

Ćwiczenie 12

Wyznaczanie parametrów mikroskopowych półprzewodników w oparciu o zjawisko Halla

Patrycja Trybułowska, Zuzanna Rudzińska

14/10/2022

1 Wyniki pomiarów napięcia Halla w zależności od prądu sterującego

Przy ustawieniu prądu płynącego przez próbkę na wartości 0,5[mA] zmierzyłyśmy wartość poprzecznego napięcia w próbce przy wyłączonym polu magnetycznym (napięcie asymetrii), które wyniosło 0,13 [mV]. Otrzymana wartość była bliska zeru, występowała ona ze względu na występowanie resztkowego pola magnetycznego w naszym układzie. Przykładowo z naszym układem oddziaływało ziemskie pole magnetyczne.

Przy powtórzeniu pomiaru dla wartości prądu 1[mA] oraz 1.5[mA] zmierzona wartość poprzecznego napięcia wyniosła odpowiednio 0.27[mV] oraz 0.42[mV] dla natężenia trzykrotnie większego od początkowego (0.5[mA]).

	I_C 0.5[mA]	I_C 1.0[mA]	I_C 1.5[mA]
$I_C[A]$	$U_H[mV]$		
0	0.13	0.27	0.42
0.5	0.94	1.88	2.67
1	2.18	4.23	6.14
1.5	3.28	6.29	9.62
2	4.26	8.62	13.06
2.5	5.37	10.56	16.01
3	6.31	12.62	18.90
3.5	7.14	14.17	21.36
4	7.80	15.45	23.11
4.5	8.25	16.54	24.36
5	8.71	17.38	26.02
5.5	9.14	18.15	27.03

Tabela 1: Wartości zmierzonych napięć Halla przy zadanym prądzie sterującym

1.1 Opór hallotronu oraz jego niepewność

Opór naszej próbki znajdującej się w polu magnetycznym wyznaczymy mierząc spadek napięcia na próbce pomiędzy elektrodami oraz spadek napięcia na oporniku wzorcowym. Skorzystamy tu z zależności, że opór hallotronu oraz opornik wzorcowy połączone są szeregowo.

$$\frac{U_X}{R_X} = \frac{U_w}{R_w} \quad (1)$$

Wiemy, że wykorzystany opornik wzorcowy ma rezystancję równą 100Ω . Napięcia na oporniku oraz pomiędzy elektrodami wynoszą dla wszystkich natężeń zasilacza (przy zerowym prądzie sterującym):

	$I = 0.5mA$	$I = 1.0mA$	$I = 1.5mA$
U_X [V]	0.1026	0.2050	0.3074
U_w [V]	0.0501	0.1001	0.1501

Tabela 2: Wyznaczone doświadczalnie napięcia między elektrodami oraz na oporze wzorcowym przy zerowym prądzie płynącym przez cewkę

Tak więc korzystając ze wzoru (1) otrzymujemy opór hallotronu (przykładowo dla natężenia $0.5mA$):

$$R_X = \frac{U_X \cdot R_w}{U_w} = \frac{0.1026 \cdot 100}{0.0501} = 204.8\Omega$$

Dla pozostałych prądów opór ten wynosić będzie tyle samo:

	$I = 0.5mA$	$I = 1.0mA$	$I = 1.5mA$
U_X [V]	0.1026	0.2050	0.3074
U_w [V]	0.0501	0.1001	0.1501
R_X [Ω]	204.8	204.8	204.8

Tabela 3: Wyliczony opór próbki

1.1.1 Niepewność wyznaczenia oporu hallotronu

Niepewność wyznaczenia tego oporu policzymy jako niepewność złożoną z niepewności poszczególnych składowych we wzorze (1):

$$u(R_h) = \sqrt{\left(\frac{R_w}{U_w} u(U_X)\right)^2 + \left(\frac{U_X}{U_w} u(R_w)\right)^2 + \left(\frac{R_w U_X}{U_w^2} u(U_w)\right)^2} = 1.99\Omega$$

We wzorze tym niepewności poszczególnych części wzoru (1) oznaczono $u(U_w), u(R_w)$ oraz $u(U_X)$.

