

## Spis treści

1 Wstęp.....	2
2 Trójwymiarowa transformata Hougha.....	3
2.1 Historia.....	3
2.2 Teoria.....	4
3 Implementacja.....	8
4 Działanie transformaty na danych testowych.....	9
4.1 Poprawność.....	9
4.2 Wydajność.....	13
5 Działanie transformaty na danych geologicznych.....	16
5.1 Pochodzenie danych.....	16
5.2 Detekcja krawędzi.....	16
5.3 Poprawność.....	19
6 Podsumowanie i wnioski.....	22
7 Bibliografia.....	23

## 1 Wstęp

Detekcja trójwymiarowych wzorców w przestrzeni danych może być ważnym elementem automatyzacji wielu procesów. Określenie występowania w przestrzennych danych konkretnych figur może pozwolić na wykrycie i określenie skali zachodzących w nich zjawisk. Wykrywanie obiektów w danych może być też elementem systemów wczesnego ostrzegania i innych narzędzi wspomagających człowieka.

Jedną z metod służących do wykrywania regularnych brył w objętości danych jest trójwymiarowa transformata Hougha. Pozwala ona dzięki umiejętnej parametryzacji opisywać złożone figury w prosty sposób i umożliwiać ich łatwe znalezienie. Metoda ta może zostać wykorzystana do sprawdzenia kształtów obiektów wykrytych przez badanie tomografem komputerowym. W przypadku badania wykonanego na próbce skalnej może to pomóc określić jej parametry i genezę.

Celem niniejszej pracy jest określenie stosowalności transformaty Hougha w celu detekcji regularnych figur w trójwymiarowym tomografie komputerowym próbki skalnej. Sprawdzenie występowania przestrzeni porowych o regularnych kształtach i określenie wad i zalet metody. Do realizacji tych celów wykorzystano środowisko Mathworks MatLAB R2021b.

## 2 Trójwymiarowa transformata Hougha

### 2.1 Historia

Transformata Hougha jest metodą wykorzystywaną do detekcji linii prostych, okręgów lub innych parametryzowalnych figur geometrycznych w obrazie binarnym. Została opracowana przez Paula V.C. Hougha w 1959 roku jako narzędzie do analizy obrazów z komory pęcherzykowej (Hough, 1959). Urządzenie to pozwalało na wykrycie cząstek elementarnych poprzez obserwacje pozostawianych przez nie śladów w postaci pęcherzyków pary w przegrzanej cieczy. W roku 1962 transformata została opatentowana przez Komisję Energii Atomowej Stanów Zjednoczonych, a w późniejszych latach była nadal rozwijana. W 1972 Duda i Hart w pracy „*Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures*” przedstawili obecnie stosowaną wersję transformaty. Użyto w niej parametryzacji  $(\theta, \rho)$ , która była stosowana dużo wcześniej w ogólniejszej metodzie, jaką jest transformata Radona. Parametryzacja ta gwarantuje skończoność przestrzeni Hougha (Duda i Hart, 1972). Oprócz zaproponowania innej parametryzacji poszukiwanych prostych, autorzy pracy pokazali też jak użyć transformaty do detekcji innych figur dających się opisać analitycznie, jak np. okręgi i elipsy.

Istnieje także możliwość uogólnienia transformaty Hougha tak, aby pozwalała na detekcję dowolnych kształtów (Ballard, 1981; Chmielewski, 2021). Uogólnienie jest realizowane poprzez zmianę sposobu opisu szukanego wzorca. Zamiast równania analitycznego stosuje się tabelę, która za pomocą kierunku gradientu i wektora, opisuje położenie punktów brzegowych względem uprzednio wybranego punktu referencyjnego.

Na początku tego wieku pojawiły się publikacje traktujące o trójwymiarowej transformacie Hougha jako narzędziu do wykrywania płaszczyzn. Przedstawiono w nich rozmaite metody parametryzacji płaszczyzny (Vosselman i Dijkman, 2001; Rabbani, 2006). Równanie kierunkowe  $z(x,y) = a_x x + a_y y + d$  nie nadaje się do opisu pionowych płaszczyzn, ale świetnie sprawdza się tam, gdzie poszukiwane płaszczyzny są bliskie poziomemu, jak np. na laserowych skanach lotniczych (Vosselman i Dijkman, 2001). Aby uniknąć problemu parametrów rosnących do nieskończoności parametryzuje się płaszczyznę przez kierunek jej wektora normalnego i jej odległość od początku układu odniesienia (Rabbani, 2006). Istnieje także możliwość bardziej ogólnego podejścia, w którym używa się multiwymiarowych przestrzeni (trzy i więcej wymiarowych). Warunkiem koniecznym jest, aby heurystyki wyszukiwania pozostały wykonalne (Achtert i in., 2008).

## 2.2 Teoria

Opis teoretyczny transformaty Hougha postanowiono rozpocząć od przedstawienia schematu działania, wspólnego dla wszystkich typów szukanych wzorców. Transformata polega na takim przekształceniu ośrodka poszukiwań, aby w tworzonej przez nas przestrzeni Hougha szukany wzorec był punktem. Następnie wszystkie piksele „głosują” na wzorce, których częścią mogą być. Tym samym problem wykrycia złożonej figury sprowadza się do wykrycia lokalnych maksimów w przestrzeni Hougha.

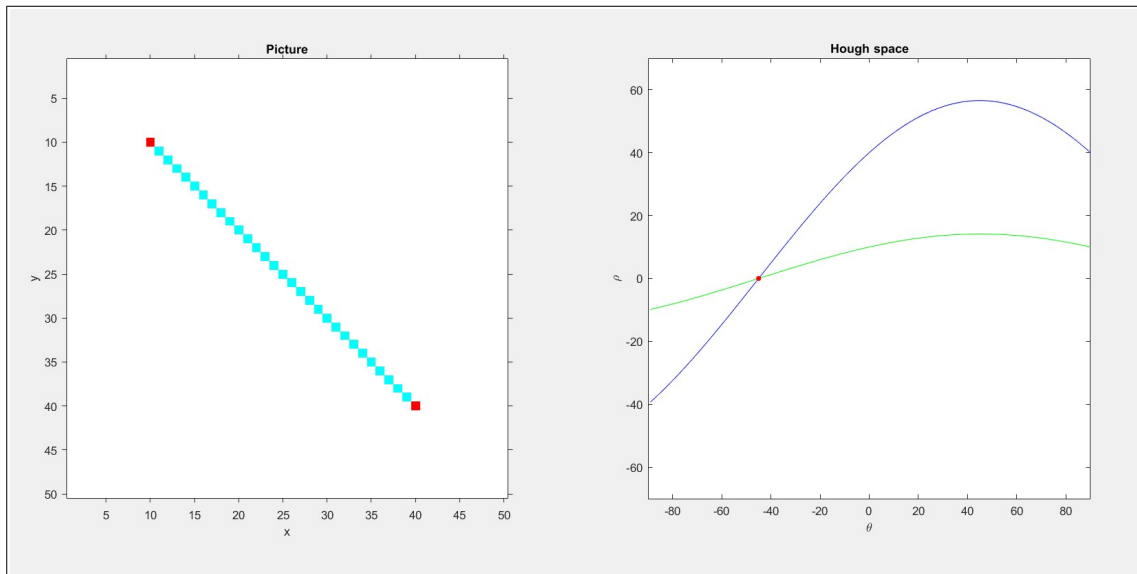
Najprostszymi przypadkami transformaty są detekcja prostych na obrazie i płaszczyzn w przestrzeni. Jak napisano w rozdziale o historii opisanie ich za pomocą równań ze współczynnikami kierunkowymi, stwarza problemy z wykrywaniem wystąpień w kierunkach zbliżonych do pionowych, dlatego rozpatrzmy parametryzację za pomocą kąta i odległości. W przypadku prostej używa się do tego równania:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho \quad (2.1)$$

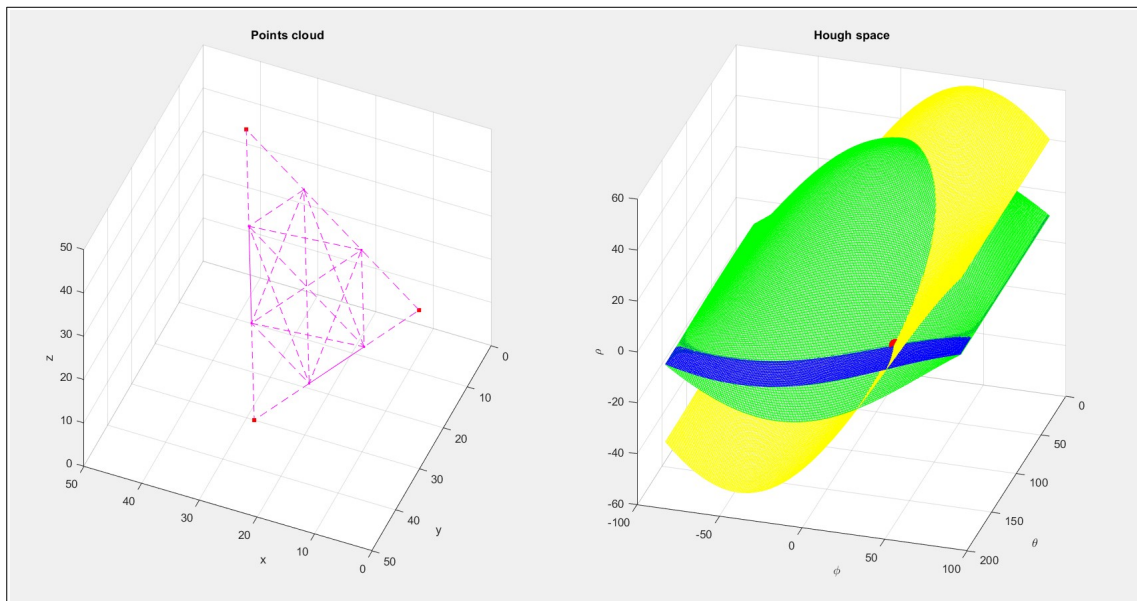
gdzie  $\rho$  jest odległością prostej od początku układu współrzędnych, a  $\theta$  kątem pomiędzy osią  $x$  i  $\rho$  (Duda i Hart, 1972). W ten sposób każdy punkt  $(x, y)$  przechodzi w sinusoidę w przestrzeni Hougha, których przecięcie wyznacza prostą (Rys. 2.1). W przypadku płaszczyzny opisuje się ją za pomocą równania:

