
Lintstraalbuis

Louis Servaes

Tweede Bachelor Fysica en Sterrenkunde

15 november 2023

Groep 8

Opstelling 1

Samenvatting

In deze proef werd de specifieke lading e/m van het elektron berekend a.d.h.v. een lintstraalbuis. Een elektronenbundel werd versneld d.m.v. 9 verschillende versnelspanningen V_A tot een bepaalde snelheid v , loodrecht op een homogeen magnetisch veld. Als gevolg van de *lorentzkracht* voerde deze een cirkelbeweging uit, waarvan de diameter gemeten werd. Dit leidde tot 9 waarden voor e/m met een gemiddelde waarde $e/m = (3,2 \pm 1,5) \times 10^{11} \text{ C/kg}$. De literatuurwaarde $e/m = 1,75882001076(53) \times 10^{11} \text{ C/kg}$ ligt binnen de foutenmarge.

1 Inleiding

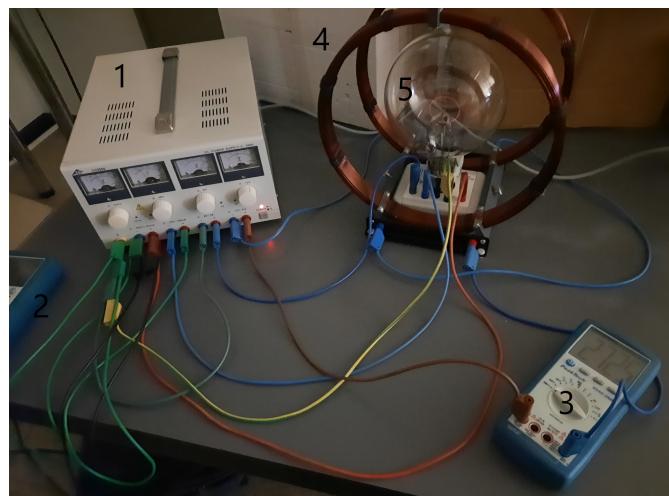
Een elektron dat loodrecht op een homogeen magnetisch veld beweegt, voert als gevolg van de *lorentzkracht* [1] een *ECB* [2] uit. De straal r van die cirkel wordt gegeven door:

$$r = \frac{mv}{eB} \quad (1)$$

met m de massa van het elektron, v de snelheid, e de elementaire lading [3] en B de grootte van het magnetisch veld. Wanneer men de snelheid en de grootte van het magnetisch veld weet, kan de straal van de cirkelbaan gemeten worden en op die manier de specifieke lading e/m [4] van het elektron berekend worden. Dat was juist het doel van deze proef.