1.2 Przewodność właściwa hallotronu

Jak wiemy przewodność właściwa jest odwrotnie proporcjonalna do oporności właściwą. Wzór na tę oporność jest nam doskonale znany i jego postać przedstawiona jest poniżej:

$$\rho = \frac{S \cdot R}{l}$$

We wzorze tym S oznacza pole przekroju przewodnika, R- rezystancję próbki a l- jej długość. W naszym eksperymencie pole przekroju próbki równe jest iloczynowi jej krótszego boku oraz grubości:

$$S = a \cdot d = 4mm \cdot 0.3\mu m = 1.2nm$$

Długość zaś wynosi l=7.8mm. Tak więc podstawiając te wartości do wzoru oraz korzystając z obliczonego oporu $R_X = 204.8\Omega$ otrzymujemy:

$$\rho = \frac{1.2nm \cdot 204.8\Omega}{7.8mm} \approx 3.15 \cdot 10^{-5}\Omega \cdot m$$

Szukana oporność właściwa wynosi zaś odwrotność tej wielkości, czyli:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \approx 31746 \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

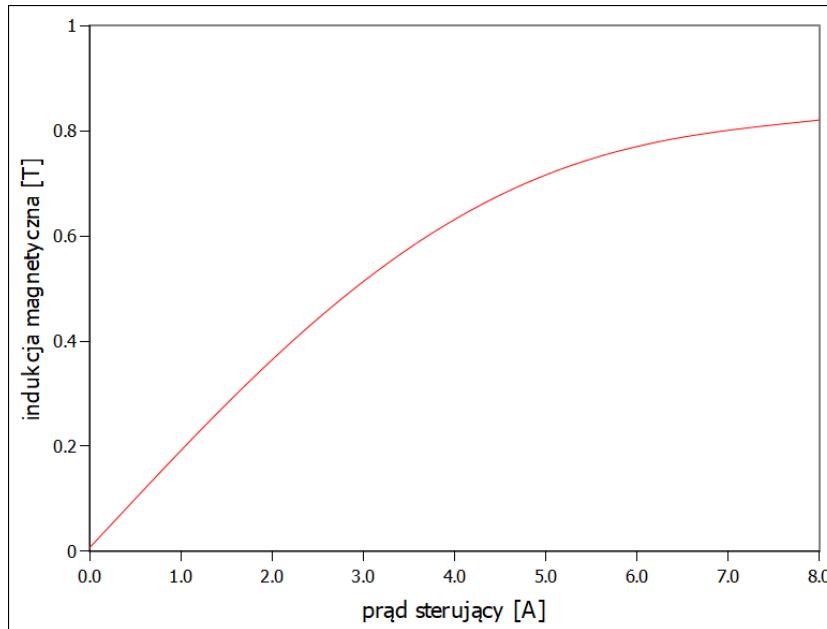
Niepewność przewodności obliczymy za pomocą niepewności złożonej i będzie ona wyrażała się wzorem:

$$u(\sigma) = \left| \frac{l}{S \cdot R^2} u(R) \right| = \frac{7.8mm}{1.2nm \cdot (204.8)^2} 1.99 \approx 3.08 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \cdot m} \quad (2)$$

2 Zależność indukcji magnetycznej od prądu sterującego $B(I_C)$

Aby wyznaczyć zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej musimy najpierw znaleźć odpowiednie wartości tej indukcji w zależności od natężenia prądu przepływającego przez cewkę. Skorzystamy więc z podanej przy ćwiczeniu zależności:

$$B(I_C) = 0.00673 + 0.18548 \cdot I_C + 0.00217 \cdot I_C^2 - 0.00318 \cdot I_C^3 + 2.00009 \cdot 10^{-4} \cdot I_C^4 \quad (3)$$



Rysunek 1: Wartość indukcji magnetycznej w funkcji natężenia prądu

2.1 Zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej

Następnie korzystając z podanej wyżej zależności (3) wyznaczmy relację pomiędzy napięciem Halla oraz indukcją magnetyczną. Na wykresie tym znajduje się również niepewność pomiaru napięcia Halla. Wyznaczmy ją dla każdej wartości zgodnie ze wzorem podanym do miernika (Sanwa PC5000a) oraz zakresem na którym mierzyliśmy (5V):

