

Санкт-Петербургский Государственный Университет

Математико-механический факультет
Кафедра Астрономии

А.С. Патшин

Сравнение тригонометрических параллаксов
звезд TGAS и Hipparcos

Дипломная работа

Научный руководитель:
доцент А.С. Цветков

Рецензент:
PhD. З.М. Малкин

Санкт-Петербург
2018

Saint-Petersburg State University

Mathematics and Mechanics Department

Chair of Astronomy

Anton Patshin

**Comparison of trigonometric parallaxes of
TGAS and Hipparcos stars**

Graduation Thesis

Scientific supervisor:
associate professor Alexander Tsvetkov

Reviewer:
PhD. Zinovy Malkin

Saint-Petersburg
2018

Содержание

1	Введение	2
1.1	Общие сведения о GAIA и TGAS	2
1.2	Общие сведения о Hipparcos	2
1.3	Постановка задачи	2
1.4	Выборка	3
2	Построение и анализ разностей паралаксов	4
3	Анализ больших выборосов	5
4	Случайные выбросы	6
4.1	Проекция Хаммера	6
4.2	Распределение	6
5	Анализ разностей с помощью сферических функций	6
6	Систематические различия	7
6.1	Healpix	7
6.2	Сферические функции	11
7	Заключение	11
8	Список использованной литературы	12

1 Введение

(Переписать этот пример под мою работу)

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии, производящей переход от отдельной системы координат к другой, оценить уровень систематических ошибок. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений. Появление первых результатов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые проиллюстрировать сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho-2 и не является в полном смысле независимым продуктом, т.к. использует в качестве первой эпохи данные этих двух каталогов. Для сравнения мы используем общие звезды XHIP и TGAS, которых оказалось 93635 из 117954 ожидаемых, из которых пригодно для анализа 90283.

1.1 Общие сведения о GAIA и TGAS

Каталог GAIA

1.2 Общие сведения о Hipparcos

Тут мой супер классный диплом <https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/>
summary <http://www.astronet.ru/db/msg/1210304/node2.html>

1.3 Постановка задачи

Сравнение параллаксов.

Возможно два варианта, что подобные результаты могут быть случайными

выбросами или систематическими разностями.

1.4 Выборка

Благодаря тому, что у каждой звезды в каталоге TGAS есть идентификатор из каталога Hipparcos (в противном случае из каталога Tycho-2), мы можем объединить данные по этим звездам с данными из каталога Hipparcos. Таким образом в объединённом каталоге будут данные из каталога XHIP и TGAS. В каталоге XHIP 117955 объектов. В TGAS 2057050. их объединении по звездам – 93635, из которых пригодны для анализа тригонометрических параллаксов 90283.

Перечислим интересующие нас поля из каждого каталога XHIP:

- id - идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{xhip} - абсолютный барицентрический параллакс звезды на момент эпохи каталога, указано в mas
- $\delta_{\pi_{xhip}}$ - стандартное отклонение параллаксов звезды на момент эпохи каталога, указано в mas

Из каталога TGAS нас интересуют следующие поля

- hip - идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{tgas} - абсолютный барицентрический параллакс звезды на момент эпохи каталога, указано в mas
- $\delta_{\pi_{tgas}}$ - стандартное отклонение параллаксов звезды на момент эпохи каталога, указано в mas
- ra - экваториальная долгота на момент эпохи каталога, указано в градусах

- dec - экваториальная широта на момент эпохи каталога, указано в градусах
- l - галактическая долгота на момент эпохи каталога, указано в градусах
- b - галактическая широта на момент эпохи каталога, указано в градусах
- lon - эклиптическая долгота на момент эпохи каталога, указано в градусах
- lat - эклиптическая широта на момент эпохи каталога, указано в градусах

2 Построение и анализ разностей параллаксов

<Переписать> Астрометрические каталоги за долгую историю сравнивали всегда между собой с целью выявления случайных и особенно систематических ошибок на координаты и собственные движения. Впервые в истории появляется возможность сравнить параллаксы, полученные тригонометрическим способом для столько большого количества звезд. К сожалению, параллаксы XHIP и TGAS не являются независимыми величинами. Корректную процедуру сравнения удается сделать лишь после вызова покрайней мере GAIA DR2 (ссылка?), где параллаксы будут получены независимо от данных Hipparcos.

