
e/m

Oscar Marchand
Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde
9 november 2023

Groep 8

0.1 Abstract

In deze proef wordt nagegaan of de waarde van e , de lading van een elektron, ten opzichte van zijn massa m_e experimenteel bepaald kan worden. We vinden $e/m_e = (2,97 \pm 0,27) \cdot 10^{11}$ C/kg wat niet overeen komt met de algemeen geaccepteerde waarde. Verder wordt er nagegaan hoe de fout op de experimentele waarde verkleint kan worden.

1 Inleiding

De elementaire lading e is fundamenteel in elektromagnetische verschijnselen, aangezien dit de kleinste lading is die een voorwerp kan bezitten (zie(10)). elektrische lading is namelijk gekwantiseerd, wat inhoudt dat elke andere lading een veelvoud is van e . In dit experiment wordt de verhouding tussen de lading e en de massa m_e van een elektron nagegaan. Dit doen we door de baan te bestuderen van een elektron in een magnetisch veld.

2 Experimentele methode

2.1 Opstelling

In de opstelling hebben we:

- (A) 2 multimeters van type Peaktech 3340 DMM
- (B) Helmholtz-spoelen van 3B scientific
- (C) Lintstraalbuis van 3B scientific
- (D) DC power supply van 3B scientific

De lintstraalbuis heeft 3 verschillende inputs en één outputs, hier worden ze respectievelijk van links naar rechts overlopen zoals te zien is op de foto:

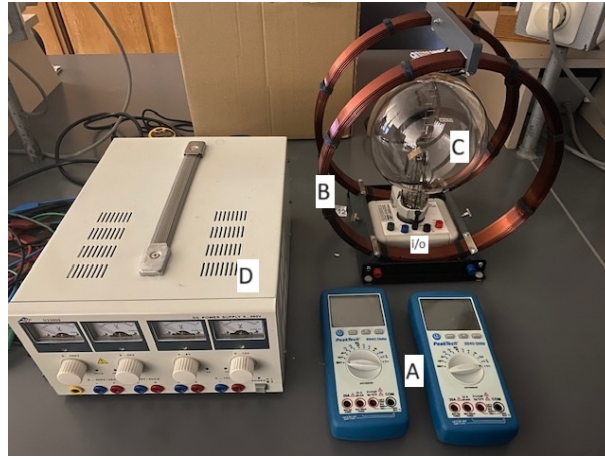
U_H : Spanning gebruikt om de kathode op te warmen, staat altijd op 7,5V.

$-U_W$: Spanning gebruikt om de Wehnelt cilinder te bedienen. Deze zorgt voor het focussen van de elektronen en heeft een range van (0 tot -50)V.

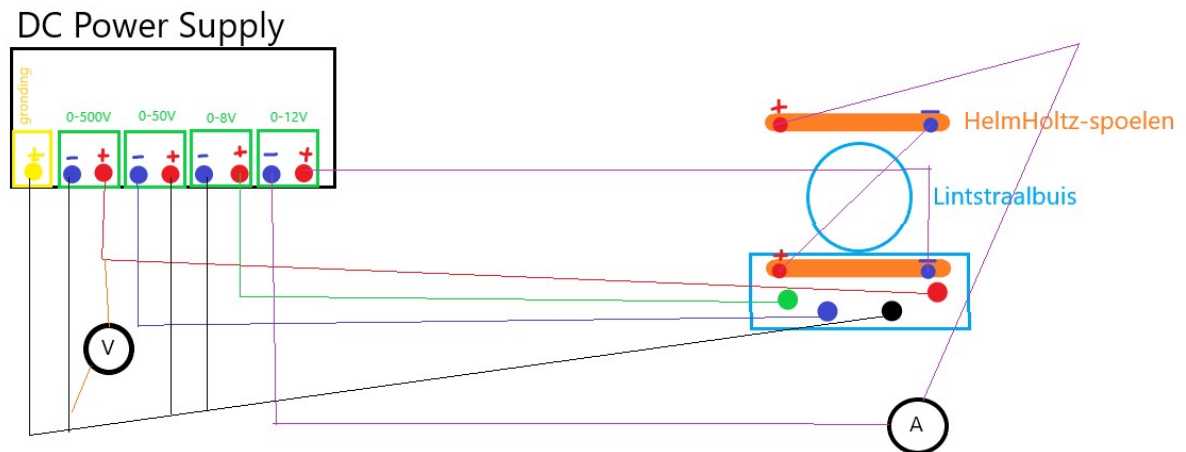
gronding : kathode wordt met de grond verbonden.

