Modelaje ARIMA para la inflacion en el estado de Maryland EEUU

Pablo Alejandro Reyes Granados y Andres Rodriguez Almeciga

June 24, 2025

1 Analisis Preliminar:

Para este taller se ha decidido pronosticar la variable aleatoria de la inflación en el estado de Maryland, Estados Unidos, mediante técnicas econométricas; mas concretamente, mediante modelos ARIMA, bajo la metodología de Box-Jenkins. Se ha decidido usar esta variable (inflación), envés del IPC, porque como se vera mas adelante en el desarrollo, para esta variable es posible comparar directamente modelos ARMA contra modelos ARIMA; dado que la prueba de hipótesis correspondiente para probar si la serie **no** es estacionaria se puede rechazar al 5 porciento como nivel de signifícanos mas no al 1 porciento. En la literatura estadística es normal asumir un nivel de significancia del 5 porciento como valido lo que nos indicaría que no es necesario diferenciar los datos para aplicar el modelaje auto regresivo, sin embargo y con motivos académicos, para este taller también se pretende realizar la comparación de modelos ARMA vs ARIMA y ver cual de los modelos logra adaptarse mejor a la variabilidad intrínseca de los datos; con esto cambien podríamos concluir si asumir un nivel de significancia del 5 porciento es valido para modelaje econométrico o si es mejor acoplarse al 1 porciento.

1.0.1 Análisis gráfico de la inflación:

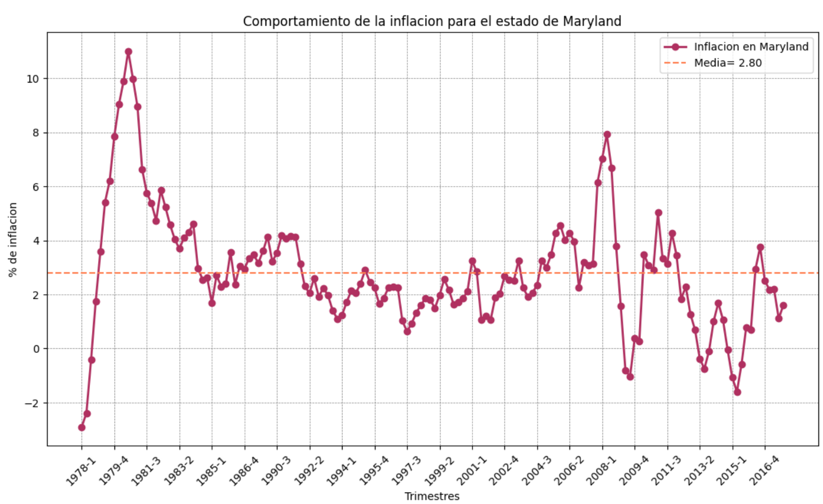

Figure 1: Grafico de linea de la inflacion para Maryland.

Como se puede ver en la figura 1 la inflación para maryland pareciera no tener un comportamiento de estacionalidad en covarianzas, dado que la serie tiene picos en 1978 hasta el 10 porciento y en el periodo pre crisis del 2008 con picos hasta el 8 porciento para tener una caida estrpitosa hasta el -1 porciento debido a la crisis del 2008; para ambos casos y especialmente para el periodo post crisis, sabemos que el tiempo **si** es un factor determinante que esta influyendo en la tendenci de la serie. También podemos observar como en los años 2010s el comportamiento de la inflación que se ha estado evidenciando ha sido bastante volátil y no pareciera tener un comportamiento de osilacion influctuante al rededor de la media (2.80); esta osilacion si la podemos observar en el periodo de 1985 hasta la crisis del 2008 lo que indica que para este periodo, y graficamente, la serie puede llegar a ser estacionaria en este intervalo.

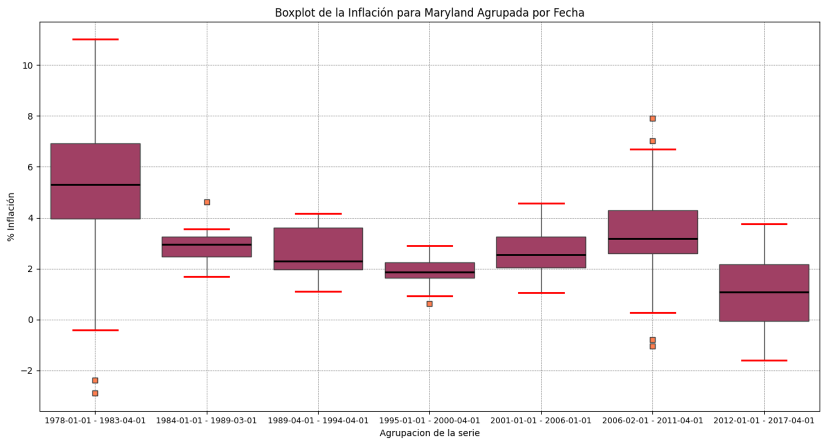

Figure 2: Grafico de boxplot de la inflacion para Maryland.

Este análisis de la variable se puede complementar, gráficamente, haciendo un gráfico de boxplot. En la figura 2 podemos observar como existen datos atípicos, no solo en la crisis del 2008 y en el periodo de 1978; sino que existen datos que se salen del rango intercuartilico en los periodos que posteriormente habíamos dicho que si parecería tener comportamiento de estacionalidad; esto es una mala señal para el supuesto mas importante bajo el que trabajan los modelos econometricos de series temporales. El análisis de ambas gráficas conjunto nos da señales de que **posiblemente** toque diferenciar la serie para volverla estacionaria y realizar un correcto modelaje.

1.0.2 Breve análisis del comportamiento atípico de la serie en 1978:

La Gran Inflación de Estados Unidos en 1979 fue un período de incertidumbre económica caracterizado por una rápida y sostenida subida de los precios, cierta combinación de factores contribuyó a este fenómeno, incluyendo el aumento de los precios del petróleo debido a la crisis energética de 1973, la expansión monetaria impulsada por la política de "dinero fácil" implementada para combatir la recesión y los aumentos salariales que se transmitieron a los precios. Las expectativas inflacionarias se convirtieron en un ciclo, donde la anticipación de mayores aumentos de precios alimentaba aún más la inflación. Esta dinámica afectó la confianza en el valor del dólar, dando así a una espiral inflacionaria. El año cerró con una cifra de 13,3 porciento a nivel nacional, la más alta registrada desde 1946. Por otro lado en el Estado de Maryland, registró su pico inflacioanrio más alto en el tercer trimestre de 1980, alcanzando una cifra del 11 porciento, que posteriormente se fue suavizando por un proceso de desinlfación. Para contrarrestar la inflación, la Reserva Federal, bajo el liderazgo de Paul Volcker, implementó una política monetaria restrictiva. Esto incluyó aumentar significativamente las tasas de interés y reducir la oferta de dinero en circulación. Aunque estas medidas fueron impopulares y causaron una recesión, lograron contener la inflación a largo plazo. Para principios de la década de 1980, la economía estadounidense había experimentado una desaceleración significativa de la inflación.

1.0.3 Dickey-Fuller Test paras la estacionalidad de series:

La prueba de Dickey-Fuller tiene el siguiente sistema de hipótesis asociada:

$$Ho : La\, serie\, sigue\, un\, paseo\, aleatorio$$
$$H1 : La\, serie\, NO\, sigue\, un\, paseo\, aleatorio$$

Claramente lo que se esta buscando para esta investigación es rechazar la hipótesis nula; es decir, buscamos un p valor lo mas cercano a 0 posible o en su defecto un t estadístico lo mas grande posible. Para la inflación en Maryland, los resultados del test de Dickey-Fuller fueron los siguientes:

Table 1: Dickey–Fuller test for unit root

Variable	Test Statistic	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)	Critical Value (10%)
Inflacion Maryland	-3.383	-3.493	-2.887	-2.577

MacKinnon approximate p-value for Test Statistic = **0.0116**

Como se puede observar en la tabla 1 el p valor es de 0.0116 lo que nos brinda suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de que la variable de la inflación en Maryland tiene un paseo aleatorio a un nivel de significancia del 5 porciento; sin embargo no podemos rechazar la hipótesis nula a un nivel de significancia del 1 porciento. Acá es donde nos encontramos con la primera disyuntiva de la investigación y como ya se dijo en la primera parte la manera en la que vamos a proseguir es: asumiendo un nivel de significancia del 5 porciento y estimar el mejor modelo; para posteriormente compararlo contra el modelo que salga de realizar el mismo procedimiento por asumiendo un nivel de significancia del 1 porciento. De esta manera podremos concluir si un nivel de significancia del 5 porciento es valido para realizar modelaje econométrico y, a su vez, encontrar posibles beneficios de no diferenciar los datos y trabajar con su comportamiento natural.

