



Robótica: Trabajo de Curso

Pablo Linares Serrano

Índice

1.	Introducción	3
2.	Descripción física del manipulador	3
2.1.	Base	5
2.2.	Pieza 1	6
2.3.	Pieza 2	6
2.4.	Pieza 3	6
2.5.	Pieza 4	7
2.6.	Pieza 5	7
3.	Matriz de Denavit-Hartenberg	7
4.	Modelo cinemático del manipulador	11
5.	Modelo dinámico del manipulador	12
6.	Control mediante par computado	15
6.1.	Ajuste del controlador	15
6.2.	Comportamiento en ausencia de errores de modelado y perturbaciones	16
6.3.	Comportamiento al añadir errores de modelado	18
6.4.	Comportamiento ante trayectorias con velocidades suaves	18
6.5.	Comportamiento ante perturbaciones y errores de modelado	19
7.	Simulación de una trayectoria real	20
8.	Anexos	23
8.1.	Anexo 1: Modelo cinemático directo	23
8.2.	Anexo 2: Ikine. Trayectoria circular en el plano XY	24
8.3.	Anexo 3: Cálculo centros de masas y tensores de inercia	26
8.3.1.	Pieza 1	26
8.3.2.	Pieza 2	26
8.3.3.	Pieza 4	27
8.4.	Anexo 4: Realización de las simulaciones	27
9.	Referencias	28

1. Introducción

En este trabajo se estudiarán las características cinemáticas y dinámicas de un robot manipulador, realizando las aproximaciones oportunas para poder describirlo según la notación empleada en la herramienta Hemero. Una vez caracterizado el manipulador, se diseñará un controlador mediante la técnica del par computado y se comprobará su funcionamiento mediante una serie de simulaciones.

La documentación del trabajo consta de esta memoria, 7 scripts de Matlab (calcular.m, torque1.m, torque2.m, trabajoRob.m, trabajoRob2.m, trabajoRob3.m y trayectoria.m), 2 archivos de Simulink (parComputado.slx y TrayectoriaReal.slx), un modelo 3D del manipulador realizado en SketchUp (TrabajoRobotica.skp) y la documentación consultada para extraer la descripción física del manipulador (TX90-1.pdf y TX90-2.pdf).

2. Descripción física del manipulador

El robot seleccionado para realizar este trabajo es el TX90 del fabricante Stäubli [1]. Este es un manipulador industrial con un área de trabajo esférica y capaz de levantar una carga de 20 Kg.

A partir de la información disponible en [2] se ha realizado mediante el programa de CAD SketchUp Pro 2019 un modelo 3D aproximado del manipulador, adjunto a esta memoria. Las figuras empleadas para la descripción geométrica de las piezas serán diferentes vistas de este modelo. La primera de las piezas es la base del manipulador, por lo que será una pieza completamente estática que no aparecerá reflejada en la matriz de Denavit-Hartenberg (DH). El último de ellos corresponde con el efector final, que se ha supuesto de masa despreciable. Este se corresponderá con la 6ª fila de la matriz DH. En la figura 2 se puede observar la división del manipulador en las diferentes piezas.



Fig. 1: Ilustración del manipulador TX90, obtenida de [2].

A partir de este modelo se han estimado los volúmenes, masas, y centros de masas de las piezas, que serán empleados más adelante en la obtención de la matriz de parámetros dinámicos (DYN). En la figura 3 se muestra el modelo aproximado empleado acotado.

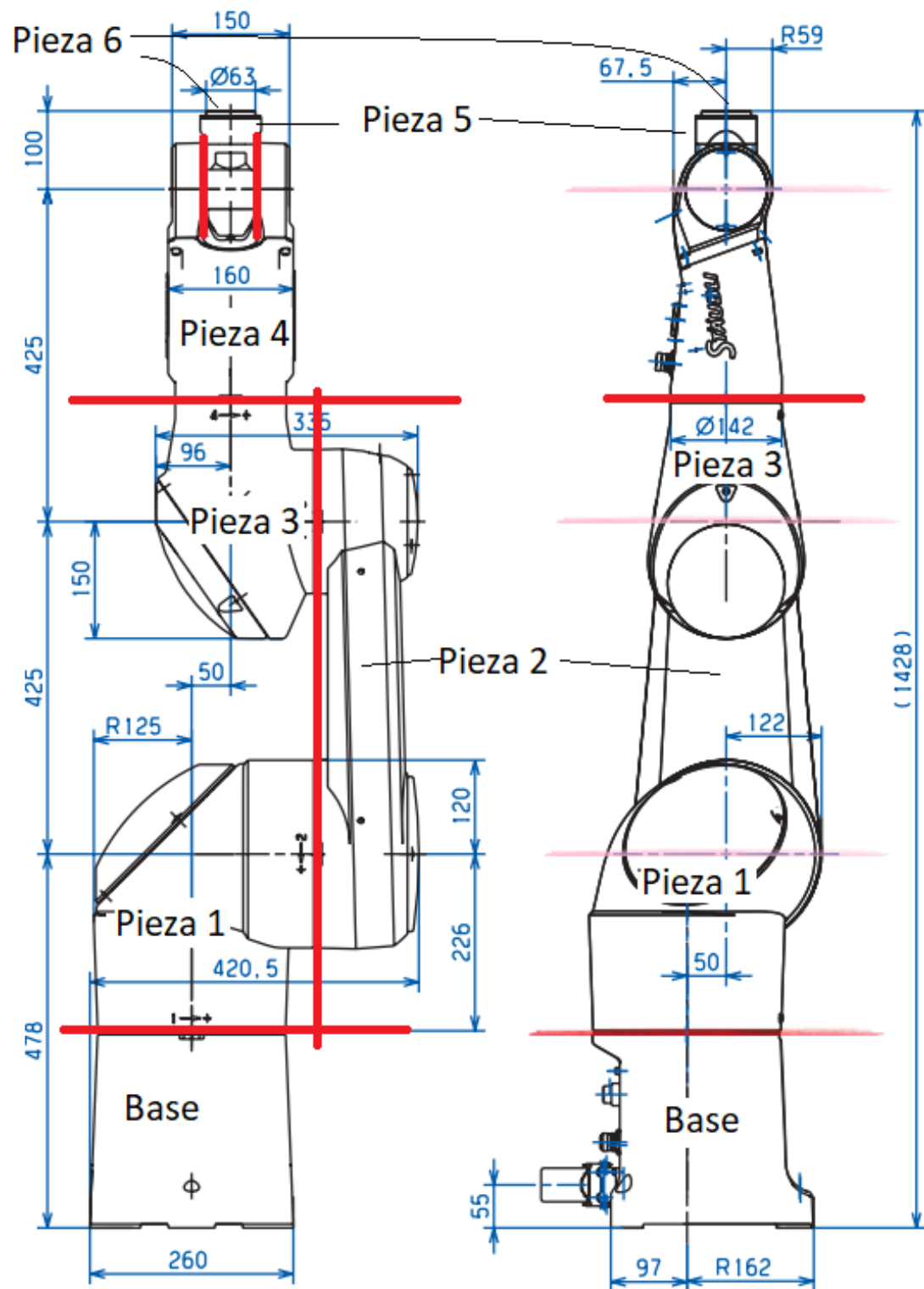


Fig. 2: Descripción geométrica del manipulador. La figura original se ha obtenido de [2], sobre ella se han señalado las separaciones de las distintas piezas mediante líneas rojas. Se han nombrado las piezas según la terminología que se empleará de aquí en adelante. Las unidades de medida son milímetros.

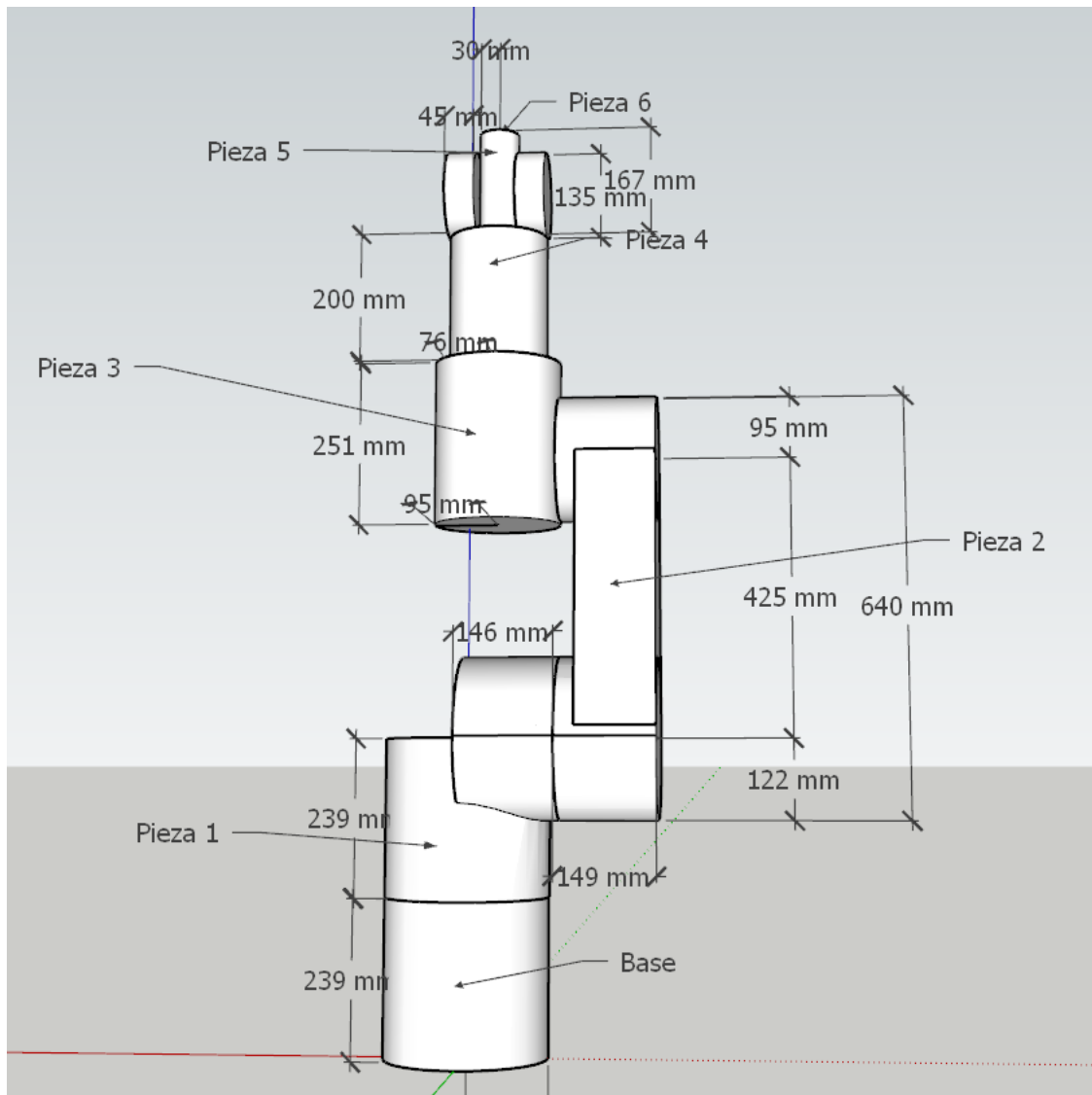


Fig. 3: Estimación geométrica del manipulador empleada. Disponible en el modelo 3D adjunto a esta memoria.

2.1. Base

Como se ha señalado, esta pieza es estática. Su interés reside en obtener la altura a la que se sitúa la primera pieza móvil del manipulador y en que se debe tener en cuenta a la hora de calcular las masas de las diferentes piezas. Esta pieza se ha aproximado mediante un cilindro regular de 239 mm de altura y 125 mm de radio (ver figura 4).

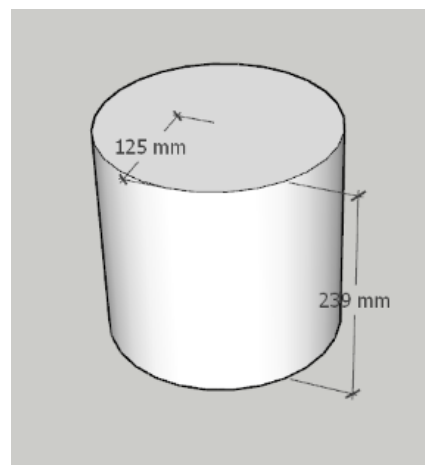


Fig. 4: Estimación de la base.

2.2. Pieza 1

Se ha estimado como la unión de dos cilindros. Uno tiene el eje de simetría coincidente con el eje de rotación de la primera articulación. El eje de rotación de la segunda articulación coincidirá con el eje de simetría del segundo de los cilindros.

En la figura 5 se puede observar la geometría de la estimación de la pieza 1. Los ejes que aparecen en dicha figura coinciden con los asignados a la articulación 1. Se ha marcado el centro de masas de la figura, que se ha obtenido mediante una aproximación debido a la complejidad de la pieza.

