
Polarimeter

Oscar Marchand
Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde
12 oktober 2023

Groep 8

1 Abstract

In deze proef wordt het optisch draaivermogen van de optisch actieve stof kwarts bepaald aan de hand van twee kwartskristallen van verschillende dikte. We gebruiken nadien het optisch draaivermogen van een suikeroplossing om de concentratie ervan te berekenen. Dit levert de resultaten: $[\alpha]_{gem} = -21.64^\circ/\text{mm} \pm 0.06^\circ/\text{mm}$ voor kwarts en $C = 0.137\text{g}/\text{cm}^3 \pm 0.002\text{g}/\text{cm}^3$ de concentratie van de suikeroplossing. Ten slotte bewijzen we de wet van Malus via een fotocel en twee polarisatoren. Het blijkt echter dat deze lastig te verifiëren is, waarbij de meetwaarden niet overeenkomen met de theoretisch voorspelde waarde.

2 Inleiding

Een optisch actieve stof is een stof die de polarisatierichting van een invallende elektromagnetische golf verandert, dat is de wijze waarop het elektrisch veld trilt. Definieer de hoek waarover een optische stof het polarisatievlak draait α . Deze is recht evenredig met de afstand die het licht in de optisch actieve stof aflegt:

$$\alpha = [\alpha]d$$
$$\Leftrightarrow [\alpha] = \frac{\alpha}{d}$$

Waarbij $[\alpha]$ gedefinieerd wordt als het optisch draaivermogen

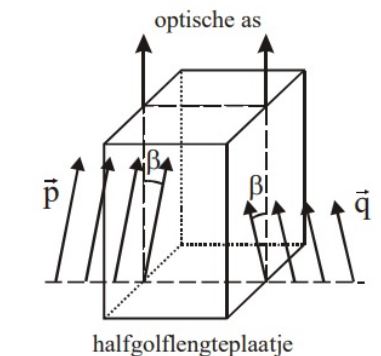
Vloeistoffen en oplossingen kunnen ook optisch actieve stoffen zijn. Hierbij is er een recht evenredig verband tussen de draaihoek en de concentratie C van de oplossing:

$$[\alpha]_{sp} = \frac{[\alpha]}{C} = \frac{\alpha}{lC}$$

Als conventie nemen we dat de hoek α positief is bij draaiing in wijzerzin.

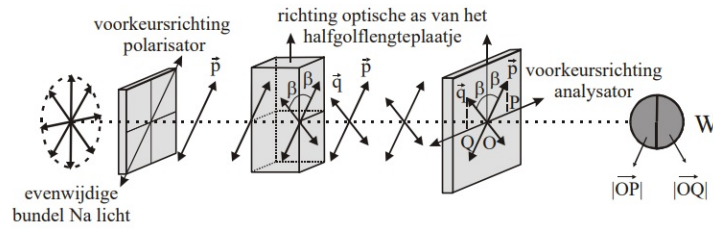
3 Experimentele methode

Bij deze proef wordt gebruik gemaakt van de polarimeter van Laurent. Dit is een optisch instrument die de hoek van optische rotatie kan meten. Deze bestaat uit een lichtbron, in deze poef een natrium licht, met een convergerende lens die zorgt voor een evenwijdige lichtbundel. Hierna valt het licht op een polarisator, die ervoor zorgt dat het licht lineair gepolariseerd is in een richting naar keuze. Dan valt het licht in op een halfgolfplaatje. Wanneer een golf met polarisatie \vec{p} invalt onder een hoek β op het halfgolfplaatje ondergaat die een draaiing. Het licht dat uit het plaatje komt heeft dan een trillrichting \vec{q} die symmetrisch is ten opzichte van de optische as. Definieer de halfschaduwhoek als de hoek 2β . Na het halfgolfplaatje hebben we de analysator. Dit is een polarisator die deels is afgedekt. Deze gebruiken we om de halfschaduwhoek te bepalen. Als de voorkeursrichting van de analysator loodrecht staat op de optische as van het golfplaatje, dan laat de analysator gelijke componenten door van de trillingen \vec{p} en \vec{q} . Op dat moment zien we twee gelijke verlichte halve cirkels. We