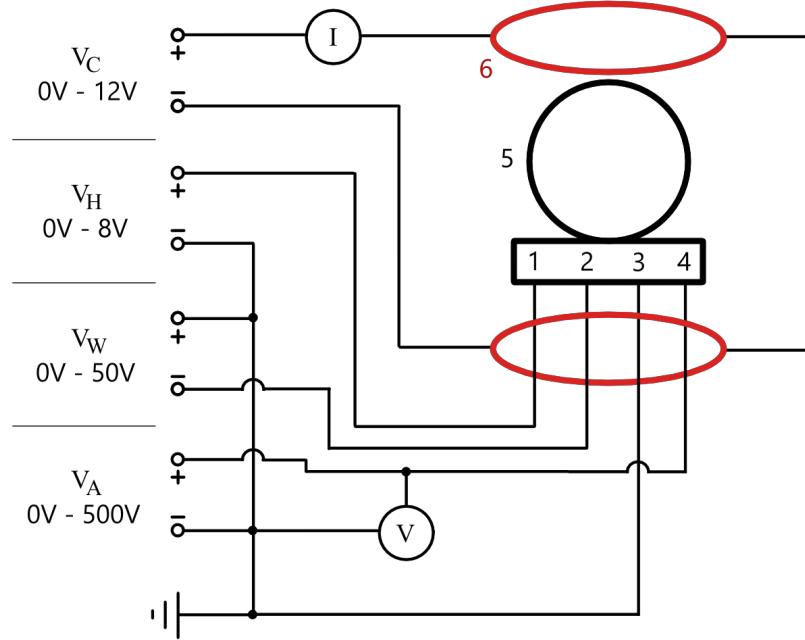
2 Methode

2.1 Opstelling



Figuur 1: Foto van de experimentele opstelling. Componenten: Connectiekabels, (1) Voeding (3B Scientific U33000, DC Power Supply 0..500V) met 4 uitgangen (0V - 500V, 0V - 50V, 0V - 8V, 0V - 12V) en aarding, (2) Multimeter om de versnelspanning V_A van de elektronen te meten (PeakTech 3335 DMM, bereik 600V), (3) Multimeter om de stroom I door de Helmholtz-spoelen [5] te meten (PeakTech 3340 DMM, bereik 10A), (4) 2 Helmholtz-spoelen (3B Scientific 1000906), (5) Lintstraalbuis (3B Scientific 1000904).

De experimentele opstelling is in Figuur 1 weergegeven. De regelbare spanningsbron (1) heeft 4 verschillende uitgangen ($0V - 500V$, $0V - 50V$, $0V - 8V$, $0V - 12V$) en een connectie die via het stopcontact met de aarde verbonden is. De lintstraalbuis (5) bestaat uit een glazen, quasi-vacuümbuis gevuld met neon, om de elektronen waar te nemen [6]. Daarnaast bevat deze een elektronenkanon [7] (indirect verwarmde oxide kathode), een Wehnelt cilinder [8] om de elektronen te focussen, een anode voorzien van een opening, en metalen merkstaafjes op een onderlinge afstand van $2,0\text{ cm}$, om de diameter d van de afgeboog elektronenbundel af te lezen. Via 2 Helmholtz-spoelen (4) werd namelijk een homogeen magnetisch veld B opgewekt, die de elektronen uit het elektronenkanon afbuigen. Een eerste multimeter (2) wordt gebruikt om de versneldelingsspanning (of anode spanning) V_A te meten. Met een tweede multimeter (3) wordt de stroom I door de Helmholtz-spoelen gemeten. Een schematische voorstelling¹ van de schakeling is terug te vinden in Figuur 2.



Figuur 2: Schema van de experimentele opstelling. Componenten: Connectiekabels, (V) Multimeter om de versneldelingsspanning V_A van de elektronen te meten (PeakTech 3335 DMM, bereik $600V$), (I) Multimeter om de stroom I door de Helmholtz-spoelen te meten (PeakTech 3340 DMM, bereik $10A$), (1) Spanning V_H gebruikt om de kathode op te warmen, (2) Spanning V_W gebruikt om de Wehnelt cilinder te bedienen, (3) Kathode connectie verbonden met de aarde, (4) Anode spanning V_A gebruikt om de elektronen te versnellen, (5) Lintstraalbuis, (6) Helmholtz-spoelen.

Opmerking. Het bereik van de multimeters komt niet overeen met de waardes in het logboek, omdat deze foutief genoteerd zijn.

Tabel 1 bevat waardes² die zijn meegegeven [9] of afgelezen³ op de spanningsbron.

Tabel 1: Oplijsting van meegegeven of afgelezen waardes.

Grootheid	Symbool	Waarde
Aantal windingen van 1 spoel	N	124
Straal van de Helmholtz-spoelen	R	$(0,15 \pm 0,01)\text{ m}$
Afstand tussen de Helmholtz-spoelen	L	$(0,15 \pm 0,01)\text{ m}$
Spanning om de kathode op te warmen	V_H	$(7,2 \pm 0,2)\text{ V}$
Spanning om de Wehnelt cilinder te bedienen	V_W	$(16 \pm 1)\text{ V}$

¹ Deze nummering komt niet overeen met die van Figuur 1.

² Als absolute fout werd telkens 1 digit genomen, deze werd niet meegegeven.

³ De precieze waarde is niet cruciaal voor berekeningen.