2 Metodologia Asumiendo 5 porciento de nivel de significancia:

2.0.1 Identificación de los hiperparametros p y q:

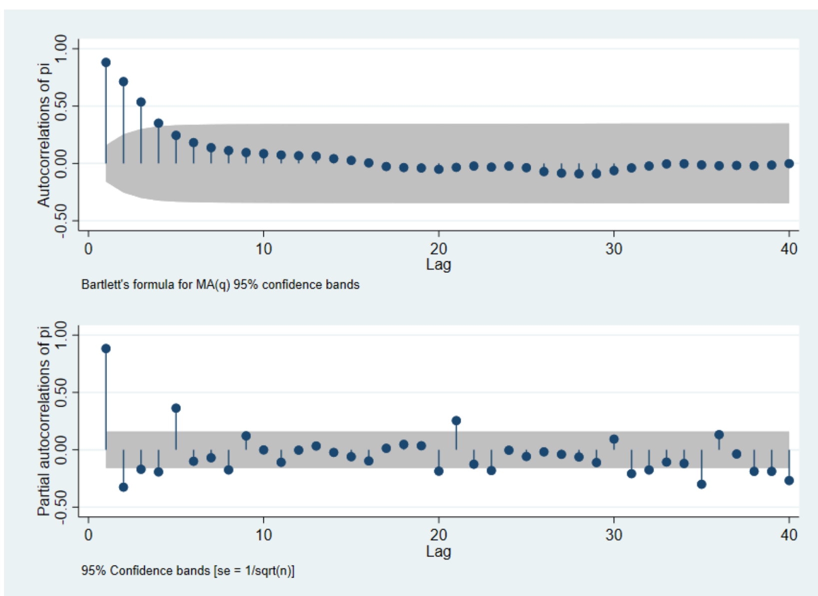

Figure 3: Gráfico de autocorrelación y autocorrelación parcial para la serie sin diferenciación.

Ahora que sabemos que nuestra serie es estacionaria el 5 porciento de nivel de significancia estadistica, podemos seguir con el siguiente paso de la metodología: Encontrar el hiperparametro auto regresivo (p) y el hiperparametro de media móvil (q) para esto vamos a seguir dos metodologías:

- **Graficas pac y ac**: La primera usando las gráficas de autocorrelación parcial para el hiperparametro de autoregresivo y la gráfica de autocorrelación para el hiperparametro de media móvil, en base a estas vamos a seleccionar los rezagos que se salgan de las bandas de confianza como posibles numeros para nuestro modelo. Viendo la gráfica de autocorrelación parcial concluimos que los posibles modelos arima a correr son los siguientes ARIMA(1,0,q), ARIMA(2,0,q). Y gracias a la grafica de autocorrelación terminamos de complementar el resultado de arriba de la siguiente manera: ARIMA(1,0,1), ARIMA(1,0,2), ARIMA(1,0,3), ARIMA(2,0,1), ARIMA(2,0,2), ARIMA(2,0,3). Dado que existen varios posibles modelos (6) la siguiente tabla presenta los criterios de informacion de los 6 modelos para posteriormente mostrar la tabla de la regresion del que se haya seleccionado como el mejor.

Table 2: Resumen del modelo ARMA

Model	LL	df	AIC	BIC	HQIC
ARMA(1,1)	-202.7249	4	413.4498	425.5453	418.3634
ARMA(1,2)	-201.6526	5	413.3051	428.4245	419.4471
ARMA(1,3)	-181.7986	6	375.5971	393.7404	382.9676
ARMA(2,1)	-198.4481	5	406.8962	422.0156	413.0383
ARMA(2,2)	-195.2512	6	402.5024	420.6457	409.8728
ARMA(2,3)	-181.2166	7	376.4331	397.6003	385.0319

De la tabla 2 podemos concluir que el mejor modelo, bajo todos los criterios de información, es un ARIMA(1,0,3) dado que en todos los criterios de información estimamos valores menores en corporación a los otros modelos.

- **Seleccionar máximos hiperparametros y correr a la fuerza los modelos:** Dado que basarse en las graficas pac y ac es un metodo un poco trivial, que puede generar una cantidad muy alta de combinaciones de posibles modelos y que aun así, pueda estar obviando el mejor modelo bajo los criterios de información; la segunda metodología que se ha usado es seleccionar un máximo orden de autorregresion y de media móvil (3 para mantener parsimoniosos los modelos) y correr todas las posibles combinaciones para comparar los 2 criterios de informacion: AIC y BIC. Los resultados de esta metodologia son los siguientes:

Table 3: Resumen del modelo ARMA

Model	LL	df	AIC	BIC	HQIC
ARMA(0,0)	-335.7124	2	675.4248	681.4726	677.8817
ARMA(0,1)	-257.0612	3	520.1224	529.194	523.8076
ARMA(0,2)	-236.7619	4	481.5238	493.6193	486.4374
ARMA(0,3)	-198.5902	5	407.1805	422.2999	413.3225
ARMA(1,0)	-209.4576	3	424.9152	433.9869	428.6004
ARMA(1,1)	-202.7249	4	413.4498	425.5453	418.3634
ARMA(1,2)	-201.6526	5	413.3051	428.4245	419.4471
ARMA(1,3)	-181.7986	6	375.5971	393.7404	382.9676
ARMA(2,0)	-200.851	4	409.702	421.7976	414.6157
ARMA(2,1)	-198.4481	5	406.8962	422.0156	413.0383
ARMA(2,2)	-195.2512	6	402.5024	420.6457	409.8728
ARMA(2,3)	-181.2166	7	376.4331	397.6003	385.0319
ARMA(3,0)	-198.6392	5	407.2783	422.3977	413.4204
ARMA(3,1)	-199.0482	6	410.0963	428.2396	417.4668
ARMA(3,2)	-192.8166	7	399.6331	420.8003	408.2319
ARMA(3,3)	-179.8223	8	375.6446	399.8357	385.4719

Selected (max) LL: ARMA(3,3)
Selected (min) AIC: ARMA(1,3)
Selected (min) BIC: ARMA(1,3)
Selected (min) HQIC: ARMA(1,3)

Ahora bien; la segunda metodología también concluye que el mejor modelo a estimar bajos los criterios de informacion AIC y BIC es un ARIMA(1,0,3). Dado que ambas metodologías convergieron a un mismo resultado, no tenemos duda alguna de que solo existe un posible modelo a estimar.

2.0.2 Estimación ARIMA(1,0,3):

Los coeficientes del arima estimado se presentan en la tabla 4. En esta tabla podemos ver como los 3 coeficientes de media móvil y el coeficiente autoregresivo son estadísticamente significativos al 1 porciento de nivel de significancia; esto da buenas señales de se selecciono el mejor modelo arima posible, pero no es suficiente para concluir si este modelo es útil para realizar pronósticos.

Table 4: Arima(1,0,3) para la inflacion en Maryland

VARIABLES	(1) Inflacion	(2) ARMA	(3) sigma
L.ar		0.603***	
		(0.0697)	
L.ma		0.666***	
		(0.0736)	
L2.ma		0.592***	
		(0.0854)	
L3.ma		0.650***	
		(0.0802)	
Constant	2.714***		0.782***
	(0.419)		(0.0419)
Observations	152	152	152

Standard errors in parentheses
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

2.0.3 Diagnostico:

Como ya se menciono anteriormente; la significancia de los coeficientes estimados no es suficiente para concluir si se estimo un modelo util; para esto el modelo tiene que ser enfrentado a 3 pruebas:

- **Prueba de Portmanteu y prueba de de Bartlett:** Estas dos pruebas comprueban lo mismo; si los residuos son un ruido blanco ($\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$), cosa que es mas que necesaria para diagnosticar si el modelo que se estimo es el mejor al momento de hacer pronósticos futuros.

- **Valores propios dentro del circulo unitario:** Otro de los supuestos importantes que un modelo tiene que cumplir para obtener el titulo de valido es que: sus raíces o coeficientes sean menores que 1; esto debido a que si alguno de los valores propios es igual a 1 el modelo deja de ser valido por la teoría econométrica.

Primero vamos a realizar un análisis gráfico y de las estadísticas descriptivas de los errores generados por el modelo $Arima(1, 0, 3)$ para concluir de una manera aproximada si los errores se distribuyen como un ruido blanco:

Como podemos ver en la figura 4 pareciera que los errores generados por el modelo son un ruido blanco, esto debido a que todos están variando en torno al 0 y como se puede observar la media es de 0.000025; en el primer periodo aparece un error que se desvía de manera significativa de la media, la principal razón detrás de esto es que, como pudimos ver en el análisis preliminar de la inflación en Maryland, en este periodo la inflación estaba desanclada y llegando a niveles de inflación galopante, esto es un dato atípico que el modelo no logro predecir su variabilidad con exactitud.

Table 5: Estadísticas de los errores para el modelo Arima(1,0,3)

	Variable	Media	Mediana	Desviacion estandar	Rango	Simetria
0	Inflacion	0.000708786	0.163928	0.903702	8.01647	-1.43026

Por otro lado de la tabla 5 podemos concluir que efectivamente los errores se distribuyen al rededor de la media que es de 0.000708786, estos errores tampoco tienen una desviación estándar alta dado que esta es de 0.903702 lo que nos indica que la variabilidad de estos datos, sin valores atípicos, esta por debajo de 1 y por ultimo la simetría de -1.4 nos indica que la distribución de estos errores es parecida a la de una normal estandar (simetria de 0) pero esta un poco desplazada hacia la izquierda, esto debido a el valor atipico del primer periodo.