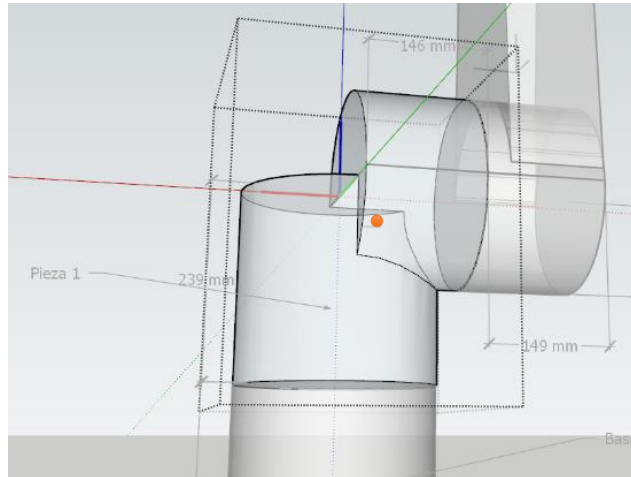


Fig. 5: Geometría de la Pieza 1. Los ejes marcados se corresponden con los elegidos para la articulación 1 (rectas azul, verde y roja) y el punto señalado es el centro de masas estimado de la pieza (punto naranja).

2.3. Pieza 2

Esta pieza se ha aproximado como dos cilindros junto con el volumen comprendido entre dos rectángulos tangentes a ambos. El eje de simetría del primer cilindro coincide con el eje de rotación de la segunda articulación. El del segundo es paralelo al primero, pero separados por 425 mm. En la figura 6 se puede observar la geometría de esta pieza, donde se ha señalado su centro de masas, junto con los ejes asignados a la articulación 2.

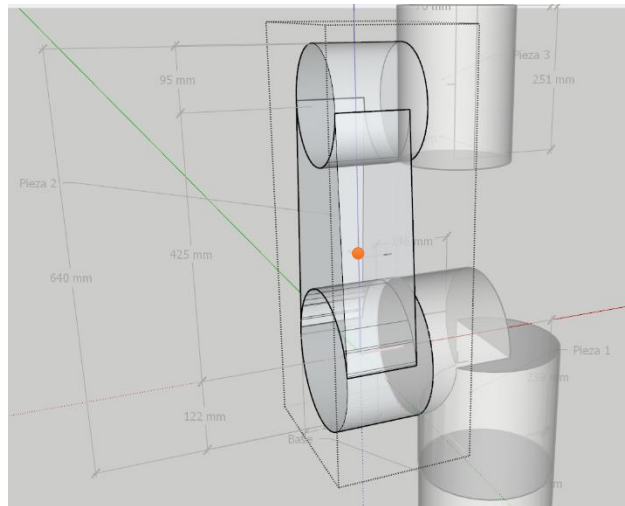


Fig. 6: Geometría de la Pieza 2. Se han señalado los ejes de la articulación 2 (rectas azul, verde y roja) y el centro de masas de la pieza (punto naranja).

2.4. Pieza 3

Se ha empleado un cilindro regular como aproximación a esta pieza. Su centro de masas se corresponderá con el centro geométrico del cilindro. Éste se será el punto definido por el corte entre el eje de simetría y el plano que corte el cilindro a media altura paralelo a sus dos caras planas. Los ejes de la articulación 3 se han colocado de manera que uno coincida con el eje de simetría del 2º cilindro de la Pieza 2 y otro con el eje de simetría de la Pieza 3. Esto se ha representado en la figura 7. El eje de rotación de la 3ª articulación estará definido por la recta roja (ver figura 7).

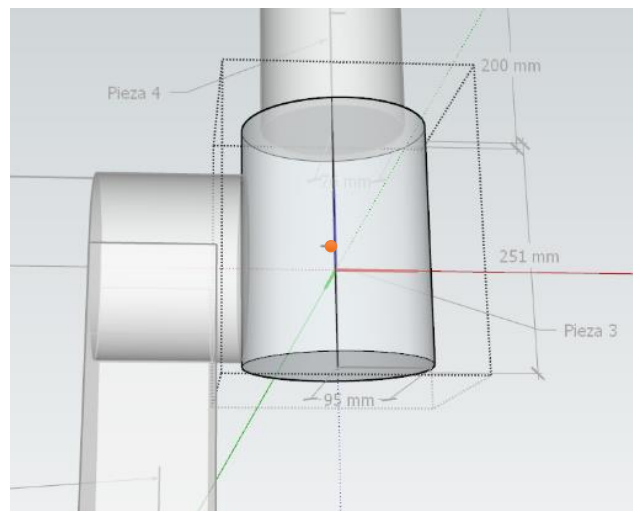


Fig. 7: Geometría de la Pieza 3. Los ejes elegidos para la articulación 3 se han señalado con las rectas roja, verde y azul. El centro de masas de la pieza se ha señalado con un punto naranja.

2.5. Pieza 4

La Pieza 4 del manipulador se ha estimado empleando tres cilindros. El eje de simetría del primero será coincidente con el de la pieza 3. Los ejes de simetría de los otros dos serán coincidentes entre sí y perpendiculares a los del primer cilindro. Los ejes de la articulación 4 tendrán su origen situado en el punto de corte entre los ejes de simetría de los tres cilindros, siendo uno ellos compartido con el eje de rotación de la articulación 3. En la figura 8 se puede observar la Pieza 4, estando señalados su centro de masas y los ejes de referencia de la articulación 4.

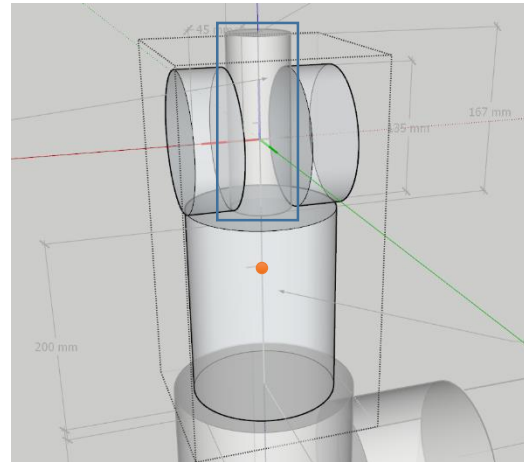


Fig. 8: Geometría de la Pieza 4. Los ejes asignados a la articulación 4 se han señalado mediante las rectas roja, verde y azul. El centro de masas de la pieza se corresponde con el punto naranja. La Pieza 5 se ha recuadrado en azul.

2.6. Pieza 5

La pieza 5 se estimará mediante un cilindro regular con su eje de simetría coincidente con el primer cilindro de la Pieza 4. Esta pieza es el cilindro superior, recuadrado en azul, de la figura 8. El centro de masas será el centro geométrico del cilindro. El origen de los ejes asignados a la articulación 5 se corresponde con el de los ejes de la articulación 4 (señalados en la figura 8).

3. Matriz de Denavit-Hartenberg

A partir de los ejes definidos en el apartado anterior podemos obtener la matriz DH del manipulador. Todas las distancias que definen las posiciones relativas entre los diferentes ejes asignados a las articulaciones están bien definidas en [2] excepto la que hemos llamado 'distancia X' que relaciona las posiciones de los ejes de la articulación 1 y la articulación 2 (ver figura 9). Esta distancia está definida por el centro de masas de la pieza 2, que se ha obtenido con respecto al modelo 3D ya mencionado. Por lo tanto, esta distancia la obtendremos del modelo 3D empleado. En concreto, obtenemos $X = 226$ mm. Con este dato y la información de la figura 9, obtenemos la matriz DH, que será:

$$DH = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \theta_1 & 478 \\ 2 & \pi/2 & 50 & \theta_2 & 226 \\ 3 & 0 & 425 & \theta_3 & -176 \\ 4 & -\pi/2 & 0 & \theta_4 & 425 \\ 5 & \pi/2 & 0 & \theta_5 & 0 \\ 6 & -\pi/2 & 0 & \theta_6 & 100 \end{bmatrix}$$

Todas las unidades de longitud están en milímetros y las de ángulos en radianes. La notación que se ha usado es la empleada en [3]. Una vez obtenida la matriz DH, podemos representar gráficamente el manipulador usando el toolbox de Matlab Hemero (ver figura 10).

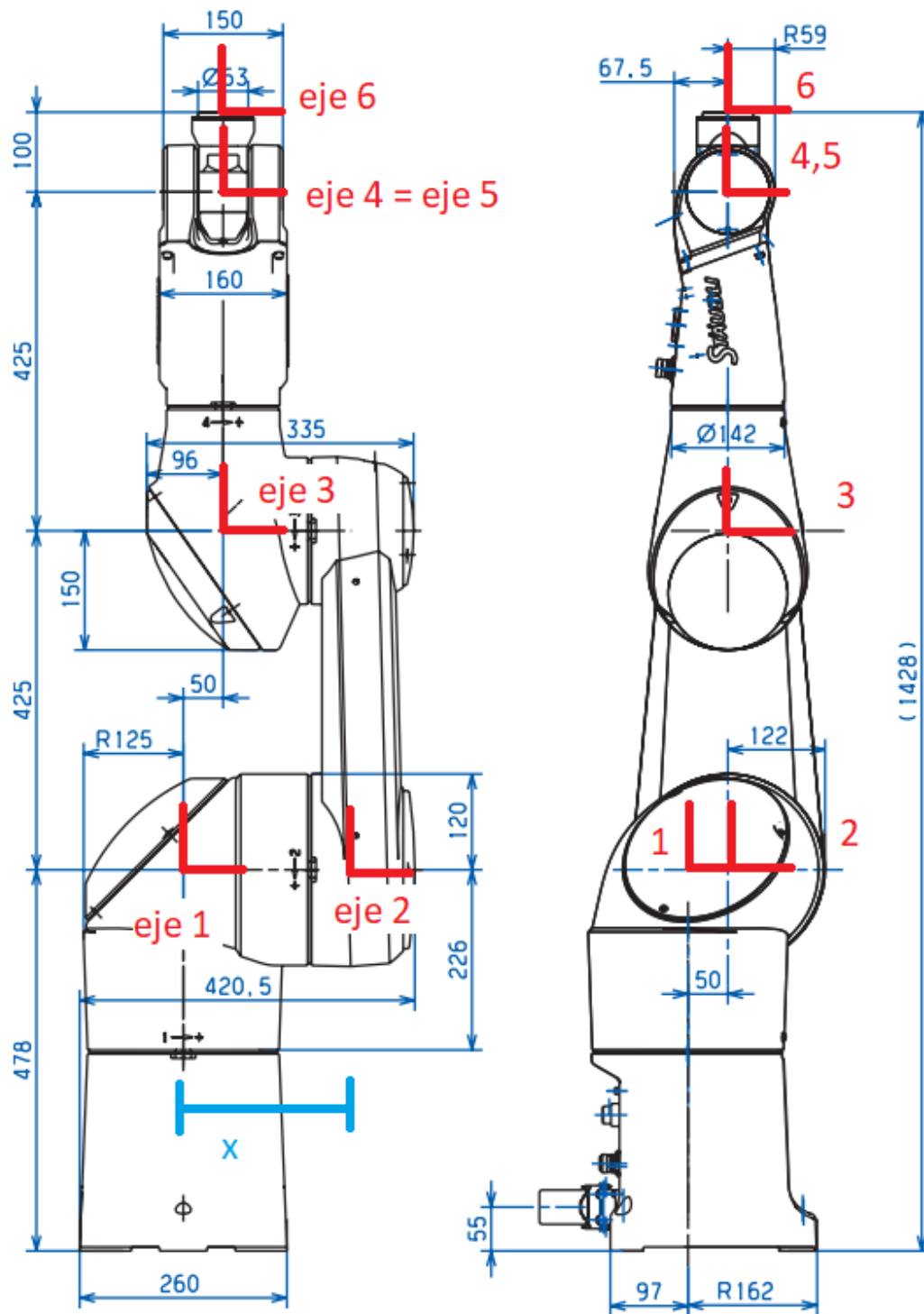


Fig. 9: Plano obtenido de [2] donde se han marcado los ejes asignados a las articulaciones y la distancia X antes mencionada.

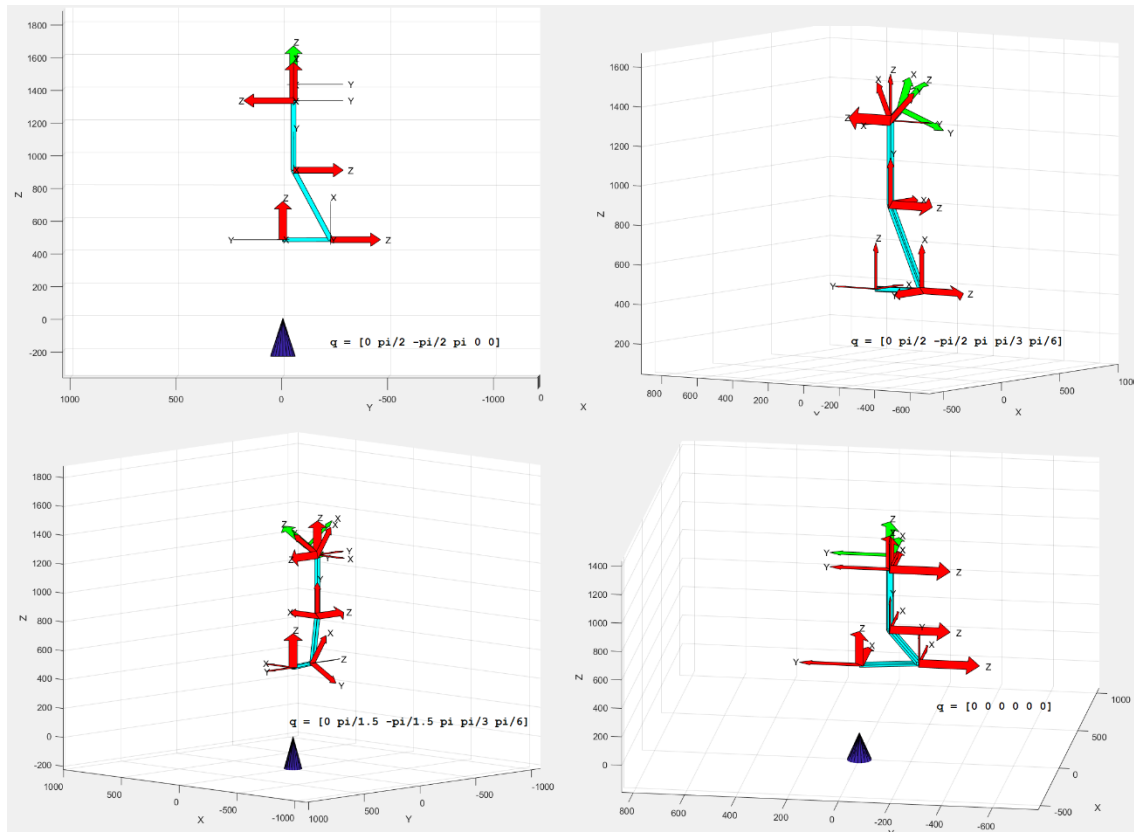


Fig. 10: Representación gráfica del manipulador para diferentes valores de las variables articulares realizada mediante la función 'plotbot' de Hemero. El vector q indicado en cada diagrama contiene los valores de las variables articulares empleados en cada representación.