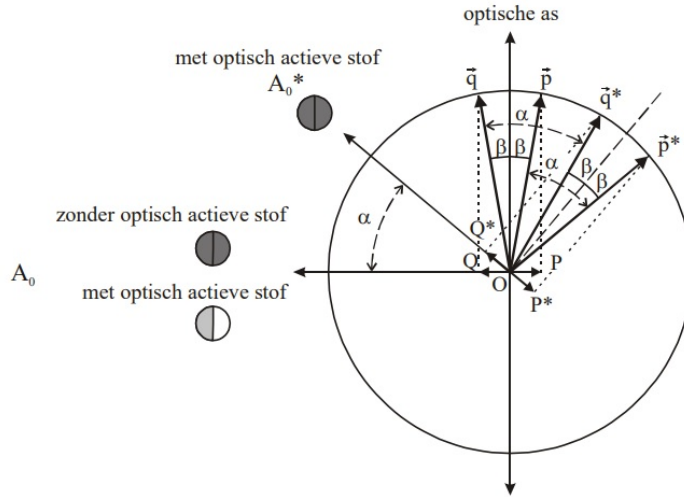


(a) werking van halfgolfplaatje
Bron: Ufora

kunnen nu de hoek α berekenen door te kijken naar de kleinste hoek waarover we de analysator moeten draaien om weer een homogene belichting te verkrijgen.



Figuur 1: opstelling
Bron: Ufora



Figuur 2: belichtingsstanden
Bron: Ufora

3.1 proef 1: Optisch draaivermogen van kwarts en suikeroplossing

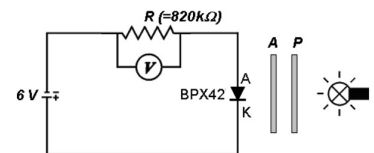
In deze proef wordt het optisch draaivermogen van kwarts bepaald via de polarimeter van Laurent. Hierbij wordt eerst de 4 standen met homogene belichting bepaald. Dan wordt β bepaald met de bijhorende fout. Hierna wordt met fout het optisch draaivermogen bepaald op twee kwartsplaatjes met dikte $1,00 \pm 0,01\text{mm}$ en $2,00 \pm 0,01\text{mm}$, waarbij gekeken wordt of de resultaten reproduceerbaar zijn. Ten slotte wordt het optisch draaivermogen van de suikeroplossing bepaald, waaruit de concentratie wordt berekend. Gegeven is dat een suikerconcentratie van $0,1619 \pm 0,0001 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ een draaihoek van $21^\circ 40' \pm 1'$ oplevert voor een 20cm lange oplossing

3.2 proef 2: Wet van Malus

In deze proef wordt de wet van Malus geverifieerd. Deze zegt dat wanneer een gepolariseerde lichtstraal door een perfecte polarisator gaat, de intensiteit van het licht erna gegeven wordt door:

$$I = I_0 \cos^2 \theta_i \quad (1)$$

In de opstelling wordt een Reuter-lamp gebruikt als lichtbron, waarna een polarisator, bestaande uit een polaroid filter, wordt geplaatst waarin de ene polarisatierichting sterk geabsorbeerd wordt. Daarna wordt een analysator geplaatst, wat neerkomt op een tweede filter die draaibaar is opgesteld. Hierna zit een fotodiode, type BPX42, op een plaatje die de buis waarin de polarisatoren zitten afsluit. Deze fotodiode is aangesloten op een keten met een bron van 6V en een weerstand van $820 \text{ k}\Omega$ waarover een multimeter Appa 91 is opgesteld die



(a) schema van de schakeling
Bron: Ufora

de spanning meet. Hiervoor geldt dat de invallende lichtintensiteit recht evenredig is met de stroom die door de keten stroomt.

Eerst wordt met het blote oog nagegaan of de intensiteit van het licht verandert wanneer de hoek van de analysator aangepast wordt. Nu plaatsen we de fotodiode terug en maken we de verbindingen. De wet van Malus wordt onderzocht door de spanning te meten over de weerstand over 10 standen van de analysator, tussen 0° - 90° . De fout op de metingen wordt berekend en de meetwaarden worden in een grafiek voorgesteld.