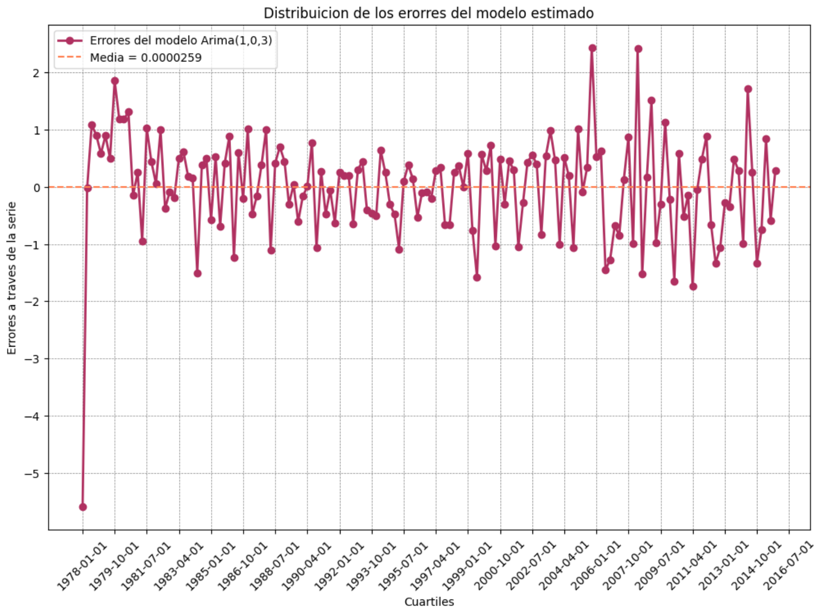

Figure 4: Distribución de los errores generados por el modelo.

Con este análisis realizado podríamos concluir que los errores son ruido blanco, sin embargo la estadística nos brinda herramientas de la mano de las pruebas de hipótesis para concluir de una manera excita si son o no ruido blanco; en ese orden de ideas:

Prueba de Portmanteu: Esta prueba tiene sujeta el siguiente sistema de hipótesis:

$$Ho : Los\, errores\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

$$H1 : Los\, errores\, NO\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

Table 6: Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic	20.1824
Prob > chi2(40)	0.9962

Dado que el p valor es mayor a cualquier nivel de significancia, no existe la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; por lo que podemos concluir con certeza que los residuos generados por el modelo ARIMA(1,0,3) son ruido blanco.

Prueba del circulo unitario: Como se puede ver en la figura 5; todas las raíces del modelo están dentro del circulo unitario a un nivel aceptable (no están rozando el borde). Con esto podemos concluir que todos los parámetros satisfacen el supuesto de invertibilidad.

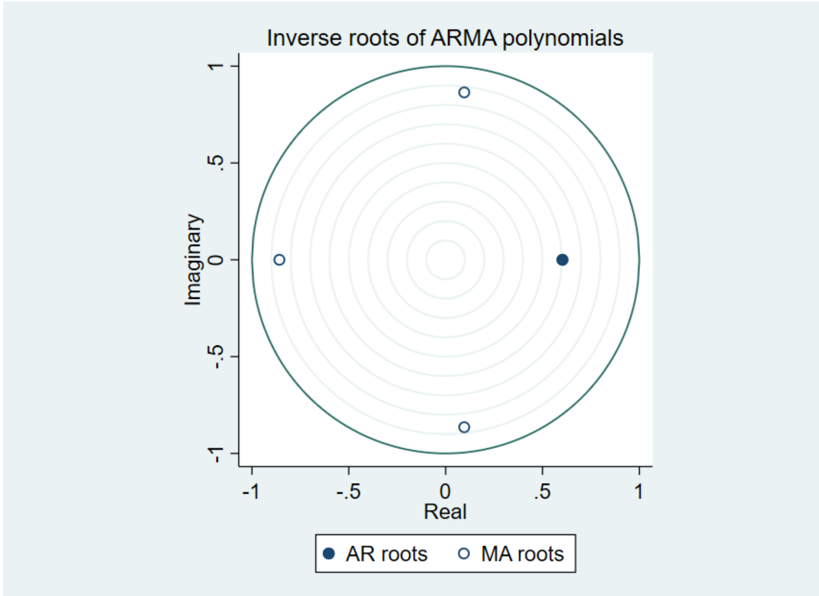

Figure 5: Raíces de los coeficientes de media móvil y autoregresivos

Prueba de bartlett: Esta es una prueba que genera una grafica; en donde si todos los valores están dentro de la banda de confianza se concluye que los errores se distribuyen como un ruido blanco:

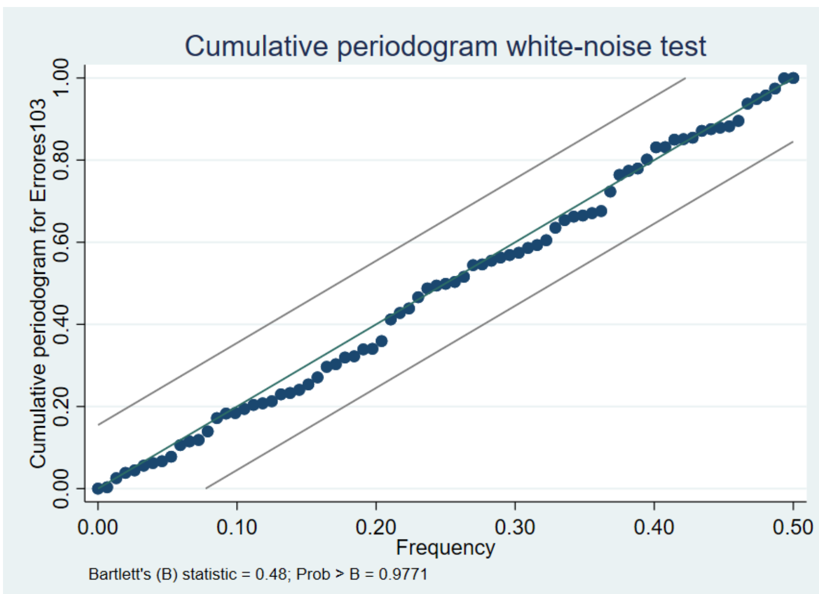

Figure 6: Raíces de los coeficientes de media móvil y autoregresivos

Como se puede ver en la figura 6; todos los valores están dentro de las bandas de confianza generadas por el gráfico, lo que termina de concluir que los errores se distribuyen como un ruido blanco. Con estos resultados podemos afirmar con certeza estadística que este modelo (Arima(1,0,3)) sirve para pronosticar el futuro de la inflación.

Asumiendo un nivel de significancia del 5 porciento y no diferenciando la serie concluimos que el mejor modelo es un arima(1,0,3), este modelo genera los valores mas bajos de los criterios de información; adicionalmente asegura que sus raíces estén dentro del circulo unitario y sus errores sean un ruido blanco. Antes de generar un pronostico futuro para la inflación, vamos a proseguir a encontrar el mejor modelo asumiendo un nivel de significancia del 1 porciento en la prueba de dickey fuller.

3 Metodologia Asumiendo 1 porciento de nivel de significancia:

Dado que ahora, con este nivel de significancia, no podemos rechazar la hipótesis nula de que la serie no sigue un paseo aleatorio, nos vemos obligados a diferenciar la serie hasta que pase el test de Dickey Fuller, y de esta manera encontraremos el orden de integracion para el modelo Arima:

Table 7: Dickey–Fuller test for unit root

Variable Critical Value (10%)	Test Statistic	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)
D.Inflacion Maryland -2.577	-9.237	-3.493	-2.887

MacKinnon approximate p-value for Test Statistic = **0.0000**

En la tabla 7 podemos observar como con una diferenciación es suficiente para rechazar la hipótesis nula a cualquier nivel de significancia y concluir que la serie con la primera diferencia se comporta como una serie estacionaria en covarianzias. Esto nos confirma, también, que para el modelaje vamos a seguir la siguiente formula $ARIMA(p, 1, q)$.

3.0.1 Identificación de los hiperparametros p y q:

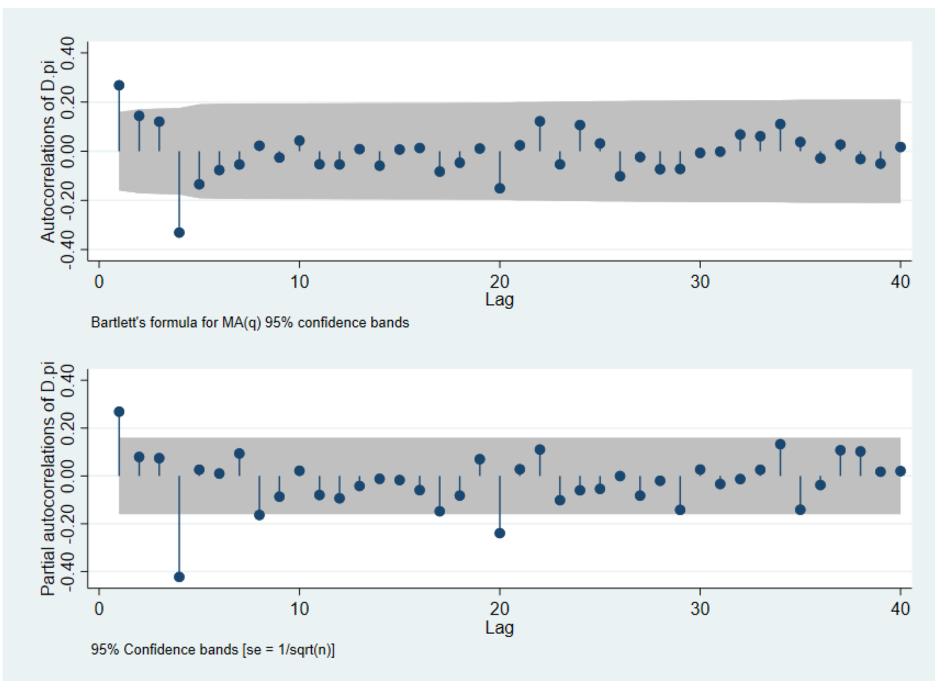

Figure 7: Raíces de los coeficientes de media móvil y autoregresivos

Igual que en la estimación del modelo anterior; vamos a utilizar las mismas dos metodologías para seleccionar el orden de integración y de media móvil.