$$x \cos(\theta) \cos(\varphi) + y \sin(\theta) \cos(\varphi) + z \sin(\varphi) = \rho \quad (2.2)$$

gdzie  $\rho$  jest odległością płaszczyzny od początku układu odniesienia, kąt  $\varphi$  zawiera się pomiędzy płaszczyzną  $XY$ , a wektorem normalnym płaszczyzny szukanej. Z kolei kąt  $\theta$  zawiera się pomiędzy rzutem wektora normalnego na płaszczyznę  $XY$ , a osią  $OX$  (Rabbani, 2006). Parametryzacja taka powoduje przejście każdego punktu z wejściowej objętości danych w płaszczyznę sinusoidalną w przestrzeni Hougha, a ich przecięcie wskazuje płaszczyznę (Rys. 2.2). Pokazuje to dobrze podobieństwa między tymi przypadkami.

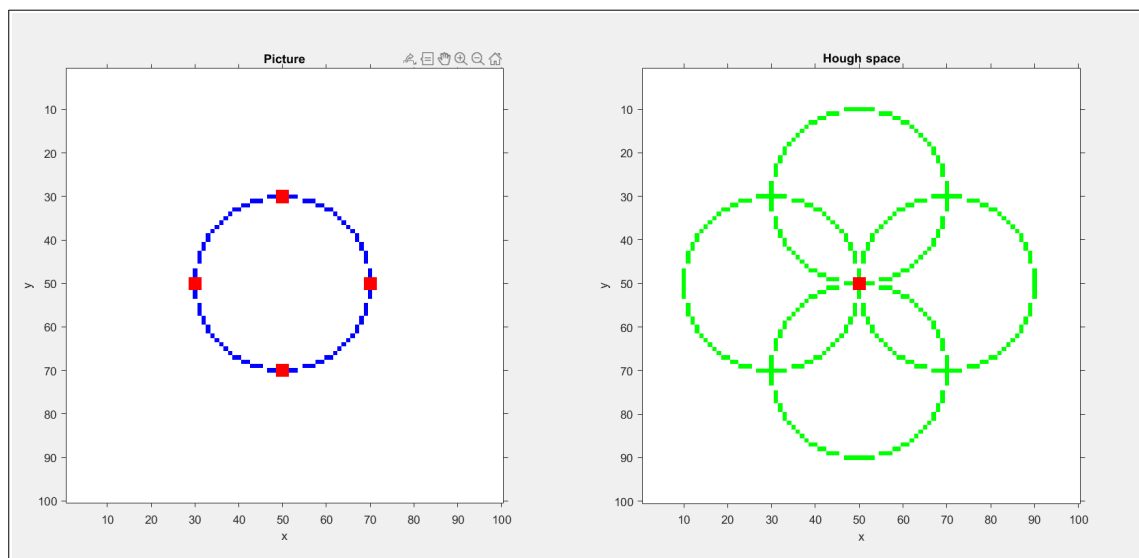


*Rys. 2.1 Dwa czerwone punkty na płaszczyźnie i ich reprezentacja w przestrzeni Hougha w postaci dwóch sinusoid z zaznaczonym przecięciem wskazującym prostą.*

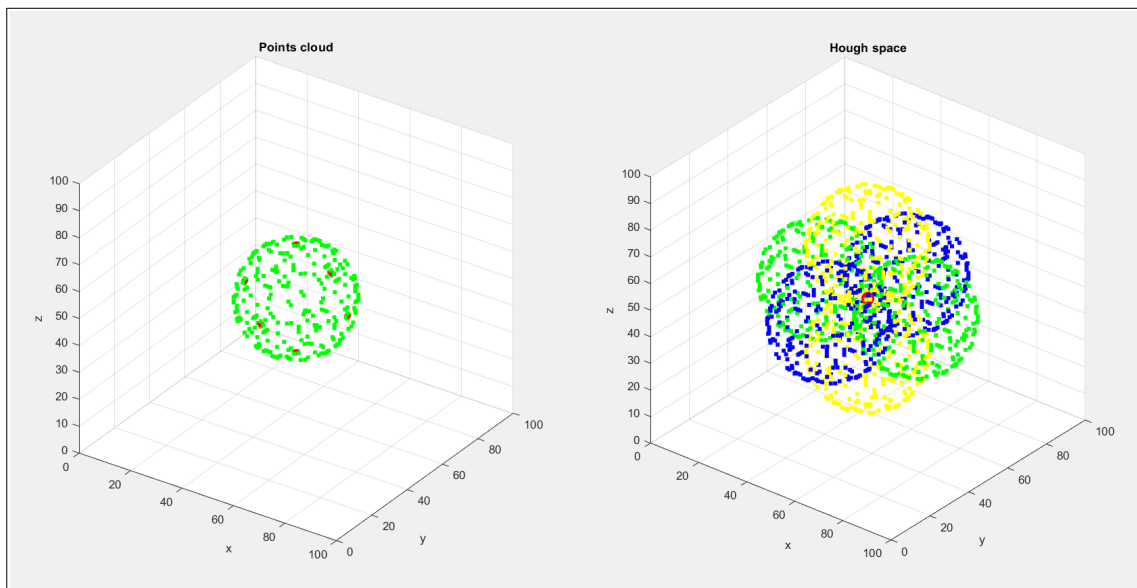


*Rys. 2.2 Trzy czerwone punkty na płaszczyźnie i ich reprezentacja w przestrzeni Hougha w postaci płaszczyzn sinusoidalnych z zaznaczonym miejscem przecięcia wskazującym płaszczyznę, na której znajdują się rozpatrywane punkty.*

Podobieństwo widać także pomiędzy sposobami detekcji okręgów i sfer. W tych przypadkach zdefiniowanie przejścia do przestrzeni Hougha nie wymaga dodatkowych operacji. Figury te z definicji stanowią zbiory punktów równo odległych od środka figury, dlatego też zbiorem potencjalnych figur, których częścią może być dany punkt jest taka sama figura. Każdy punkt z danych wejściowych przechodzi w okrąg (Rys. 2.3) lub sferę (Rys. 2.4) w przestrzeni Hougha, a ich przecięcie wskaże wykrytą figurę. Metoda ta wymaga podania promienia szukanego wzorca jeszcze przed detekcją, jednak nie wyklucza to poszukiwań figur różnej wielkości. Operację taką przeprowadza się poprzez sekwencyjne wykonywanie transformaty z kolejnymi wartościami promienia z rozpatrywanego przedziału. Tak zdefiniowaną transformatę można uogólnić na elipsy i elipsoidy. Uwzględnienie różnych wartości odległości w kierunkach prostopadłych wymaga od nas jednoczesnego uwzględnienia rotacji wzorca. Oznacza to zwiększenie złożoności problemu i liczby wymiarów przestrzeni Hougha, która w przypadku trójwymiarowej przestrzeni danych i elipsoidy nieobrotowej osiąga 6 wymiarów przy 3 stałych promieniach.



*Rys. 2.3 Cztery czerwone punkty na okręgu i ich reprezentacja w przestrzeni Hougha w postaci okręgów z zaznaczonym miejscem przecięcia wskazującym środek szukanej figury.*



*Rys. 2.4 Sześć czerwonych punkty na sferze i ich reprezentacja w przestrzeni Hougha w postaci sfer z zaznaczonym miejscem przecięcia wskazującym środek szukanej figury.*

Istnieje także możliwość użycia transformaty Hougha jako jednego z etapów bardziej złożonej detekcji. Przykład takiego zastosowania mogą stanowić algorytmy wyszukiwania prostokąta w 2D i prostopadłościanu w 3D. Wykrycie takich kształtów sprowadza się do znalezienia ich składowych. Po wykryciu odpowiednio prostych lub płaszczyzn, następuje analiza wyniku w poszukiwaniu par wzajemnie prostopadłych i równoległych, które mogłyby utworzyć figurę będącą początkowym celem detekcji.

### 3 Implementacja

W celu zbadania możliwości trójwymiarowej transformaty Hougha stworzono w środowisku Mathworks MatLAB R2021b szereg skryptów implementujących transformatę dla różnych kształtów. Wszystkie funkcje szukające przyjmują binarną (logiczną) objętość danych jako argument. Punkty w niej zawarte stanowią krawędzie brył przestrzennych. Wynikiem działania funkcji jest wyznaczenie wartości przestrzeni Hougha dla danego kształtu. Oprócz przestrzeni transformacji funkcje te zwracają też wektory będące wartościami wymiarów przestrzeni.

Ogólne zasady działania algorytmów trójwymiarowej transformaty Hougha zostały przedstawione w rozdziale 2.2. W tym zostaną rozpatrzone praktyczne aspekty implementacji algorytmów. Każdy z algorytmów zaczyna się od stworzenia przestrzeni Hougha odpowiednich wymiarów, a następnie wyznaczenia wszystkich punktów o wartości TRUE punktów z wejściowej objętości danych i iteracyjnego wykonywania czynności dla każdego w nich. Podczas nich zwiększane są odpowiednie komórki przestrzeni Hougha, które odpowiadają figuram, w które został przekształcony punkt.

