Ejemplo 2

Puntos estacionarios:

$$\ddot{x} + a\dot{x}(x^2 + \dot{x}^2 - 1) + x = 0,$$

Este sistema de segundo orden puede reescribirse como un sistema de dos ecuaciones de primer orden:

$x_1 = x$

$x_2 = \dot{x}$

Ahora dreviamos las variables x_1 y x_2:

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x_2} = -\mathrm{ax}_2\left(x_1{}^2 + x_2{}^2 - 1\right) - x_1$

Estabilidad del sistema

```
% Limpia el espacio de trabajo y define variables simbólicas
clear all; close all; clc;
syms x y

a = 1;

% Define las ecuaciones del sistema
dx_dt = y; % Primera ecuación
dy_dt = -y*(x^2 + y^2 - 1) - x; % Segunda ecuación

% Encuentra los puntos de equilibrio resolviendo dx/dt = 0 y dy/dt = 0
[eq_x, eq_y] = solve([dx_dt == 0, dy_dt == 0], [x, y]);
equilibrium_points = [eq_x, eq_y];

% Muestra los puntos de equilibrio
disp('Puntos de equilibrio:');
```

```
Puntos de equilibrio:
```

```
disp(equilibrium_points);
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$$

```
% Calcula la matriz Jacobiana del sistema
jacobian_matrix = jacobian([dx_dt, dy_dt], [x, y]);

disp('Matriz Jacobiana:');
```

```
Matriz Jacobiana:
```

```
disp(jacobian_matrix);
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2\,x\,y-1 & -x^2-3\,y^2+1 \end{pmatrix}$$

```
% Evalúa la matriz Jacobiana en cada punto de equilibrio
disp('Análisis de estabilidad en los puntos de equilibrio:');
```

```
Análisis de estabilidad en los puntos de equilibrio:
```

```
for i = 1:length(eq_x)
    % Sustituye el punto de equilibrio en la matriz Jacobiana
    J_eval = subs(jacobian_matrix, [x, y], [eq_x(i), eq_y(i)]);

    % Calcula los autovalores de la matriz Jacobiana
    eigenvalues = eig(J_eval);

    % Muestra los resultados
    fprintf('Punto de equilibrio (%s, %s):\n', char(eq_x(i)), char(eq_y(i)));
    disp('Autovalores:');
    disp(eigenvalues);

    % Determina la estabilidad
    if all(real(eigenvalues) < 0)
        fprintf('  Estable (atractor)\n');
    elseif any(real(eigenvalues) > 0)
        fprintf('  Inestable (repulsor)\n');
    else
        fprintf('  Marginalmente estable o caso indeterminado\n');
    end
end
```

```
Punto de equilibrio (0, 0):
Autovalores:
```

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2} \\ \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2} \end{pmatrix}$$

```
  Inestable (repulsor)
```

```
ode_system = @(t, state) [state(2); -state(2)*(state(1)^2 + state(2)^2 - 1) -
state(1) ];

% Define las condiciones iniciales
x0 = 0.1; % Condición inicial para x
y0 = 0.1; % Condición inicial para y
initial_conditions = [x0, y0];
```

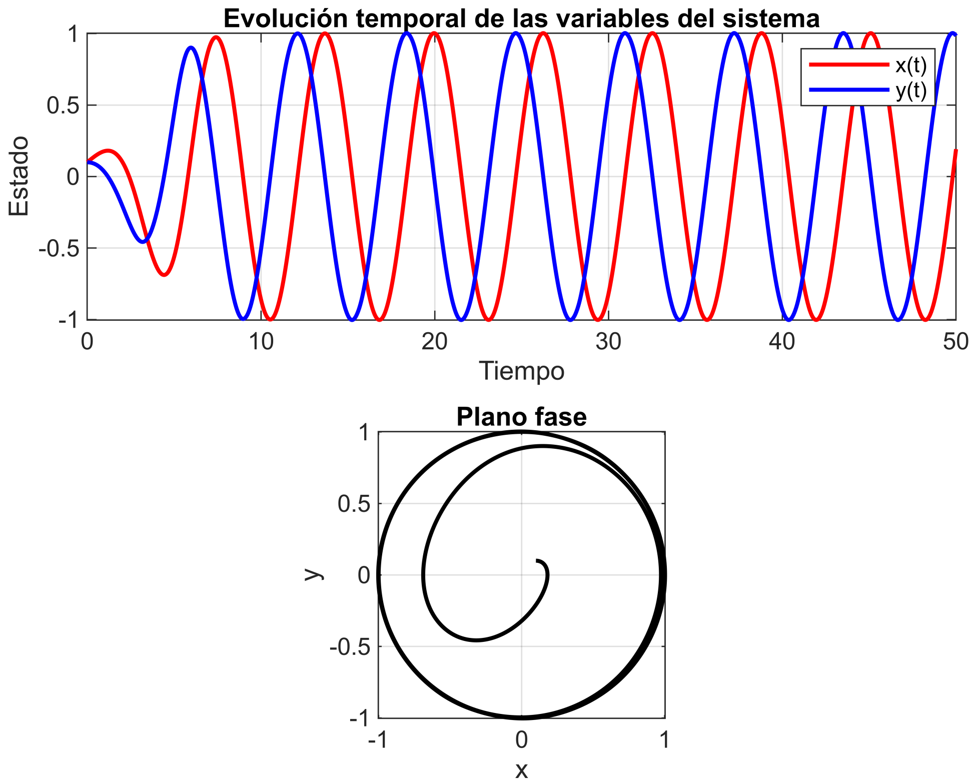
```
% Define el intervalo de tiempo para la simulación
tspan = 0:.01:50; % Simulación desde t=0 hasta t=20

% Realiza la simulación utilizando ode45
[t, sol] = ode45(ode_system, tspan, initial_conditions);

% Extrae las soluciones
x = sol(:, 1); % Componente x
y = sol(:, 2); % Componente y

% Grafica los resultados
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, x, 'r', 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, y, 'b', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Tiempo');
ylabel('Estado');
legend('x(t)', 'y(t)');
title('Evolución temporal de las variables del sistema');
grid on;

subplot(2, 1, 2);
plot(x, y, 'k', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Plano fase');
grid on;axis square
```


Evolución temporal de las variables del sistema
Estado
Tiempo
x(t)
y(t)
Plano fase
x
y