- **Graficas pac y ac**: Para este caso existen menos posibles combinaciones al momento de estimar los preparatorios: para el componente p solamente el rezago 1 y 4 son estadísticamente significativos y esto mismo sucede con la grafica de autocorrelacion, en donde podemos concluir que para el orden q solo hay dos casos 1 y 4; de este modo estos son todos los posibles modelos ARIMA a estimar: $ARIMA(1, 1, 1)$, $ARIMA(4, 1, 1)$, $ARIMA(4, 1, 4)$, $ARIMA(1, 1, 4)$.

Del mismo modo que arriba; vamos a solamente mostrar los criterios de información de los 4 modelos y posteriormente mostrar la regresión del que seleccionamos como mejor modelo.

Table 8: Resumen del modelo ARMA

Model	LL	df	AIC	BIC	HQIC
ARIMA(1,1,1)	-203.1657	4	414.3314	426.4005	419.2345
ARIMA(4,1,1)	-187.3728	7	388.7456	409.8665	397.326
ARIMA(4,1,4)	-180.2921	10	380.5842	410.757	392.842
ARIMA(1,1,4)	-181.5855	7	377.171	398.292	385.7515

Como podemos ver en la tabla 8; el modelo que nos arroja los valores mas bajos en todos los criterios de información es el ARIMA(1,1,4). Este modelo pasa a ser candidato como uno de los posibles mejores modelos a estimar, si la metodología 2 nos confirma que este es el mejor modelo de todas las posibles combinaciones, según los criterios de información, este sera el único candidato de modelo a estimar.

- **Seleccionar máximos hiperparametros y correr a la fuerza los modelos:**

Table 9: Resumen del modelo ARMA

Model	LL	df	AIC	BIC	HQIC
ARMA(0,0)	-209.1847	2	422.3694	428.404	424.821
ARMA(0,1)	-204.221	3	414.442	423.4938	418.1193
ARMA(0,2)	-203.6437	4	415.2874	427.3565	420.1905
ARMA(0,3)	-192.0334	5	394.0669	409.1533	400.1958
ARMA(0,4)	-186.7291	6	385.4582	403.5619	392.8128
ARMA(1,0)	-203.5643	3	413.1285	422.1804	416.8059
ARMA(1,1)	-203.1657	4	414.3314	426.4005	419.2345
ARMA(1,2)	-201.6186	5	413.2371	428.3235	419.366
ARMA(1,3)	-189.4345	6	390.8689	408.9726	398.2236
ARMA(1,4)	-181.5855	7	377.171	398.292	385.7515
ARMA(2,0)	-203.0894	4	414.1789	426.248	419.082
ARMA(2,1)	-203.053	5	416.106	431.1924	422.2349
ARMA(2,2)	-199.3618	5	408.7237	423.8101	414.8526
ARMA(2,3)	-186.0694	7	386.1389	407.2598	394.7193
ARMA(2,4)	-181.36	8	378.72	402.8583	388.5262
ARMA(3,0)	-202.6663	5	415.3327	430.4191	421.4616
ARMA(3,1)	-195.9622	6	403.9245	422.0282	411.2791
ARMA(3,2)	-193.7273	7	401.4547	422.5756	410.0351
ARMA(3,3)	-198.2199	7	410.4398	431.5608	419.0203
ARMA(3,4)	-180.6868	9	379.3736	406.5292	390.4056
ARMA(4,0)	-187.4244	6	386.8488	404.9525	394.2035
ARMA(4,1)	-187.3728	7	388.7456	409.8665	397.326
ARMA(4,2)	-187.3724	8	390.7448	414.883	400.551
ARMA(4,3)	-185.9208	9	389.8416	416.9971	400.8736
ARMA(4,4)	-180.2921	10	380.5842	410.757	392.842

Selected (max) LL: ARMA(4,4)
Selected (min) AIC: ARMA(1,4)
Selected (min) BIC: ARMA(1,4)
Selected (min) HQIC: ARMA(1,4)

Dado que esta vez las gráficas nos indican que el máximo resago a tener en cuenta, sin que se genere un modelo muy complejo y poco parsimonioso es 4, se van a correr todas las posibles combinaciones hasta 4 como máximo hiperparametro en q y p. Como se puede observar en la tabla 8 al correr todos los posibles modelos y calcular los criterios de información, otra vez, encontramos una convergencia entre las dos metodologías usadas (cosa que no sucede siempre) y podemos volver a concluir que el mejor modelo a estimar, respaldado por la identificación gráfica y la fuerza bruta computacional es un ARIMA(1,1,4).

3.0.2 Estimación ARIMA(1,1,4):

Los coeficientes del arima estimado se presentan en la tabla 9. A diferencia del primer modelo que presentamos, en este todos los coeficientes de media móvil no resultan significativos estadísticamente; y aunque esto no concluye si el modelo sera bueno, o no, para pronosticar la inflación en el futuro; si nos esta arrojando señales de que puede que alguno de los tests de diagnostico generen problemas.

Table 10: ARIMA(1,1,4) para la diferencia de la inflación en Maryland

VARIABLES	(1) pi	(2) ARMA	(3) sigma
L.ar		0.630***	
		(0.0841)	
L.ma		-0.397	
		(1.538)	
L2.ma		-0.0624	
		(926.8)	
L3.ma		0.0429	
		(830.8)	
L4.ma		-0.583	
		(896.8)	
Constant	-0.0130		0.794
	(0.0104)		(610.7)
Observations	151	151	151

Standard errors in parentheses
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

3.0.3 Diagnostico:

Claramente vamos a aplicar las mismas 3 pruebas, explicadas previamente, para diagnosticar si este modelo cumple con los supuestos de estacionalidad e invertibilidad.

Prueba de Portmanteu: Esta prueba tiene sujeta el siguiente sistema de hipótesis:

$$Ho : Los\, errores\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

$$H1 : Los\, errores\, NO\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

Table 11: Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic	24.4861
Prob > chi2(40)	0.9745

Dado que el p valor es mayor a cualquier nivel de significancia, no existe la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; por lo que podemos concluir con certeza que los residuos generados por el modelo ARIMA(1,1,4) son ruido blanco.

Prueba del circulo unitario:

Como podemos observar en la figura 7 uno de los valores propios de los coeficientes de media móvil estan sobre el circulo unitario. Con este resultado podemos concluir que este modelo no cumple el supuesto de invertibilidad y no se pueden generar pronósticos confiables con el mismo.

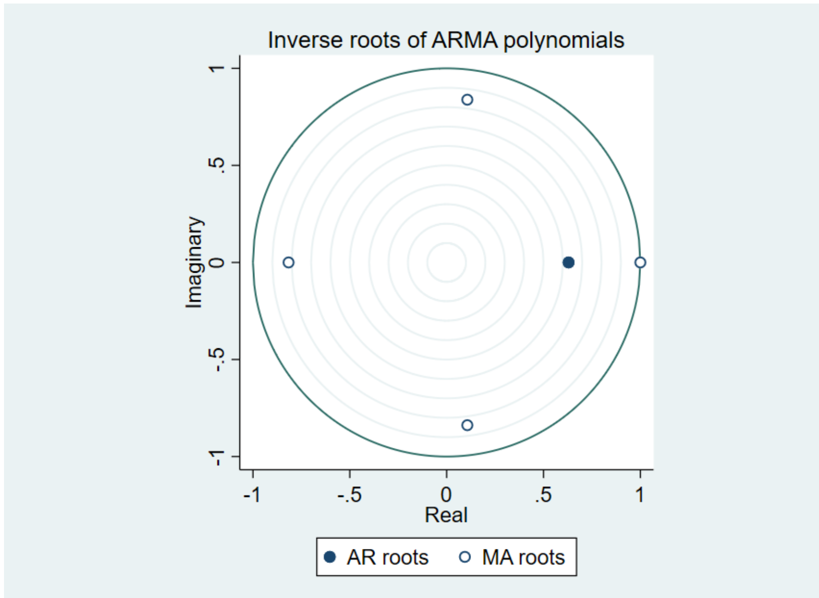

Figure 8: Raíces de los coeficientes de media móvil y autoregresivos

3.0.4 Estipulación de un nuevo modelo:

Como el modelo ARIMA(1,1,4) no resulto estadísticamente significativo; vamos a retomar la tabla 8 y la metodología de las gráficas de correlación, en donde podemos ver que por el criterio de información Bayesiano, el siguiente modelo que se debería estimar es el $ARIMA(4,1,1)$. Sin embargo si retomamos la metodología 2 (fuerza bruta computacional) tabla 9, podemos observar que el siguiente modelo que genera los criterios de información mas bajos es el $ARIMA(2,1,3)$.