4 Meetresultaten

4.1 proef 1: Optisch draaivermogen van kwarts en suikeroplossing

Eerst wordt de hoek voor homogene belichting bepaald. Deze wordt 4 keer onafhankelijk van elkaar gemeten om de reproduceerbaarheid te checken. De absolute fout van het meetapparaat is $\pm 0.025^\circ$. De ordes worden genummerd door in tegenwijzerzin te draaien aan de analysator.

Tabel 1: Belichtingsstanden zonder halfgolflengteplaatje

orde	Meeting 1 ($^\circ$)	Meeting 2 ($^\circ$)	Meeting 3 ($^\circ$)	Meeting 4 ($^\circ$)	Gemiddelde ($^\circ$)
1	-0.55	-0.50	-0.60	-0.50	-0.5375
2	-95.00	-94.10	-94.05	-86.00	-92.2875
3	179.90	179.85	179.90	179.90	179.8875
4	91.25	93.50	95.65	88.10	92.125

Het is duidelijk dat deze metingen niet reproduceerbaar zijn. In onderstaande tabel worden de absolute fouten per meeting gegeven, berekend via de standaardfout.

Tabel 2: Absolute fout op de metingen

orde	Gemiddelde ($^\circ$)	Absolute fout ($^\circ$)
1	-0.54	± 0.07
2	-92	± 6
3	179.89	± 0.04
4	92	± 5

Het is duidelijk dat de 2e en 4e orde een disproportionele fout hebben ten opzichte van de 1e en 3e orde. Dit is doordat er een minder duidelijke omschakeling was van lichtintensiteit. Bij de 1e en 3e orde was dit veel duidelijker, wat zich vertaalt in een kleinere fout.

Nu wordt β gemeten tov de eerste orde homogene belichting: In de tabel staan de hoeken waarbij er maximaal contrast is wanneer er in wijzerzin gedraaid wordt tov de eerste orde homogene belichting

Tabel 3: Meetingen voor β

Meeting 1 ($^\circ$)	Meeting 2 ($^\circ$)	Meeting 3 ($^\circ$)	Meeting 4 ($^\circ$)	Gemiddelde ($^\circ$)
3.55	4.10	4.00	4.00	3.9125

Deze is niet reproduceerbaar, dus de absolute fout wordt via de standaardfout berekend:

$$SF(\beta) = 0.12^\circ$$

$$\text{Dus } AF(\beta) = 0.4^\circ$$

$$\text{We vinden dat } \beta = 3.9^\circ \pm 0.4^\circ$$

In onderstaande tabel staan de meetresultaten voor kwarts van 0.99mm.

Tabel 4: Belichtingsstanden voor kwarts 0.99mm

orde	Meeting 1 (°)	Meeting 2 (°)	Meeting 3 (°)	Meeting 4 (°)	Gemiddelde (°)
1	-21.70	-21.80	-21.75	-21.70	-21.7375
2	-124.60	-122.80	-123.55	-120.20	-122.7875
3	158.20	158.40	158.05	158.30	158.2375
4	68.50	63.45	61.10	62.55	63.9

Het is duidelijk dat deze niet reproduceerbaar zijn. De absolute fout op de metingen wordt via de standaardfout berekend.

Tabel 5: Absolute fout op de metingen

orde	Gemiddelde (°)	Absolute fout (°)
1	-21.74	± 0.07
2	-123	± 3
3	158.2	± 0.2
4	64	± 5

Hetzelfde voor kwarts 2.00mm:

Tabel 6: Belichtingsstanden voor kwarts 2.00mm

orde	Meeting 1 (°)	Meeting 2 (°)	Meeting 3 (°)	Meeting 4 (°)	Gemiddelde (°)
1	-43.55	-43.40	-43.65	-43.45	-43.5125
2	-154.70				-154.70
3	136.70	136.15	136.20	136.40	136.3625
4	19.10				19.10

Hierbij werd er maar één meeting gedaan voor ordes 2 en 4 aangezien de metingen redelijk wat tijd in beslag namen en de meetresultaten niet nauwkeurig zijn voor deze ordes. Het optisch draaivermogen zullen we enkel berekenen met de 1e en 3e orde belichtingsstanden.