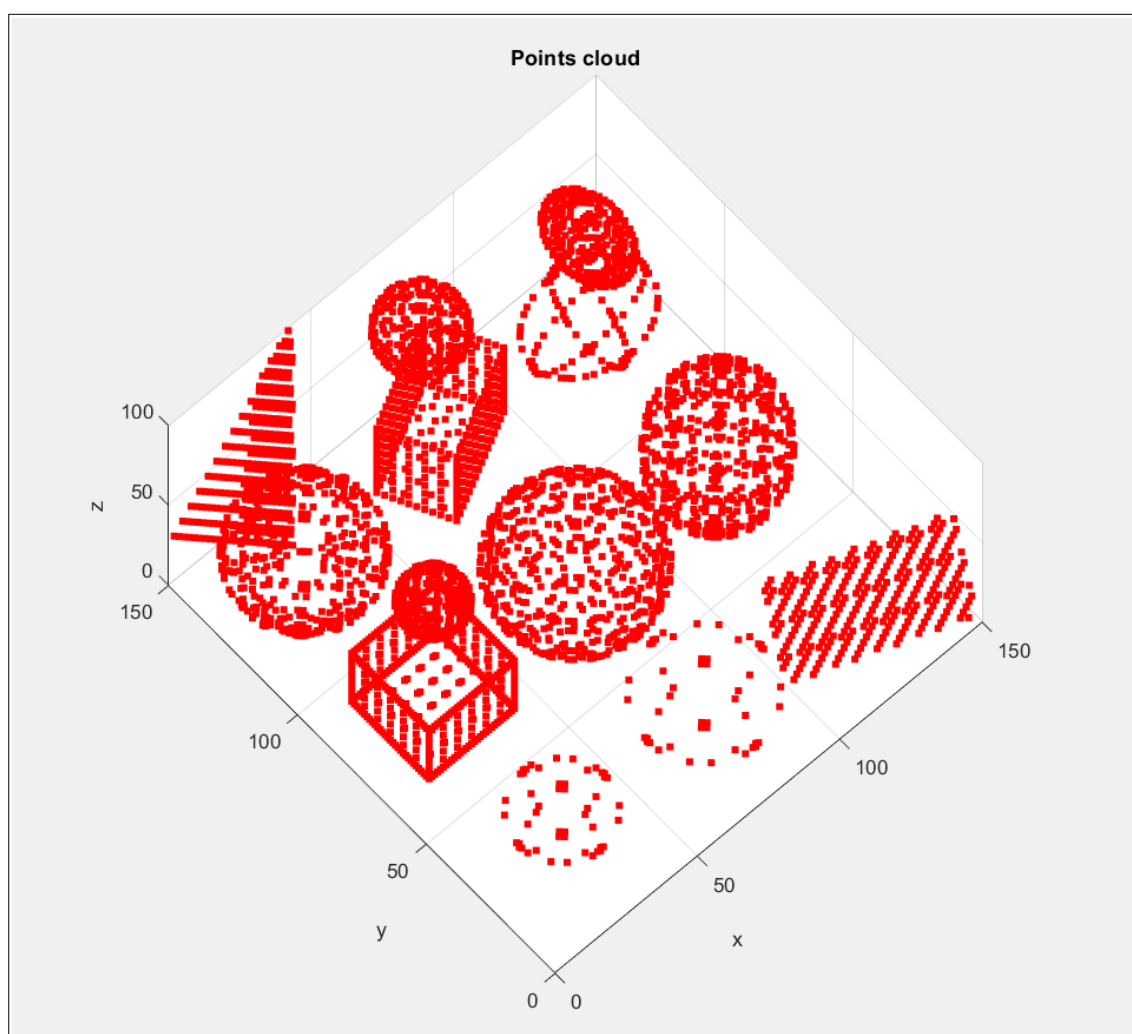
Przestrzeń transformaty nie jest jednakowa dla każdego skryptu. Dla płaszczyzn przestrzeń Hougha jest trójwymiarowa i ma 2 stałe wymiary będące zakresami kątów: dla  $\theta$  jest to zakres od  $0^\circ$  do  $179^\circ$ , a dla  $\phi$  od  $-89^\circ$  do  $90^\circ$ , w obu przypadkach z krokiem  $1^\circ$ . Trzeci wymiar dla tego przypadku zależny od długości  $d$  przekątnej wejściowej objętości danych. Zakres odległości rozciąga się od  $-d$  do  $d$  z krokiem 0.1. Dla przypadku detekcji sfer wymiary przestrzeni wyjściowej są takie same jak wymiary przestrzeni wejściowej. W takim przypadku nie są też zwracane żadne inne dane oprócz wartości przestrzeni transformaty. W przypadku bardziej ogólnym niż okrąg, jakim jest elipsoida, przestrzeń Hougha znacząco się komplikuje, o czym wspomniano wcześniej. Podczas implementowania tego algorytmu barierą stały się ograniczenia środowiska MatLAB, które nawet przy małych testowych danych wejściowych, nie pozwoliły na próbowanie kątów odchylenia od osi co 1 stopień z powodu ograniczenia na wielkość pojedynczej zmiennej. Wymusiło to zwiększenie kroku próbkowania kąta odchylenia do 45 stopni co w efekcie dało 6 wymiarową przestrzeń transformaty. Zmienna ta dla danych wejściowych o wymiarach  $(a, b, c)$  ma wymiar  $(a, b, c, 4, 4, 4)$ .



## 4 Działanie transformaty na danych testowych

### 4.1 Poprawność

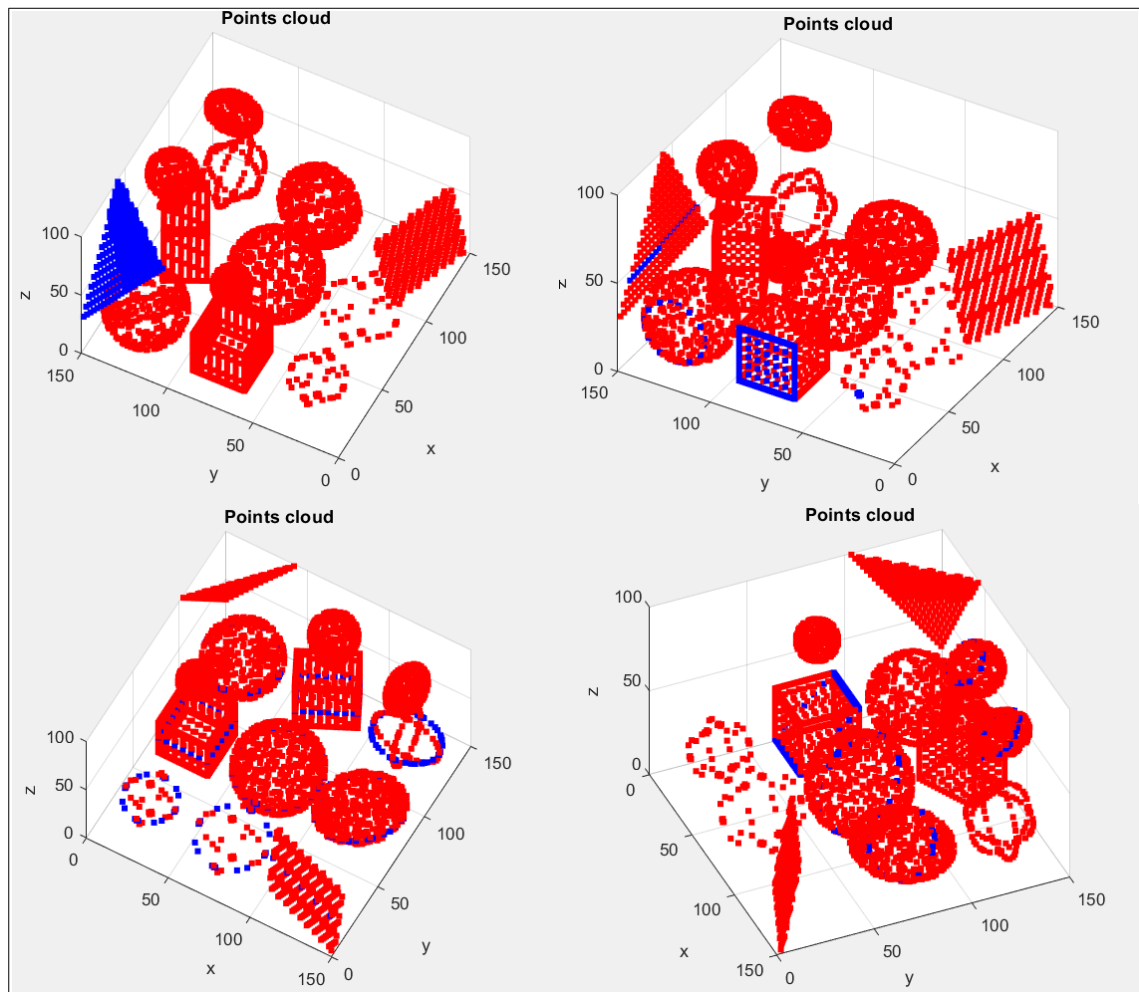
Aby sprawdzić działanie trójwymiarowej transformaty Hougha stworzono dane testowe. Objętość danych ma wymiary 150x150x100 px i zawiera wzorce do detekcji zaimplementowanymi skryptami. Znajdują się tam 2 płaszczyzny złożone z pojedynczej warstwy pikseli, 4 sfery o różnych promieniach, 2 elipsoidy i 2 prostopadłościany reprezentowane przez swoje krawędzie. Dodatkowo znajdują się tam figury będące szukanymi wzorcami, ale mające mniej punktów. Są to 2 sfery i jedna elipsoida reprezentowane przez 3 wzajemnie prostopadłe przekroje (Rys 4.1).



Rys. 4.1 Testowa objętość danych zawierająca wzorce do detekcji.