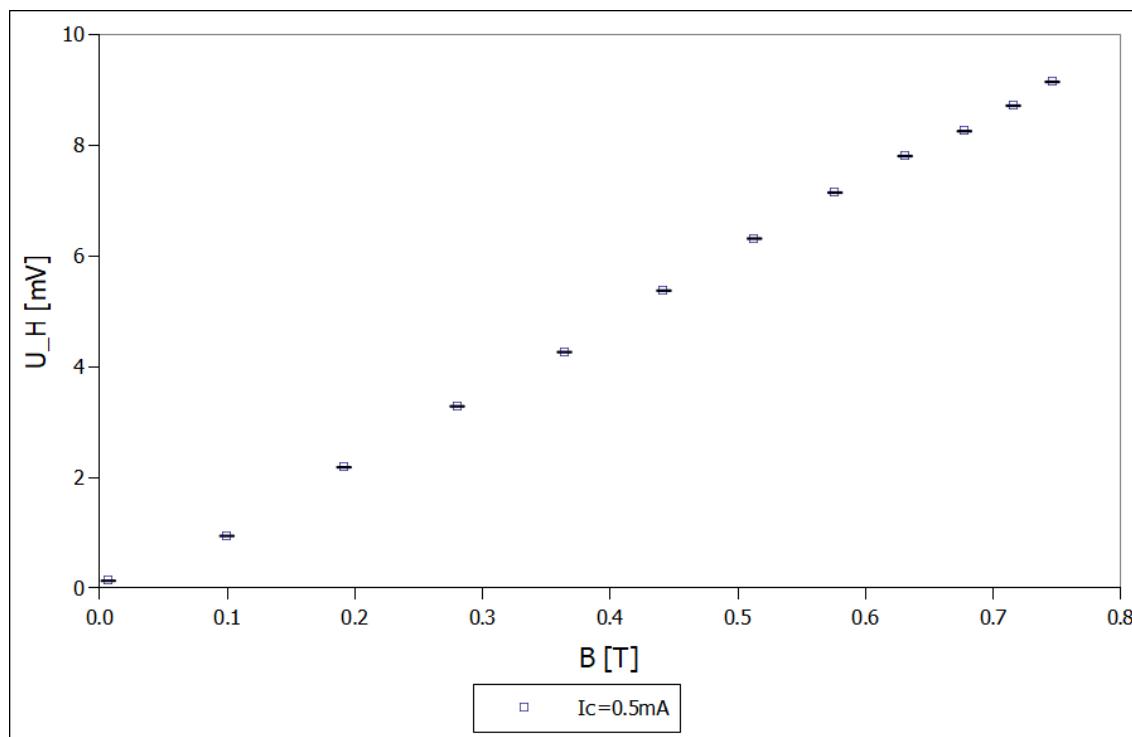
$$u(U_H(x)) = \frac{0.03\%x + 0.02\% \cdot 5}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

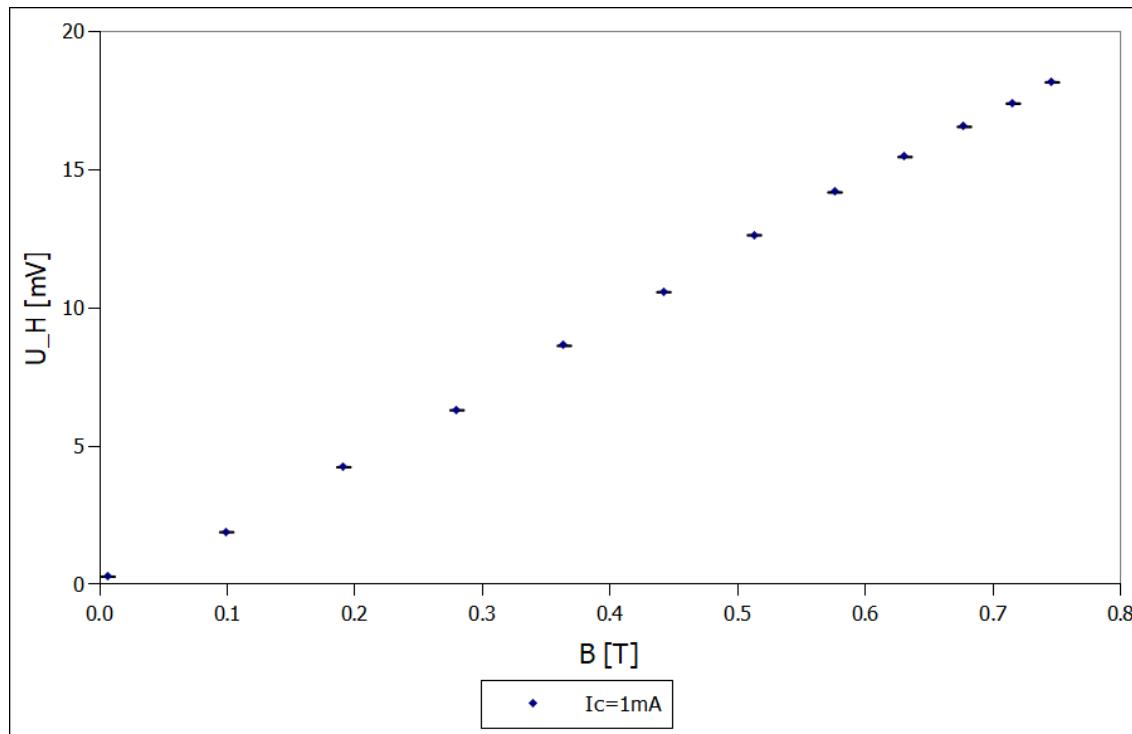
Przykładowo dla $I_c = 0.5mA$:

$$u(U_H(0.13)) = \frac{0.03\% \cdot 0.13 + 0.02\% \cdot 5}{\sqrt{3}} = 0.0006mV$$

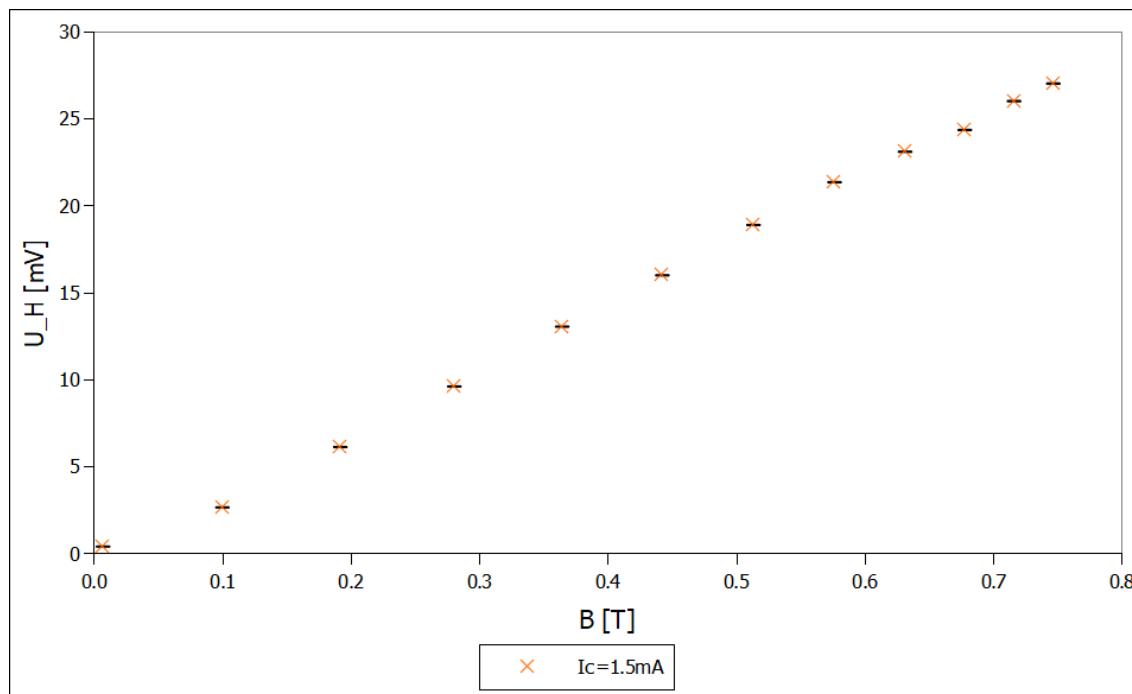
		$I = 0.5 \text{ mA}$		$I = 1 \text{ mA}$		$I = 1.5 \text{ mA}$	
$I_C [\text{A}]$	$B [\text{T}]$	$U_H [\text{mV}]$	$u(U_H) [\text{mV}]$	$U_H [\text{mV}]$	$u(U_H) [\text{mV}]$	$U_H [\text{mV}]$	$u(U_H) [\text{mV}]$
0	0.007	0.13	0.001	0.27	0.0006	0.42	0.001
0.5	0.100	0.94	0.001	1.88	0.0009	2.67	0.001
1	0.191	2.18	0.001	4.23	0.0013	6.14	0.002
1.5	0.280	3.28	0.001	6.29	0.0017	9.62	0.002
2	0.364	4.26	0.001	8.62	0.0021	13.06	0.003
2.5	0.442	5.37	0.002	10.56	0.0024	16.01	0.003
3	0.513	6.31	0.002	12.62	0.0028	18.9	0.004
3.5	0.576	7.14	0.002	14.17	0.0030	21.36	0.004
4	0.631	7.8	0.002	15.45	0.0033	23.11	0.005
4.5	0.678	8.25	0.002	16.54	0.0034	24.36	0.005
5	0.716	8.71	0.002	17.38	0.0036	26.02	0.005
5.5	0.746	9.14	0.002	18.15	0.0037	27.03	0.005

