

Proyecto 1

Parte 2: Programas.

- Definición teórica de la función que modela nuestro problema.

$$p(n) = \frac{365!}{365^n (365-n)!} \quad n = \# \text{ de personas.}$$

Esta función calcula la probabilidad de que dos personas cumplan en días diferentes, es decir que de 365 números cual es la probabilidad de obtener números diferentes, con posibilidad de repetirse. esto es:

$$\begin{aligned} 1 - & \left(\frac{365}{365} \cdot \frac{365-1}{365} \cdot \frac{365-2}{365} \cdots \right) \\ &= 1 - \left(\prod_{i=1}^n \frac{365-i+1}{365} \right) = 1 - \left(\frac{365-1+1}{365} \cdot \frac{365-2+1}{365} \cdots \right) \\ &= 1 - \left(\frac{1}{365^n} \cdot \frac{365!}{(365-n)!} \right) = 1 - \left(\frac{365!}{365^n (365-n)!} \right) \end{aligned}$$

Como $\left(\frac{365!}{365^n (365-n)!} \right)$ es la probabilidad de que n personas cumplan en días diferentes. Por lo tanto si esa probabilidad se le resta a 1 eso nos dará la probabilidad de personas que cumplen en un mismo día en un grupo de n personas.

$$p(n) = 1 - \left(\frac{365!}{365^n (365-n)!} \right)$$

- Considera que pueden ser más de 100 y analiza cómo se altera la probabilidad.
- Si el grupo de personas es más de 100, la probabilidad es de un 100% incluso sin tener que superar el grupo de 100 personas. la probabilidad alcanza el 100%.

In $\mathbb{R}^n, u, v \in \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$.

$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2}$$

Dem. que es norma,

$$1. \|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \geq 0 \quad *$$

$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} = 0 \iff u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = 0 \iff u_1 = u_2 = \dots = u_n = 0$$

$$\iff u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_n = 0 \quad \therefore u = 0 +$$

* Como u_1, u_2, \dots, u_n son \mathbb{R} , cualq. \mathbb{R} elevado al cuadrado es positivo $\therefore \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$ siempre será mayor o igual a 0.

+ Como el unico numero elevado al cuadrado que da 0 es 0 ent. todas las componentes del vector deben ser 0 $\therefore u$ es el vector 0 (origen).

factor común "r"

$$2. \|ru\| = |r| \cdot \|u\| = \sqrt{(ru_1)^2 + (ru_2)^2 + \dots + (ru_n)^2}$$

$$= \sqrt{r^2(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2)} = \sqrt{r^2} \cdot \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$$

$$= |r| \|u\|$$

por propiedad de la raíz cuadrada ($\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$)

$$(\sqrt{r^2} = |r|)$$

$$\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{-3^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$3. \text{ ~~then~~ } \|v+w\|^2 = (v+w) \cdot (v+w) = v \cdot v + v \cdot w + w \cdot v + w \cdot w \\ = \|v\|^2 + 2(v \cdot w) + \|w\|^2$$

Usando que $x \leq |x| \forall x \in \mathbb{R}$ tenemos que:

$$\|v+w\|^2 \leq \|v\|^2 + 2|v \cdot w| + \|w\|^2$$

de un

Usando Cauchy-Schwarz ($|u \cdot v| \leq \|u\| \|v\|$)

$$\leq \|v\|^2 + 2\|v\| \|w\| + \|w\|^2 \} \text{ trinom. cuadr. perfecta.}$$

$$\|v+w\|^2 \leq (\|v\| + \|w\|)^2$$

Como $\|x\| \geq 0$ ent. podemos eliminar los cuadrados.

$$\|v+w\| \leq \|v\| + \|w\|$$

\therefore es norma.