En esta caso ambas metodologías divergen y presentan modelos diferentes como el posible mejor model; pero dado que ambas metodologías son iguales de validas y tienen la misma capacidad de generar la mejor selección de los hiperparametros de autocorrelacion y media móvil, vamos a presentar estimar ambos modelos y realizar su propio análisis para posteriormente, y si ambos cumplen todos los supuestos, compararlos contra el mejor modelo generado asumiendo 5 porciento de nivel de signifícanos, que como ya vimos fue un ARMA(1,3).

3.0.5 Estimación ARIMA(4,1,1):

En la tabla 12 se presenta la estimación del modelo ARIMA(4,1,1) en este caso podemos observar como aun existen coeficientes que no son estadísticamente significativos, para ser mas concretos, solo los coeficientes autoregresivo 3 y 4 son estadísticamente significativos; mientras que los coeficientes autoregresivos de orden 1, de orden 2, y el coeficiente de media móvil resultan no ser estadísticamente significativos este análisis proviene de la interpretación del p valor en donde en ninguno de los casos logramos rechazar la hipótesis nula de que el parámetro estimado sea diferente de 0.

Esto otra vez nos podría estar indicando que en los tests de estacionariedad e invertibilidad se pueden generar problemas; pero si comparamos los coeficientes estimados de este modelo contra los del Arima(4,1,1) por lo menos ahora se estimaron dos coeficientes estadísticamente significativos; esta es una comparación que, aunque resulta coherente, en el modelaje univariado no es la mas adecuada, dado que como veremos mas adelante aunque solo dos coeficientes resulten significativos el modelo lograra cumplir los supuestos adecuados para realizaar pronosticos confiables.

Table 12: ARIMA(4,1,1) para la diferencia de la inflación en Maryland

VARIABLES	(1) pi	(2) ARMA	(3) sigma
L.ar		0.224	
		(0.142)	
L2.ar		0.0944	
		(0.0796)	
L3.ar		0.169***	
		(0.0642)	
L4.ar		-0.433***	
		(0.0588)	
L.ma		0.0618	
		(0.165)	
Constant	0.0211		0.834***
	(0.0864)		(0.0491)
Observations	151	151	151

Standard errors in parentheses
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

3.0.6 Diagnostico ARIMA(4,1,1):

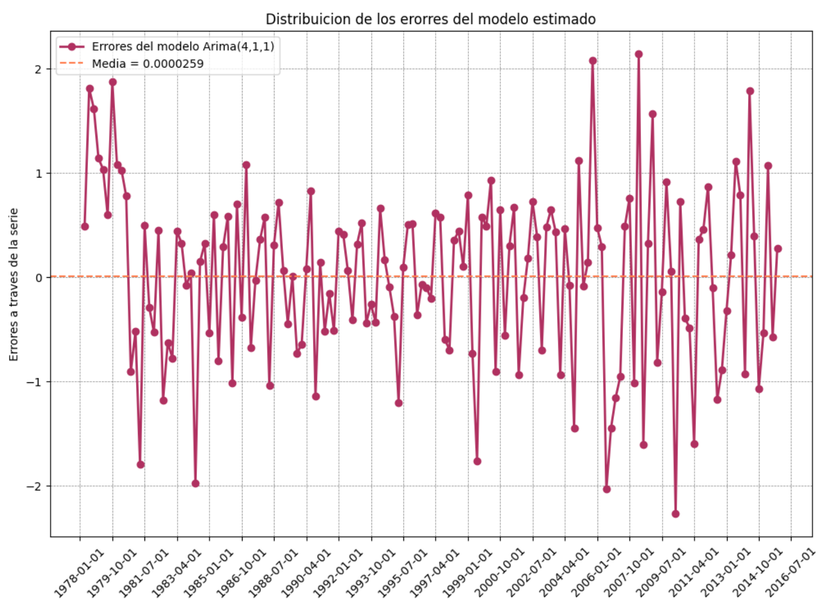

Figure 9: Distribución de los errores generados por el modelo.

En la figura 9 podemos observar como una vez mas los errores parecieran tener una distribución de ruido blanco esto debido a que nuevamente todos suelen estar centrados en la media de 0.0118798. Algo que vale la pena recalcar es que para esta serie diferenciada una vez, el modelo esta generando menos valores atípicos; podemos encontrar alta variabilidad en las secciones que fueron atípicas en la serie original, como la crisis del 2008, pero en comparación con el Arima(1,0,3) estos errores parecen estar mas controlados.

Con la tabla 13 podemos concluir de manera parcial que pareciera que los errores generados por el modelo son ruido blanco; sin embargo con estad estadísticas si podemos concluir que este modelo esta generado errores atípicos, esto debido a que la mediana no se esta desplazando en un nivel significativo

Table 13: Estadísticas de los errores para el modelo Arima(4,1,1)

	Variable	Media	Mediana	Desviacion estandar	Rango	Simetria
0	Inflacion	0.0118798	0.103758	0.840002	4.41125	-0.160067

de la media y la simetría es mas cercana a 0 que en lo que se logro encontrar en el Arima(1,0,3) lo que da indicios, también, de que estos errores lograran pasar las pruebas pertinentes que comprueban si efectivamente son ruido blanco o no.

Prueba de Portmanteu: Esta prueba tiene sujeta el siguiente sistema de hipótesis:

$$Ho : Los\, errores\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

$$H1 : Los\, errores\, NO\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

Table 14: Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic	24.1026
Prob > chi2(40)	0.9779

Dado que el p valor es mayor a cualquier nivel de significancia, no existe la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; por lo que podemos concluir con certeza que los residuos generados por el modelo ARIMA(4,1,1) son un ruido blanco.

Prueba de bartlett: Como se puede ver en la figura 10; todos los valores están dentro de las bandas de confianza generadas por el gráfico, lo que termina de concluir los resultados ya obtenidos con el test de Portmanteu y el análisis gráfico, los errores del modelo se distribuyen como un ruido blanco.

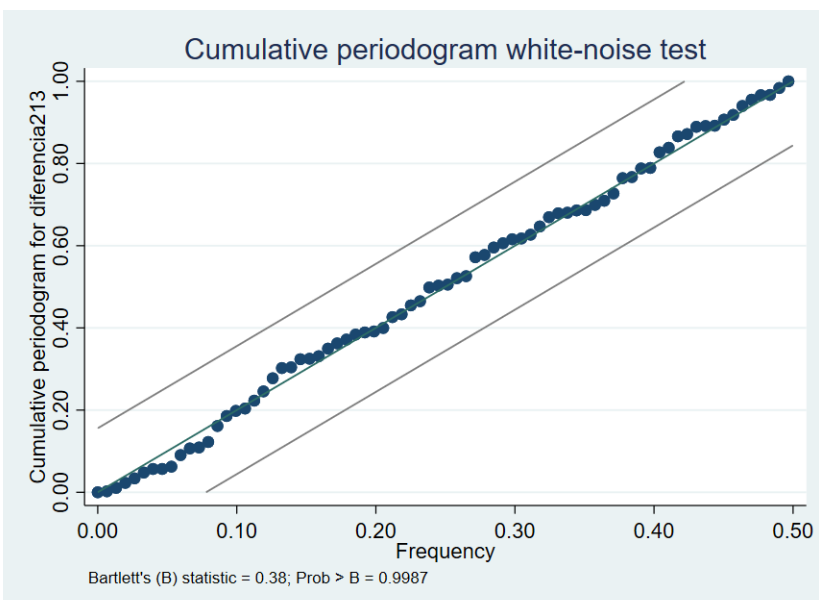

Figure 10: Test de bartlett para el modelo arima(4,1,1)

Prueba del circulo unitario: Como se puede ver en la figura 11; todas las raíces del modelo están dentro del circulo unitario a un nivel aceptable (no están rozando el borde). Con esto podemos concluir que todos los parámetros satisfacen el supuesto de invertibilidad. Ya simplemente por este hecho este modelo es mejor que el previamente estimado (arima(4,1,1)) y nos deja en evidencia una falencia fuerte de esta metodologia; a veces los criterios de información no son los que tienen la ultima palabra al momento de encontrar el mejor orden de los parámetros p y q, se pueden presentar casos como este, en donde el mejor modelo por criterios de información sea estadísticamente incapaz de generar pronósticos significativos. La conclusión obvia es que hay que tener cuidado con los criterios de información, y no descartar todos los posibles modelos solo por que exista uno que predomine en todos los criterios de información.