De absolute fout wordt opnieuw uit de standaardfout berekend, aangezien deze meetresultaten niet reproduceerbaar zijn.

Tabel 7: Absolute fout op de metingen

orde	Gemiddelde (°)	Absolute fout (°)
1	-43.5	± 0.2
3	136.4	± 0.4

Met deze meetresultaten kunnen we nu het optisch draaivermogen berekenen.

$$\alpha = [\alpha]d$$

$$\Leftrightarrow [\alpha] = \frac{\alpha}{d}$$

In de tabel worden de resultaten weergegeven. We berekenen het optisch draaivermogen enkel via de 1e en 3e orde belichtingsstanden aangezien de 2e en 4e orden niet nauwkeurig bepaald kunnen worden. De absolute fout op $[\alpha]$ wordt berekend via:

$$\begin{aligned}
 AF([\alpha]) &= [\alpha]RF\left(\frac{\alpha}{d}\right) \\
 &= [\alpha](RF(\alpha) + RF(d)) \\
 &= [\alpha]\left(\frac{AF(\alpha)}{\alpha} + \frac{AF(d)}{d}\right)
 \end{aligned}$$

Tabel 8: Resultaten optisch draaivermogen kwarts

orde	dikte (mm)	α (°)	$[\alpha]$ (°/mm)
1	0.99±0.01	-21.2±0.1	-21.4±0.1
3	0.99±0.01	-21.7±0.2	-21.91±0.02
1	2.00±0.01	-43.0±0.3	-21.48±0.04
3	2.00±0.01	-43.5±0.4	-21.75±0.09

Deze waarden liggen allemaal dicht bij elkaar, maar niet in elkaars foutenmarge. Per orde liggen de twee meetwaarden wel in elkaars foutenmarge. Als we het gemiddelde van de waarden nemen dan vinden we een waarde: $[\alpha]_{gem} = -21.64^\circ/\text{mm} \pm 0.06^\circ/\text{mm}$

In onderstaande tabel worden de meetresultaten weergegeven voor de suikeroplossing.

Tabel 9: Belichtingsstanden voor suikeroplossing

orde	Meeting 1 (°)	Meeting 2 (°)	Meeting 3 (°)	Meeting 4 (°)	Gemiddelde (°)
1	17.80	18.20	18.05	18.10	18.0375
2	-74.40				-74.40
3	-161.90	-162.00	-161.80	-161.95	-161.9125
4	90.75				90.75

Voor zelfde redenen als vorige keer worden orden 2 en 4 niet gebruikt. De absolute fout wordt berekend uit de standaardfout

Tabel 10: Absolute fout op de metingen

orde	Gemiddelde (°)	Absolute fout (°)
1	18.0	±0.3
3	-161.9	±0.1

Nu kan het specifiek optisch draaivermogen berekend worden:

Tabel 11: Resultaten optisch draaivermogen suikeroplossing

orde	lengte (cm)	α (°)	$[\alpha]$ (°/cm)
1	20	18.5±0.3	0.93±0.02
3	20	18.0±0.1	0.900±0.005

Op dezelfde manier als laatste keer wordt de absolute fout op $[\alpha]$ berekend. Er werd gegeven dat voor een oplossing van $0.1619 \pm 0.0001 \text{ g/cm}^3$ en lengte 20cm er een draaihoek van $21^\circ 40' \pm 1'$ is. Hieruit vinden we dan dat:

$$[\alpha]_{sp} = \frac{[\alpha]}{C} = \frac{\alpha}{lC} = 6.6914 \frac{^\circ \cdot \text{cm}^2}{\text{g}}$$

De fout hierop kunnen we dan berekenen via:

$$\begin{aligned} AF([\alpha]_{sp}) &= [\alpha]_{sp} RF\left(\frac{\alpha}{Cl}\right) \\ &= [\alpha]_{sp} (RF(\alpha) + RF(C) + RF(l)) \\ &= [\alpha]_{sp} \left(\frac{AF(\alpha)}{\alpha} + \frac{AF(C)}{C} + \frac{AF(d)}{d} \right) \end{aligned}$$

dus:

$$[\alpha]_{sp} = 6.691 \frac{^{\circ} \cdot \text{cm}^2}{g} \pm 0.009 \frac{^{\circ} \cdot \text{cm}^2}{g} \text{ We kunnen hieruit de concentratie halen:}$$

$$\begin{aligned} [\alpha]_{sp} &= \frac{[\alpha]}{C} \\ \Leftrightarrow C &= \frac{[\alpha]}{[\alpha]_{sp}} \end{aligned}$$