2.2 Uitvoering

Het magnetisch veld \mathbf{B} als functie van de stroom I kan berekend worden m.b.v. de *wet van Biot-Savart* [10]:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|^3} \quad (2)$$

waarbij $d\mathbf{l}$ het pad Γ doorloopt en $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{l}$ met \mathbf{l} een punt op Γ . I is de stroom door Γ en $\mu_0 = 1,25663706212(19) \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ is de permittiviteit van het vacuüm [11]. Dit leidt (na enig rekenwerk) tot een magnetische veldsterkte B in het midden tussen de spoelen:

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \left(\frac{\mu_0 N}{R}\right) I \quad (3)$$

De elektronen worden a.d.h.v. de versnelspanning V_A versnelt. Wegens behoud van energie [12], geldt:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_A \implies v = \sqrt{\frac{2eV_A}{m}} \quad (4)$$

met m de massa, v de snelheid en e de lading van de elektronen. Samen met vergelijking 1 geeft dit⁴ voor de specifieke lading e/m :

$$\frac{e}{m} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \left(\frac{R}{\mu_0 N}\right)^2 \frac{V_A}{I^2 d^2} \quad (5)$$

waarbij de diameter $d = 2r$ gesubstitueerd is, omdat dit gemeten wordt.

⁴Er wordt verondersteld dat het elektronenkanon zich in het midden tussen de spoelen bevindt, dus op een afstand $L/2$ van beide spoelen.

3 Resultaten

Er werden 9 verschillende versnelspanningen V_A tussen de 200 V en 300 V gekozen en gemeten met de eerste multimeter. Voor elke versnelspanning werd de magnetische veldsterkte B enkele keren⁵ aangepast, door de spanning V_C over de spoelen aan te passen. Met de tweede multimeter werd dan de stroom I door de spoelen gemeten. Op die manier werden telkens 3 tot 4 cirkelbanen geobserveerd, waarvan de diameter d werd afgelezen aan de merkstaafjes⁶.

De fout op de versnelspanning V_A wordt gegeven door (0,8% afl. + 2 digits) (handleiding PeakTech 3335 DMM [13]). De fout op de stroom I door de spoelen bedraagt (2,5% afl. + 5 digits) (handleiding PeakTech 3340 DMM [14]). De absolute fout op de diameter d is in principe⁷ de helft van de resolutie, dus 1,0 cm. De resultaten staan samengevat in Tabel 2.

Tabel 2: Diameter d van de cirkelbaan als functie van de versnelspanning V_A van de elektronen en de stroom I door de spoelen. De fout op de versnelspanning V_A wordt gegeven door (0,8% afl. + 2 digits). De fout op de stroom I door de spoelen bedraagt (2,5% afl. + 5 digits). De absolute fout op de diameter d is 1,0 cm.

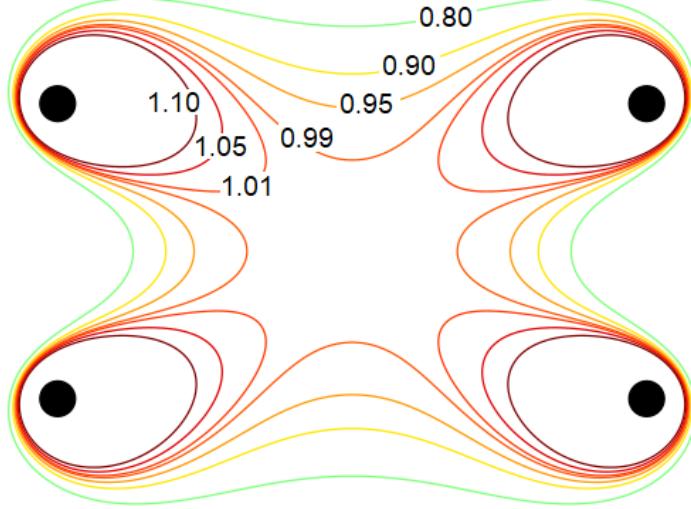
V_A (V)	$AF(V_A)$ (V)	I (A)	$AF(I)$ (A)	d (cm)
202	4	0,988	0,030	8,0
		1,493	0,043	6,0
		2,725	0,074	4,0
214	4	1,066	0,032	8,0
		1,629	0,046	6,0
		2,865	0,077	4,0
226	4	1,159	0,034	8,0
		1,700	0,048	6,0
		2,986	0,080	4,0
238	4	1,218	0,036	8,0
		1,753	0,049	6,0
		3,112	0,083	4,0
250	4	1,141	0,034	10,0
		1,288	0,038	8,0
		1,892	0,053	6,0
		3,242	0,087	4,0
262	5	1,192	0,035	10,0
		1,329	0,039	8,0
		1,940	0,054	6,0
		3,345	0,089	4,0
274	5	1,224	0,036	10,0
		1,374	0,040	8,0
		1,976	0,055	6,0
		3,404	0,091	4,0
286	5	1,264	0,037	10,0
		1,428	0,041	8,0
		2,077	0,057	6,0
		3,520	0,093	4,0
298	5	1,322	0,039	10,0
		1,548	0,044	8,0
		2,142	0,059	6,0
		3,726	0,099	4,0

