

# Generación de Números Aleatorios

Autor: Dr. Abdelmalik Moujahid

## Método de Rechazo

El método de rechazo, también conocido como **método de aceptación-rechazo**, es una técnica utilizada para generar variables aleatorias con una distribución específica mediante la aceptación de ciertos valores y el rechazo de otros. Este método es particularmente útil cuando no es fácil o posible generar directamente variables aleatorias según la distribución deseada.

A continuación, se describe el método de rechazo en términos generales:

A continuación, se describe el método de rechazo en términos generales:

1. **Generación de una variable auxiliar:** Selecciona una variable aleatoria  $X$  de una distribución fácil de generar, generalmente una distribución de probabilidad continua que envuelve o es mayor que la distribución objetivo,  $g_X(x)$ .
2. **Generación de una variable de aceptación/rechazo:** Selecciona una variable aleatoria  $U$  de una distribución uniforme en el intervalo  $[0, 1]$ .
3. **Prueba de aceptación/rechazo:** Calcula la función de densidad de probabilidad (PDF) de la variable auxiliar en el punto  $X$  y compárala con  $U$ . Si  $U$  es menor o igual a la PDF en  $X$ , acepta  $X$  como una muestra de la distribución objetivo; de lo contrario, rechaza  $X$  y repite el proceso.

## Ejemplo 1:

Supongamos que queremos generar variables aleatorias con una **distribución exponencial**  $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  usando una **envolvente uniforme**.

**Funciones de densidad de probabilidad:**

- PDF de la distribución exponencial:  $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  para  $x \geq 0$ .
- PDF de la envolvente uniforme:  $f_U(u) = \frac{1}{(b-a)}$  para  $a \leq u \leq b$ , donde  $a$  y  $b$  son los extremos del intervalo de la envolvente uniforme.

**Método de rechazo:**

- Generamos una variable aleatoria  $X$  con **distribución uniforme** en el intervalo  $[a, b]$ .
- Aceptamos la muestra  $X$  con probabilidad  $p = \frac{f_X(X)}{M f_U(u)}$  ♦, donde  $M$  es una constante que asegura que  $f_X(x) \leq M$  para todo  $x$  y  $u$ .

**Implementación:**

- Repetimos los pasos anteriores hasta obtener el número deseado de muestras, aceptando aquellas que cumplen la condición de aceptación.

```
% Parámetro de la distribución exponencial
lambda = 1;
% Función de densidad de probabilidad de la distribución exponencial
pdf_exponencial = @(x) lambda * exp(-lambda * x);

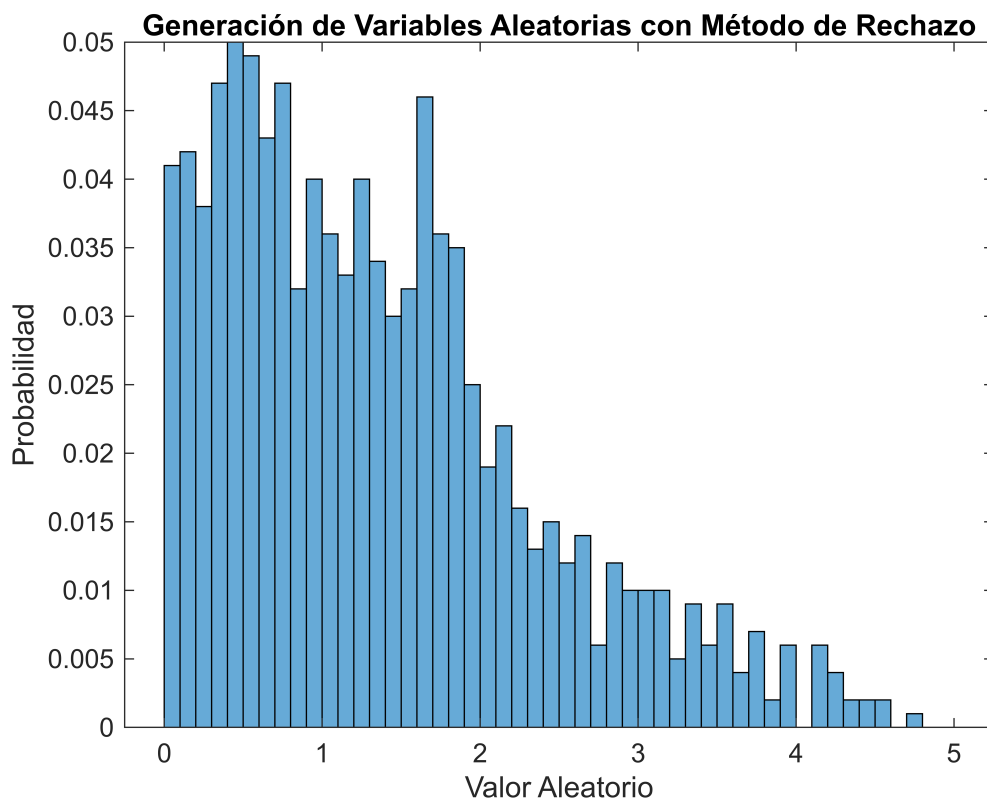
% Función de densidad de probabilidad de la envolvente uniforme
a_uniforme = 0;
b_uniforme = 5; % Suponemos una envolvente uniforme en [0, 5]
pdf_uniforme = 1 / (b_uniforme - a_uniforme);

% Número de muestras a generar
num_samples = 1000;

% Generación de variables aleatorias mediante el método de rechazo
samples = zeros(1, num_samples);
accepted_samples = 0;

while accepted_samples < num_samples
    % Generar una muestra de la envolvente uniforme
    x = a_uniforme + (b_uniforme - a_uniforme) * rand();
    % Generar una muestra de la distribución exponencial
    u = rand();
    if u <= pdf_exponencial(x) / pdf_uniforme
        % Aceptar la muestra
        accepted_samples = accepted_samples + 1;
        samples(accepted_samples) = x;
    end
end

% Visualizar los resultados
histogram(samples, 'Normalization', 'probability', 'BinEdges', 0:0.1:b_uniforme);
title('Generación de Variables Aleatorias con Método de Rechazo');
xlabel('Valor Aleatorio');
ylabel('Probabilidad');
```



