52
22	340 \pm 4	0,83	1,27
23	341 \pm 4	0,55	0,52
24	341 \pm 4	0,81	1,07
25	320 \pm 4	1,07	1,10
26	321 \pm 4	1,81	3,21
27	321 \pm 4	1,84	2,21
28	300 \pm 3	0,98	0,91
29	301 \pm 3	1,70	1,48
30	301 \pm 3	1,52	1,64
31	280 \pm 3	1,76	2,25
32	280 \pm 3	2,04	3,50
33	281 \pm 3	2,20	2,60

Tijdens de metingen hebben we enkele waarnemingen gemaakt:

- Wanneer stroom NIET is ingeschakeld gaan druppels naar boven, dus beeld dat gevormd wordt op de webcam is een omgekeerd beeld
- Wanneer stroom is ingeschakeld gaan druppels zowel naar boven als naar beneden - Sommige druppels zijn niet sterk genoeg geladen om zwaartekracht te overwinnen en vallen ongeacht welke stroom (pos. of neg.) erover wordt gezet
- Druppels lijken een schuine snelheid te hebben, ze gaan continu naar één kant waardoor we continu moeten scherpstellen. Dit kan meerdere oorzaken hebben:
 - Opstelling staat niet waterpas
 - Luchtverschuivingen in de kolom waar de druppels vallen/stijgen
 - Botsen tegen de opstelling/tafel waar de opstelling op staat

Uit de metingen kunnen we nu de snelheid berekenen, nl de afstand is $x = (232 \pm 2) \mu\text{m}$ en $v = \frac{x}{t}$. De fout wordt dan gegeven door:

$$AF(v) = v \left(\frac{AF(x)}{x} + \frac{AF(t)}{t} \right) \quad (7)$$

Tabel 3: Tijdsmetingen

orde	Spanning (V)	v_{op} ($\mu\text{m/s}$)	v_{neer} ($\mu\text{m/s}$)
1	479 \pm 5	190 \pm 6	71 \pm 1
2	479 \pm 5	270 \pm 11	237 \pm 9
3	480 \pm 5	270 \pm 11	237 \pm 9
4	460 \pm 5	193 \pm 7	15,9 \pm 0,2
5	461 \pm 5	156 \pm 4	92 \pm 2
6	461 \pm 5	200 \pm 7	81 \pm 2
7	441 \pm 5	217 \pm 8	131 \pm 3
8	440 \pm 5	178 \pm 6	59 \pm 1
9	441 \pm 5	144 \pm 4	32,1 \pm 0,4
10	420 \pm 4	171 \pm 5	115 \pm 3
11	421 \pm 4	172 \pm 5	60 \pm 1
12	421 \pm 4	189 \pm 6	174 \pm 5
13	400 \pm 4	290 \pm 14	310 \pm 15
14	400 \pm 4	250 \pm 10	166 \pm 5
15	401 \pm 4	190 \pm 6	165 \pm 5
16	380 \pm 4	151 \pm 4	33,9 \pm 0,4
17	380 \pm 4	171 \pm 5	145 \pm 4
18	381 \pm 4	166 \pm 5	87 \pm 2
19	360 \pm 4	159 \pm 5	27,1 \pm 0,3
20	361 \pm 4	187 \pm 6	98 \pm 2
21	361 \pm 4	173 \pm 5	35,6 \pm 0,5
22	340 \pm 4	280 \pm 13	183 \pm 6
23	341 \pm 4	420 \pm 27	450 \pm 30
24	341 \pm 4	290 \pm 13	217 \pm 8
25	320 \pm 4	217 \pm 8	211 \pm 8
26	321 \pm 4	128 \pm 3	72 \pm 1
27	321 \pm 4	126 \pm 3	105 \pm 2
28	300 \pm 3	237 \pm 9	250 \pm 11
29	301 \pm 3	136 \pm 4	157 \pm 5
30	301 \pm 3	153 \pm 4	141 \pm 4
31	280 \pm 3	132 \pm 3	103 \pm 2
32	280 \pm 3	114 \pm 3	66 \pm 1
33	281 \pm 3	105 \pm 2	89 \pm 2

Er is duidelijk te zien dat er een grotere fout is op de druppels die snel bewegen.
We kunnen de straal vinden via:

$$R = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-bg(\rho_{olie} - \rho_{lucht}) + \sqrt{b^2(\rho_{olie} - \rho_{lucht})^2 g^2 - 9p^2 g \eta (\rho_{olie} - \rho_{lucht})(v_{neer} - v_{op})}}{pg(\rho_{olie} - \rho_{lucht})} \right) \quad (8)$$

Waarbij enkel rekening gehouden wordt met de positieve uitkomst voor de straal.
Deze heeft een absolute fout gegeven door

$$AF(R) = \frac{9}{4} \frac{p\eta}{(\rho_{olie} - \rho_{lucht})(2pgR + b)} (AF(v_{neer}) + AF(v_{op})) \quad (9)$$