Tabela 4: Obliczone wartości niepewności dla napięcia Halla

Rysunek 2: Zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej dla prądu 0.5mA



Rysunek 3: Zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej dla prądu 1mA



Rysunek 4: Zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej dla prądu 1.5mA

Następnie wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów (funkcja `linest` w wykorzystywanym przez nas programie Gnumeric) dopasowaliśmy proste do zebranych danych. W

ten sposób znajdując jej współczynnik nachylenia jesteśmy w stanie określić stałą Halla korzystając z zależności:

$$R_H = \frac{U_H}{B} \frac{d}{I} \quad \text{wsp. prostej } a_P = \frac{U_H}{B}$$

	I=0.5mA	I=1mA	I=1.5mA
a_P	12.5	24.90	37.17
$u(a_P)$	0.13	0.28	0.47

Tabela 5: Otrzymane współczynniki nachylenia prostych przez program Gnumeric

Otrzymujemy więc przykładowo dla prądu równego 0.5mA:

$$R_H = a_P \frac{d}{I} = 12.5 \cdot \frac{0.3 \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 10^{-3}} = 7.48 \cdot 10^{-6} \left[\frac{V \cdot m}{T \cdot A} \right] \quad (5)$$

	I=0.5mA	I=1mA	I=1.5mA
R_H	$7.48 \cdot 10^{-6}$	$7.47 \cdot 10^{-6}$	$7.43 \cdot 10^{-6}$

Tabela 6: Obliczone wartości stałej Halla dla trzech prądów sterujących

2.1.1 Niepewność stałej Halla oraz porównanie wszystkich trzech wartości

Niepewność stałej Halla obliczymy jako niepewność złożoną korzystając ze wzoru na stałą (5). Zakładamy brak niepewności w wyznaczeniu grubości płytki gdyż jej wartość została nam podana i nie wiemy nic o jej pomiarze. Wtedy niepewność wyrazić możemy jako:

$$u(R_H) = \sqrt{\left[\frac{d}{I} u(a_P) \right]^2 + \left[\frac{a_P d}{I^2} u(I) \right]^2} \quad (6)$$

Niepewność wyznaczenia współczynnika dopasowania prostej otrzymujemy razem z nim przy zastosowaniu odpowiedniej funkcji w programie¹. Niepewność pomiaru natężenia wyznaczamy przyjmując tylko błąd eksperymentatora, gdyż nie mamy informacji o mierniku i jego dokładności. Jako, że pracowaliśmy na zakresie 7.5A, a podziałka miała dokładność 0.1A to przyjmiemy, że błąd odczytu przez nas wartości z miernika wynosił 0.05A.

$$u(I) = \sqrt{\frac{0.05^2}{3}} \approx 0.029A$$

Zatem błąd wyznaczenia wartości zgodnie ze wzorem (6) wynosi dla poszczególnych prądów sterujących (oraz obliczając przykładowo dla prądu 0.5mA):

$$u(R_H) = \sqrt{\left[\frac{d}{0.5mA} \cdot 0.13 \cdot 10^{-5} \right]^2 + \left[\frac{12.5 * 10^{-3} \cdot d}{0.5mA^2} \cdot 0.029A \right]^2} = 4.32 \cdot 10^{-4}$$

¹funkcja linest w programie gnumeric (<http://www.gnumeric.org>) podaje nam wartości współczynników a,b w równaniu prostej $y=ax+b$, jak i ich niepewności

Tak wielka niepewność wiąże się z tym, iż błąd pomiaru eksperymentatora w porównaniu do wielkości mierzonej jest naprawdę duży. Gdyby pominąć niepewność pomiaru natężenia błąd R_H byłby drastycznie mniejszy (rzędu 10^{-8}).