Рассмотрим для каждой звезды общего каталога величину разности параллаксов в XHIP и в TGAS, т.е. $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$. Ошибкой разности, соответственно, будем считать $\sqrt{\delta_{\pi_{xhip}}^2 + \delta_{\pi_{tgas}}^2}$. Для начала выпишем различные статистические характеристики данной величины. Среднее значение - 0.35 mas, Медиана 0.29, Стандартное отклонение – 1.5 mas, Среднее значение модуля – 1.04 mas, Медиана модуля - 0.76 mas, 99 персентиль модуля - 4.78 mas.

Обычно систематические разности положений и собственных движений изучают в эквивалентной, в силу зонного построения каталогов, или галактической системе для массивных звездных каталогов, в которых распределение звезд в этой системе симметрично (ссылка на работы витязева и цветкова?). Первое знакомство с систематическими разностями параллаксов (пир 4) показывает, что присутствует симметрия разностей относительно эклиптики.

Более того, мы видим зависимость между модулем разности параллаксов на рис.4 и ошибкой параллаксов в XHIP на рис.6 в эклиптической системе координат. Действительно, коэффициент корреляции между этими величинами на звездах объема каталога равен 0.55. Это говорит о том, что чем выше ошибка параллакса XHIP, тем сильнее он отличается от параллакса TGAS.

3 Анализ больших выбросов

Рассмотрим звезды у которых параллаксы в XHIP и TGAS значимо различаются, а именно, у которых модуль разности параллаксов больше, чем 3 ошибки этой разности. Таких звезд 2148. Выясним, с чем связаны такие отличия в параллаксах. У таких звезд коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в XHIP равен 0.87, а с ошибкой в TGAS – 0.1. Т.е. можно утверждать, что большая разница между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в XHIP/ Явно ошибочными являются параллаксы меньше 0, т.е. это такие параллаксы π , что $\pi < -3\delta_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в XHIP - 17. Т.е. подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов XHIP и TGAS.

4 Случайные выбросы

4.1 Проекция Хаммера

Hammer projection

Переход из сферических координат в координаты на проекции Хаммера

$$x = \frac{2\sqrt{2} \cos \varphi \sin \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \frac{\lambda}{2}}}$$
$$y = \frac{\sqrt{2} \sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \frac{\lambda}{2}}}$$

Переход из координат проекции хамера в сферические координаты

$$z \equiv \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y\right)^2}$$
$$\lambda = 2 \arctan \frac{zx}{2(2z^2 - 1)}$$
$$\varphi = \arcsin zy$$

4.2 Распределение

Тут мой супер классный диплом

и супер классные картиновчки и гистограмки

5 Анализ разностей с помощью сферических функций

На рис.4 мы видим явную зависимость в распределении модуля отличия параллаксов по небесной сфере от модуля эклиптической широты (коэффициент корреляции равен -0.7). Подтвердить статистическую значимость данной зависимости и незначимость прочих менее очевидных зависимостей

мы можем с помощью представления пмодуля разностей параллаксов через сферические функции. Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). Впервые были использованы для анализа систематических разностей положений и собственных движений (брюше 1977). Мы впервые используем этот инструмент для анализа систематических разностей параллаксов.

Представление модуля разницы параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций можно записать следующим образом.

$$\Delta_{plx}(l, b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(l, b)$$

, где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(l, b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, p = 1, \\ P_{n,k}(b) \sin kl, & k \neq 0, p = 0, \\ P_{n,k}(b) \cos kl, & k \neq 0, p = 1, \end{cases} \quad (1)$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0, \\ 1, & k = 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_{nk}(b) &= \sin b^{\frac{2n-1}{n-k}} P_{n-1,k}(b) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), \quad k=0,1,\dots, n=k+1, k+2, \dots \\ P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos b^k \\ P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos b^k \sin b \end{aligned} \quad (3)$$

rtr

6 Систематические различия

6.1 Healpix

HEALPix – это аббревиатура **H**ierarchical **E**qual **A**rea **i**so**L**atitude **P**ixelation of a sphere (Иерархическая равная изоляционная площадь пикселей).