Badanie poprawności rozpoczęto od sprawdzenia wyników detekcji płaszczyzn. W tym celu sprawdzono 16 lokalnych maksimów (potencjalnych płaszczyzn) w przestrzeni Hougha. Wyniki porównano z istniejącymi w modelu powierzchniami: dwie płaszczyzny w rogach stworzonej objętości danych oraz boki dwóch prostopadłościanów: sześcianu o boku 30 oraz prostopadłościanu o przybliżonych wymiarach (33.5, 22.4, 50). Wyniki nie były w pełni satysfakcjonujące. Dwa z trzech najwyższych wyników, z powodu dużej liczby punktów wzorca, odpowiadały płaszczyznom z rogów objętości danych. W rezultacie działania funkcji szukającej znajdują się także płaszczyzna przechodząca przez podstawy obu prostopadłościanów oraz płaszczyzny, w których zawierają się pozostałe boki sześcianu występujące na przemian z płaszczyznami przechodzącymi przez różne figury (Rys 4.2). Takiego wyniku nie można uznać za niepoprawny, ale uniemożliwia on późniejszą detekcję prostopadłościanu. Aby wykryć górny bok wspomnianej figury zwiększono ilość wyszukiwanych płaszczyzn do 30, co pozwoliło wyznaczyć jego położenie. Dalsze zwiększanie liczby wyniku uznano za nieoptymalne, ze względu na zwracanie płaszczyzn przechodzących przez różne obiekty. W celu wykrycia płaszczyzn zawierających w sobie pionowe boki prostopadłościanu podjęto próby zwiększenia dokładności poprzez próbkowanie kąta  $\theta$  co  $0.1^\circ$  oraz detekcji na danych pozbawionych innych figur. Udało się wskazać wszystkich boki prostopadłościanów, wśród 20 najwyższych wyników, ale wymagało to, oprócz wspomnianej zwiększonej dokładności, usunięcia innych figur oraz zwiększenia liczby punktów zawartych w jednym z boków. Problemy z detekcją pionowych boków prostopadłościanu wynikały z 2 aspektów. Po pierwsze boki te zawierały mniej punktów niż boki sześcianu, co przekładało się na niższy wynik. Drugim powodem było ich położenie, z wyliczeń ręcznych wynika, że kąty  $\theta$  dla dwóch par płaszczyzn są niewymierne i wynoszą około  $26.57^\circ$  i  $116.57^\circ$ .

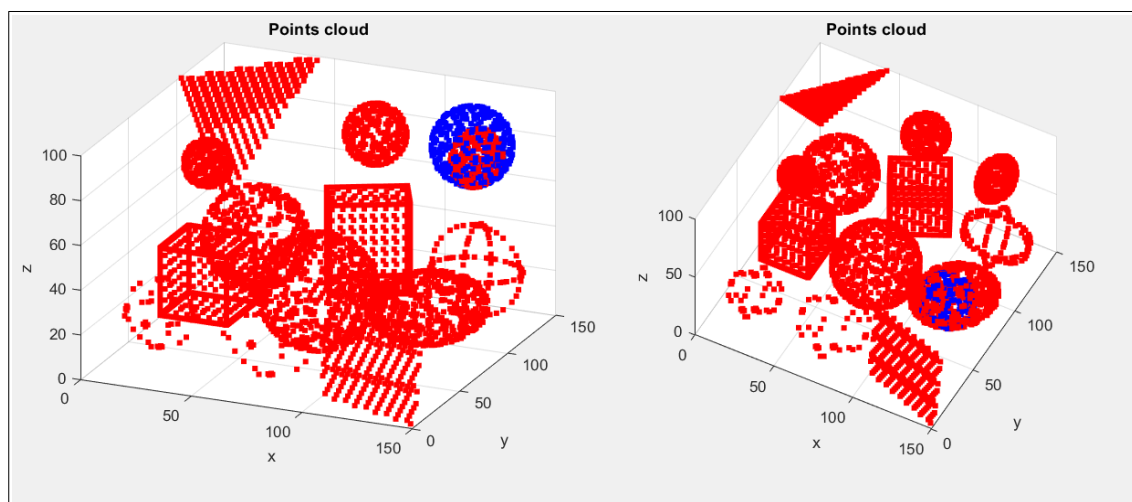
Detekcja wszystkich płaszczyzn, które w sobie zawierają boki prostopadłościanów, pozwoliła na skorzystanie ze skryptu do detekcji tych figur. Algorytm wśród zwróconych 20 płaszczyzn wyszukał pary wzajemnie prostopadłe i równoległe, a następnie wskazał środki ciężkości obiektów i równania płaszczyzn, w których zawierają się ich boki.



*Rys. 4.2 Cztery przykładowe wyniki detekcji płaszczyzn na danych testowych. górnym rzędzie przedstawiono poprawnie wyszukane płaszczyzny. W dolnym rzędzie przedstawiono fałszywe płaszczyzny zbudowane z punktów należących do wielu figur.*

W następnym kroku sprawdzono poprawność działania algorytmów wyszukiwania sfer i elipsoid. Próby wyszukiwania w danych istniejących sfer zakończyły się powodzeniem. Najwyższe wyniki uzyskano dla 4 rzeczywistych położów istniejących sfer lub ich bliskich sąsiedztw. Podjęto także próbę wykrycia sfer reprezentowanych jedynie przez 3 okręgi wzajemnie prostopadłe, ale nie udało się tego osiągnąć. Sfera o promieniu 15 została wskazana w elipsoidzie, której jeden z promieni był równy szukanemu, a ta o promieniu 20 została wykryta w elipsoidzie i nieco większej sferze o promieniu 22. Rezultaty działania skryptów wykrywających elipsoidy były takie same, udało się wyznaczyć położenie figur złożonych z dużej liczby punktów, ale tej z ich ograniczoną ilością już nie. Detekcja ta zwróciła fałszywe wystąpienia obok innych elipsoid.

W kolejnym kroku sprawdzono jakie efekty przyniesie detekcja, jeśli promień będzie się minimalnie różnił. W tym celu, wykonano próby wyszukania sfer o promieniach od 14 do 21. Dla każdej z tych wartości wyniki były zbliżone. Szukane wzorce były wskazywane w pobliżu sfer i elipsoid o podobnych promieniach (Rys 4.3), a zatem przekazanie do funkcji szukającej przybliżonego argumentu dało przybliżone rezultaty.

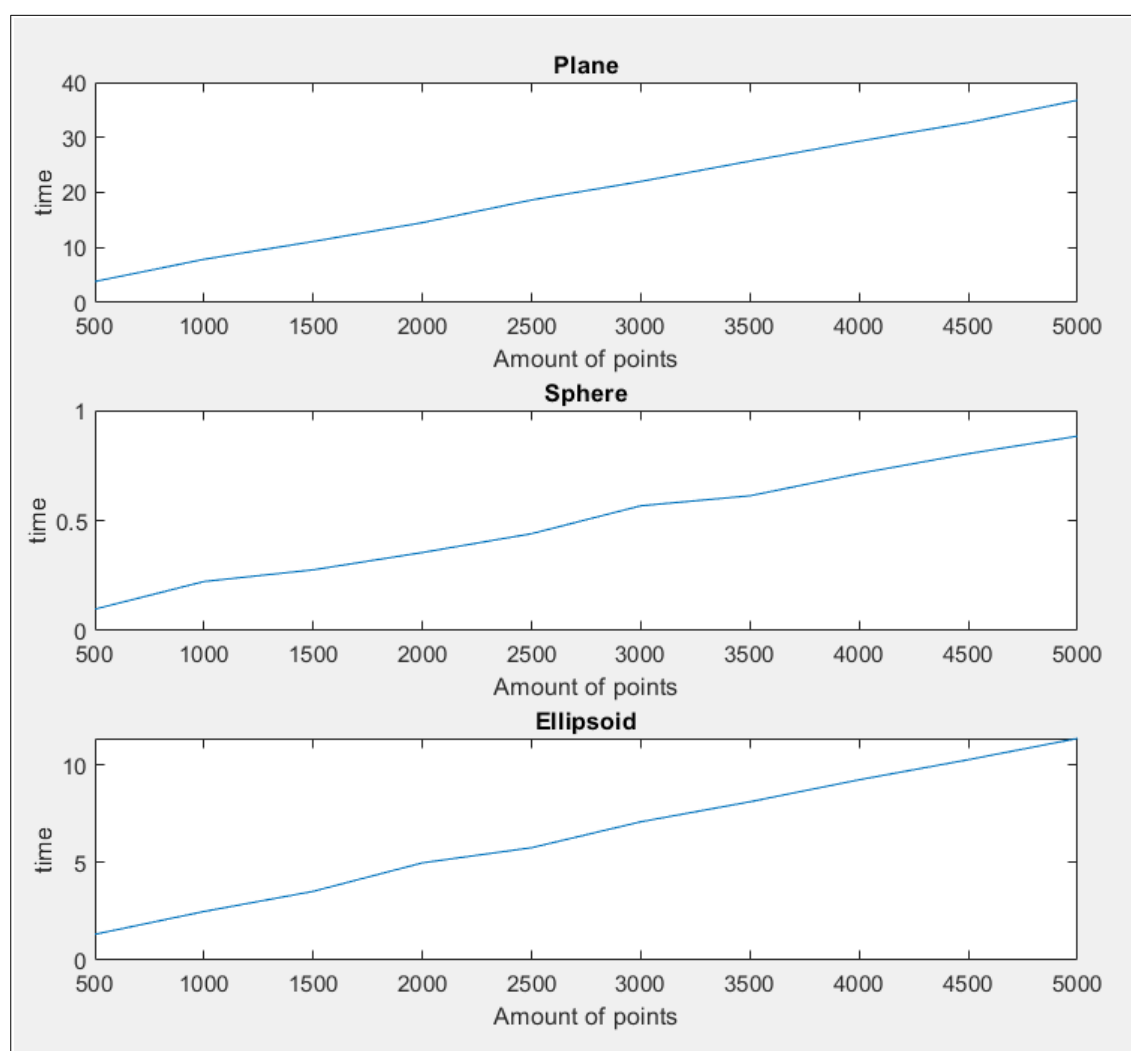


*Rys. 4.3 Sfery wykryte w pobliżu figur o podobnej krzywiźnie.*

Kolejnym krokiem badań nad poprawnością transformaty było sprawdzenie jej wrażliwości na szum punktowy znajdujący się w danych wejściowych. W tym celu dodawano do testowej objętości danych losowe punkty i sprawdzano jaka ich ilość jest w stanie zakłócić i zmienić wyniki działania skryptów. Test przeprowadzono dla wszystkich 3 skryptów wyszukujących. W kolejnych iteracjach testu dodawano od 200 do 2000 punktów, co w ostatniej iteracji sprawiło, że około 1/3 danych wejściowych była szumem. Podczas testu wykryto nieznaczne zmiany w wynikach detekcji, ale były one nieznaczne. Różnice sprowadzały się do zmian w kolejności wyszukanych wzorców. Dla sfer i elipsoid, w przypadku detekcji figury o promieniach pokrywających się z jedną z występującej w danych, na pierwszym miejscu zwracane było dokładne położenie obiektu. Wyniki te uznano za wystarczająco dobre, aby odporność transformaty na szum punktowy określić jako wysoką.