De lading kunnen we dan vinden via:

$$q = 3\pi R \eta (v_{neer} + v_{op}) \frac{d}{V} \left(\frac{1}{1 + \frac{b}{pR}} \right) \quad (10)$$

met een absolute fout:

$$AF(q) = q \left(2 \frac{AF(R)}{R} + \frac{AF(v_{neer}) + AF(v_{op})}{v_{neer} + v_{op}} + \frac{AF(V)}{V} + \frac{p}{b + pR} AF(R) \right) \quad (11)$$

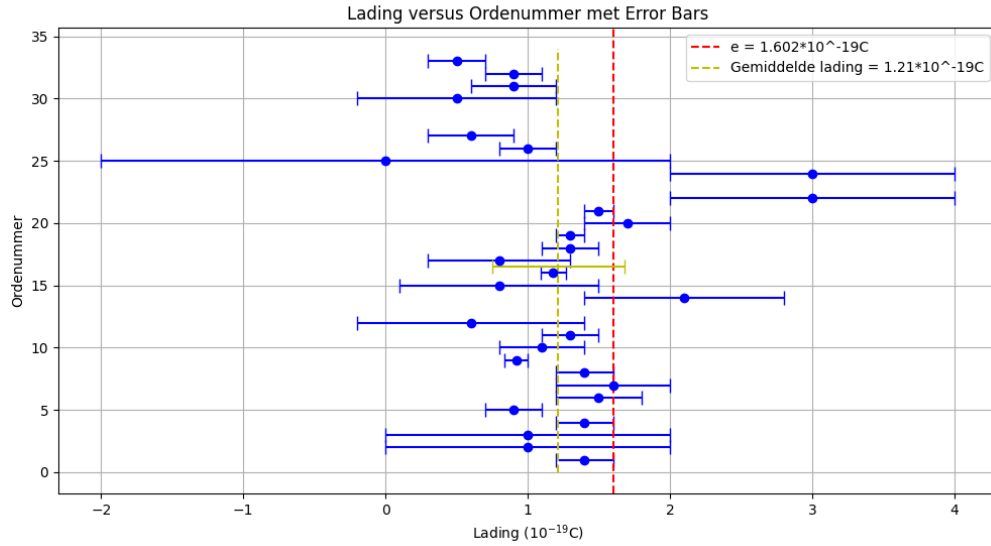
dit geeft ons volgende resultaten voor de straal en de lading:

Tabel 4: Straal en lading van de druppels

orde	Straal R (nm)	lading q (10^{-19}C)
1	660 ± 20	$1,4 \pm 0,2$
2	300 ± 100	1 ± 1
3	300 ± 100	1 ± 1
4	830 ± 10	$1,4 \pm 0,2$
5	470 ± 30	$0,9 \pm 0,2$
6	660 ± 30	$1,5 \pm 0,3$
7	550 ± 40	$1,6 \pm 0,4$
8	650 ± 20	$1,4 \pm 0,2$
9	720 ± 10	$0,92 \pm 0,08$
10	440 ± 30	$1,1 \pm 0,3$
11	640 ± 19	$1,3 \pm 0,2$
12	200 ± 100	$0,6 \pm 0,8$
13	/	/
14	550 ± 60	$2,1 \pm 0,7$
15	280 ± 80	$0,8 \pm 0,7$
16	720 ± 10	$1,18 \pm 0,09$
17	290 ± 60	$0,8 \pm 0,5$
18	530 ± 30	$1,3 \pm 0,2$
19	760 ± 10	$1,3 \pm 0,1$
20	560 ± 30	$1,7 \pm 0,3$
21	790 ± 10	$1,5 \pm 0,1$
22	590 ± 70	3 ± 1
23	/	/
24	500 ± 80	3 ± 1
25	100 ± 300	0 ± 2
26	440 ± 20	$1,0 \pm 0,2$
27	250 ± 40	$0,6 \pm 0,3$
28	/	/
29	/	/
30	180 ± 90	$0,5 \pm 0,7$
31	310 ± 30	$0,9 \pm 0,3$
32	400 ± 20	$0,9 \pm 0,2$
33	220 ± 40	$0,5 \pm 0,2$

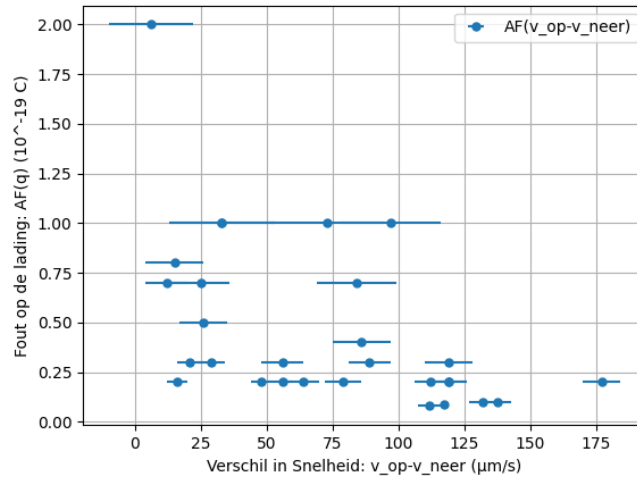
Het gemiddelde op deze ladingen is: $q = (1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-19}\text{C}$

Dit kan grafisch voorgesteld worden als:



Figuur 4: Verdeling van lading ten opzichte van ordenummer

Uit nieuwsgierigheid is de fout op de experimenteel bekomen waarde voor e in een grafiek voorgesteld ten opzichte van het verschil in snelheden. Deze wordt verder besproken in het volgende puntje.