Waarbij we voor $[\alpha]$ het gemiddelde nemen: $[\alpha]_{gem} = 0.92^{\circ}/\text{cm} \pm 0.01^{\circ}/\text{cm}$

Dus we vinden: $C = 0.137 \text{g}/\text{cm}^3 \pm 0.002 \text{g}/\text{cm}^3$

Hierbij wordt de fout berekend via:

$$\begin{aligned} AF(C) &= C \cdot RF\left(\frac{[\alpha]}{[\alpha]_{sp}}\right) \\ &= C \cdot (RF([\alpha]) + RF([\alpha]_{sp})) \\ &= C \cdot \left(\frac{AF([\alpha])}{[\alpha]} + \frac{AF([\alpha]_{sp})}{[\alpha]_{sp}}\right) \end{aligned}$$

4.2 proef 2: Wet van Malus

In de opstelling wordt de Appa 91 multimeter gebruikt.

De fout voor dit meettoestel is $\pm(0.5\% \text{ uitlezing} + 1 \text{ cijfer})$

Er wordt per 10° gemeten, elke meting gebeurt 3 keer. Er wordt één keer van $0 \rightarrow 90$ gegaan en daarna nog 2 keer.

Na het uitvoeren van het experiment heb ik gemerkt dat ik de spanning gemeten heb en niet de stroom. Aangezien we weten uit $V = RI$ is V recht evenredig met I en dus ook recht evenredig is met de intensiteit zou dit geen probleem moeten zijn.

Tabel 12: Spanning bij hoek tussen de analysator en polarisator

hoek ($^{\circ}$)	Meeting 1 (V)	Meeting 2 (V)	Meeting 3 (V)	Gemiddelde (V)
0	0.468	0.474	0.470	0.471
10	0.473 ± 0.003	0.472 ± 0.003	0.471 ± 0.003	0.472 ± 0.003
20	0.470 ± 0.003	0.470 ± 0.003	0.469 ± 0.003	0.470 ± 0.003
30	0.467 ± 0.003	0.465 ± 0.003	0.466 ± 0.003	0.466 ± 0.003
40	0.459 ± 0.003	0.457 ± 0.003	0.459 ± 0.003	0.458 ± 0.003
50	0.449 ± 0.003	0.447 ± 0.003	0.449 ± 0.003	0.448 ± 0.003
60	0.437 ± 0.003	0.434 ± 0.003	0.435 ± 0.003	0.435 ± 0.003
70	0.414 ± 0.003	0.411 ± 0.003	0.414 ± 0.003	0.413 ± 0.003
80	0.374	0.369	0.376	0.373
90	0.298	0.291	0.284	0.291

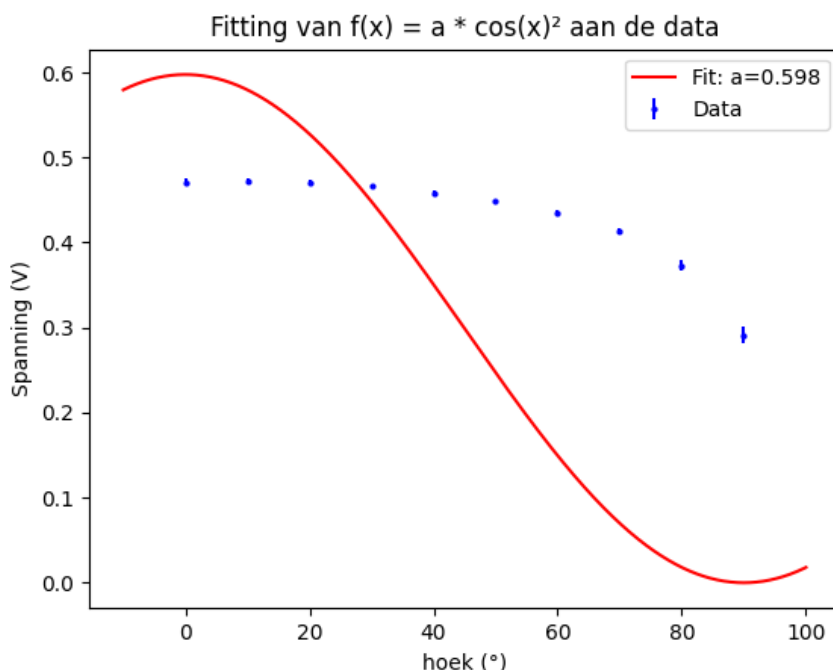
Indien de fout erbij staat betekent dat de metingen wel reproduceerbaar waren. Indien de fout er niet bij staat, betekent dit dat ze niet reproduceerbaar waren. Dan wordt de absolute fout via de standaardfout berekend en in de tabel hieronder gezet.