⁵Voor lage spanningen geraakte de elektronenbundel niet aan het bovenste merkstaafje, waardoor slechts 3 diameters gemeten werden. In de andere gevallen werden consistent 4 cirkelbanen geobserveerd.

⁶Er wordt verondersteld dat het elektronenkanon zich op hoogte 0,0 cm bevindt, en het eerste merkstaafje 2,0 cm daarboven ligt.

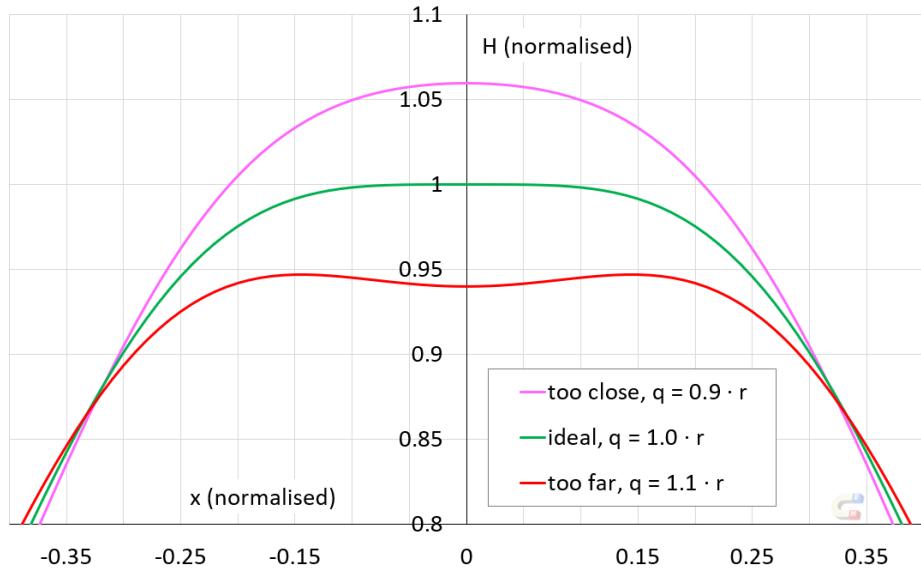
⁷De diameter werd veel nauwkeuriger dan dit afgelezen.

Hoewel uit deze resultaten de specifieke lading e/m berekend kan worden, zal de fout hierop veel te groot zijn. Dit komt door het feit dat als absolute fout op de diameter d 1,0 cm genomen werd, wat veel te groot is. De fout op de diameter zal veleer te wijten zijn aan veronderstellingen die gemaakt zijn bij het berekenen van het magnetisch veld. Deze werd namelijk enkel in het midden⁸ en op de as van de spoelen berekend. Aangezien de diameter d van de cirkelbanen maximaal 0,67% van de straal R van de spoelen bedraagt, zal de magnetische veldsterkte B maximaal 1% tot 5% afwijken [15] (deze is namelijk niet uniform als van de as afgeweken wordt, zie Figuur 3).



Figuur 3: Contourlijnen van de magnetische veldsterkte t.o.v. de centrale waarde B_0 , bij 2 Helmholtz-spoelen op een afstand gelijk aan de straal van de spoelen. Bron: Encyclopedia Magnetica. *Helmholtz coil* [15].

De reden waarom de afstand L tussen de spoelen gelijk is aan de straal R , is het feit dat op deze manier de uniformiteit van het magnetisch veld in het midden bijna maximaal is [5, 15]. Het effect van het variëren van de afstand L is geïllustreerd in Figuur 4.