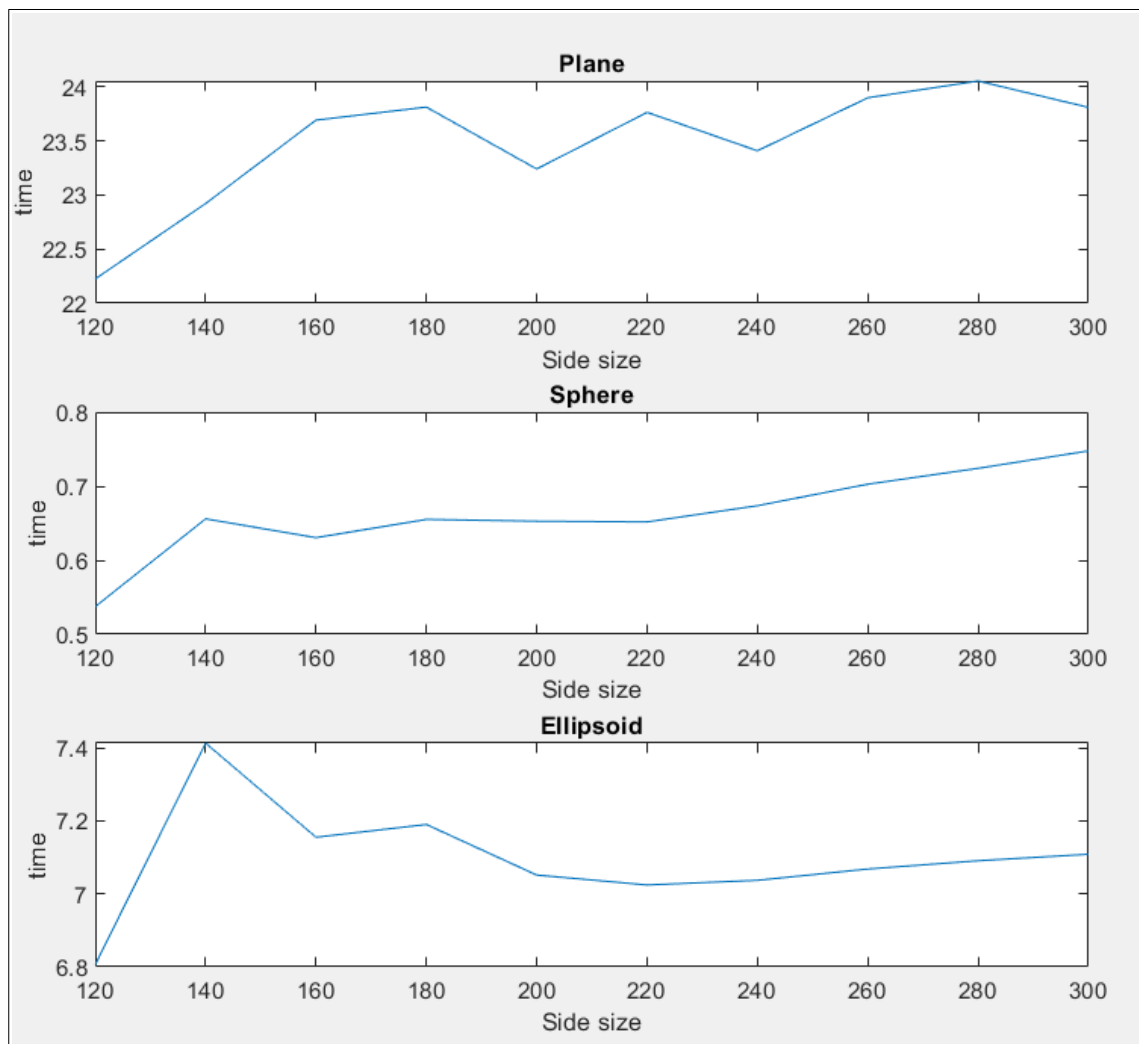
## 4.2 Wydajność

Po sprawdzeniu poprawności działania skryptów na danych testowych przetestowano ich wydajność. Pomiary czasu działania algorytmów wykonano na komputerze wyposażonym w dwurdzeniowy procesor Intel Core i5-7200U z bazowym taktowaniem 2.5 GHz i 16 GB pamięci RAM. Pomiary składały się z trzech etapów. Pierwszym z nich było sprawdzenie czasu działania algorytmów przy rosnącej liczbie punktów o wartości TRUE w danych wejściowych. Liczba takich punktów wzrastała podczas testu od 500 do 5000 z krokiem 500, a pozostałe parametry wyszukiwania były stałe. Zgodnie z przewidywaniami pomiary wykazały wyraźny wzrost czasu działania mający, w przybliżeniu, liniowy charakter. Dzieje się tak dlatego, że każdego z punktów krawędzi z danych wejściowych muszą zostać wykonane te same operacje (Rys 4.4).



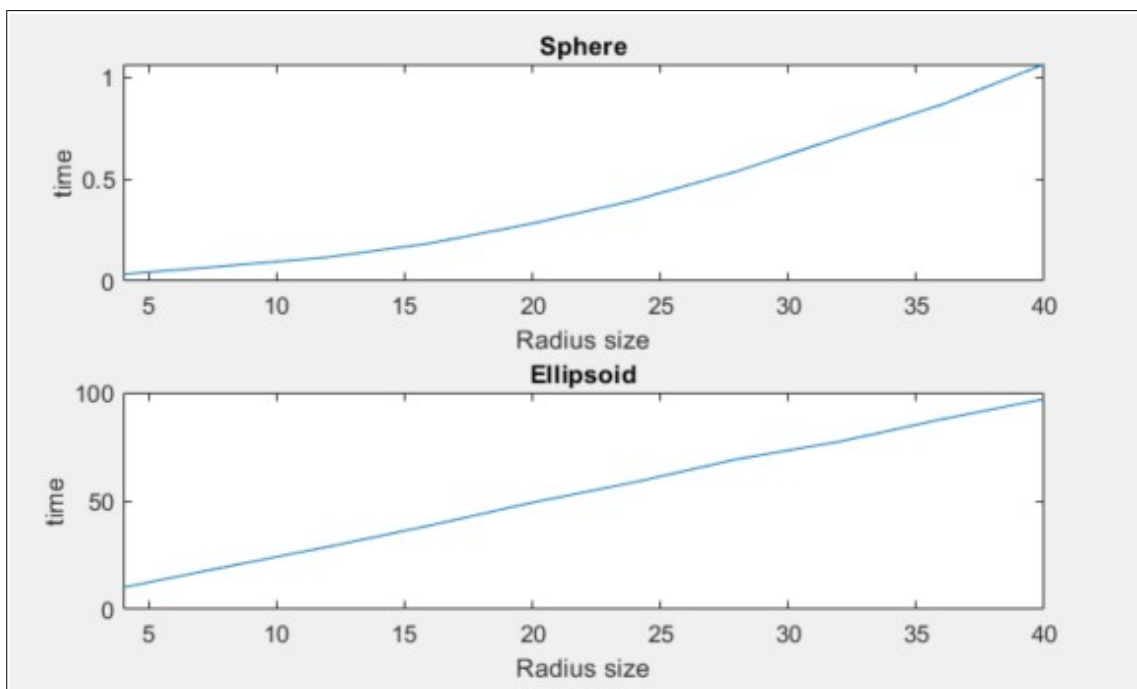
*Rys. 4.4 Wykresy czasu trwania detekcji od liczby punktów o wartości TRUE w danych wejściowych.*

W kolejnym etapie sprawdzono jaki wpływ ma rozmiar danych wejściowych przy stałej liczbie punktów krawędzi figur w nich zawartych. Wykonano testy dla objętości danych o dwóch bokach stałej długości 120 px i jednym o długości rosnącej od 120 px do 300 px z krokiem 20 px. Pozostałe parametry były stałe. Wynik nie wskazuje na tendencje wzrostowe w czasie potrzebnym na wykonanie detekcji (Rys 4.5).



*Rys. 4.5 Wykresy czasu trwania detekcji od wielkości jednego z boków objętości danych.*

Trzecim etapem pomiarów wydajności było sprawdzenie jaki wpływ na czas działania ma wzrost zadanego promienia w przypadku sfer i elipsoid. Podczas testu promień koła i jeden z promieni elipsoidy rósł od 4 px do 40 px z krokiem 4px, a pozostałe parametry były stałe. Uzyskane wyniki zgodnie z przewidywaniami bardzo szybko rosną. W przypadku sfer niepokojące jest tempo wzrostu, które nie jest liniowe, a wzrasta kwadratowo. Wzrost czasu detekcji elipsoid jest liniowy, ze względu na wzrost tylko jednego promienia, ale niepokojący jest już czas trwania pierwszej detekcji. Pierwszy pomiar w tym teście szukał tej samej figury, sfery o promieniu 4px. Uwzględnienie obrotów Elipsoidy sprawiło, że detekcja trwała około 30 razy dłużej niż detekcja sfery (Rys 4.6).