En la figura 10 se puede observar la representación gráfica del manipulador para diferentes valores de las variables articulares. Es notorio que esta no coincide exactamente con la disposición de las piezas antes estudiadas. Para hacer que la representación sea más exacta podemos introducir una falsa articulación cuya variable articular sea en realidad una constante (ver figura 11) con un sistema de referencia nuevo (ver figura 12). La matriz DH del manipulador incluyendo esta falsa articulación sería:

$$DH2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \theta_1 & 478 \\ 2 & \pi/2 & 50 & \theta_2 & 226 \\ 3 & -\pi/2 & 0 & \theta_3 & 425 \\ 4 & \pi/2 & 0 & \theta_c & -176 \\ 5 & -\pi/2 & 0 & \theta_4 & 425 \\ 6 & \pi/2 & 0 & \theta_5 & 0 \\ 7 & -\pi/2 & 0 & \theta_6 & 100 \end{bmatrix}$$

Emplear la matriz DH2 entrañaría una serie de dificultades, ya que las funciones f_{kine} e i_{kine} no tienen máscaras para mantener estático el valor de una de las variables articulares. La función i_{kine} sí tiene una máscara que limita el movimiento del manipulador. Sin embargo, lo que se permite limitar es el movimiento o rotación del efector final en alguno de los grados de libertad que tiene, cosa que no garantiza que la variable θ_c se mantenga constante. Además, las ventajas que presenta se limitan a una mayor similitud con la realidad en la representación gráfica. Esto se debe a que, al obtener los centros de masas de los diferentes segmentos del manipulador y

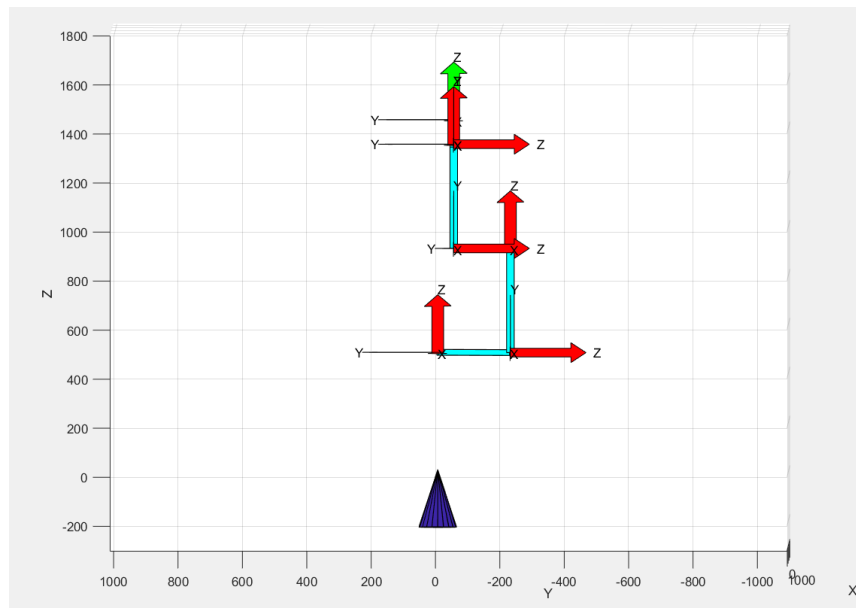


Fig. 11: Representación gráfica del manipulador empleando la matriz DH2 con todas las variables articulares igualadas a cero.

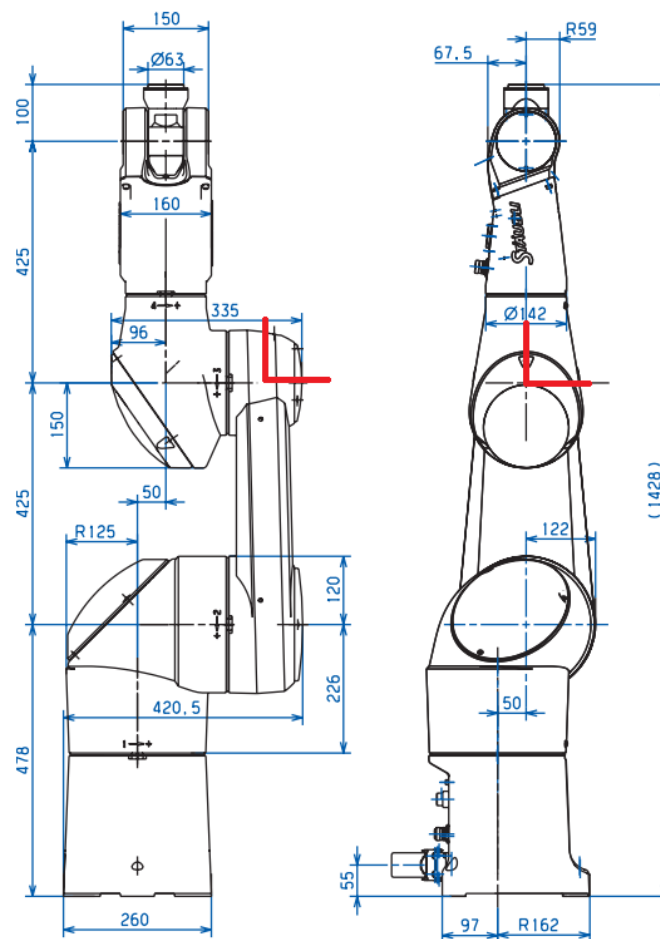


Fig. 12: Situación de los ejes de referencia empleados para la nueva fila añadida a la matriz DH2. Estará situado en la misma vertical que el eje de referencia de la articulación 2, a la altura del eje de referencia de la articulación 4 (articulación 3 en la matriz DH).

sus tensores de inercia, a la hora de simular su comportamiento mecánico frente a los pares que se le apliquen a las diferentes articulaciones, el resultado obtenido será el mismo que con la matriz DH, suponiendo que se resolviese el problema de fijar el valor de ϑ_c . Por ello seguiremos empleando la matriz DH original a lo largo de este trabajo.

4. Modelo cinemático del manipulador

Una vez obtenida la matriz DH del manipulador, podemos obtener el modelo cinemático directo del manipulador. Lo haremos empleando la función `fkine` de Hemero. Como el modelo será no lineal con respecto a las variables articulares debemos obtenerlo de manera simbólica para que sea genérico. Para ello definiremos las variables articulares de manera simbólica mediante las siguientes órdenes en Matlab:

```
syms t1 t2 t3 t4 t5 t6 t7;

q = [t1 t2 t3 t4 t5 t6];

dh = [0 0 0 478 0; pi/2 50 0 226 0; 0 425 0 -176 0;
      -pi/2 0 0 425 0; pi/2 0 0 0 0; -pi/2 0 0 100 0];

cd = simplify(fkine(dh1, q1));
```

Debido a la extensión del resultado obtenido, se ha decidido incluirlo en el anexo 1, en lugar de hacerlo en esta sección.

El modelo cinemático inverso tiene también interés a la hora de operar con el manipulador, ya que podemos obtener el valor que deben tomar las variables articulares para colocar el efector final en cierta posición y orientación. En Hemero podemos emplear el modelo cinemático inverso de un manipulador mediante la función `ikine`. En la figura 14 se puede observar el valor que deben tomar las variables articulares (una de las posibilidades) para que el efector final siga una trayectoria circular en el plano XY cartesiano (ver figura 13).

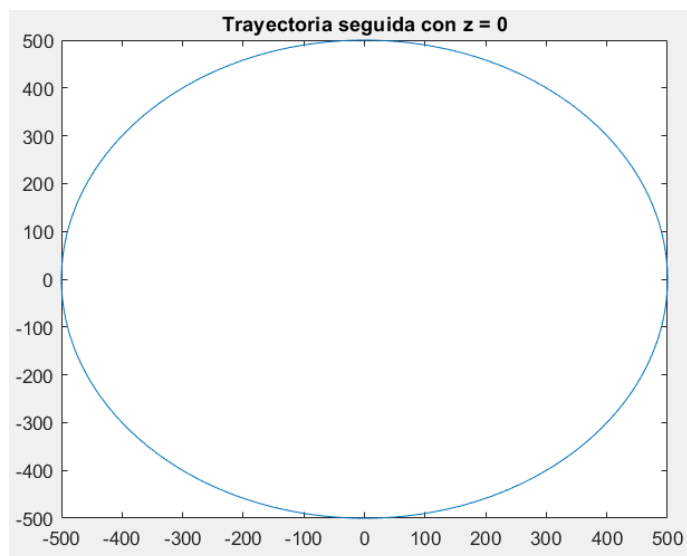


Fig. 13: Trayectoria, contenida en el plano XY, seguida por el efector final.

Los comandos de Matlab necesarios para obtener estos resultados y generar una animación del manipulador siguiendo la trayectoria se encuentran en el anexo 2.

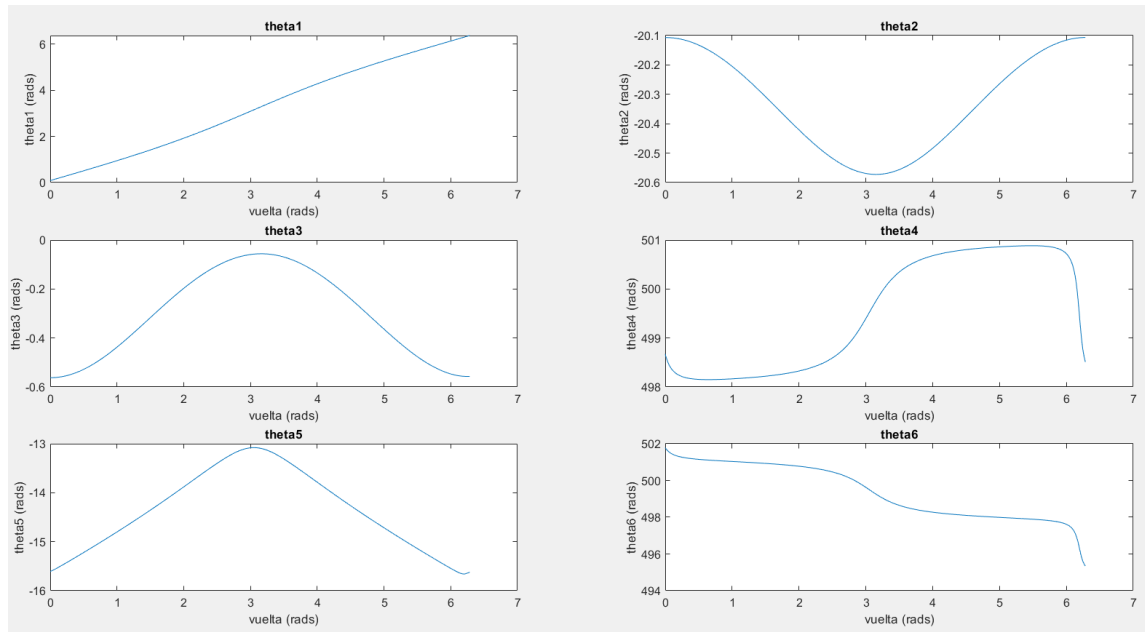


Fig. 14: Valores que toman las variables articulares a medida que el efector final recorre una circunferencia en el plano XY con radio = 500 mm.

5. Modelo dinámico del manipulador

La matriz de parámetros dinámicos (DYN) del manipulador es una extensión de su matriz DH, que define su modelo dinámico. Además de los parámetros cinemáticos, contendrá más columnas con la masa de cada segmento, la posición de su centro de masas, la velocidad alcanzada en las articulaciones, los elementos del tensor de inercia y los parámetros que caracterizan la fricción producida en las articulaciones [4]. Se empleará la notación que usa Hemero, definida en [4].

Para construir la matriz DYN, necesitaremos conocer la masa, centro de masas y tensor de inercia de cada pieza, junto con la velocidad, fricción viscosa y fricción de Coulomb de cada articulación. Los términos que definen la fricción y la inercia de la armadura se supondrán despreciables, ya que no se ha encontrado información al respecto en la bibliografía consultada y es lo que se ha venido haciendo en las prácticas de la asignatura para la que se realiza el presente trabajo.