Tabel 13: Absolute fout op de metingen

hoek ($^{\circ}$)	Gemiddelde (V)	Absolute fout (V)
0	0.470	± 0.004
80	0.373	± 0.006
90	0.291	± 0.012

De grotere absolute fout voor de laatste twee hoeken kan verklaard worden doordat er bij deze hoeken bijna geen licht doorgelaten wordt.

De resultaten worden afgebeeld in de grafiek hieronder:



Figuur 3: Spanning (V) in functie van de hoek (°)

Volgens de wet van Malus zou er een kwadratisch verband moeten bestaan tussen de spanning en de cosinus van de hoek.

$$I = I_0 \cos^2 \theta_i \quad (2)$$

We zien echter dat de data totaal niet aansluit aan de theoretisch voorspelde formule.

5 Besluit

Eerst werd het optisch draaivermogen van kwarts bepaald waarvoor we een gemiddelde waarde $[\alpha]_{gem} = -21.64^\circ/\text{mm} \pm 0.06^\circ/\text{mm}$ vonden. We merken echter wel een verschil in de belichtingsstanden. Als er gekeken wordt naar de belichtingsstanden van orde 1 en 3 zien we dat er een heel plotse omschakeling is van belichting, waardoor α veel nauwkeuriger bepaald kan worden. Bij ordes 2 en 4 is er echter een heel trage omschakeling, wat zich vertaalt in een lagere nauwkeurigheid. Om de menselijke fout op het meetresultaat te beperken, is ervoor gekozen om enkel met de 1e en 3e orde belichtingsstanden te werken. Als we kijken naar de meetresultaten voor deze deelproef lagen deze resultaten niet volledig in elkaars foutenmarge. De foutenmarge is echter zeer klein en is deze proef nog steeds geslaagd. Hierna gebruikten we dezelfde methode om de concentratie van een suikeroplossing te bepalen. Hiervoor vonden we: $C = 0.137\text{g}/\text{cm}^3 \pm 0.002\text{g}/\text{cm}^3$. Als we kijken naar het voorbeeld dat beschikbaar was op Ufora dan zien we dat de draaihoek kleiner was in het experiment, wat zich vertaalde in een lagere concentratie. Dit resultaat voldoet heel goed aan de verwachtingen.

Ten slotte probeerden we de wet van Malus te verifiëren. Dit ging echter niet als verwacht. De meetwaarden volgen wel een neerwaartse trend, maar vallen totaal niet samen met de theoretisch verband van $\cos(x)^2$. Dit kan liggen aan menselijke fouten of aan andere factoren die de proef beïnvloeden. Als we echter naar de meetresultaten kijken, zien we dat voor bijna elke hoek we meetresultaten krijgen die binnen de foutenmarge van het meettoestel, en voor de andere drie hoeken waar we via de standaardfout de absolute fout hebben berekend, zien we dat de meetfout relatief klein is. Hieruit kunnen we besluiten dat het waarschijnlijk niet gaat om een menselijke fout. Om deze proef beter uit te voeren kunnen we werken in een donkere kamer en met een fotodiode die de buis beter afsluit. We besluiten dus dat we de wet van Malus niet definitief konden verifiëren uit deze proef.