Первоначальным мотивом для разработки HEALPix была миссия NASA (<http://map.gsfc.nasa.gov/>) сана по измерению $\langle \rangle$, и в настоящее время действует миссия ESA Planck – созданию полномасштабной карты реликтового излучения (микроволнового анизотропного поля) с угловым разрешением несколько угловых секунд. Основными требованиями при разработке HEALPix, было создание математической структуры, которая поддерживает подходящую дискретизацию функций на сфере при достаточно высоком разрешении и облегчает быстрый и точный статистический и астрофизический анализ массивных наборов данных полного неба.

HEALPix удовлетворяет этим требованиям, поскольку обладает следующими тремя существенными свойствами:

- Сфера иерархически тесселирована в криволинейный четырёхугольник. Проекция с самым низким разрешением состоит из 12 базовых пикселей. Разрешение тесселяции увеличивается за счёт деления каждого пикселя на четыре новых. На следующем рисунке показано (по часовой стрелке от верхнего левого до нижнего левого) разрешение увеличивается на 3 шага от базового уровня (т.е. сфера разделена соответственно на 12, 48, 19 и 768 пикселей).
- Области/Площади всех пикселей при заданном разрешении идентичны.
- Пиксели распределены по линиям постоянной широты. Это свойство необходимо для всех приложений гармонического анализа с участием

сферических гармоник. Из-за изо-широтного распределения точек выборки скорость вычисления интегралов по отдельным сферическим гармоникам масштабируется как $N^{1/2}$ с общим количеством пикселей, в отличие от пасштабирования N для распределений выборки неизото- широты(?) (примерами которой является четырёхгранный сфериче- ский куб (http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/skymapinfo_new.cfm), используемый для COBE (<http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe>) NASA данные и любое распределение, основанное на симметрии ико- саэдра).

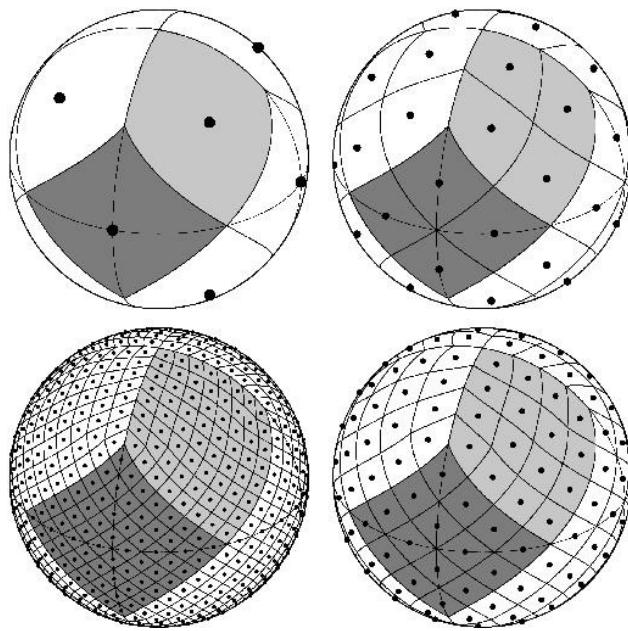


Рис. 1: Деление сферы на равные по площади сегменты.

Как было предложено в названии, эта пикселизация создаёт сегмен- ты сферической поверхности, в которой каждый пиксель покрывает ту же площадь поверхности, что и любой другой пиксель. На рисунке ниже пред- ставлено разбиение сферы пропорционально более высокие разрешения слева на право. Зеленая сфера представляет собой самое минимальное раз-решение, возможное при базовом разбиении поверхности шара HEALPix на 12 пикселей равного размера. Желтая сфера имеет сетку HEALPix 48 пикселей, красная сфера – 192 пикселя, а синяя сфера имеет сетку 768