## Ejemplo 2:

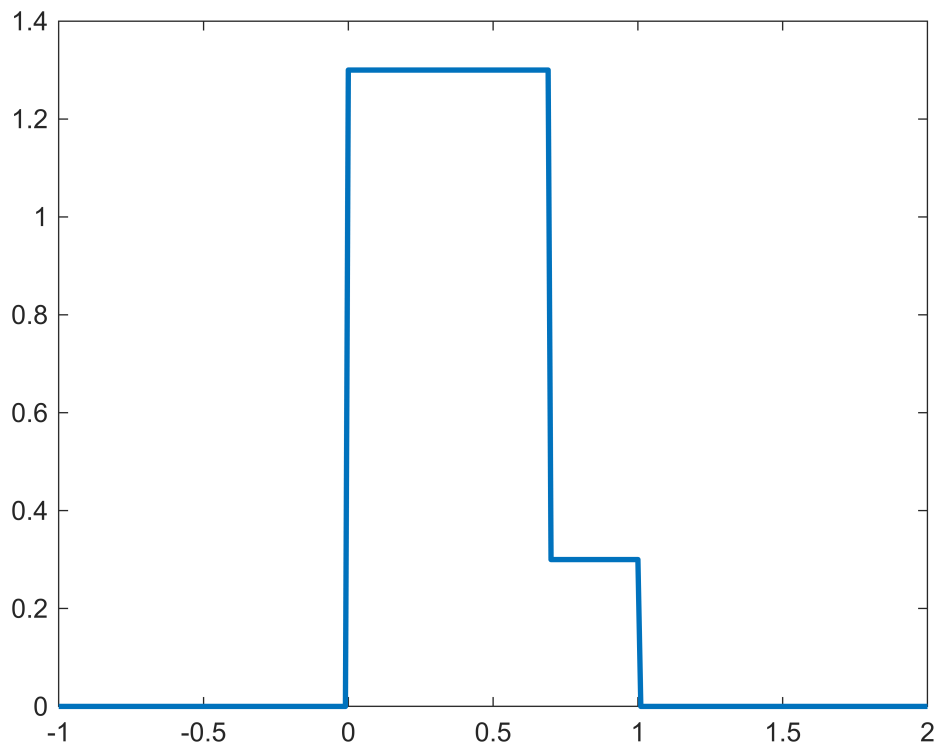
Supongamos que queremos generar variables aleatorias con una **distribución dada**  $f_X(x)$  usando una **envolvente uniforme**.

```
close all
clear all

%función de densidad original
a = 0;
b = 0.7;
c = 1;

% Función de densidad de probabilidad de la distribución
pdf_1 = @(x) 1.3*(x>=0 & x<0.7)+0.3*(x>=0.7&x<=1);

x=-1:.01:2;
figure(1)
plot(x,pdf_1(x),'LineWidth',2)
```



```
% Función de densidad de probabilidad de la distribución
pdf_1 = @(x) 1.3*(x>=0 & x<0.7)+0.3*(x>=0.7&x<=1);

% Función de densidad de probabilidad de la envolvente uniforme
a_uniforme = 0;
b_uniforme = 1; % Suponemos una envolvente uniforme en [0, 1]
pdf_uniforme = 1 / (b_uniforme - a_uniforme);

% Número de muestras a generar
num_samples = 10000;

% Generación de variables aleatorias mediante el método de rechazo
samples = zeros(1, num_samples);
accepted_samples = 0;

while accepted_samples < num_samples
    % Generar una muestra de la envolvente uniforme
    x = a_uniforme + (b_uniforme - a_uniforme) * rand();

    % Generar una muestra de la distribución exponencial
    u = rand();
    if u <= pdf_1(x) / pdf_uniforme
        % Aceptar la muestra
        accepted_samples = accepted_samples + 1;
        samples(accepted_samples) = x;
    end
end
```

```

end
end

% Visualizar los resultados
histogram(samples, 'Normalization', 'probability', 'BinEdges',
0:0.01:b_uniforme);
title('Generación de Variables Aleatorias con Método de Rechazo');
xlabel('Valor Aleatorio');
ylabel('Probabilidad');

```