Pieza	volumen	Masa	x	y	z	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
1	16404625	31.3	-32	-47	-43	442177.7	477302.2	239638.7
2	17654459	33.7	172	0	0	166761.2	1209436.8	1272312.2
3	7233250	13.8	0	25	0	103670.2	63590.4	103670.2
4	4819304	9.2	0	0	-131	69955	69955	25875
5	473277	0.9	0	16	0	2319.3	405	2319.3

Tabla 1: Datos necesarios para construir la matriz DYN del manipulador. Todas las unidades de masa están en Kg y las de longitud en mm, por lo que las unidades de los tensores de inercia serán Kg-mm². [x, y, z] define la posición del centro de masas de la pieza i con respecto al sistema de referencia definido para la articulación i. I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} son los componentes de la diagonal tensor de inercia de la pieza i. El resto de componentes del tensor serán nulos [5].

Los centros de masa de las piezas aproximadas por figuras geométricas regulares (cilindros en todos los casos) se han calculado como su centro geométrico. En el anexo 3 se puede consultar el modo empleado para obtener el centro de masas de las demás piezas.

Para obtener los tensores de inercia, se han aproximado las piezas irregulares por ortoedros o cilindros, en función de la forma que aproximase mejor cada pieza (ver anexo 3) y se ha calculado el tensor de inercia de estas aproximaciones [5].

La masa de cada pieza se ha obtenido dividiendo la masa total del robot [2] entre las diferentes piezas, suponiendo densidad constante (de forma proporcional al volumen de cada pieza).

De este procedimiento se han obtenido los datos de la tabla 1. Con estos parámetros y la información presente en [2] se obtiene la matriz:

$$DYN =$$

$$DH \begin{bmatrix} 31.3 & -32 & -47 & -43 & 442177.7 & 477302.2 & 239638.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 33.7 & 172 & 0 & 0 & 166761.2 & 1209436.8 & 1272312.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 13.8 & 0 & 25 & 0 & 103670.2 & 63590.4 & 103670.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.5 & 0 & 0 & 0 \\ 9.2 & 0 & 0 & -131 & 69955 & 69955 & 25875 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & 16 & 0 & 2319.3 & 405 & 2319.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Una vez obtenida la matriz DYN, podemos realizar simulaciones, mediante Hemero, del comportamiento dinámico del manipulador ante la aplicación de diferentes pares a sus articulaciones. En primer lugar, simularemos el comportamiento del manipulador en ausencia de par de entrada, ante la acción de la gravedad únicamente.

Para ello ejecutamos las siguientes órdenes en Matlab:

```
T0 = 0;
T1 = 1000;
g = [0 0 -9.81];
[T, Q, QD] = fdyn(dyn, T0, T1, g, 'torque1', [0, 0, 0, 0, 0, 0],
[0 0 0 0 0 0]);
```

La función 'torque1' está contenida en el archivo 'torque1.m' adjunto a esta memoria. Ésta aplica un par nulo a todas las articulaciones. En la figura 15 se representa el valor de las variables articulares frente al tiempo, resultantes de esta simulación.

Puede llamar la atención el hecho de que el movimiento de las articulaciones no tiende a cero. Esto se debe a que, al haber supuesto nulos todos los parámetros de la matriz DYN referentes al rozamiento, se está despreciando la disipación de energía por fricción. Este hecho, junto con la ausencia de par en las articulaciones, lleva a que en la simulación se mantenga la energía mecánica del manipulador, por lo que el movimiento tiende a ser oscilatorio, sin decaer en ningún momento.

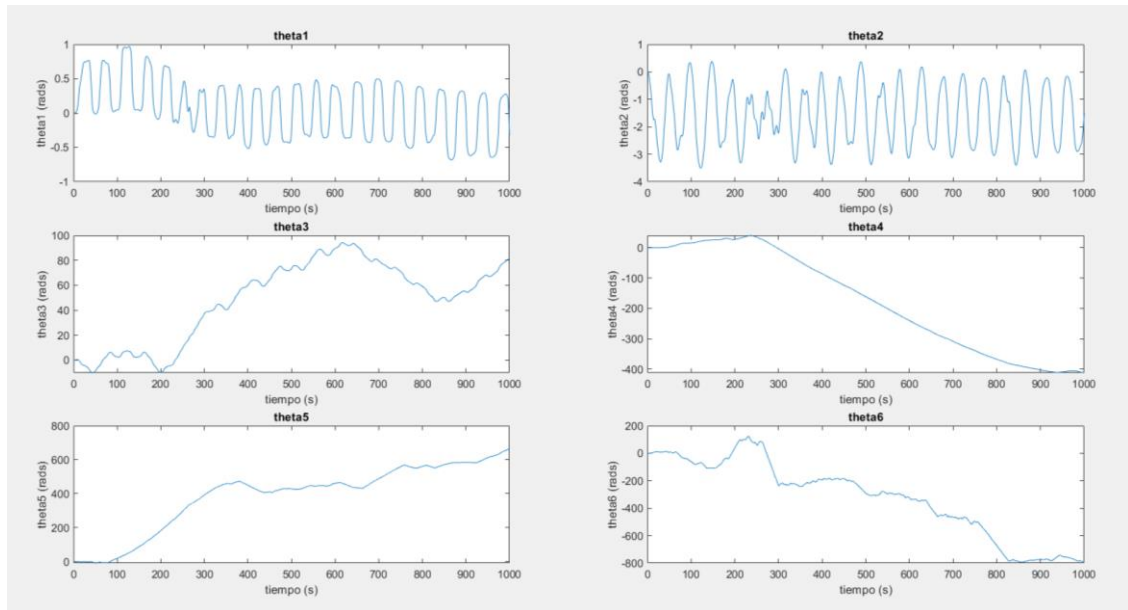


Fig. 15: Valor de las variables articulares frente al tiempo al aplicar un par nulo. Se observa que el movimiento no decae. Esto se debe a que se está despreciando la disipación por fricción. Al no aplicar ningún par a las articulaciones, la energía mecánica del manipulador, en la simulación, se conserva.

Ahora simularemos la aplicación de un par constante en la segunda articulación del manipulador. No se incluyen las órdenes de Matlab empleadas por ser iguales a las anteriores, con la salvedad de sustituir 'torque1' por 'torque2'. 'torque2' será una función igual a 'torque1' excepto porque aplica un par de 100 N·m. Esta función estará contenida en el archivo 'torque2.m', adjunto a esta memoria. El resultado de esta simulación se puede observar en la figura 16. Se aprecia como, al aplicar un par constante en la segunda articulación, se obtiene un movimiento que tiende a ser oscilatorio en θ_1 , θ_2 y θ_3 .

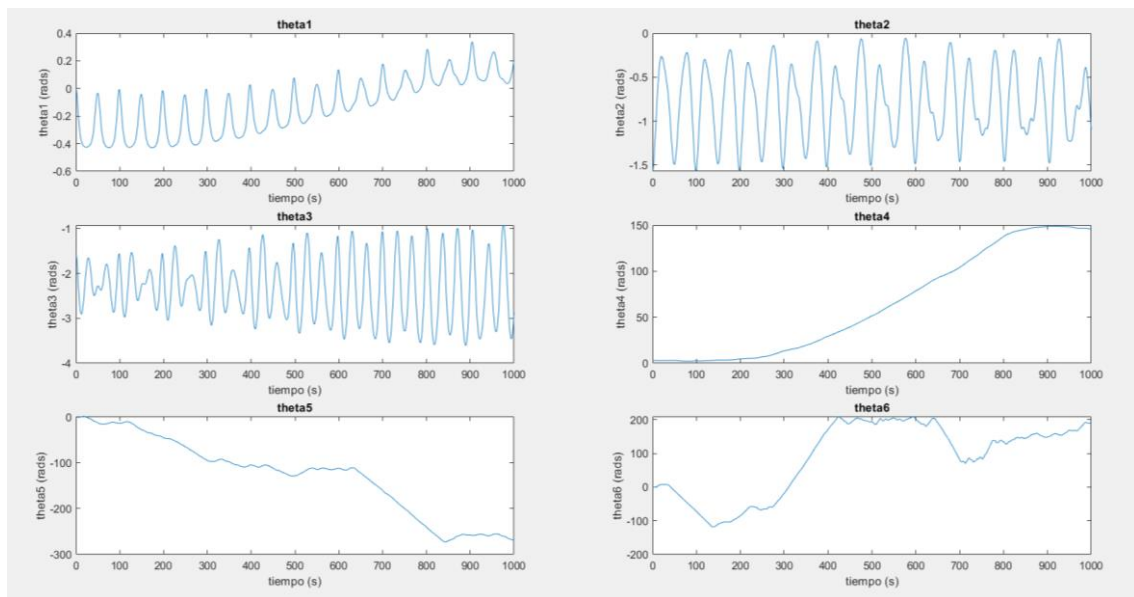


Fig. 16: Valores tomados por las variables articulares al aplicar un par de 100 N·m a la segunda articulación.

6. Control mediante par computado

6.1. Ajuste del controlador

En este apartado implementaremos mediante Simulink, y los bloques de Hemero para este entorno, un sistema de control realimentado para el manipulador mediante la técnica de par computado. En primer lugar, realizaremos el montaje en Simulink. Para ello, se ha partido de la solución al ejemplo 8.1 de [6], presente en la herramienta Hemero, modificándola convenientemente (ver figura 17). La trayectoria que se empleará como referencia será la circunferencia que se empleó como ejemplo en la sección ‘modelo cinemático del manipulador’, recorriéndola a velocidad constante en 25 segundos. En el anexo 4 se puede consultar el modo de realizar esta simulación con los archivos de Matlab adjuntos a esta memoria.

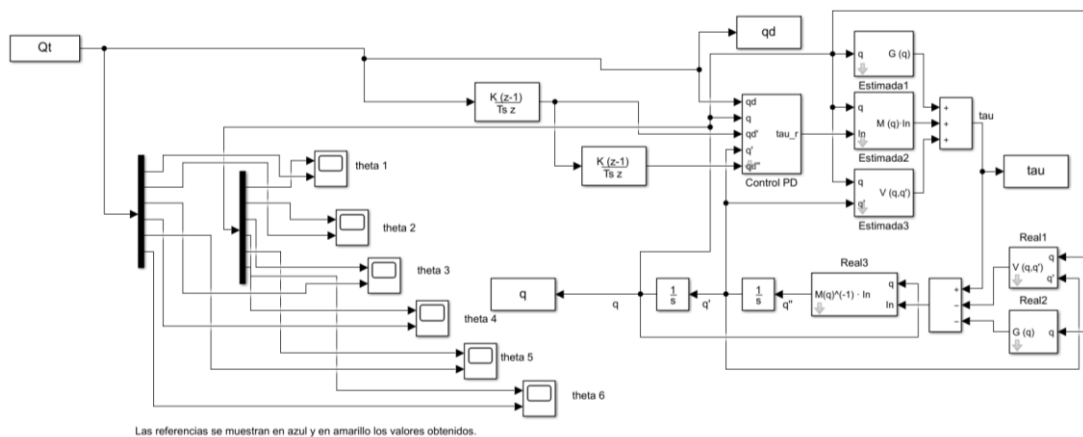


Fig. 17: Sistema de control del manipulador mediante la técnica de par computado.

La figura 17 se corresponde con el archivo 'parComputado.slx'. Como la circunferencia la recorreremos en 25 segundos, ajustaremos el controlador para que su tiempo de establecimiento (t_s) sea igual a 0.1 segundos y sea críticamente amortiguado. Para ello calculamos los parámetros K_p y K_v del controlador PD, partiendo de las siguientes ecuaciones [6]:

$$\begin{aligned}\omega_n &= \sqrt{K_p} \\ 2\delta\sqrt{K_p} &= K_v \\ t_s &= \frac{\pi}{\delta\omega_n}\end{aligned}$$

Si se desea que el sistema resulte críticamente amortiguado, como en nuestro caso, se deberá verificar $\delta = 1$. Por lo que las expresiones anteriores quedarían como:

$$\begin{aligned}\omega_n &= \frac{\pi}{t_s} \\ K_p &= \omega_n^2 \\ K_v &= 2\sqrt{K_p}\end{aligned}$$

Por lo que los parámetros quedarán:

$$\omega_n = 10\pi$$

$$K_p = 100\pi^2$$

$$K_v = 20\pi$$

6.2. Comportamiento en ausencia de errores de modelado y perturbaciones

En la figura 18 se pueden observar los errores obtenidos a lo largo del recorrido en las diferentes variables articulares sin contemplar errores de modelado o perturbaciones externas. En la figura 19 los valores de ϑ_i junto con sus referencias y en la figura 20 la trayectoria seguida junto con la trayectoria deseada.

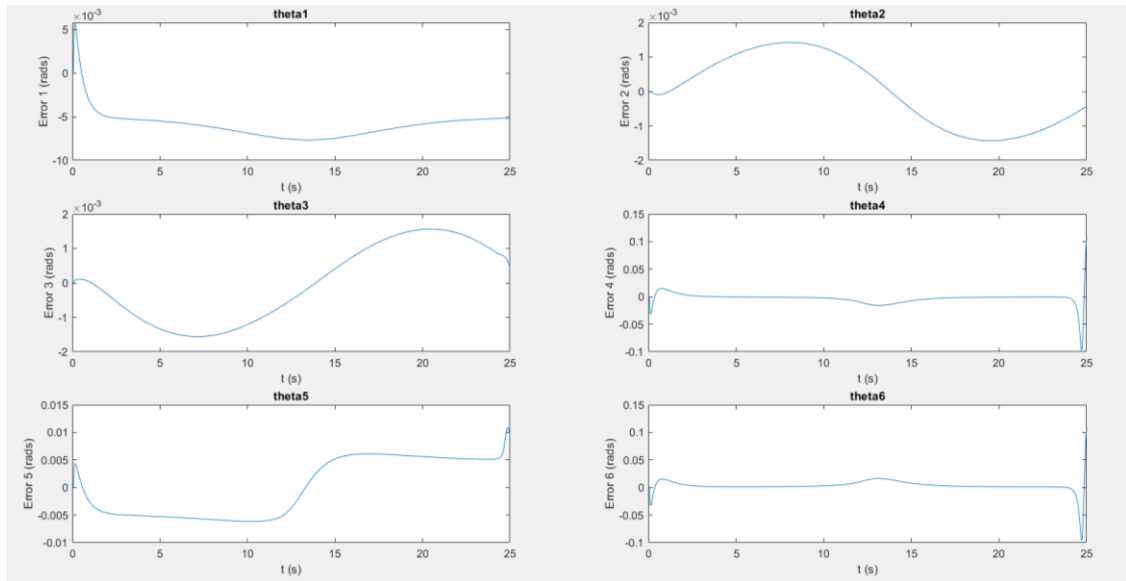


Fig. 18: Representación de los errores en cada una de las variables articulares frente al tiempo.