пикселей (разрешение 7.3 градуса). Как не сложно догадаться, количество пикселей можно посчитать по формуле

$$NSIDE = 12 * n^2, n \in \mathbb{N}$$

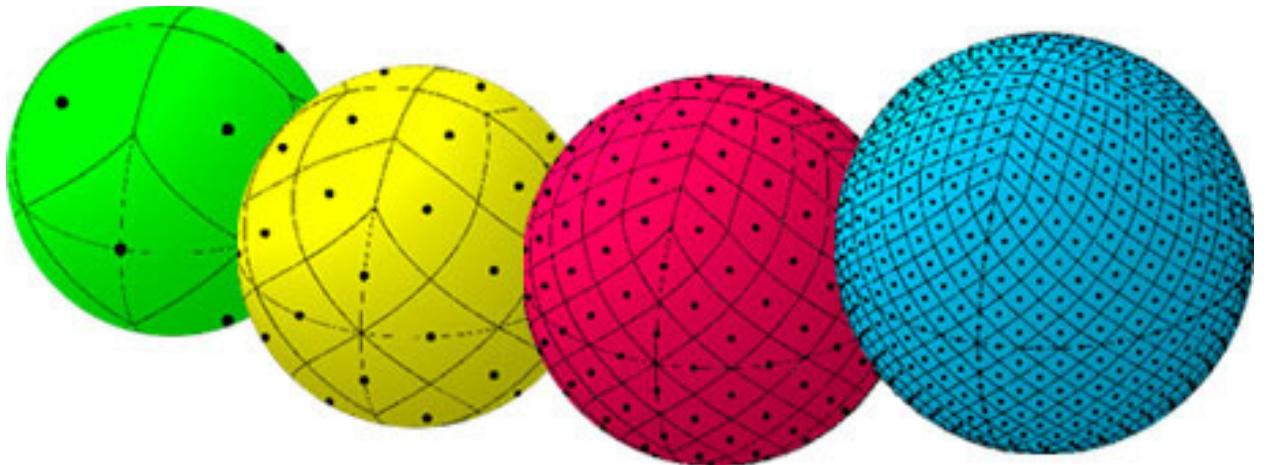


Рис. 2: Разбиение HEALPix.

Другим свойством сетки HEALPix является то, что пиксельные центры, представленные черными точками, встречаются на дискретном/конечном(?) числе колец постоянной широты, количество колец зависит от разрешения сетки HEALPix. Для примера, у зеленой, желтой, красной и синей сферы их 3, 7, 15, 31 кольцо с постоянной широтой соответственно(?).

Ниже приведён пример применения HEALPix с высоким разрешением – Модель реликтового излучения (CMB) (космическое сверхвысокочастотное фоновое излучение), состоящая из 12582912 пикселей (3.4 минут дуги (arcmin)).

HealPix имеет два режима разбиения:

- NEST - позволяет работать со сферическими функциями и не только...
- RING - позволяет определять минимальное расстояние до точек и не только...