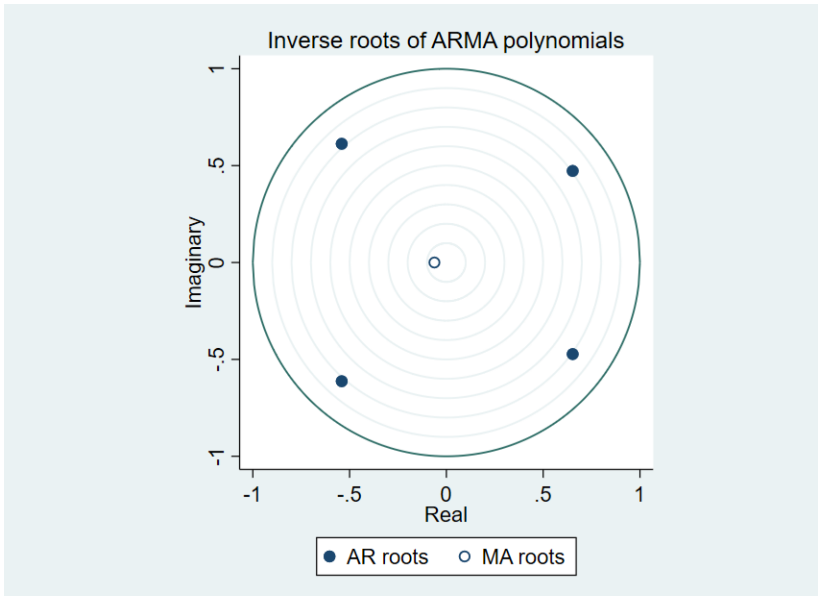

Figure 11: Raíces de los coeficientes de media móvil y autoregresivos

Con estos resultados podemos afirmar con certeza estadística que este modelo (Arima(4,1,1)) sirve para pronosticar el futuro de la inflación, asumiendo un nivel de significancia del 1 porciento en la prueba de dickey fuller. Ahora bien dado que este modelo cumple con todos los supuestos estipulados por la econometría clásica y aun hace falta estimar el modelo arima(2,1,3) puede que este no sea el mejor modelo para compararse contra el ARMA(1,3) ni para hacer pronósticos.

3.0.7 Estimación ARIMA(2,1,3):

En la tabla 15 podemos observar todos los coeficientes del segundo modelo a estimar bajo este nivel de significancia. El arima(2,1,3) a simple vista esta generando mejores resultados que el previo modelo que se analizo; esto debido a que para este modelo todos los coeficientes de media móvil y auto regresivos dieron significativos estadísticamente. Pero al igual también es necesario realizar el análisis de los supuesto para determinar si también estamos en la presencia de un modelo que cumple los supuestos de estacionariedad e invertibilidad y analogamente un modelo con capacidades estadisticas para realizar pronosticos.

Table 15: ARIMA(2,1,3) para la diferencia de la inflación en Maryland

VARIABLES	(1) pi	(2) ARMA	(3) sigma
L.ar		-0.404***	
		(0.117)	
L2.ar		-0.429***	
		(0.114)	
L.ma		0.736***	
		(0.0958)	
L2.ma		0.828***	
		(0.0785)	
L3.ma		0.631***	
		(0.0648)	
Constant	0.0328		0.825***
	(0.122)		(0.0468)
Observations	151	151	151

Standard errors in parentheses
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

3.0.8 Diagnostico ARIMA(2,1,3):

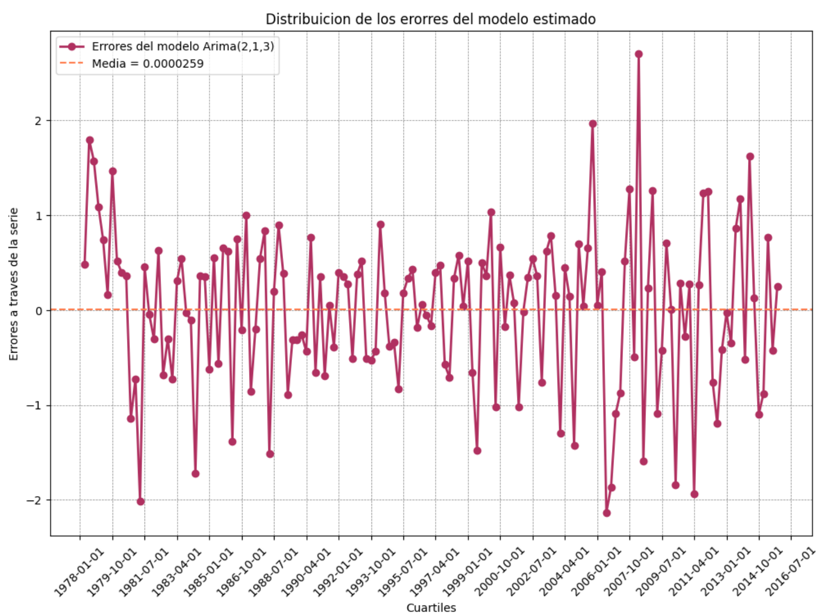

Figure 12: Distribución de los errores generados por el modelo.

En la figura 12 podemos observar que este modelo, gráficamente, también parece generar errores que se distribuyen como un ruido blanco; estos errores parecen seguir la misma tendencia del modelo analizado anteriormente, con mayor variabilidad en los datos que son "descontrolados" en la serie original, pero la media si resulta ser menor que en el modelo anterior, y esto basta para concluir que este modelo, en promedio, genera errores mas cercanos a 0.

Con la tabla 16 podemos realizar un análisis comparativo entre las estadísticas de este modelo y el Arima(2,1,3); de este análisis podemos concluir que ambos modelos generan resultados, en termino de los errores, bastante parecidos. La única estadística que difiere considerablemente es la media: para el Arima(4,1,1) es de 0.0118798 y para el Arima(2,1,3) es de 0.00333649, pero la mediana es mas grande

Table 16: Estadísticas de Variables

	Variable	Media	Mediana	Desviación estándar	Rango	Simetria
0	Inflacion	0.00333649	0.140206	0.833007	4.83245	-0.150626

en este modelo (0.103758 en el primero y 0.140206 en este modelo) dado que la media es menor para este modelo pero la mediana es casi la misma en ambos modelos, esto indica la presencia de mayores valores atípicos que están desplazando la media. Por el lado de la desviación estándar ambos modelos tienen la misma variabilidad de los datos desde la media; el rango otra vez es muy parecido siendo 4.41125 en el primero y 4.83245 para este modelo, y por ultimo la simetría es casi la misma para ambos modelos (-0.160067 y -0.150626). Con esto podemos garantizar que este modelo también pasara los test de ruido blanco pero veamos los resultados:

Prueba de Portmanteu: Esta prueba tiene sujeta el siguiente sistema de hipótesis:

$$Ho : Los\, errores\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

$$H1 : Los\, errores\, NO\, se\, distribuyen\, como\, un\, ruido\, blanco$$

Table 17: Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic	20.9681
Prob > chi2(40)	0.9925

Dado que el p valor es mayor a cualquier nivel de significancia, no existe la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; por lo que podemos concluir con certeza que los residuos generados por el modelo ARIMA(2,1,3) se distribuyen como un ruido blanco.

Prueba de bartlett: Como se puede ver en la figura 13; todos los valores están dentro de las bandas de confianza generadas por el gráfico, lo que termina de concluir los resultados ya obtenidos con el test de Portmanteu, los errores del modelo se distribuyen como un ruido blanco.

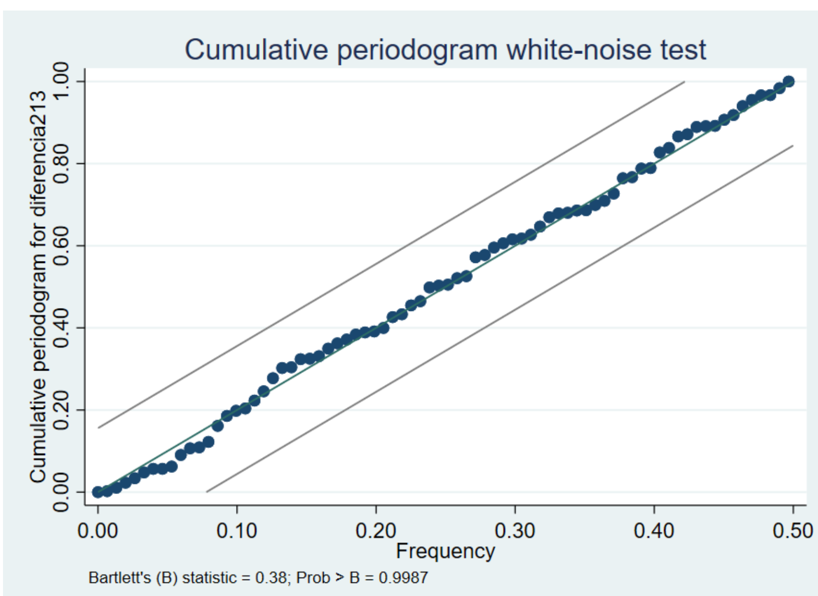

Figure 13: Test de bartlett para el modelo arima(2,1,3)

Prueba del circulo unitario: Con la figura 14 podemos concluir que todos los parameteros estimados en el modelo $Arima(2,1,3)$ cumplen con el supuesto de estacionariedad; dado que todas las raíces, o valores propios, del modelo están dentro del circulo unitario. Ahora bien, para este modelo sucede algo que puede llegar a ser criterio para descartarlo como un modelo que genere buenos pronósticos; en este modelo dos de los valores propios están muy cerca de la circunferencia unitaria, para ser mas concretos: el modulo de estos valores es de **.934218**, y si bien la literatura econométrica solo nos indica que el valor absoluto de las raíces tiene que ser menor a 1 para cumplir con el supuesto de estacionariedad, indicando así que este modelo cumple este supuesto; lo ideal seria que las raíces del modelo no se acerquen tanto a 1, por lo que vamos a trabajar con mas cautela los datos de pronostico que arroje este modelo.