U_A : Anode spanning om de elektronen te versnellen, in de range (0 tot 500)V

Een multimeter wordt op stand 'V' parallel geschakeld met U_A , de ander wordt op stand '20A' gezet en in serie geschakeld met de spoelen. Op Figuur 2 staan de inputs en outputs van de power supply en de range ervan. De spoelen hebben een straal $R = 0,15m$ en $N = 124$ aantal windingen.



Figuur 1: Opstelling: apparatuur



Figuur 2: Opstelling: circuit van bovenaanzicht

2.2 Fouten op de apparatuur

De multimeters hebben een fout (zie (1)) die wordt gegeven voor DC stroom: $\pm (1\% + 3 \text{ digits})$ en voor DC spanning: $\pm (0.5\% + 2 \text{ digits})$

De lintstraalbuis bevat een meetschaal met resolutie 2cm. Dit is echter niet representatief voor de werkelijke resolutie en wordt later nog besproken.

2.3 uitvoering experiment

We stellen U_H in op 7,5V, zoals hiervoor besproken, U_W op -40V en bedienen vervolgens U_A en de stroom I door de spoelen. Met deze twee kunnen we de diameter van de baan van de elektronen bedienen. De fouten op U_H en U_W doen er niet toe, aangezien ze niet voorkomen in de formule voor e/m_e zoals straks opgesteld zal worden.

Bij 6 verschillende standen tussen 200V en 300V voor U_A wordt de stroom door de spoelen zo aangepast dat de diameter van de cirkelbaan die de elektronen beschrijven overeen komt met één van de streepjes aanwezig in de lichtstraalbuis. Deze meting kan parallax-vrij gebeuren aangezien de lichtstraalbuis voorzien is van twee schaalverdelingen op een onderlinge afstand van 2cm. We meten dus de stroom bij 4 verschillende diameters.

2.4 Theorie

Door de spanning U_A krijgt elk elektron een bepaalde snelheid v mee van de anode. Deze kunnen we berekenen via de energie (zie(2)):

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = eU_A \quad (1)$$

Dit elektron bevindt zich in een magnetisch veld opgewekt door de Helmholtz-spoelen doordat er een stroom I door de spoelen loopt. B valt te berekenen via de wet van Biot-Savart (zie(3)):

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C I \frac{d\vec{l} \times d\vec{r}}{r^3}$$

$$\Leftrightarrow B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N I}{R}$$

Dit magnetisch veld zorgt voor een Lorentzkracht (zie(4)) die op het elektron inwerkt. Deze kracht zorgt voor de centripetale versnelling van het deeltje:

$$m \frac{v^2}{r} = evB \quad (2)$$

Deze drie vergelijkingen worden samen gegoten in een vergelijking voor e/m_e :

$$\frac{e}{m_e} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 N^2} \frac{U_A}{r^2 I^2} \quad (3)$$

We kunnen dan de fout op deze formule berekenen (zie(5)):

$$AF\left(\frac{e}{m_e}\right) = \frac{e}{m_e} \left(\frac{AF(U_A)}{U_A} + 2 \frac{AF(r)}{r} + 2 \frac{AF(I)}{I} \right) \quad (4)$$

3 Resultaten

Tijdens het meten zijn er enkele opmerkingen gemaakt:

- Wanneer $-U_W$ verandert, verandert de resolutie van de elektronenstraal
- Wanneer U_A verkleint, vergroot de diameter van de cirkel
- Niet bij alle spanningen U_A kan een diameter van 2cm behaald worden door limitaties op de stroom
- Het is niet zo gemakkelijk om een diameter van 10cm te behalen, want de elektronenstraal lijkt aangetrokken te worden door het glas
- Hoe kleiner de stroom, hoe groter de verandering van de diameter bij een kleine verandering van de stroom

Door deze laatste kunnen we een absolute fout nemen op d die omgekeerd evenredig is met de stroom. Via observatie kan geschat worden dat bij $U_A = 250V$ en stroom $I = 0,892A$ er ongeveer een fout is op de diameter van $\pm 0,4cm$. Voor $U_A = 300V$ en stroom $I = 3,676A$ is er ongeveer een fout is op de diameter van $\pm 0,1cm$. Dit kunnen we dan gebruiken om de formule op te stellen:

$$AF(d) = \frac{0,35cm}{I} \quad (5)$$

Dit is een schatting die beter overeenkomt met de waarnemingen tijdens te proef. De resultaten van het experiment zijn te zien in onderstaande tabel:

Tabel 1: resultaten voor het experiment

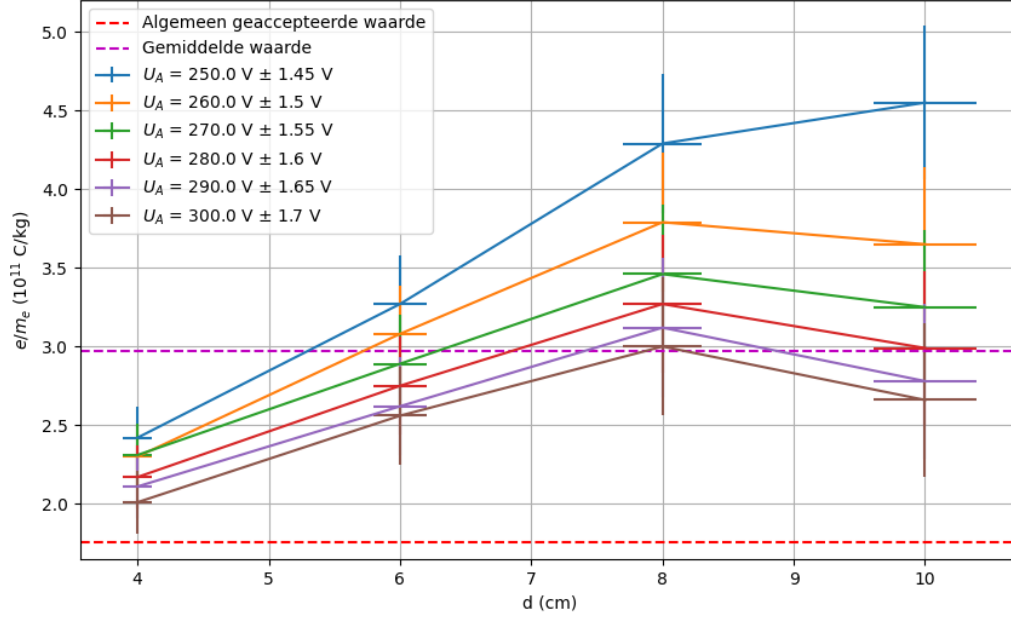
U_A (V)	d (cm)	I (A)
$250,0 \pm 1,45$	$10 \pm 0,39$	$0,892 \pm 0,011$
	$8 \pm 0,3$	$1,148 \pm 0,013$
	$6 \pm 0,2$	$1,753 \pm 0,02$
	$4 \pm 0,11$	$3,060 \pm 0,033$
$260,0 \pm 1,5$	$10 \pm 0,34$	$1,015 \pm 0,012$
	$8 \pm 0,28$	$1,245 \pm 0,014$
	$6 \pm 0,19$	$1,842 \pm 0,02$
	$4 \pm 0,11$	$3,195 \pm 0,034$
$270,0 \pm 1,55$	$10 \pm 0,32$	$1,097 \pm 0,013$
	$8 \pm 0,26$	$1,328 \pm 0,015$
	$6 \pm 0,18$	$1,938 \pm 0,021$
	$4 \pm 0,11$	$3,253 \pm 0,035$
$280,0 \pm 1,6$	$10 \pm 0,3$	$1,165 \pm 0,014$
	$8 \pm 0,25$	$1,391 \pm 0,016$
	$6 \pm 0,17$	$2,024 \pm 0,022$
	$4 \pm 0,1$	$3,418 \pm 0,036$
$290,0 \pm 1,65$	$10 \pm 0,29$	$1,228 \pm 0,014$
	$8 \pm 0,24$	$1,449 \pm 0,016$
	$6 \pm 0,17$	$2,111 \pm 0,023$
	$4 \pm 0,1$	$3,527 \pm 0,037$
$300,0 \pm 1,7$	$10 \pm 0,27$	$1,278 \pm 0,015$
	$8 \pm 0,23$	$1,505 \pm 0,017$
	$6 \pm 0,16$	$2,169 \pm 0,024$
	$4 \pm 0,1$	$3,676 \pm 0,039$

deze resultaten steken we nu in formule (3). We mogen echter niet vergeten om de straal te gebruiken en niet de diameter. De absolute fout wordt gevonden via formule (4). De bekomen waarden worden getoond in onderstaande tabel:

Tabel 2: Berekende waarden voor e/m_e vanuit resultaten uit Tabel 1

U_A (V)	d (cm)	e/m_e (10^{11} C/kg)
$250,0 \pm 1,45$	$10 \pm 0,39$	$4,55 \pm 0,49$
	$8 \pm 0,3$	$4,29 \pm 0,44$
	$6 \pm 0,2$	$3,27 \pm 0,31$
	$4 \pm 0,11$	$2,42 \pm 0,2$
$260,0 \pm 1,5$	$10 \pm 0,34$	$3,65 \pm 0,36$
	$8 \pm 0,28$	$3,79 \pm 0,37$
	$6 \pm 0,19$	$3,08 \pm 0,28$
	$4 \pm 0,11$	$2,3 \pm 0,19$
$270,0 \pm 1,55$	$10 \pm 0,32$	$3,25 \pm 0,3$
	$8 \pm 0,26$	$3,46 \pm 0,32$
	$6 \pm 0,18$	$2,89 \pm 0,25$
	$4 \pm 0,11$	$2,31 \pm 0,19$
$280,0 \pm 1,6$	$10 \pm 0,3$	$2,99 \pm 0,27$
	$8 \pm 0,25$	$3,27 \pm 0,3$
	$6 \pm 0,17$	$2,75 \pm 0,23$
	$4 \pm 0,1$	$2,17 \pm 0,17$
$290,0 \pm 1,65$	$10 \pm 0,29$	$2,78 \pm 0,24$
	$8 \pm 0,24$	$3,12 \pm 0,27$
	$6 \pm 0,17$	$2,62 \pm 0,22$
	$4 \pm 0,1$	$2,11 \pm 0,16$
$300,0 \pm 1,7$	$10 \pm 0,27$	$2,66 \pm 0,22$
	$8 \pm 0,23$	$3,0 \pm 0,26$
	$6 \pm 0,16$	$2,56 \pm 0,21$
	$4 \pm 0,1$	$2,01 \pm 0,15$

Deze kunnen we voorstellen in de figuur:

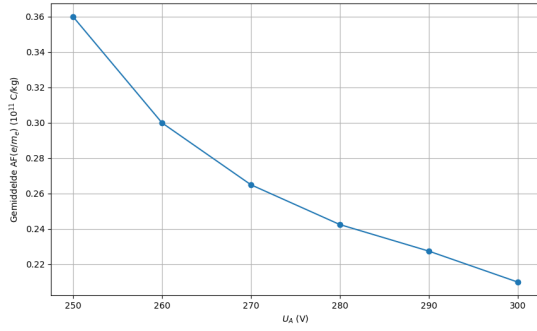


Figuur 3: Resultaten van het experiment

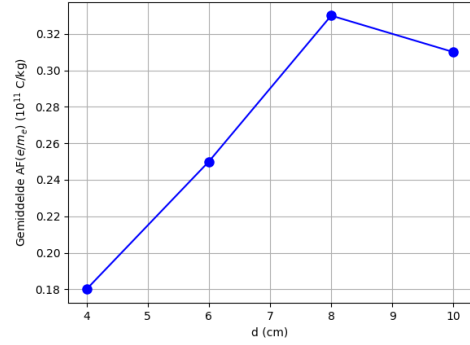
In totaal hebben we een gemiddelde $e/m_e = (2,97 \pm 0,27) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$.

4 Bespreking

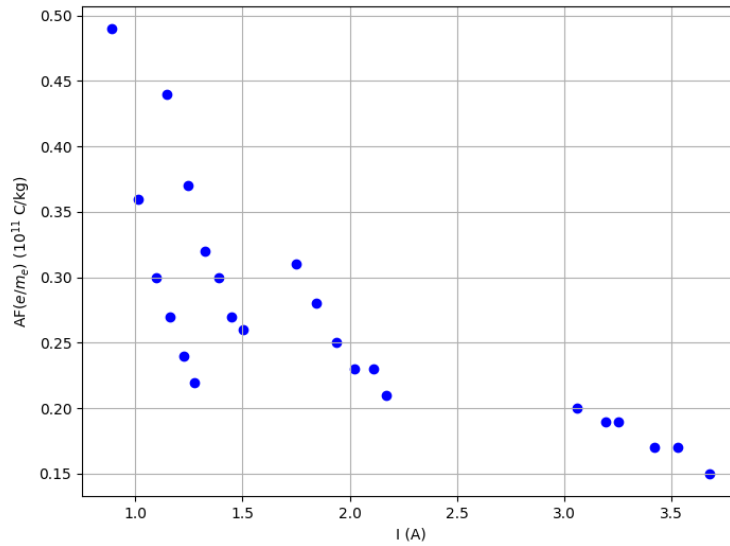
De algemeen geaccepteerde waarde voor $\frac{e}{m_e} \approx 1,759 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$. We zien dat de gevonden waarde van $(2,97 \pm 0,27) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ niet eens in de buurt komt van deze waarde. De absolute fout op de gevonden waarde is afhankelijk van zowel U_A , d en I . In onderstaande grafieken worden de relatie van $\text{AF}(e/m_e)$ tot deze grootheden getoont:



Figuur 4: Gemiddelde $AF(e/m_e)$ per U_A



Figuur 5: Gemiddelde $AF(e/m_e)$ per d



Figuur 6: $AF(e/m_e)$ per stroom I

Op de grafieken kan je zien dat er een grote U_A en stroom I en een kleine diameter d nodig is om een nauwkeurig resultaat te bekomen. We zien echter wel dat de stroom de grootste bijdrage levert bij $AF(e/m_e)$.

Er zou echter ook een fout kunnen zitten in de formule die we afgeleidt hebben voor de magnetische veldsterkte. Er is van uitgegaan dat het magnetisch veld overal uniform is. Dit is echter een approximatie van de werkelijkheid (zie(8)). Dit verklaart waarom er bij kleinere diameter we dichterbij de werkelijke waarde voor e/m_e komen, aangezien we daar dichterbij het centrum zitten, waar de approximatie beter klopt.

We kunnen ook meerdere metingen maken, om de reproduceerbaarheid van het experiment te testen. Dit gaat zorgen voor een betere representatie van meetwaarden.

Tijdens het experiment van Millikan vonden we een waarde $e = (1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-19} \text{C}$. Hiermee kunnen we dan de experimentele waarde voor m_e berekenen, waarvoor we vinden: $m_e = (4,04 \pm 0,21) \cdot 10^{-31} \text{kg}$ wat niet overeen komt met de algemeen geaccepteerde waarde van $\approx 9,109 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ (zie(9)).

5 Besluit

Er wordt besloten dat de experimenteel bepaalde waarde voor e/m_e niet overeen komt met de theoretische waarde. Hierdoor kunnen we ook niet de juiste waarde bekomen voor m_e . In de toekomst zullen we rekening moeten houden met enkele factoren die de fout op de bekomen waarde kunnen verkleinen:

- hoe groter U_A , hoe kleiner de fout
- hoe groter de diameter, hoe kleiner de fout
- hoe kleiner de stroom, hoe kleiner de fout

Verder zouden we ook meerdere metingen kunnen maken, waardoor de reproduceerbaarheid van resultaten zou kunnen testen.

6 Bronnen

(1): PeakTech 3340. (z.d.). Geraadpleegd op 11 november 2023, van <https://peaktech-rce.com/en/digital-multimeters/146-peaktech-3340-digital-multimeter-3-digits-3999-36mm-frequency-meter-thermometer-k.html>

(2): Elektrische energie. (2023, september 7). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 07:54, november 11, 2023 van https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Elektrische_energie&oldid=65727935.

(3): Wet van Biot-Savart. (2023, maart 3). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 07:53, november 11, 2023 van https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Wet_van_Biot-Savart&oldid=63915287.

(4): Wikipedia contributors. (2023, October 17). Lorentz force. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 07:56, November 11, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Lorentz_force&oldid=1180632457

(5): Jachowicz, N. (2020, september). Experimenteren in de Fysica en de Sterrenkunde 1. CursusExperimenterenF&S. Geraadpleegd op 11 november 2023, van <https://ufora.ugent.be/d2l/le/content/638066/viewContent/1457952/View>

(6): Wikipedia contributors. (2023, August 22). Vacuum permeability. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 10:07, November 11, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Vacuum_permeability&oldid=1171639696

(7): Wikipedia contributors. (2023, November 3). Mass-to-charge ratio. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 10:11, November 11, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mass-to-charge_ratio&oldid=1183256975

(8): Wikipedia contributors. (2023, September 16). Helmholtz coil. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 14:15, November 11, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Helmholtz_coil&oldid=1175610910

(9): Elektron. (2023, november 9). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 14:23, november 11, 2023 van <https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Elektron&oldid=66279847>.

(10): Elementaire lading. (2023, juni 27). Wikipedia, de vrije encyclopedie. Opgehaald 17:51, november 15, 2023 van https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Elementaire_lading&oldid=64586430.

ChatGPT is gebruikt voor de verwerking van data.