	I=0.5mA	I=1mA	I=1.5mA
R_H	$7.48 \cdot 10^{-6}$	$7.47 \cdot 10^{-6}$	$7.43 \cdot 10^{-6}$
$u(R_H)$	$4.32 \cdot 10^{-4}$	$2.16 \cdot 10^{-4}$	$1.43 \cdot 10^{-4}$

Tabela 7: Obliczone wartości stałej Halla dla trzech prądów sterujących wraz z niepewnościami

3 Koncentracja i ruchliwość nośników prądu (przyjmując, że dominującym źródłem rozpraszania występuje na drganiach sieci)

Przy pomocy przewodności oraz wyliczonej stałej Halla możemy wyznaczyć ruchliwość korzystając ze wzoru:

$$\mu = \frac{\sigma}{ne} = \frac{\sigma R_H}{r} = \frac{31746 * 7.48 * 10^{-6}}{1.93} = 0.123 \frac{m^2}{Vs}$$

gdzie $r = \frac{3\pi}{8}$.

Niepewność wyliczonej wartości możemy przedstawić jako niepewność złożoną :

$$u(\mu) = \sqrt{\left(\frac{\sigma u(R_H)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u(\sigma)R_H}{r}\right)^2} = 0.071 \frac{m^2}{Vs}$$

Koncentracje nośników wyznaczamy ze wzoru:

$$n = \frac{r}{R_H e} = \frac{1.98}{7.48 * 10^{-6} * 1.6 * 10^{-19}} = 1.65 * 10^{24} \frac{1}{m^3}$$

gdzie e jest ładunkiem elektronu.

A jej niepewność jest równa:

$$u(n) = \sqrt{\left(\frac{r}{R_H^2 e} u(R_H)\right)^2} = 9.55 * 10^{25} \frac{1}{m^3}$$

4 Sprawdzenie warunku słabego pola

”Słabym polem” nazywamy pole, które powoduje niewielkie zakrzywienie toru elektronu w czasie pomiędzy kolejnymi zderzeniami. Wynika stąd, że pole jest słabe, jeśli spełniona jest nierówność:

$$\mu B \ll 1$$

Dla wyliczonego μ oraz najwyższej wartości pola magnetycznego B otrzymujemy:

$$\mu B = 0.09$$

Zauważamy, że otrzymana wartość jest dużo mniejsza od 1. W związku z tym możemy powiedzieć, że warunek "słabego pola" został spełniony.

5 Magnetoopór

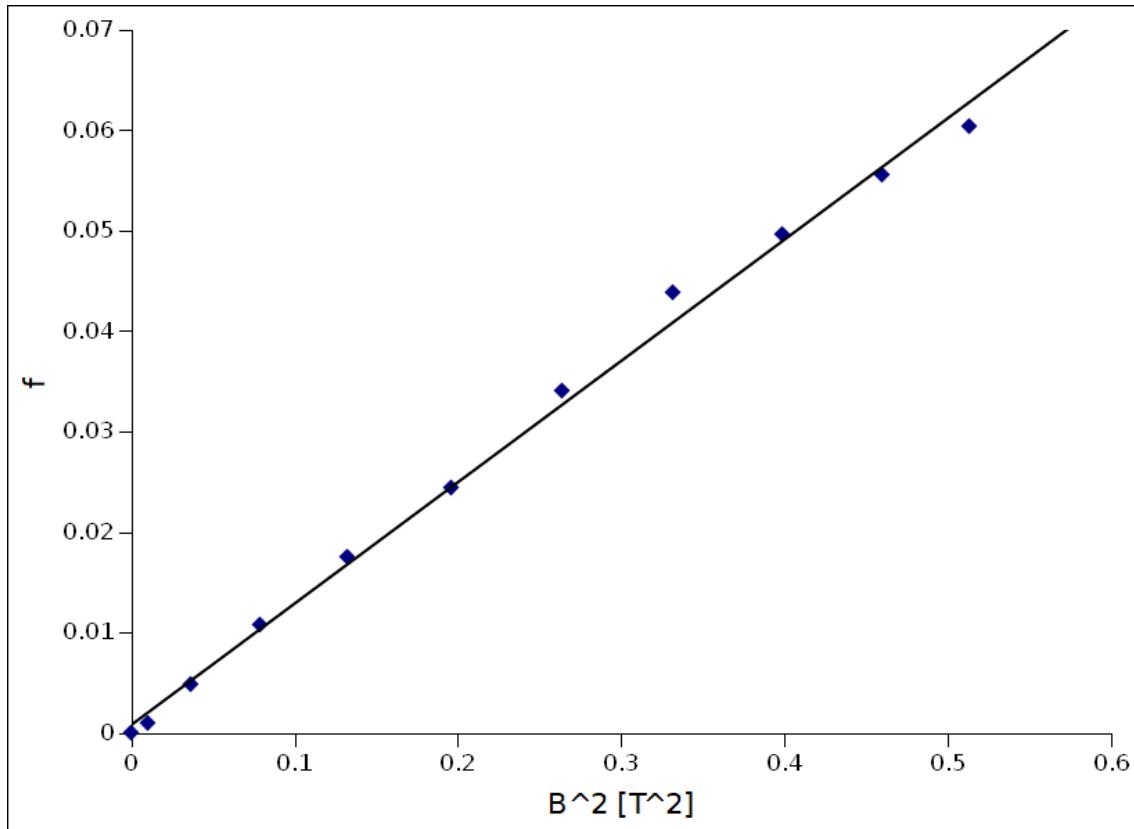
Magnetoopór to zjawisko zmiany oporu w materiale przewodzącym prąd elektryczny pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego. W wykonywanym przez nas doświadczeniu spotkałyśmy się z magnetooporem w poprzecznym polu magnetycznym.