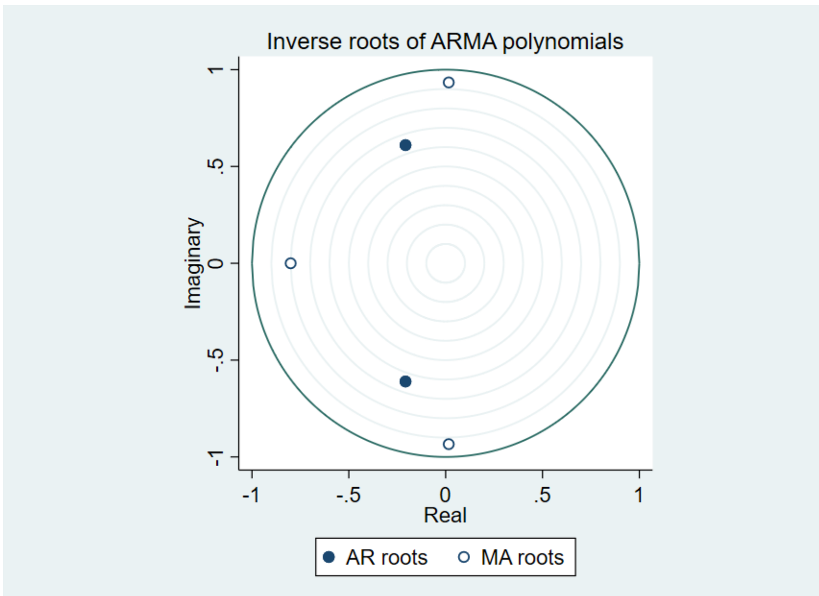

Figure 14: Test del circulo unitario para el modelo arima(2,1,3)

Con estos resultados podemos afirmar con certeza estadística que este modelo (Arima(2,1,3)) sirve para pronosticar el futuro de la inflación, asumiendo un nivel de significancia del 1 porciento en la prueba de dickey fuller.

4 Pronostico:

Después de haber realizado todo el proceso de identificación, estimación y diagnostico para la inflacion en Maryland EEUU, logramos concluir, estadísticamente, que los mejores modelos generadores de datos son: $Arima(1,0,3)$, $Arima(4,1,1)$, $Arima(2,1,3)$; según la teoría econométrica cada uno de estos modelos son igual de capaces de realizar un pronostico significativo; en esta sección se presentaran cada uno de los pronósticos de cada modelo así como una comparación entre los mismos para lograr concluir cual es el mejor modelo para la serie de tiempo de la inflación en Maryland.

Dado que estos modelo cobran significancia al momento de pronosticar las variables en el corto plazo, se decidió realizar el pronostico de la inflación a 4 trimestres (1 año). Pero antes de presentar los pronósticos se presentara en forma de ecuación matemática los 3 modelos:

- $Arima(1,0,3)$**:**

$$\pi_t = \beta_o + \beta_1\pi_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-1} + \beta_3\varepsilon_{t-2}\beta_4\varepsilon_{t-3} \, , \, \varepsilon \sim iidN(0,\sigma^2) \tag{1}$$

  Donde: β_o es una constante y β_1,β_2,...β_k son los diferentes parámetros a estimar. ε_t,ε_{t-1},...,ε_{t-k} es un ruido blanco y sus respectivos k rasgos incluidos. π_t , π_{t-1},...,π_{t-k} es la inflación y sus respectos k resagos incluidos en el modelo

- $Arima(4,1,1)$:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \Phi_3 B^3 - \Phi_4 B^4)(1 - B)\pi_t = \beta_0 + (1 + \theta_1 B)\varepsilon_t\,,\ \varepsilon \sim iidN(0, \sigma^2) \tag{2}$$

- $Arima(2,1,3)$:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2)(1 - B)\pi_t = \beta_0 + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3)\varepsilon_t\,,\ \varepsilon \sim iidN(0, \sigma^2) \tag{3}$$

Donde: β_o es una constante. Φ_1,Φ_2,...Φ_k son los k parámetros autoregresivos a estimar y θ_1,θ_2,...θ_k son los k parametros de media movil a estimar. π_t Es la variable objetivo, en este caso la inflación en Maryland y ε_t es una realización de ruido blanco.

Como para estos dos modelos se aplico una diferencia, $(1 - B)$ representa la diferencia de orden 1 en la serie de tiempo.

4.0.1 Resultados de los pronósticos gráficamente :

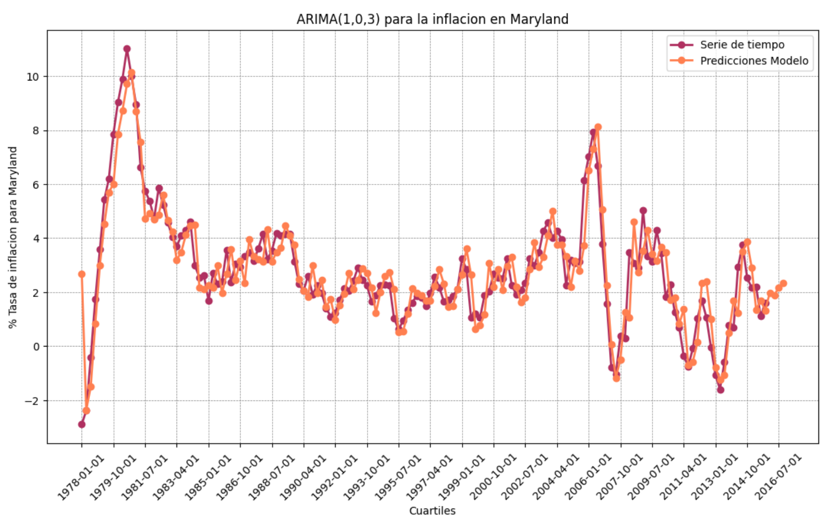

Figure 15: Predicciones de la inflación con el modelo Arima(1,0,3)

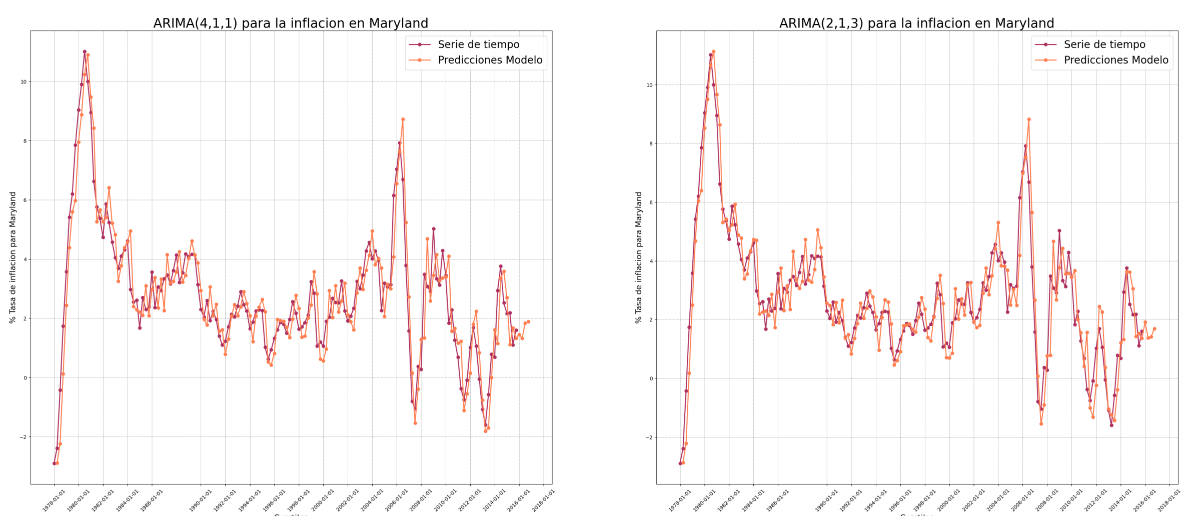

Figure 16: Predicciones de la inflación con los modelos a 1 porciento de nivel de significancia

De las figuras 15 y 16 podemos concluir, gráficamente, que todos los modelos se están ajustando de una manera apropiada a la variabilidad de la serie. Gráficamente no encontramos un intervalo de tiempo en donde el modelo haya realizado un pronostico descabellado y hasta en los picos que se salen de la media, podemos observar como el modelo logra ajustarse a la serie; esto nos indica que el uso de la metodología Box-Jenkings sumado a el uso intensivo de capacidad computacional, da como resultado modelos que se ajustan de manera satisfactoria a la variabilidad de la serie.