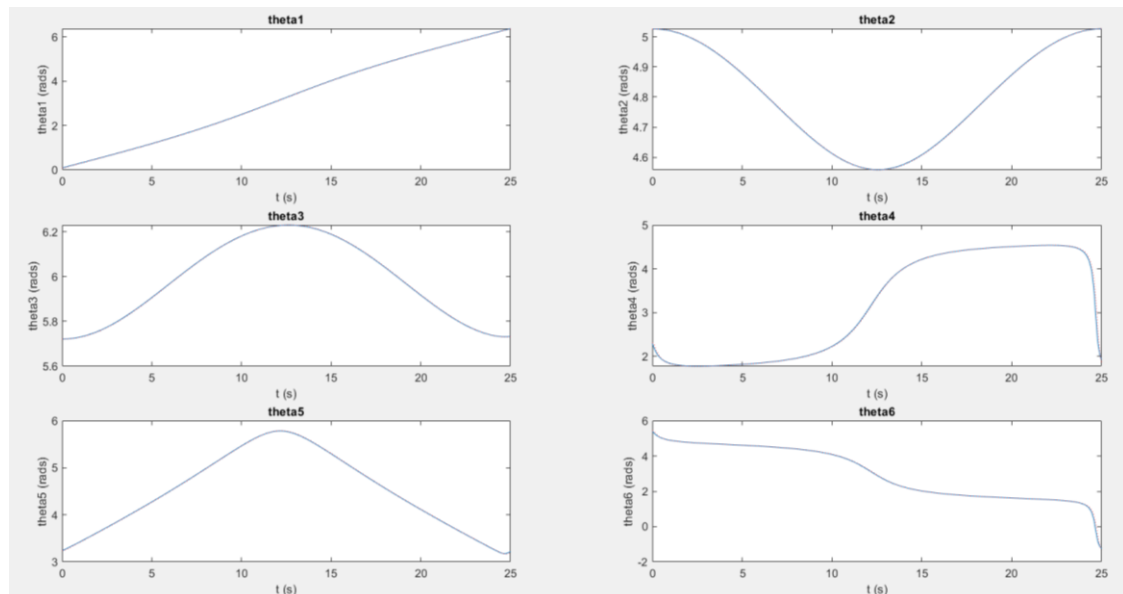


Fig. 19: Trayectoria real (rojo discontinuo) junto con la trayectoria de referencia (azul continuo). Se puede observar que coincide con la de la figura 14, ya que se recorre a velocidad constante.

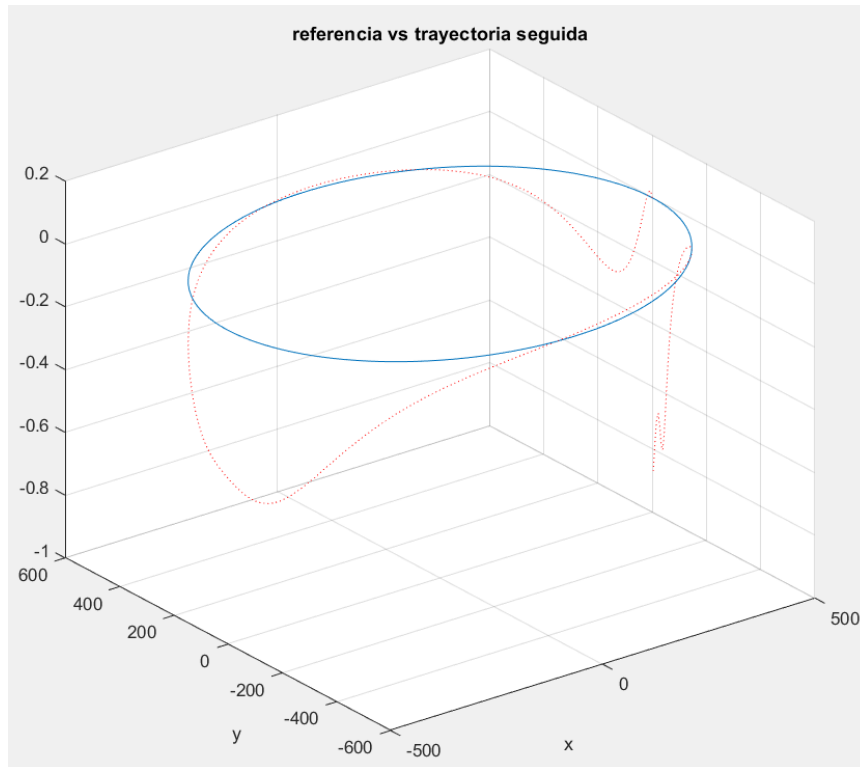


Fig. 20: Representación en 3D de la trayectoria de referencia (azul) y real (rojo discontinuo). Como se puede ver, el error máximo en el eje z no llega a 1 mm.

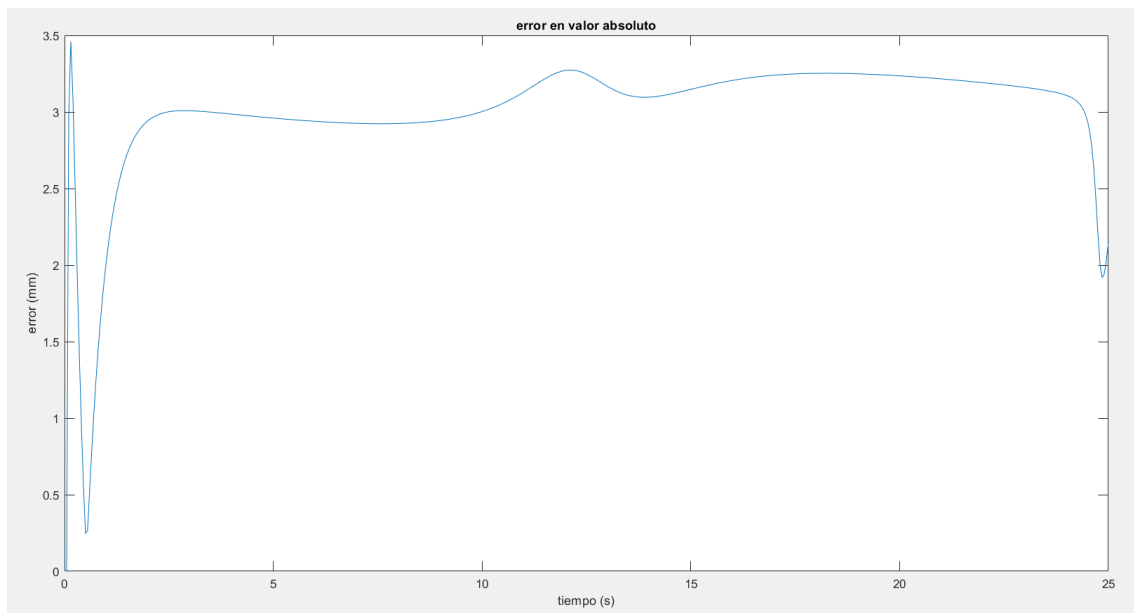


Fig. 21: Error, en valor absoluto, de la posición del efector final con respecto a la referencia. Se aprecia como, a partir del transitorio inicial, el error se mantiene aproximadamente constante y en torno a 3 mm.

Ejecutando el archivo 'trabajoRob2.m' se realizarán una serie de análisis sobre los resultados de la simulación. Entre otros, se mostrarán las figuras 18-21. Además, se muestra el error máximo de toda la trayectoria seguida con respecto a la deseada en valor absoluto, que es de 3.46 mm. Con estos resultados podemos concluir que la respuesta del manipulador controlado es buena, ya que el error de seguimiento es de 3 mm. Por tanto, pasaremos a probar el controlador al añadir errores de modelado y perturbaciones externas.

6.3. Comportamiento al añadir errores de modelado

A continuación, emularemos los errores de modelado empleando una nueva matriz dinámica (DYNe) para los parámetros estimados en el control por par computado (ver figura 17) que son la matriz de masas y los términos de rozamiento y de coriolis. La matriz DYNe será la matriz DYN al sumarle una matriz de variables aleatorias de distribución gaussiana, donde la varianza de cada elemento será el 5% del valor de elemento correspondiente de la matriz DYN. La matriz DYN se seguirá empleando como matriz dinámica real del manipulador.

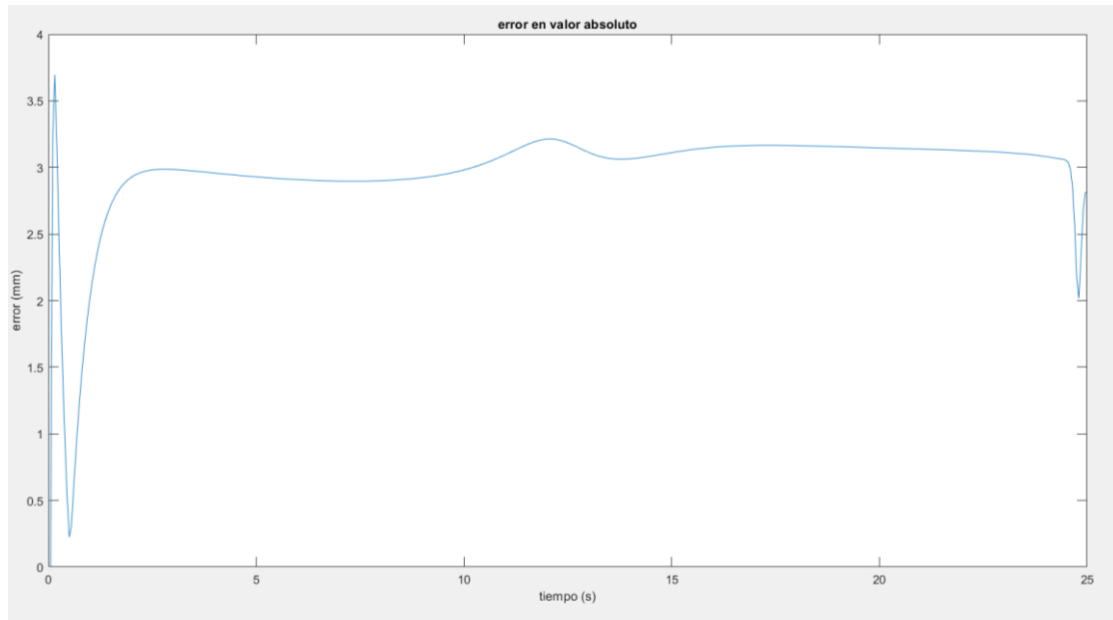


Fig. 22: Error en valor absoluto empleando el modelo dinámico con errores de estimación.

Al realizar la simulación del recorrido de la trayectoria anterior empleando la matriz DYNe se obtiene un resultado similar a la anterior. El error máximo obtenido es de 3.7 mm, por lo que podemos concluir que el controlador responde correctamente. El resultado de esta simulación puede variar de una ocasión a otra, ya que la matriz DYNe empleada tiene un componente aleatorio, por este motivo se han realizado varias simulaciones y se ha visto que el error máximo se mantiene en el margen 3.5 – 4 mm.

6.4. Comportamiento ante trayectorias con velocidades suaves

Tanto en la figura 22 como en la figura 21 se observa como el máximo del error se alcanza al principio del recorrido. Esto se debe al cambio brusco de velocidad que se da al comienzo, pasando de las condiciones iniciales estáticas a velocidad constante. Por ello simularemos el comportamiento del manipulador al realizar una trayectoria en la que los cambios de velocidad no sean bruscos. Esta trayectoria se define en la sección 'Trayectoria seguida mediante par computado' del archivo 'trabajoRob.m'. Se recorrerá la misma circunferencia en el mismo tiempo, pero la velocidad irá variando, siendo máxima a mitad de recorrido.

En la figura 23 se muestra el error al seguir la misma circunferencia, pero teniendo como velocidad angular una función senoidal que recorre π radianes, por lo que su velocidad angular inicial y final serán cero. Obtenemos como resultado la casi eliminación del efecto que veíamos al inicio de la trayectoria en las figuras 21 y 22, pero el error durante la trayectoria aumenta en la zona donde la velocidad es mayor, como cabía esperar, alcanzando un error máximo en el pico de 5.05 mm. Por tanto, podemos concluir que el error una vez superado el transitorio inicial, es dependiente con la velocidad.