Figuur 5: $AF(q)$ ten opzichte van het verschil in snelheden $v_{op} - v_{neer}$

4 Bespreking

Op Figuur 4 worden de ladingen voorgesteld. De rode lijn toont de algemeen geaccepteerde waarde van ongeveer $1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$. Het gemiddelde van de experimentele waardes wordt door de gele lijn voorgesteld, met foutenmarge. We zien dat de gemiddelde waarde ongeveer $0,4 \cdot 10^{-19} \text{C}$ onder de elementaire lading ligt, maar wel binnen de foutenmarge ligt. Er is echter wel een best grote fout op q , namelijk een relatieve fout $RF(q) = 41,7\%$.

Verder is er op de figuur te zien dat hoe groter de ordes, dus hoe kleine de spanning, hoe verder de metingen van e lijken te liggen en hoe groter de fout hierop. Dit kan je ook zien in de theoretische formule voor $AF(q)$ waarin een term zit die afhankelijk is van de spanning: $\frac{AF(V)}{V}$.

Er zijn echter enkele ordes waarvoor er geen straal en lading gevonden konden worden. Dit komt doordat de neerwaartse snelheid groter was dan de stijgingssnelheid. Dit ligt aan menselijke fouten. We merkten

namelijk op dat wanneer je boven de condensatorkamer bewoog met je hand, de druppeltjes veranderden van snelheid, door beweging van de lucht er rond.

Verder zien we dat we de stralen van de druppeltjes niet heel nauwkeurig kunnen berekenen.

In figuur 5 kunnen we zien dat hoe groter het verschil in snelheden, hoe kleiner de fout op de experimenteel bekomen waarde voor e , alhoewel de fout op q duidelijk ook van andere factoren afhangt buiten enkel het verschil in snelheden.

Verder kunnen we opmerken dat de bijna alle meetresultaten onder de algemeen geaccepteerde waarde voor e liggen. Dit kan bijvoorbeeld komen door een systematische fout, alhoewel dit niet super duidelijk is uit de resultaten.

5 Besluit

Er wordt besloten dat we de waarde voor de elementaire lading experimenteel kunnen bepalen, binnen een bepaalde foutenmarge. Dit toont aan dat ladingen gekwantiseerd zijn op heel kleine ladingen met een grootte-orde van 10^{-19} Coulomb.

Om dit experiment te optimaliseren kunnen we tijdens het meten een paar dingen doen:

- Hoe groter de spanning, hoe kleiner $AF(q)$. Als we bij hogere spanningen onze waarnemingen doen, zal de bekomen waarde ook nauwkeuriger zijn
- Hoe groter het verschil in snelheden, hoe nauwkeuriger we q kunnen berekenen. Bekijk dus vooral druppeltjes die traag dalen en snel stijgen.
- Wees voorzichtig rond de meetapparatuur om menselijke fouten te minimaliseren. Zorg dat de webcam nooit verplaatst wordt en dat er niet te veel luchtverplaatsing is rond de condensatorkamer.
- De snelheid van een druppeltje meerdere keren meten. In dit experiment is de snelheid van een druppeltje maar één keer gemeten. Als we dit meerdere keren doen, kunnen we werken met standaardfouten wat dus een nauwkeurigere waarde zou opleveren. Dit kost echter veel meer werk, wat nu al best veel was.

6 Bronnen

(1): Dynatek. D9000-serie Multimeters. Uitgever. <https://dynatek.nl/wp-content/uploads/2017/07/Brochure-Dynatek.pdf>

(2): Tweakers. (z.d.). Logitech HD Webcam C525 - Kenmerken - Tweakers. <https://tweakers.net/pricewatch/288686/logitech-hd-webcam-c525/specificaties/>

(3): Wikipedia contributors. (2023, October 28). Oil drop experiment. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 17:48, October 30, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Oil_drop_experiment&oldid=1182326165

(4): Wikipedia contributors. (2023, October 25). Stokes' law. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 17:49, October 30, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stokes%27_law&oldid=1181844119

(5): B. Van Waeyenberge, Ufora, experimenteren in de fysica en sterrekunde 2, <https://ufora.ugent.be/d2l/le/content/854712/Home>

(6): Atmosfeer (eenheid). (2022, augustus 29). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 11:27, november 1, 2023 van [https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Atmosfeer_\(eenheid\)&oldid=62688996](https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Atmosfeer_(eenheid)&oldid=62688996).

(7): Valversnelling. (2023, oktober 2). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 11:28, november 1, 2023 van <https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Valversnelling&oldid=66079836>.