4.0.2 Resultados de los pronósticos numéricamente:

Por otro lado, si se realiza un análisis mas minuciosos podríamos concluir, gráficamente, que el modelo ARIMA(1,0,3) realizo pronósticos con mas variabilidad con respecto a la serie observada; de igual modo todos estos resultados tienen que ser corroborados estadísticamente dado que las conclusiones gráficas suelen ser poco fiables en la mayoría de los casos. Con solo este simple análisis gráfico no somos capaces de concluir que modelo esta realizando las mejores predicciones.

Hablando del forecast al futuro numericamente(ver tabla 18), todos los modelos pronosticaron valores de la inflación en aumento para el primer trimestre, y para el resto del año los modelos divergieron en los resultados de la siguiente manera: el Arima(1,0,3) indica que la inflación solo ira en aumento llegando a 2.3 al final de 2018, este es el valor pronosticado mas alto; por otro lado los modelos con diferenciación, pronosticaron resultados de la inflación mas conservadores, el Arima(4,1,1) predice que la inflación sera de 1.885 al final del 2018, pero este modelo predice la misma inflación para los dos últimos cuartales del 2018, este resultado no suele ser tan común en el comportamiento del la inflación dado que siempre suele variar por lo menos decimales y si analizamos la serie para Maryland este resultado nunca se ha presentado. El Arima(2,1,3) predice que después del aumento a 1.9 la inflación se reducirá en una magnitud significativa llegando a 1.3. Este también es un resultado que resulta interesante al momento del análisis.

Table 18: Valores observados y predichos por diferentes modelos ARIMA

Periodo	Valores Observados	Arima(1,0,3)	Arima(4,1,1)	Arima(2,1,3)
2017q4	1.6057	1.327	1.326	1.357
2018q1	-	1.978	1.451	1.910
2018q2	-	1.888	1.328	1.371
2018q3	-	2.166	1.837	1.411
2018q4	-	2.347	1.885	1.687

Se podría llegar a concluir que el modelo que esta generado mejores resultados es el Arima(1,0,3); este resultado esta basado en la tendencia que se esta presentado en la inflación en los últimos periodos y como se espera que la inflación aumente debido a que pareciera que la economía se esta reactivando después de una fuerte volatilidad que dejo la crisis del 2008. De todos modos este es un resultado totalmente supersticioso y del análisis humano; pero existen formas matemáticas y estadísticas para concluir en cual modelo confiar:

4.0.3 Comparación de modelos:

La idea de esta sección es encontrar cual de los 3 modelos genera los resultados mas confiables, teniendo claro que los tres por separado fueron estimados teniendo en cuenta toda la teoría estadística a su favor; con esto queremos aclarar que los 3 son igual de validos a los ojos de la metodología de Box-Jenkins y, en teoría, los tres modelos están generando pronosticos igual de validos.

Para encontrar cual de tres modelos es el mejor y terminar de concluir si trabajar con la serie original y asumiendo un nivel de significancia del 5 porciento es mas beneficioso que diferenciar la serie pero asumir el nivel de significancia mas bajo, vamos a incurrir en dos métodos:

- **Evaluación de rendimiento de los modelos:** En este método vamos a calcular y comparar el R^2 el MAE y el MSE de cada modelo; estos 3 indicadores son útiles al momento de comparar modelos dado que los tres nos dan información de cuanta varianza esta captando nuestro modelo y que tan grande son los errores generados por el modelo. Claramente el mejor modelo sera aquel que tenga un R^2 cuadrado mayor y un MAE y MSE menor.

- **Test de Mariano:** Este es un test de prueba de hipótesis con el siguiente sistema de hipótesis asociado:

$$Ho : No\, hay\, diferencia\, significativa\, entre\, la\, presicion\, de\, los\, dos\, modelos$$

$$H1 : Uno\, de\, los\, modelos\, es\, significativamente\, mas\, preciso\, que\, el\, otro$$

  Este test analiza las capacidades predicativas entre dos modelos y logra identificar cual de los dos genera mejores pronósticos; dado que tenemos 3 modelos a comparar y el test solo admite la comparación entre dos modelos, primero se compararan los dos modelos de 1 porciento de nivel de significancia y el que genere mejor pronostico se comparara contra el Arima(1,0,3). Teniendo esto claro se procede a realizar las comparaciones entre modelos:

Evaluación de rendimiento de los modelos:

Table 19: Rendimiento de los modelos:

	R2	MSE	MAE
$Arima(1,0,3)$	0.868	0.615	0.631
$Arima(4,1,1)$	0.848	0.705	0.678
$Arima(2,1,3)$	0.851	0.693	0.659

De la tabla 19 la conclusión es clara, el modelo que mas se esta ajustando a la varianza de los datos y esta generando los errores de pronostico mas pequeños es el Arima(1,0,3); un problema de esta manera de comparar modelos es cuando los 3 indicadores divergen y señalan modelos diferentes como los mejores al momento de predecir, pero en nuestro caso este método dejan un claro ganador y por medio del rendimiento de los modelos podemos concluir que deberiamos decantarnos por el forecast al futuro generado por el **Arima(1,0,3)**

Test de Mariano:

En la tabla 20 se le realizo el test de Mariano a los modelos Arima(2,1,3) y Arima(4,1,1); y la conclusión es que según el criterio de Mariano el mejor modelo para generar pronósticos es el Arima(2,1,3); este resultado es interesante dado que si recordamos este modelo (Arima(2,1,3)) salio de la metodología del uso del musculo computacional envés de las gráficas pac y ac y es mas, este modelo nunca hubiera podido ser estimado por medio de las gráficas; podríamos entonces concluir lo que ya se había dicho, en forma de supuesto, en esta investigación: que las gráficas pac y ac pueden ser triviales y obviar el verdadero mejor modelo al momento de pronosticar datos, consideramos que se requiere de la intervención de otras metodologías para solventar las falencias de las mismas gráficas.

Table 20: Comparación de pronósticos Arima(2,1,3) vs Arima(4,1,1)

Conclusión	S(1)	p-value
By this criterion, Arima(2,1,3) is the better forecast	.3242	0.7458

Otro resultado importante que vale la pena aclarar es el p valor, y es que dado que el p valor es mayor que el nivel de significancia, no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, entonces podemos concluir que aunque el test nos indique que el Arima(2,1,3) genera los mejores pronósticos, estos mejores pronósticos no son estadísticamente significativos.

Table 21: Comparación de pronósticos Arima(2,1,3) vs Arima(1,0,3)

Conclusión	S(1)	p-value
By this criterion, Arima(1,0,3) is the better forecast	-3.342	0.0008

Dado que concluimos que el mejor modelo generador de datos, bajo el criterio de mariano, es el Arima(2,1,3) ahora vamos a proceder a comparar este modelo contra el mejor modelo que se estimo con la serie sin diferencia. Lo resultados se presentan en la tabla 21: en esta tabla observamos como el mejor modelo que pronostica datos es el Arima(1,0,3); la primera característica que evidenciamos es que para esta comparación de modelos, con el p valor podemos rechazar la hipótesis nula de que no hay diferencia significativa entre los pronósticos de los modelos, entonces, existen suficiente evidencias estadísticas para concluir que el modelo Arima(1,0,3) genera los mejores pronósticos y es el mejor posible modelo para pronosticar la inflación en Maryland;este resultado también resulta interesante, dado que asumir un nivel de significancia del 1 porciento, para este caso, no era la mejor metodología a seguir y no se hubiera llegado a el mejor modelo posible.

En base a esto podríamos concluir que el comportamiento de la inflación para el primer trimestre del 2018 sera a la alta pasando de 1.37 porciento a 1.9 porciento y al final del año la inflación continuara con comportamiento al alta llegando a niveles cercanos a 2.3 porciento.

Este aumento puede ser explicado desde una perspectiva económica por varios factores interrelacionados. En primer lugar, el crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) en la región es un indicador clave. Un PIB en crecimiento puede implicar una mayor actividad económica, lo que a su vez puede generar presiones inflacionarias debido a la mayor demanda de bienes y servicios. Además, el aumento del PIB per cápita en Maryland indica un incremento en el poder adquisitivo de las personad, lo que puede impulsar aún más la demanda y, por ende, los precios. El incremento en la población también puede desempeñar un papel significativo porque implica una mayor cantidad de consumidores incrementando la demanda total. Desde la teoría económica, esto puede llevar a un fenómeno conocido como "sobrecalentamiento", donde la demanda crece muy rápido en el corto plazo, generando presiones inflacionarias. Como escribió el economista John Maynard Keynes en su libro la Teoría general del empleo, el interés y el dinero de 1936, "la demanda agregada, al determinar el nivel de empleo de la economía va a determinar el comportamiento de la tasa de crecimiento del PIB y el nivel general de precios". Por lo tanto, en este contexto, el crecimiento en la demanda agregada juega un papel crucial en la determinación de la inflación. El aumento del gasto de los consumidores, las inversiones y el gasto público pueden impulsar la demanda agregada, lo que puede conducir a un aumento en los precios de los bienes y servicios, por lo que el pronóstico de aumento de la inflación en Maryland para los años 2018 y 2019 puede ser explicado por estos factores que alteran la tasa.