Zakrzywienie toru ładunków pod wpływem pola powoduje zmiane wartości oporu próbki. W skutku czego rejestrujemy zwiększoną ilość zderzeń, co za tym idzie większy opór a mniejszą przewodność. Względną zmianę przewodności próbki można opisać jako:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = A(\mu B)^2$$

,gdzie A jest stałą zależną od mechanizmu rozpraszania, a $\Delta\sigma$ różnicą pomiędzy przewodnością próbki niepodanej działaniu pola a próbki znajdującej się w polu magnetycznym. Wielkość względnej przewodności próbki możemy wyrazić jako:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{U_x(B) - U_x(0)}{U_x(0)} = f(B^2)$$



Rysunek 5: Wykres zależności $f(B^2)$

Korzystając z wbudowanej funkcji `linest` w programie Gnumeric wyznaczyliśmy współczynnik nachylenia prostej do wykresu, który wynosi:

$$\alpha = 0.118(0.002)$$

Współczynnik kierunkowy powyższej prostej równy jest :

$$\alpha = A\mu^2$$

Zatem

$$A = \frac{\alpha}{\mu^2} = \frac{0.118}{0.015} = 7.87$$

Którego niepewność złożona wynosi:

$$u(A) = \sqrt{\left(\frac{\mu(\alpha)}{\mu^2}\right)^2 + \left(\frac{-2\alpha}{\mu^3} * u(\mu)\right)^2} = 0.87$$

6 Wnioski

Przy pomiarach poprzecznego napięcia zaobserwowaliśmy jego wzrost wraz zwiększeniem wartości prądu. Przy wyłączonym polu magnetycznym jego wartość była bliska zeru zgodnie z oczekiwaniami. Nie wynosiła ona natomiast równe zero ze względu na występowanie resztkowego pola magnetycznego w naszym układzie.

Zaobserwowałyśmy niewielkie napięcie asymetrii w porównaniu do mierzonego napięcia Halla oraz liniową zależność napięcia Halla od indukcji magnetycznej.

Dla wyznaczonych stałych Halla stwierdziłyśmy równość tych wartości dla wszystkich trzech prądów sterujących. Niestety niepewności tych wielkości są bardzo duże ze względu na dominację dużej (założonej przez nas) niepewności eksperymentatora.

Przeanalizowanie otrzymanych wartości pozwoliło nam stwierdzić, że dla wszystkich natężeń pola w zadanym nam ćwiczeniu warunek "słabego pola" jest spełniony. Nasze pomiary potwierdziły także liniowa zależność napięcia Halla od natężenia pola mierzonych wartości.

Badanie zjawiska magnetooporu wykazało, że opór wzrasta wraz ze wzrostem wartości pola magnetycznego.