Figuur 4: Uniformiteit van het magnetisch veld met variërende afstand q . In deze figuur is r de straal van de spoelen en x de afwijking van het midden (op de as). Bron: Encyclopedia Magnetica. *Helmholtz coil* [15].

⁸Het midden komt overeen met een afstand $L/2$ van beide spoelen.

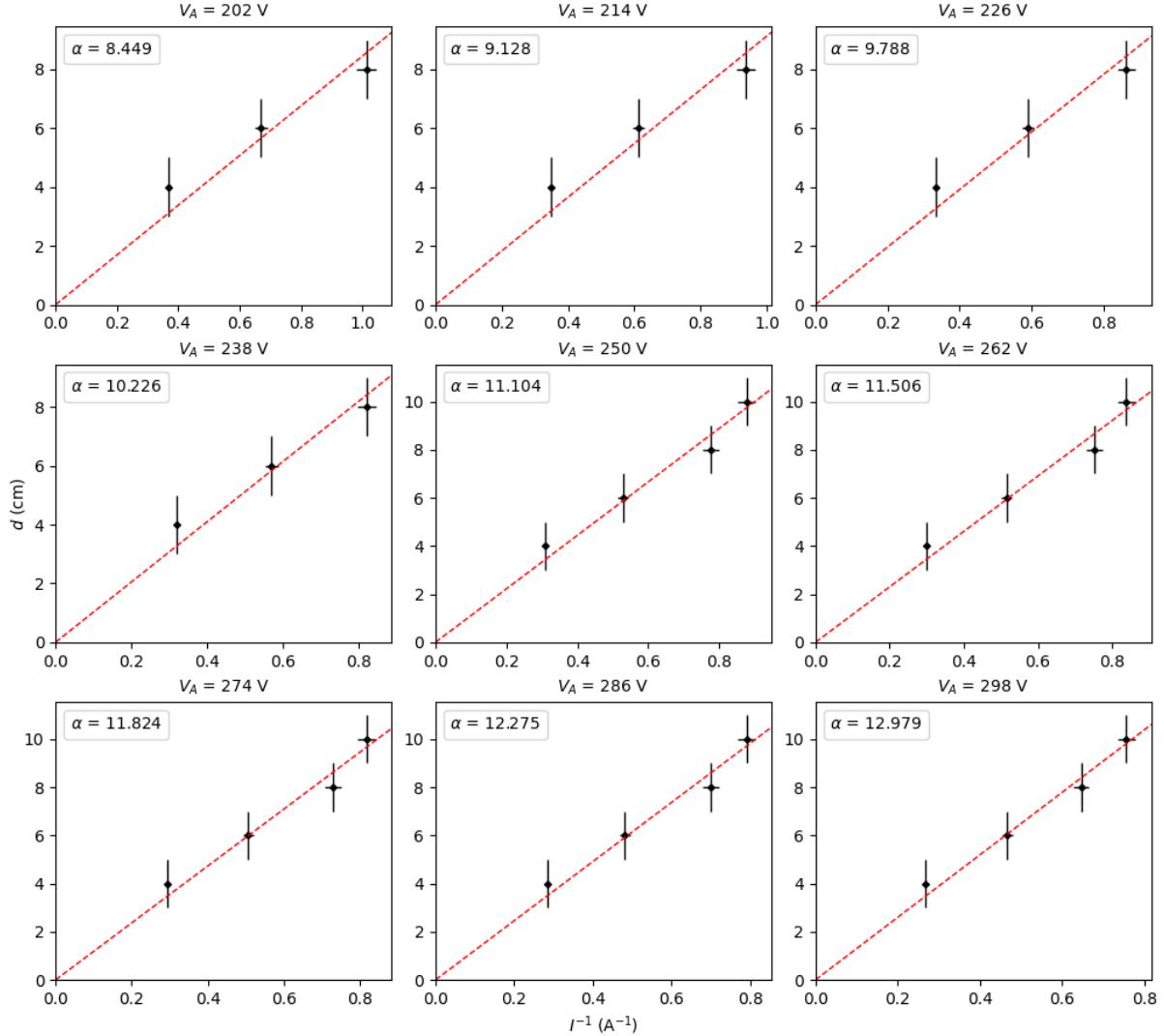
Op de volgende manier kan een betere schatting van de fout op de diameter d verkregen worden. Uit vergelijking 5 volgt dat de diameter d omgekeerd evenredig is met de stroom I :