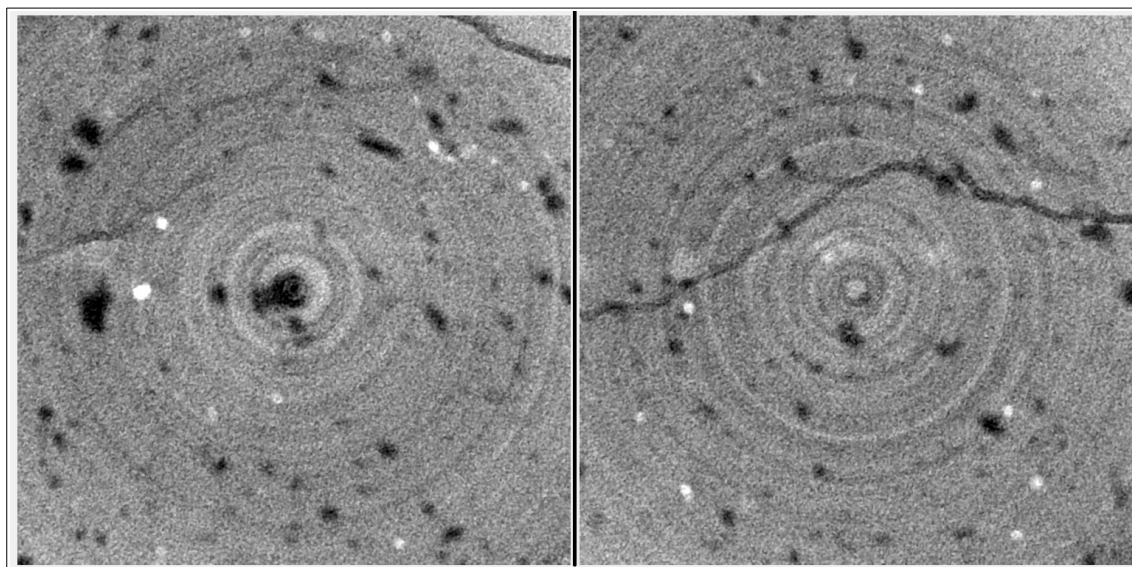


*Rys. 4.6 Wykresy czasu trwania detekcji od wielkości promienia szukanego wzorca.*

## 5 Działanie transformaty na danych geologicznych

### 5.1 Pochodzenie danych

Po przetestowaniu działania transformaty na sztucznie stworzonej próbce rozpoczęto testy na danych rzeczywistych. W tym celu posłużono się trójwymiarowym tomografem komputerowym skały węglanowej pochodzącej z paleozoiku. Dane te mają wymiary 750x750x980 px i są złożeniem dwuwymiarowych obrazów tomograficznych kolejnych przekrojów próbki skalnej (Rys. 5.1). Celem badania CT było wykrycie przestrzeni porowych w skale, widocznych na otrzymanych obrazach jako ciemne obszary.



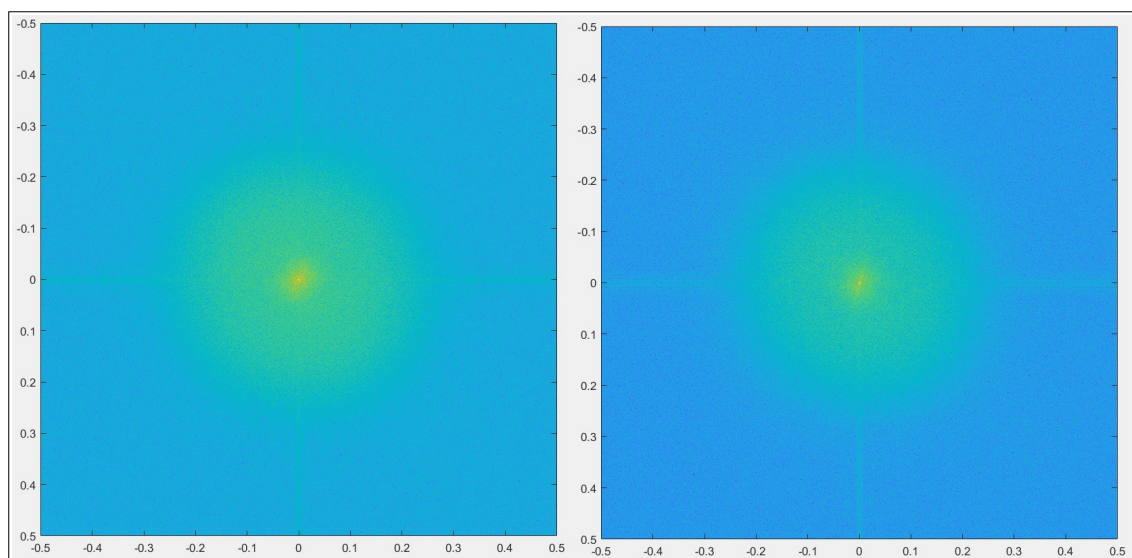
*Rys. 5.1 Zdjęcia tomograficzne 2 przykładowych przekrojów (nr. 408 i 575) próbki skalnej .*

### 5.2 Detekcja krawędzi

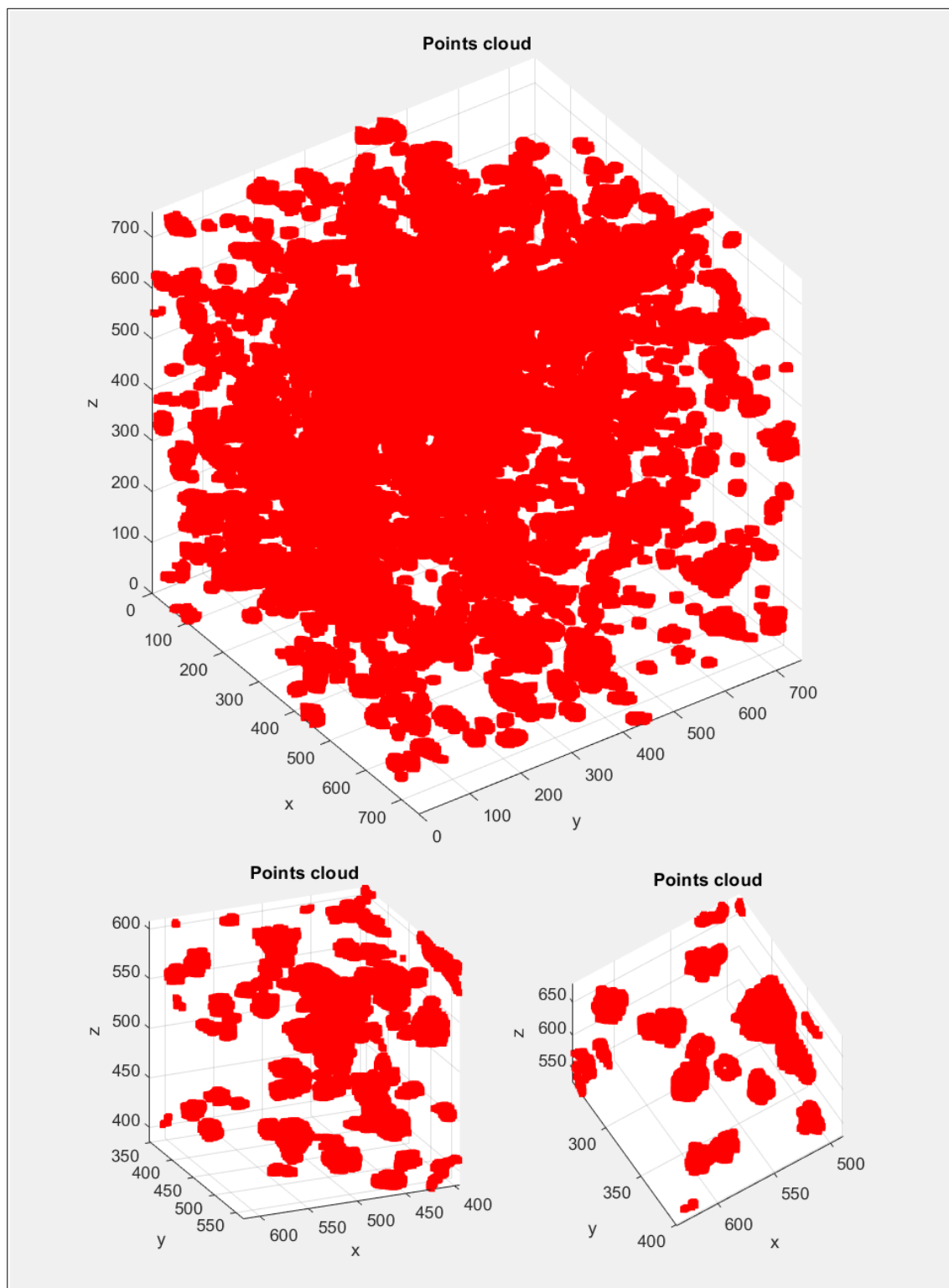
W celu przeprowadzenia badań na danych tomograficznych konieczna była ich wstępna obróbka, mająca na celu wyznaczenie krawędzi przestrzeni porowych. Obrazy kolejnych klatek były wyraźnie zaszumione dlatego ich przetwarzanie rozpoczęto od próby usunięcia zakłóceń. Szum widoczny na obrazach ma postać okręgów ze wspólnym środkiem w centrum obrazu. Taka forma zakłóceń sugeruje ich okresowy charakter, ale analiza widma amplitudowego nie pozwoliła na jednoznaczne wskazanie wartości częstości szumu, ponieważ był on prawie nie widoczny (Rys. 5.2). Pomimo tego podjęto próbę filtracji w domenę częstotliwości z pomocą dolnoprzepustowego filtra Butterwortha. Poprzez analizę obrazu i metodę prób i błędów określono okres na około 20-21 px. Filtracja z takim progiem odcięcia pozwoliła na znaczące ograniczenie szumu, ale kosztem znaczącego rozmycia względem obrazu pierwotnego. Chcąc uniknąć zniekształcenia najbardziej nas interesujących danych, czyli krawędzi