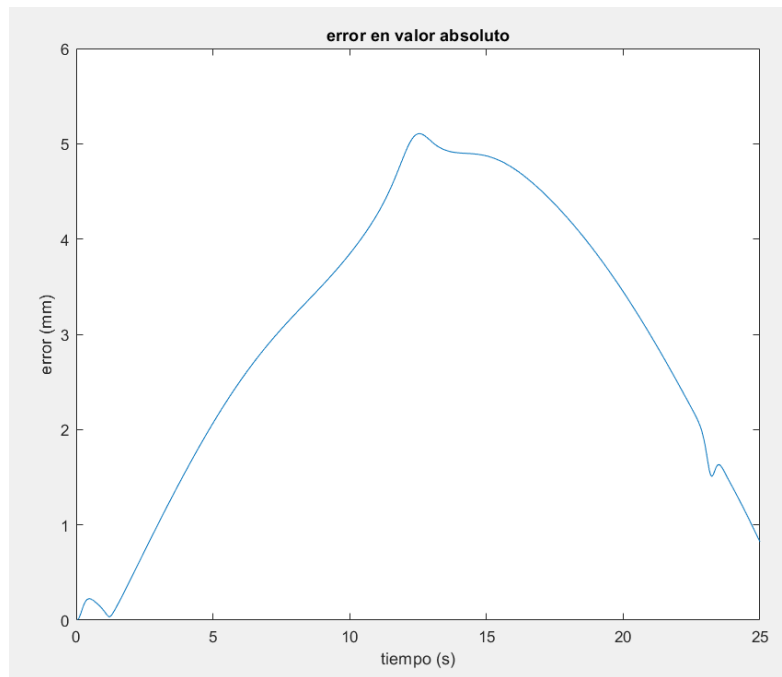


Fig. 23: Error al seguir una trayectoria con cambios de velocidad suave, empleando la matriz dinámica con errores de modelado.

6.5. Comportamiento ante perturbaciones y errores de modelado.

Tras comprobar el funcionamiento del sistema con errores de modelado, estudiaremos ahora su respuesta ante perturbaciones externas. Para ello sumaremos al par resultante el 80% de su valor durante un tiempo determinado. De esta manera simularemos una perturbación que se produzca debido a algo externo al manipulador, por ejemplo, un golpe con algún objeto.

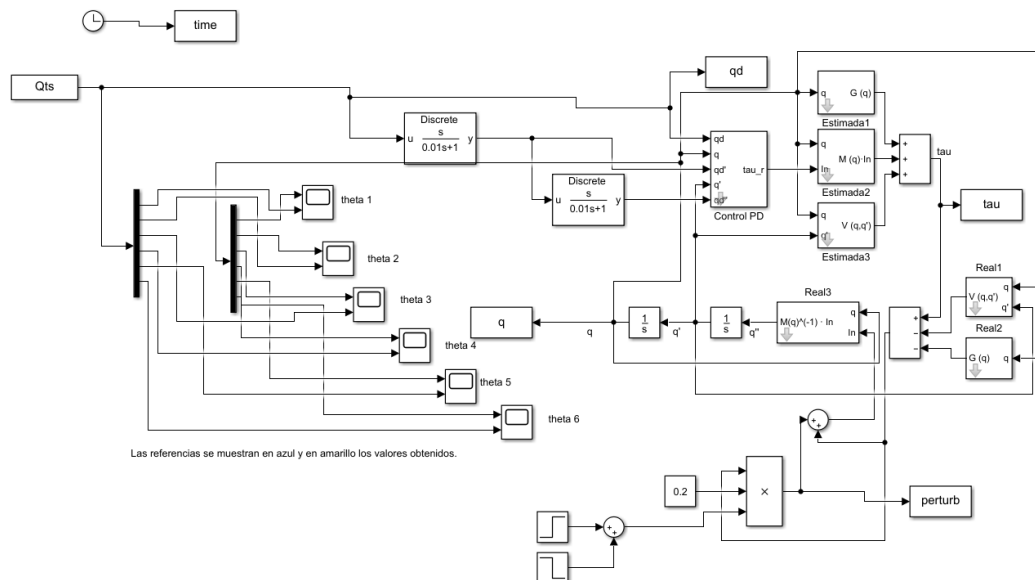


Fig. 24: Montaje del sistema de control por par computado al simular una perturbación en el par que soportan las articulaciones.

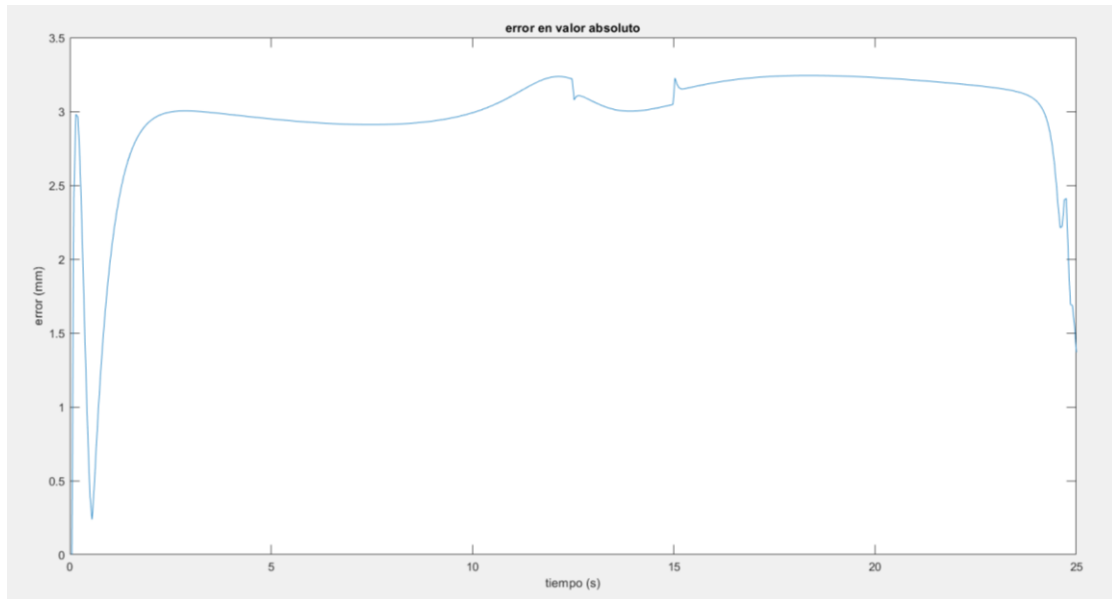


Fig. 25: Error en la posición del efector final ante una perturbación del 80% del valor del par que soportan las articulaciones. Se ha empleado la trayectoria a velocidad constante. Vemos que el efecto sobre el error es despreciable.

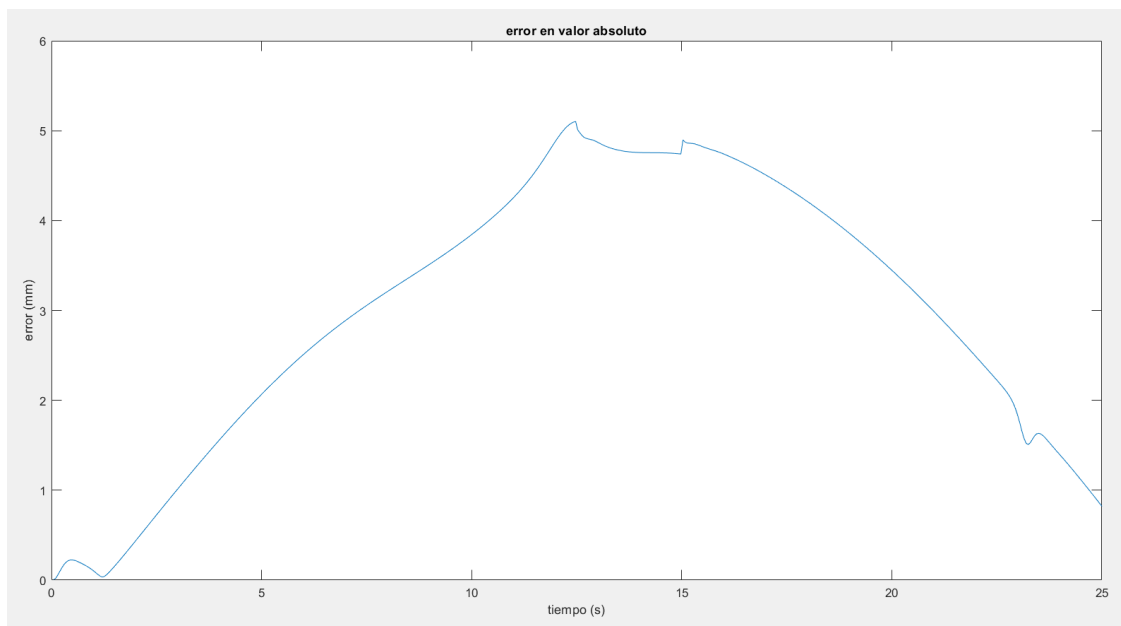


Fig. 26: Error del efector final al aplicar una perturbación del 80% del par aplicado a las articulaciones. Se ha empleado la trayectoria con evolución suave de la velocidad.

En la figura 24 se muestra el montaje realizado para simular la perturbación mencionada. En las figuras 25 y 26 se muestra el error obtenido al realizar la simulación. Se puede concluir, viendo las figuras 25 y 26, que el efecto de la perturbación sobre el error es despreciable, mientras que el valor del par provocado por la perturbación es notorio con respecto al par total que soportan las articulaciones.

7. Simulación de una trayectoria real

Simularemos, a continuación, el comportamiento del manipulador con el controlador diseñado a la hora de tomar un objeto del punto $[700 \ 0 \ 0]$ y llevarlo al punto $[-700 \ 0 \ 0]$. Suponemos que el plano XY coincide con la altura a la que tomaremos y dejaremos el objeto en cuestión, que está

sobre una mesa, cuyo tablero es paralelo al plano XY. El manipulador comenzará estado completamente vertical, esto es, con el vector de las variables articulares $q_0 = [0, \frac{1}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi, \pi, 0, 0]$. Definiremos los siguientes puntos:

$$p1 = [700 \ 0 \ 0]$$

$$p2 = [-700 \ 0 \ 0]$$

$$pa1 = [700 \ 0 \ 50]$$

$$pa2 = [-700 \ 0 \ 50]$$

Siendo p1, p2, pa1 y pa2 los puntos de origen, destino, aproximación al origen y aproximación al destino respectivamente.

La trayectoria seguida se define en el archivo 'trayectoria.m' y consta de 6 partes. La primera será el movimiento desde la posición de origen hasta la pa1. Esta se realizará en 5 segundos, por lo que, al ser un movimiento rápido, tendrá mayor error. La segunda parte será la aproximación desde pa1 a p1. Este movimiento se realizará en línea recta (la posición del efector final sólo variará en el eje z) y se realizará en 2 segundos. Como la distancia que separa pa1 de p1 es de 50 mm, la velocidad será relativamente reducida, permitiendo mayor exactitud al tomar el objeto.

Después se desplazará el efector final desde p1 a pa1 en 1 segundo, por lo que el error será mayor, pero como se ha tomado ya el objeto, el error no es crítico en esta parte de la trayectoria. A continuación, el efector se desplazará en 10 segundos hasta pa2, y desde pa2 a p2 con las mismas condiciones que en el trayecto desde pa1 a pa2, para garantizar un error pequeño al depositar el objeto en el punto de destino. Por último, se retirará el efector final hasta la posición pa2 en 2 segundos, para mantener un bajo error en el desplazamiento, evitando posibles rozaduras con el objeto.

Para realizar la simulación de la trayectoria descrita, se ha ejecutado el archivo 'trayectoria.m' (antes se debe haber ejecutado 'trabajoRob.m'), después se ha ejecutado el archivo 'TrayectoriaReal.slx' y, por último, se ha ejecutado el archivo 'trabajoRob3' para visualizar los resultados.

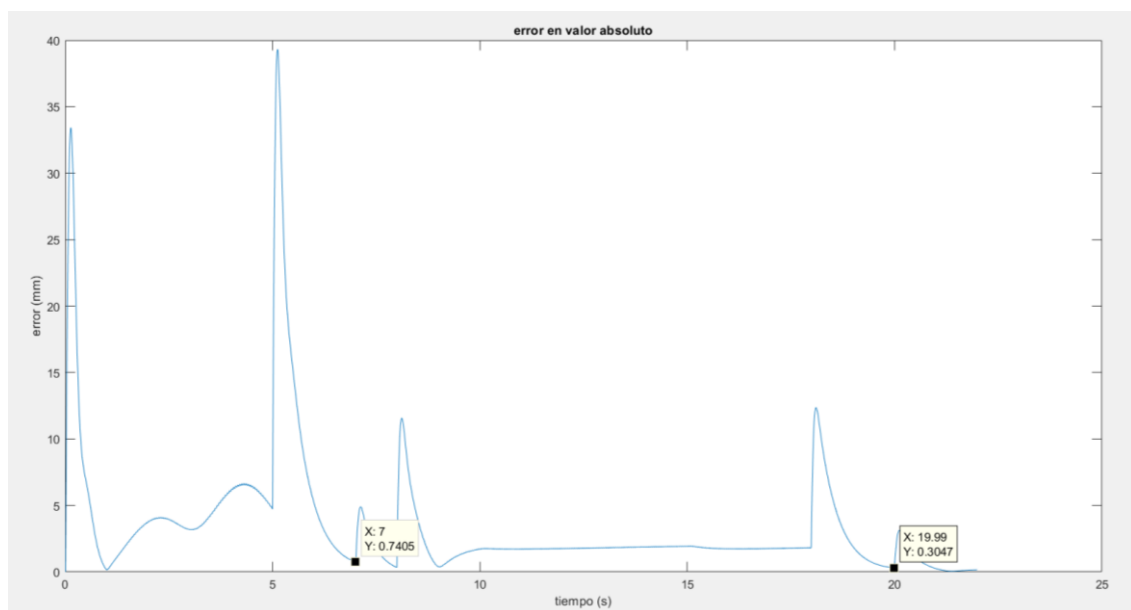


Fig. 27: Error a lo largo de la simulación de la trayectoria descrita.