$$d(I) = \left(\frac{5}{2}\right)^{3/2} \left(\frac{R}{\mu_0 N}\right) \sqrt{\frac{mV_A}{e}} \left(\frac{1}{I}\right) = \alpha \left(\frac{1}{I}\right) \quad (6)$$

met α constant voor elke versnelspanning V_A . Hieruit volgt dat de specifieke lading e/m gegeven wordt door:

$$\frac{e}{m} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \left(\frac{R}{\mu_0 N}\right)^2 \frac{V_A}{\alpha^2} \quad (7)$$

Voor elke versnelspanning V_A werd (*ongewogen*) *lineaire regressie* [16] toegepast op de diameter d als functie van I^{-1} . De absolute fout op α is dan $3 \times \sigma_\alpha$, met σ_α de (*geschatte*) *standaardafwijking* van α [17, 18]. Dit is dus een gevolg van fluctuaties in de stroom, de versnelspanning en het aflezen van de diameter, maar ook het aantal⁹ diameters dat gemeten werd. Deze data is weergegeven in Figuur 5.



Figuur 5: Plot van de diameter d als functie van I^{-1} , voor verschillende versnelspanningen V_A (deze is terug te vinden boven elke subplot). De absolute fouten op d en I^{-1} zijn aangeduid, hoewel de fout op I^{-1} meestal te klein is om te zien. De rode stippellijn stelt telkens de gefitte rechte met richtingscoëfficient α voor.

⁹Meer datapunten leiden tot een kleinere fout op α , indien de afwijking van de fit beperkt blijft.

Via vergelijking 7 kan dan voor elke versnelspanning V_A de specifieke lading e/m berekend worden. Dit is terug te vinden in Tabel 3. Merk op dat de fout op α voor de eerste 4 metingen hoger is dan de rest. Dit was te verwachten, aangezien daar slechts 3 diameters gemeten werden.

Tabel 3: Richtingscoëfficient α en specifieke lading e/m , bij verschillende versnelspanningen V_A . De fout op de versnelspanning V_A wordt gegeven door (0,8% aft. + 2 digits). De fout op de richtingscoëfficient α wordt gegeven door $3 \times \sigma_\alpha$.

V_A (V)	$AF(V_A)$ (V)	α (A · cm)	$AF(\alpha)$ (A · cm)	e/m (10^{11} C/kg)	$AF(e/m)$ (10^{11} C/kg)
202	4	8,4	2,3	4,1	3,0
214	4	9,1	2,5	3,7	2,7
226	4	9,8	2,0	3,4	2,0
238	4	10,2	1,9	3,3	1,8
250	4	11,10	0,70	2,94	0,81
262	5	11,51	0,81	2,86	0,84
274	5	11,82	0,75	2,84	0,80
286	5	12,28	0,75	2,75	0,75
298	5	12,98	0,53	2,57	0,56

Dit leidt tot een gemiddelde waarde:

$$e/m = (3,2 \pm 1,5) \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

De literatuurwaarde $e/m = 1,75882001076(53) \times 10^{11}$ C/kg [4] ligt binnen de foutenmarge, maar de afwijking blijft groot¹⁰. Bovendien is dit niet het geval voor enkele individuele resultaten van e/m . Dit is enigszins te wijten aan het feit dat het magnetisch veld in het midden als homogeen werd beschouwd. De elektronen bewogen echter op een cirkelbaan rond (en niet op) de as van de spoelen, waar de magnetische veldsterkte verschilt van de centrale waarde.

Merk ook op dat de waarde voor e/m daalt als de versnelspanning V_A stijgt. Dit zal vermoedelijk ook te maken hebben met de uniformiteit van het magnetisch veld, aangezien hogere versnelspanningen V_A een hogere stroom I toelaten en de elektronenbundel uiteindelijk ook het bovenste merkstaafje bereiken. De waardes voor e/m bij hoge versnelspanning V_A zijn meer accuraat¹¹ - niet alleen omdat de absolute fout over het algemeen kleiner wordt, maar ook omdat het magnetisch veld groter wordt.