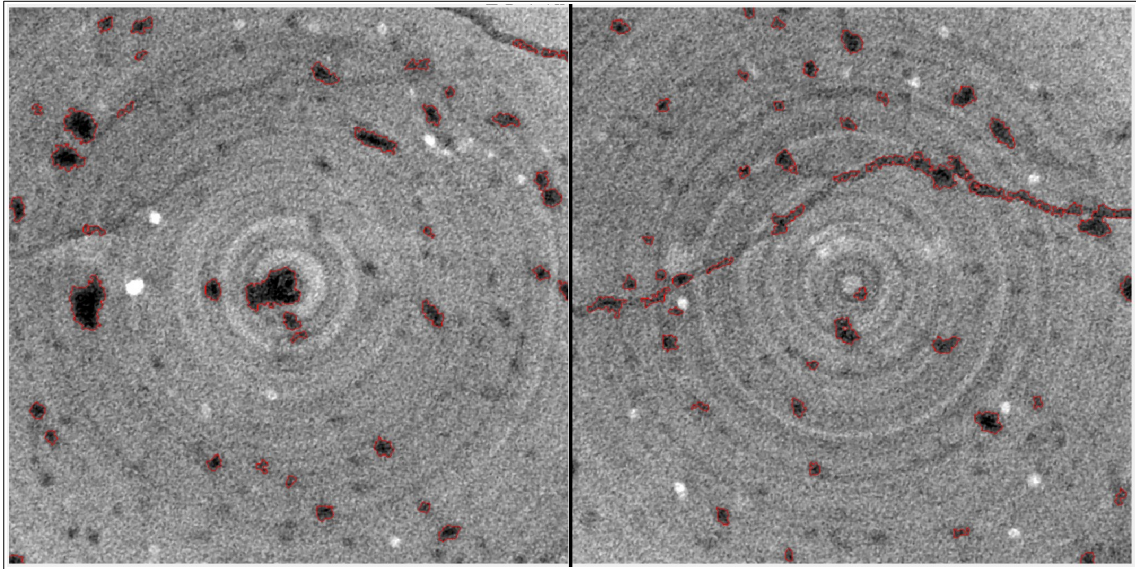
przestrzeni porowych, spróbowano przeprowadzić binaryzację obrazów tomograficznych bez uprzedniej filtracji. Pomimo nie usuniętych zakłóceń nie napotkano problemów z wyznaczeniem obszaru ciemnych przestrzeni porowych. Przed użyciem filtru krawędziowego zastosowano przekształcenia takie jak zamknięcie i otwarcie, aby wygładzić figury na obrazie (Rys. 5.4). Tak wyznaczone krawędzie przestrzeni porowych zostały złożone w objętość danych, która po odrzuceniu początkowych i końcowych przekrojów próbki skalnej osiągnęła wymiary 750x750x750 px. Na ograniczenie rozmiaru danych zdecydowano się z dwóch powodów. Pierwszym z nich były możliwe niedokładne wyniki badania tomograficznego na końcach próbki, a drugim chęć poprawy wydajności obliczeń. Dane te zawierają w sobie wiele figur o różnych, nieregularnych kształtach (Rys. 5.3). Po wyświetleniu wszystkich danych na jednej figurze, pomimo tego iż wartość TRUE posiadają tylko piksele krawędziowe, przestrzenie porowe zlewają się z sobą i nie widać pojedynczych obiektów, dopiero przybliżenie ukazuje kształty występujące w danych. Tak jak się spodziewano w danych nie występują wzorce idealnie odwzorowujące kształty analityczne jakie wykrywa metoda, dlatego celem detekcji w danych rzeczywistych będą figury o kształtach zbliżonych do regularnych.



*Rys. 5.2 Widma amplitudowe 2 przykładowych przekrojów (nr. 408 i 575) próbki skalnej z niewidocznymi zakłóceniami.*



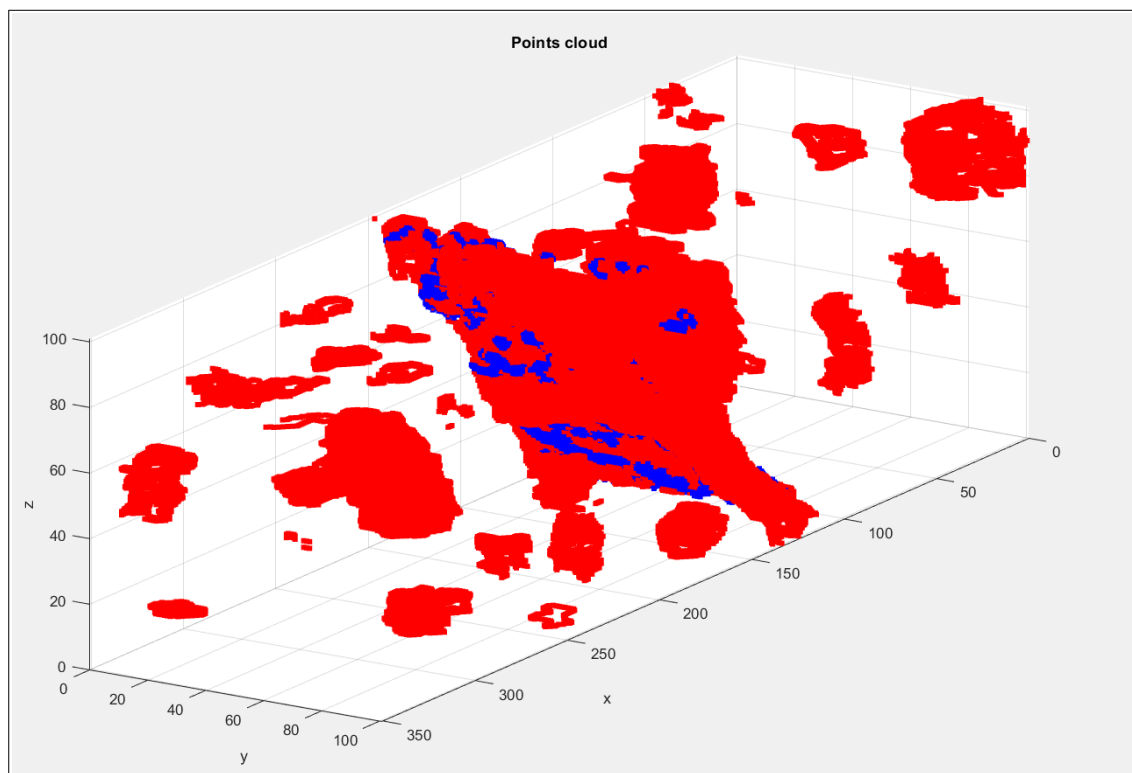
*Rys. 5.3 Przestrzenie porowe znalezione w próbce skalnej. Na rysunku widać całą objętość danych i dwa przybliżone fragmenty.*



*Rys. 5.4 Zdjęcia tomograficzne 2 przykładowych przekrojów (nr. 408 i 575) próbki skalnej wraz z wykrytymi krawędziami przestrzeni porowych.*