En la figura 27 se puede visualizar la evolución del error a lo largo de la trayectoria. Se ha marcado el error en los tiempos 7s y 20s porque coinciden con los momentos de tomar y depositar el objeto respectivamente. Se observa que el error es de 0.7 mm al tomar el objeto y de 0.3 al depositarlo. El error máximo de la trayectoria son 39 mm, en la parte de la trayectoria en la que se sitúa el efector final en el punto pa1. La media del error a lo largo de la trayectoria es de 3.5 mm.

En la figura 28 se ha representado la trayectoria seguida por el efector final en 3D y en la figura 29 se ha representado la proyección de esta trayectoria en el plano XY.

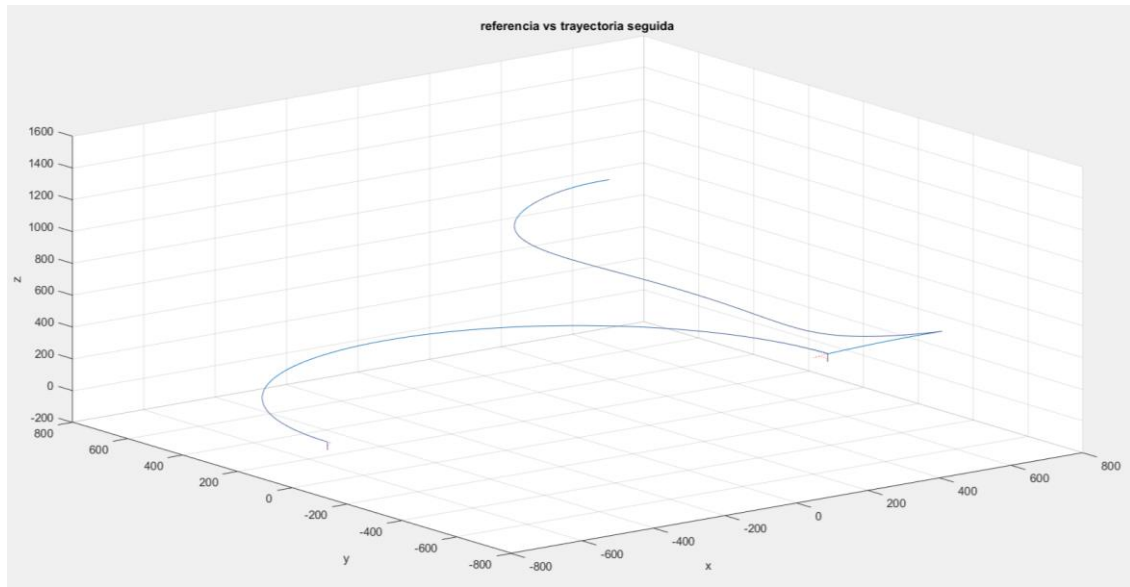


Fig. 28: Trayectoria seguida por el manipulador (línea roja discontinua) y trayectoria deseada (línea azul continua).

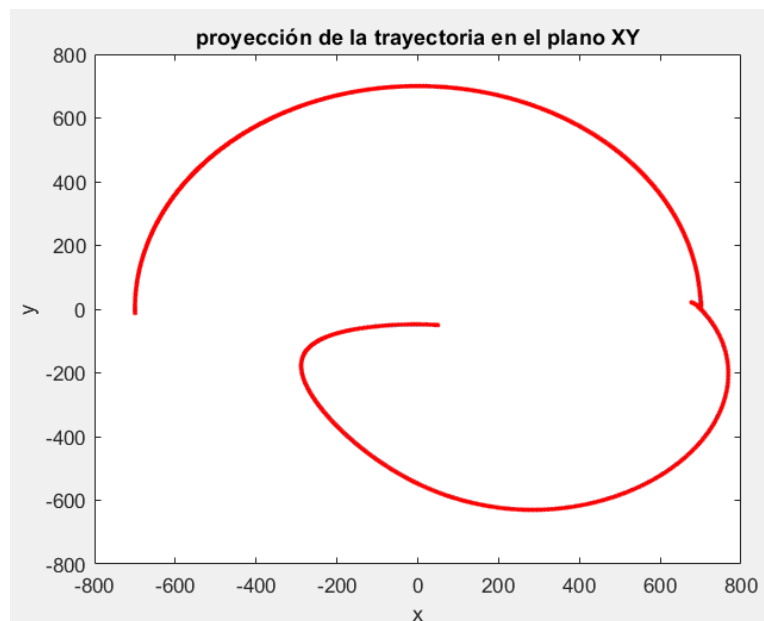


Fig. 29: Proyección de la trayectoria seguida en el plano XY.

En la figura 30 se observa la evolución de las variables articulares a lo largo de la trayectoria y en la figura 31 el error de cada variable articular. Se puede apreciar como en la fase inicial de la trayectoria es dónde se presentan mayores errores. Los valores mínimos del error se presentan en el momento de tomar y depositar el objeto.

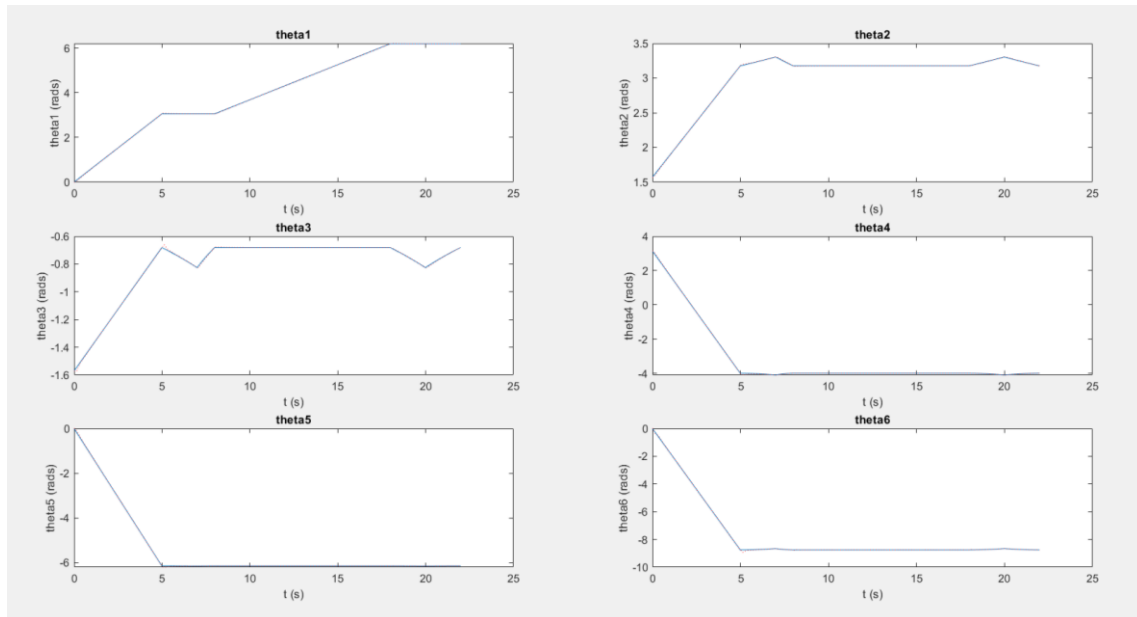


Fig. 30: Evolución de las variables articulares a lo largo de la trayectoria (línea discontinua roja) y evolución deseada (línea azul).

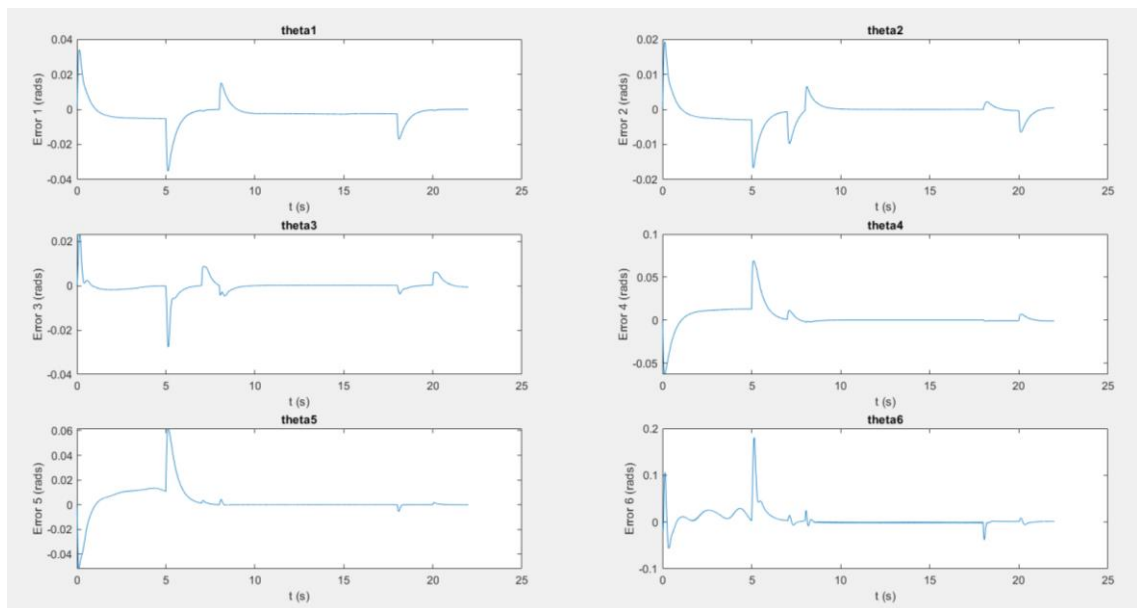


Fig. 31: Evolución del error en las variables articulares a lo largo de la trayectoria.

Al realizar esta simulación, se están emulando los errores de modelado, por lo que los resultados pueden variar ligeramente de una simulación a otra. Se puede concluir que el funcionamiento es bueno, ya que al usar el controlador ajustado y los puntos de aproximación se logra un error ínfimo en la toma y posicionamiento del objeto.

8. Anexos

8.1. Anexo 1: Modelo cinemático directo

Añadimos aquí el resultado obtenido al ejecutar las órdenes de Matlab mencionadas en el apartado 'Modelo cinemático del manipulador', que será el contenido de la matriz cd (cinemática

directa). Se ha situado cada fila de la matriz cd entre corchetes ([]). Cada componente se ha separado por comas y se ha añadido una línea en blanco entre ellas debido a su longitud. En la notación empleada, 's()' se refiere a la función seno y 'c()' a la función coseno.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{aligned} & -s(\vartheta_6)*(c(\vartheta_4)*s(\vartheta_1) - s(\vartheta_4)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3))) - \\ & c(\vartheta_6)*(c(\vartheta_5)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) + c(\vartheta_4)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3))) + \\ & s(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_1)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_2))), \\ & s(\vartheta_6)*(c(\vartheta_5)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) + c(\vartheta_4)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3))) + \\ & s(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_1)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_2))) - c(\vartheta_6)*(c(\vartheta_4)*s(\vartheta_1) - \\ & s(\vartheta_4)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3))), \\ & s(\vartheta_5)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) + c(\vartheta_4)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3))) - \\ & c(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_1)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_2)), \\ & 50*c(\vartheta_1) + 50*s(\vartheta_1) + 425*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2) + 100*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_4)*s(\vartheta_5) - 100*s(\vartheta_2 + \\ & \vartheta_3)*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_5) - 425*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - 425*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_2) - \\ & 100*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*c(\vartheta_4)*s(\vartheta_5) + 100*c(\vartheta_1)*c(\vartheta_4)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3)*s(\vartheta_5) \end{aligned} \right] \\
 & \left[\begin{aligned} & s(\vartheta_6)*(c(\vartheta_1)*c(\vartheta_4) + s(\vartheta_4)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1))) + \\ & c(\vartheta_6)*(c(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) - c(\vartheta_4)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1))) - \\ & s(\vartheta_5)*(c(\vartheta_2)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2))), \\ & c(\vartheta_6)*(c(\vartheta_1)*c(\vartheta_4) + s(\vartheta_4)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1))) - \\ & s(\vartheta_6)*(c(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) - c(\vartheta_4)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1))) - \\ & s(\vartheta_5)*(c(\vartheta_2)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2))), \\ & -s(\vartheta_5)*(c(\vartheta_1)*s(\vartheta_4) - c(\vartheta_4)*(s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3) - c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1))) - \\ & c(\vartheta_5)*(c(\vartheta_2)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_3) + c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)), \\ & 50*s(\vartheta_1) - 50*c(\vartheta_1) + 425*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_1) - 425*c(\vartheta_2)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_3) - 425*c(\vartheta_3)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2) - \\ & 100*c(\vartheta_1)*s(\vartheta_4)*s(\vartheta_5) - 100*s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_5)*s(\vartheta_1) - 100*c(\vartheta_2)*c(\vartheta_3)*c(\vartheta_4)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_5) \\ & + 100*c(\vartheta_4)*s(\vartheta_1)*s(\vartheta_2)*s(\vartheta_3)*s(\vartheta_5) \end{aligned} \right] \\
 & \left[\begin{aligned} & c(\vartheta_6)*(c(\vartheta_2 + \vartheta_3)*s(\vartheta_5) + s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_4)*c(\vartheta_5)) - s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*s(\vartheta_4)*s(\vartheta_6), \\ & -s(\vartheta_6)*(c(\vartheta_2 + \vartheta_3)*s(\vartheta_5) + s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_4)*c(\vartheta_5)) - s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_6)*s(\vartheta_4), \\ & c(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_5) - s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_4)*s(\vartheta_5), \\ & 425*c(\vartheta_2 + \vartheta_3) + 425*s(\vartheta_2) + 50*s(\vartheta_4 - \vartheta_5)*s(\vartheta_2 + \vartheta_3) - 50*s(\vartheta_2 + \vartheta_3)*s(\vartheta_4 + \vartheta_5) + \\ & 100*c(\vartheta_2 + \vartheta_3)*c(\vartheta_5) + 478 \end{aligned} \right] \\
 & \left[\begin{aligned} & 0, \\ & 0, \\ & 0, \\ & 1 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