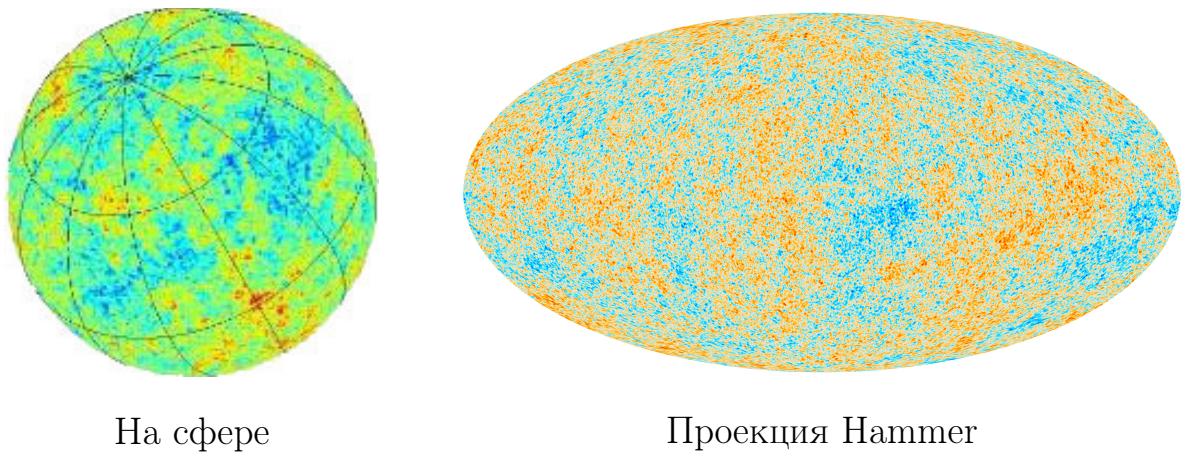


Рис. 3: Визуализация СМВ на HEALPix

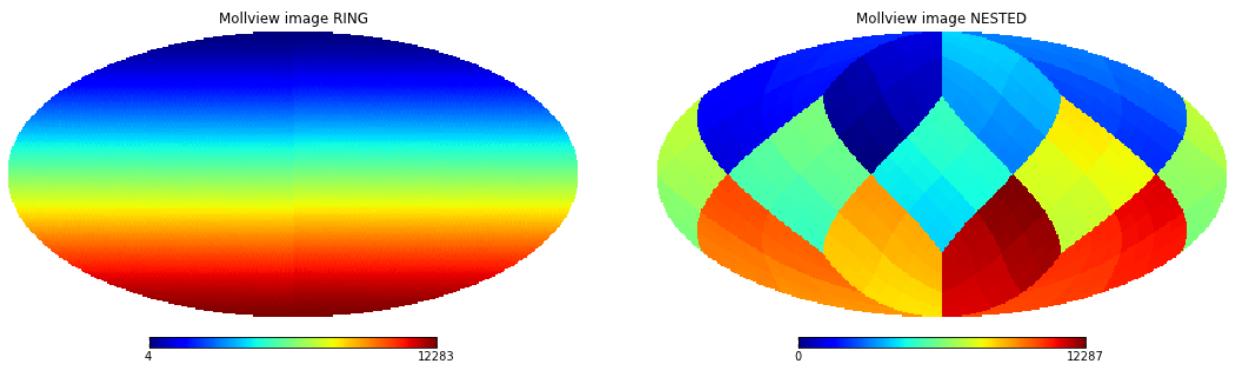


Рис. 4: Пример распределения пикселей по ring and nest

Для нашей задачи отлично подходит NEST.

[\[wiki:healpix\]](#)

Представление модуля разницы параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций.

$$\delta_{plx}(l, b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(l, b)$$

6.2 Сферические функции

Сферические функции – это очень полезный инструмент при анализе небесной сферы [2]

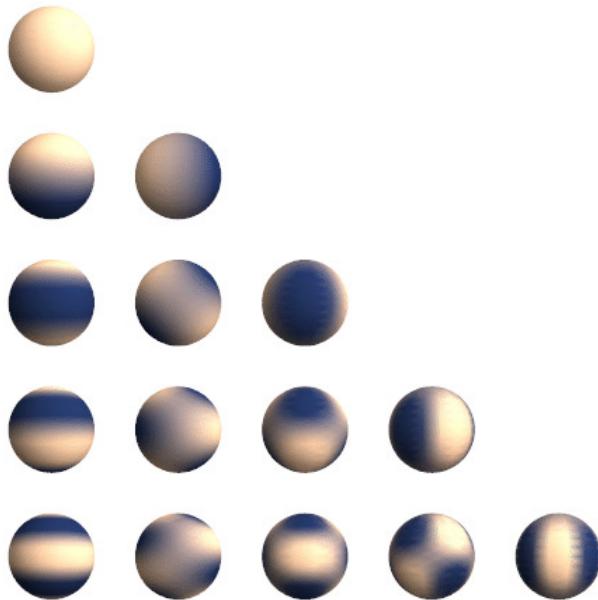


Рис. 5: вещественные сферические функции Y_{lm} , $l = 0 \dots 4$ (сверху вниз), $m = 0 \dots 4$ (слева направо). Функции отрицательного порядка Y_{l-m} повёрнуты вокруг оси Z на $90/m$ градусов относительно функций положительного порядка.

7 Заключение

ну вот и всё [book:fourier]

8 Список использованной литературы

Online only

[1] sourceforge. *HealPix*. 2018. URL: <http://healpix.sourceforge.net/>.

Статьи:

[2] А.С. Цветков В.В.Витязев. *Кинематический анализ собственных движений звезд с помощью векторных сферических функций*. Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов вузов. Задачи и упражнения. Санкт-Петербургский Государственный университет, 2012. CiberLenin: <https://cyberleninka.ru/article/n/kinematicheskie-issledovaniya-sobstvennyh-dvizheniy-zvezd-zonnyh-katalogov>. URL: <http://www.astro.spbu.ru/sites/default/files/zones.pdf>.

Приложение

тут аппендиц или два