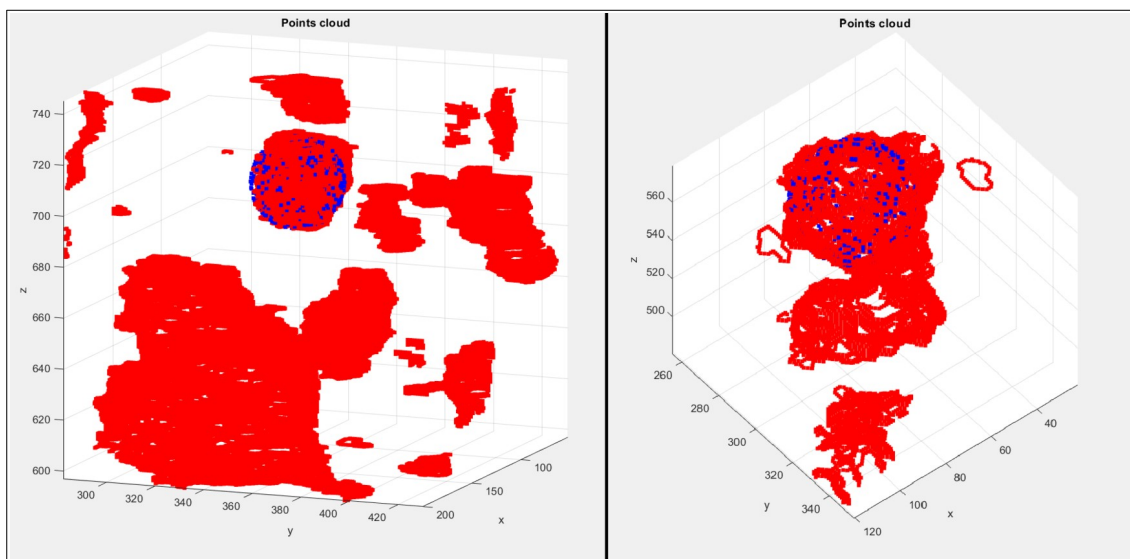
### 5.3 Poprawność

Sprawdzenia poprawności działania trójwymiarowej transformaty Hougha na danych rzeczywistych rozpoczęto od analizy wyników detekcji płaszczyzn. Z powodu znacząco większej objętości danych zwiększono liczbę zwracanych najwyższych wyników, potencjalnych płaszczyzn, z akumulatora do 50. Wszystkie wskazane płaszczyzny przechodziły przez wiele ziaren. Zwracane były płaszczyzny równoległe do jednego z boków przestrzeni danych i nachylone o  $45^\circ$ . Za powód takiego rezultatu uznano dużą liczbę małych obiektów, które nie posiadają płaskiego boku. Postanowiono sprawdzić czy ograniczenie liczby obiektów pozwoli wykryć płaszczyznę zawartą w jednym obiekcie. W tym celu przeprowadzono detekcję płaszczyzn na wycinku objętości o wymiarach  $350 \times 100 \times 100$  px zawartym kolejno pomiędzy indeksami: dla  $x$ : 150 i 500, dla  $y$ : 400 i 500 oraz dla  $z$ : 500 i 600. Zdecydowano się na ten właśnie fragment danych wejściowych, aby badany obszar zawierał widoczną na przekroju nr 575 podłużną przestrzeń porową (Rys. 5.4). Podjęta próba przyniosła pozytywne skutki, w postaci wskazania na pierwszych 15 miejscach wyniku równań płaszczyzn równoległych, bliskich sobie i zawierających się w krawędziach przestrzeni porowej (Rys. 5.5). Taki wynik nie pozwala na podjęcie próby wyszukania prostopadłościaków. Brak próby nie powinien się jednak być uznawany za niepoprawne działanie metody, ponieważ jest spowodowany brakiem w danych odpowiedniego wzorca jaki mógłby zostać zwrócony jako efekt działania algorytmu.



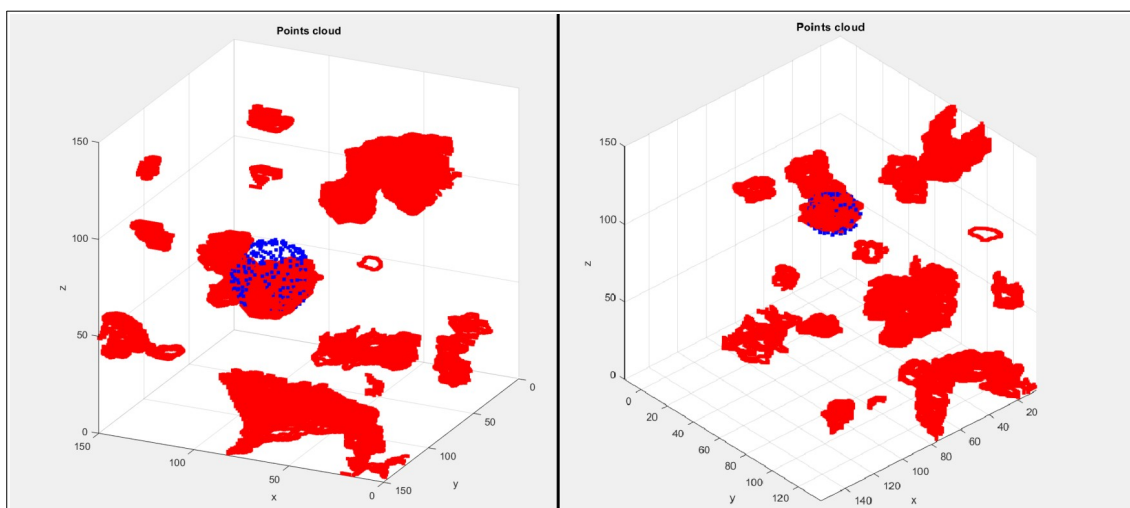
*Rys. 5.5 Płaszczyzna zawierająca się w krawędziach jednej przestrzeni porowej wykryta dzięki detekcji na wycinku danych rzeczywistych.*

W następnym etapie badań nad transformatą Hougha sprawdzono jak na danych rzeczywistych działa algorytm wykrywania sfer. W tym celu sprawdzono po sześć najwyższych wyników dla kolejnych wartości promienia szukanej figury od 10 do 30, zwiększanych z krokiem 4. Trzy razy, dla detekcji wzorca z promieniem o wartościach 18, 22 i 30 wszystkie 6 wyników wskazywały tą samą figurę, dla promienia równego 26 najwyższy wynik wskazywał inną figurę niż pięć kolejnych, natomiast dla dwóch najmniejszych wzorców wśród szukanych w wyniku znalazły się po trzy wystąpienia. Sfery były wskazywane w miejscach wystąpienia nieregularnej figury o kształcie wystarczająco zbliżonym do regularnej bryły, co można uznać za poprawny wynik (Rys. 5.6). W zwróconych potencjalnych miejscach wystąpień wzorca znalazły się też przypadki, kiedy sfera była wykrywana jako część większego ziarna (Rys. 5.6). Miejsca, które można by jednoznacznie uznać za błędne nie znalazły się w wyniku.



*Rys. 5.6 Sfera wykryta w miejscu przestrzeni porowej o zbliżonym kształcie (lewa) oraz sfera wskazana jako część większej figury (prawa).*

Ostatnim typem wzorca, jakiego wyniki detekcji na danych rzeczywistych zbadano, były elipsoidy. Z powodu niskiej wydajności algorytmu postanowiono ograniczyć objętość danych do 150 pierwszych pikseli w każdej z osi. Po odrzuceniu bardzo dużej części danych liczba obiektów znacząco się zmniejszyła co ograniczyło miejsca potencjalnych wystąpień szukanej figury, co teoretycznie mogło negatywnie wpłynąć na podobieństwo znalezione wystąpienia do regularnej figury jakiej szukano. Do analizy posłużyły wyniki detekcji elipsoid o promieniach: 10, 12, 14 oraz 16, 18, 20. W obu przypadkach wśród 6 najwyższych wyników, tak samo jak w przypadku detekcji sfery, znalazły się wystąpienia wskazujące zarówno na pojedynczą figurę, jak i na część większej bryły (Rys. 5.7).



*Rys. 5.7 Elipsoida wykryta w miejscu przestrzeni porowej o zbliżonym kształcie (lewa) oraz elipsoida wskazana jako część większej figury (prawa).*



## 6 Podsumowanie i wnioski

W pracy tej zbadano możliwości stosowania trójwymiarowej transformaty Hougha do detekcji regularnych brył w przestrzeni danych. Zbadano wyszukiwanie płaszczyzn, sfer i elipsoid nieobrotowych. Na podstawie wyszukanych płaszczyzn wskazano złożone z nich prostopadłościany. Do badań posłużono się zarówno sztucznie stworzonymi danymi testowymi jak i danymi rzeczywistymi w postaci trójwymiarowego tomografu komputerowego próbki skalnej, której przestrzenie porowe stanowiły obiekty do detekcji.

W czasie testów skryptu wyszukującego płaszczyzny napotkano problemy z wykryciem wzorców reprezentowanych przez zbyt małą liczbę punktów. Przeszkodą okazała się też czasem być niewystarczająca dokładność próbkowania kątów opisujących płaszczyznę. Napotkane problemy z wykryciem płaszczyzn mogły uniemożliwić wykrycie prostopadłościanów.

Testy transformaty do wykrywania okręgów pokazały jej duży potencjał. Metoda radzi sobie z detekcją sfer o minimalnie innym promieniu. Testy na danych rzeczywistych wykazały, że jest w stanie wykryć kształty nie będące idealnymi sferami. Problemami jakie napotkano była podobnie jak w wypadku płaszczyzn trudność z wykryciem wzorców reprezentowanych przez mniejszą liczbę punktów, a także spadająca wraz z wzrostem zadanego promienia wydajność.

Algorytm wykrywania elipsoid jest ogólniejszym przypadkiem względem sfer. Jego działanie było z tego powodu bardzo zbliżone. Największym problemem tego algorytmu jest jego bardzo duża złożoność pamięciowa i czasowa. Uwzględnienie rotacji, którym algorytm ten różni się od swojego szczególnego przypadku – sfer, wymaga ogromnego nakładu obliczeniowego przez który, transformata ta jest niemożliwa do użytku na większych danych.

W czasie badań nad transformatą wykazano również, że wszystkie algorytmy posiadają dużą tolerancję na szum punktowy, który nie zmienia wyników. Metody detekcji wykazały się dokładnością pozwalającą na ich użycie, a ich złożoność obliczeniowa pozwala ich używać, z wyjątkiem elipsoid, na komputerze osobistym

Zastanawiając się nad możliwościami rozwoju stworzonych programów, proponowano by przepisanie algorytmów na język programowania niższego poziomu, jakim np. jest C++ i uruchomienie algorytmów na karcie graficznej lub klastrze obliczeniowym. Zrównoleglenie obliczeń i dostęp do większej ilości pamięci RAM pozwoliłby na użycie badanych metod na większą skalę i bez dyskomfortu czekania na wynik.

## 7 Bibliografia

1. D.H. Ballard, "Generalizing the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes", Pattern Recognition, Vol.13, No.2, p.111-122, 1981
2. E. Achtert, Ch. Böhm, J. David, P. Kröger, A. Zimek, "Global Correlation Clustering Based on the Hough Transform", 2008
3. G. Vosselman, S. Dijkman, "3D Building Model Reconstruction from Point Clouds and Ground Plans", International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Volume XXXIV-3/W4 Annapolis, MD, 22-24, październik, 2001
4. P. Chmielewski, "Analiza uogólnionej Transformaty Hougha do wyszukiwania ziaren minerałów o zadanym kształcie", luty, 2021
5. P.V.C. Hough, "Machine Analysis of Bubble Chamber Pictures", Proc. Int. Conf. High Energy Accelerators and Instrumentation, 1959
6. R.O. Duda and P.E. Hart, "Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures", Comm. ACM, Vol. 15, s. 11–15, styczeń, 1972
7. T. Rabbani, "Automatic reconstruction of industrial installations – Using point clouds and images", pages 43–44, Publications on Geodesy 62, Delft, 2006.