8.2. Anexo 2: Ikine. Trayectoria circular en el plano XY

Comandos de Matlab para que el manipulador siga una trayectoria circular en el plano XY con radio de 500 mm, empleado en 'Modelo cinemático del manipulador'. Se representan la

trayectoria seguida en el plano, el valor de las variables articulares a lo largo de la curva y una animación del manipulador recorriendo la curva:

```
t = 0: 2*pi/1000: 2*pi;

r = 500;

x = r*cos(t);
y = r*sin(t);
unos = ones(1, length(t));
ceros = zeros(1, length(t));
cd = ones(4,4,length(t));
i = 0;
for t = 0: 2*pi/1000: 2*pi
    i = i+1;
    cd(:,:,i) = [-1 0 0 x(i); 0 -1 0 y(i); 0 0 -1 0; 0 0 0 1];
end
t = 0: 2*pi/1000: 2*pi;

Q = ikine(dh1, 0.01, 10000, cd);
plot (x,y)
title('Trayectoria seguida con z = 0')
figure
subplot (3,2,1)
plot (t,Q(:,1))
title ('theta1')
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel('vuelta (rads)')

subplot (3,2,2)
plot (t,Q(:,2))
title ('theta1')
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel('vuelta (rads)')

subplot (3,2,3)
plot (t,Q(:,3))
title ('theta1')
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel('vuelta (rads)')

subplot (3,2,4)
plot (t,Q(:,4))
title ('theta1')
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel('vuelta (rads)')

subplot (3,2,5)
plot (t,Q(:,5))
title ('theta1')
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel('vuelta (rads)')

subplot (3,2,6)
plot (t,Q(:,6))
title ('theta1')
```

```
ylabel ('theta1 (rads)')
xlabel ('vuelta (rads)')

figure
plotbot(dh1, Q, 'w')
```

8.3. Anexo 3: Cálculo centros de masas y tensores de inercia

8.3.1. Pieza 1

El centro de masas se ha estimado debido a la complejidad geométrica de la pieza. Se ha aproximado como:

$$P_{cm} = \frac{P_{cm1} \cdot M_1 + P_{cm2} \cdot M_2}{M_1 + M_2}$$

Siendo P_{cm} la posición estimada del centro de masas de la pieza, P_{cmi} la posición del centro de masas del cilindro i y M_i la masa del cilindro i .

Para el cálculo de su tensor de inercia se ha aproximado la pieza por un ortoedro con la misma altura y ancho que la pieza 1, calculando la profundidad para que se mantengan la masa y la densidad fijas (ver figura 32).

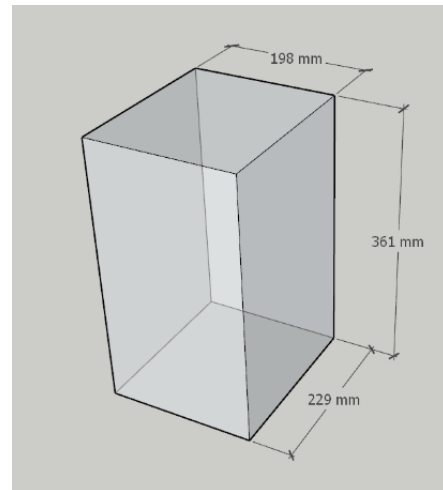


Fig. 32: Aproximación empleada en la pieza 1 para el cálculo de su tensor de inercia.

8.3.2. Pieza 2

Se ha calculado su centro de masas mediante el fichero 'calcular.m'. Para ello hay que calcular el plano perpendicular a cada uno de los tres ejes de referencia (x, y, z) que divida en dos partes iguales la masa de la pieza. En el punto donde se corten los tres planos, estará el centro de masas. Como se puede observar en la figura 6, la pieza es simétrica en una de las direcciones, por lo que el plano perpendicular a ésta antes descrito estará en la mitad de la pieza en esa dirección.

Con respecto a la segunda dirección, se calculan los volúmenes del cilindro 1 (v_1) y del cilindro 2 (v_2) y las áreas 1 y 2. A continuación se hace un barrido del volumen que se deja a cada lado del plano en función de a qué altura corte. Esta altura vendrá definida por la distancia x . En el punto en el que ambos volúmenes se crucen, estará situado el plano en cuestión.

En la tercera dirección hacemos un razonamiento similar. Calculamos el volumen de los cilindros que queda por detrás del comienzo de la distancia y , a este volumen le sumamos el correspondiente al área de la superficie de la pieza multiplicada por y . En el punto donde este volumen se cruce con el restante estará el plano buscado (ver figura 33). Los valores de x e y se obtienen al ejecutar el archivo 'calcular.m'.

A la hora de calcular su tensor de inercia, se ha aproximado la pieza por un ortoedro de con las mismas condiciones que el empleado en la pieza anterior. En este caso tendrá una altura de 642 mm, profundidad de 202.2 mm y ancho de 136 mm.

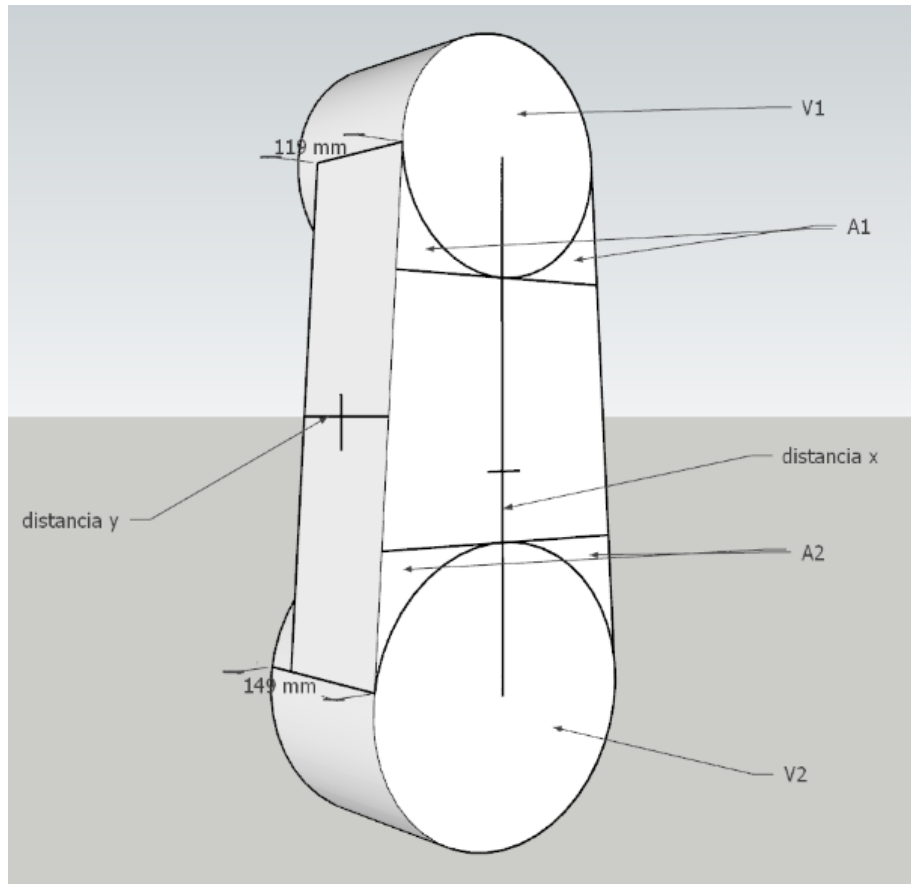


Fig. 33: Pieza 2 señalando las diferentes áreas, volúmenes y distancias empleados para el cálculo de su centro de masas.

8.3.3. Pieza 4

Su centro de masas se ha calculado como:

$$P_{cm} = \frac{P_{cm1} \cdot M_1 + P_{cm2} \cdot M_2 + P_{cm3} \cdot M_3}{M_1 + M_2 + M_3}$$

Siendo P_{cm} la posición del centro de masas de la pieza, P_{cmi} la posición del centro de masas del cilindro i y M_i la masa del cilindro i .

Para su tensor de inercia se ha aproximado la pieza por un cilindro, con la misma base que el cilindro 1 y la altura necesaria para mantener constantes la masa y la densidad de la pieza. Es decir, tendrá un radio de 75 mm y altura de 272.71 mm.

8.4. Anexo 4: Realización de las simulaciones

En este apartado describiremos como llevar a cabo las simulaciones realizadas en el apartado 'Control mediante par computado' de esta memoria con los archivos de Matlab suministrados.

En primer lugar, se debe ejecutar el archivo 'trabajoRob.m'. En la sección 'Trayectoria seguida mediante par computado' de este archivo se pueden seleccionar el radio de la circunferencia recorrida (en mm) y el tiempo en el que se recorrerá (en segundos).

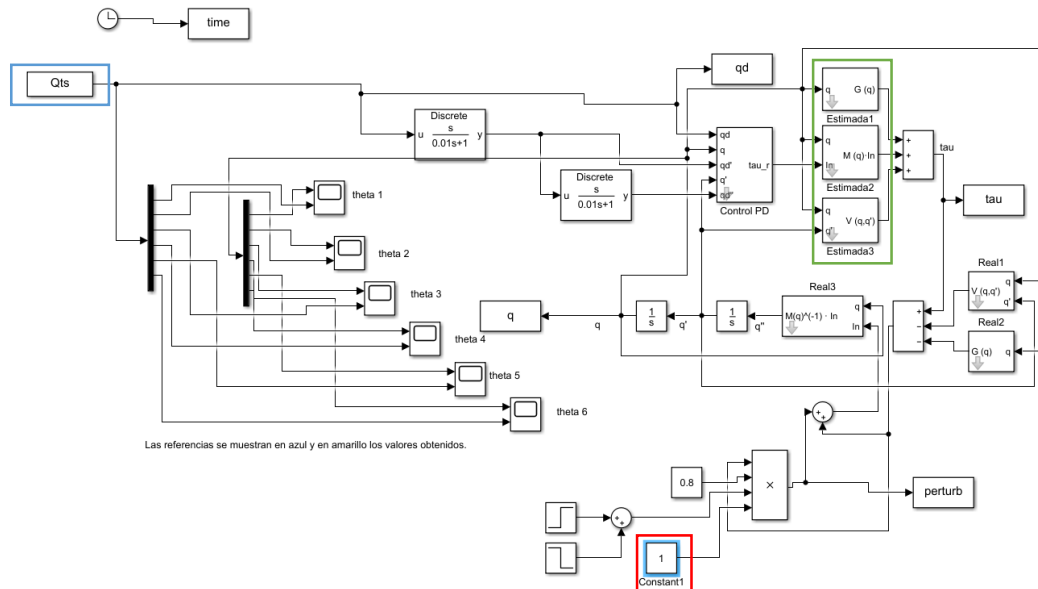


Fig. 34: Archivo parComputado.slx con los objetos de interés señalados.

Tras ejecutar 'trabajoRob.m' se deberá abrir el archivo 'parComputado.slx'. (ver figura 34). En este archivo se puede elegir si simular la curva a velocidad constante (escribir Qt en el objeto recuadrado en azul en la figura 34) o la curva con cambios suaves en la velocidad (escribir Qts en el objeto anterior).

También se podrá seleccionar si se desea o no perturbación, para ello habrá que poner la constante recuadrada a 1 o a 0 para cada opción respectivamente. Por último, se tiene la opción de simular con errores de modelado (poner dyne en los objetos recuadrados en verde en la figura 34) o sin estos errores (poner dyn en los objetos anteriores).

Tras ejecutar el archivo 'parComputado.slx' se deberá ejecutar 'trabajoRob2.m', con el que se realizarán todas las gráficas y análisis empleados a lo largo de esta memoria.

9. Referencias

- [1] "Industrial TX90 robotic arm for all environments / Stäubli." [Online]. Available: <https://www.staubli.com/en/robotics/product-range/6-axis-scara-picker-industrial-robots/6-axis-robots/tx90/>. [Accessed: 07-Jun-2019].
- [2] "TX90 Range." [Online]. Available: <https://www.staubli.com/en/file/21878.show>. [Accessed: 07-Jun-2019].
- [3] A. (Universidad de S. Ollero Baturone, "Modelo directo del manipulador," in *Robótica: Manipuladores y robots móviles*, 2001, pp. 66–73.
- [4] J. I. Maza Alcañiz and A. Ollero Baturone, "HEMERO Herramienta MATLAB/Simulink para el estudio de manipuladores y robots móviles."
- [5] Departamento de Física Aplicada III, "Tensor de inercia (M.R.)." [Online]. Available: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Tensor_de_inercia_\(M.R.\)](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Tensor_de_inercia_(M.R.)). [Accessed: 07-Jun-2019].
- [6] A. Ollero Baturone, "Control basado en el modelo. Par computado," in *Robótica: Manipuladores y robots móviles*, Barcelona, 2001, pp. 204–224.