4 Besluit

De absolute fout op de diameter d bedraagt in principe de helft van de resolutie, maar dit is veel te hoog. De diameter d van de cirkelbaan werd veel nauwkeuriger afgelezen met behulp van de merkstaafjes. Een oplossing die voorgesteld werd, is om voor elke versnelspanning V_A van de elektronen lineaire regressie op de diameter d toe te passen. Op die manier is in vergelijking 7 d weggewerkt, en werd als fout op de richtingscoëfficient α , 3 keer de (geschatte) standaardafwijking genomen.

Dit leidde tot 9 berekende waardes van de specifieke lading e/m in Tabel 3, en een gemiddelde:

$$e/m = (3,2 \pm 1,5) \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

De literatuurwaarde $e/m = 1,75882001076(53) \times 10^{11}$ C/kg [4] ligt binnen de foutenmarge, maar de afwijking (96% van de AF) blijft groot. Dit is enigszins te wijten aan de veronderstelling dat het magnetisch veld homogeen was.

Desondanks kan geconcludeerd worden dat de proef geslaagd is.

¹⁰De afwijking bedraagt 96% van de AF.

¹¹Dit is ook terug te vinden in het feit dat ze naar de literatuurwaarde convergeren.

Bronvermelding

- [1] Wikipedia contributors. *Lorentz force* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 12 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Lorentz_force&oldid=1180632457.
- [2] Wikipedia contributors. *Circular motion* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Circular_motion&oldid=1184265474.
- [3] Wikipedia contributors. *Elementary charge* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 November 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Elementary_charge&oldid=1177067074.
- [4] Wikipedia contributors. *Mass-to-charge ratio* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 12 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mass-to-charge_ratio&oldid=1183256975.
- [5] Wikipedia contributors. *Helmholtz coil* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Helmholtz_coil&oldid=1175610910.
- [6] Wikipedia contributors. *Neon* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Neon&oldid=1184772371>.
- [7] Wikipedia contributors. *Electron gun* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electron_gun&oldid=1168416459.
- [8] Wikipedia contributors. *Wehnelt cylinder* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Wehnelt_cylinder&oldid=1161723565.
- [9] Ufora. *De lintstraalbuis - C004218A - Experimenteren in de fysica en de sterrenkunde 2*. URL: <https://ufora.ugent.be/d21/le/content/854712/Home>. Geraadpleegd op 14 november 2023.
- [10] Wikipedia contributors. *Biot-Savart law* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 14 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Biot%E2%80%93Savart_law&oldid=1183617484.
- [11] Wikipedia contributors. *Vacuum permeability* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 15 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Vacuum_permeability&oldid=1171639696.
- [12] Wikipedia contributors. *Conservation of energy* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 15 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Conservation_of_energy&oldid=1185071962.
- [13] PeakTech. *P 3335 DMM*. URL: https://www.peaktech.de/media/24/03/01/1625064521/PeakTech_3335_02-2021_DE-EN-FR-IT-ES.pdf. Geraadpleegd op 12 november 2023.
- [14] PeakTech. *P 3340 DMM*. URL: https://www.peaktech.de/media/2d/a0/ac/1627638803/PeakTech_3340_07-2021_DE-EN.pdf. Geraadpleegd op 12 november 2023.
- [15] Encyclopedia Magnatica. *Helmholtz coil*. URL: https://e-magnetica.pl/doku.php/helmholtz_coil. Geraadpleegd op 12 november 2023.
- [16] Wikipedia contributors. *Linear regression* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 15 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Linear_regression&oldid=1185049615.
- [17] Wikipedia contributors. *Standard deviation* — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Online; geraadpleegd op 15 november 2023]. 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Standard_deviation&oldid=1183759131.
- [18] Ufora. *CursusExperimenterenFS2020 - C004218A - Experimenteren in de fysica en de sterrenkunde 2*. URL: <https://ufora.ugent.be/d21/le/content/854712/viewContent/1949641/View>. Geraadpleegd op 15 november 2023.