

Programación No Lineal y Computación Científica

# Influencia a través de modelos de opinión

Esteban Agenjo, Raúl  
Ramírez Puertas, Pablo



UCA

Universidad  
de Cádiz

May 31, 2022

- 1 Introducción
- 2 Desarrollo del Modelo
- 3 Formulación del Problema
- 4 Programación

# INTRODUCCIÓN

¿Qué es un modelo de opinión?

Modelo matemático que busca describir la evolución de la opinión de un conjunto de individuos sobre un tema en particular.

# Modelo de Opinión

## ¿Qué es un modelo de opinión?

Modelo matemático que busca describir la evolución de la opinión de un conjunto de individuos sobre un tema en particular.

## Objetivo

Añadir la repercusión que tiene la publicidad a la opinión, y buscar minimizar dicha publicidad de tal forma que sea lo más eficiente posible, es decir, con la menor cantidad de publicidad obtener una opinión social favorable.

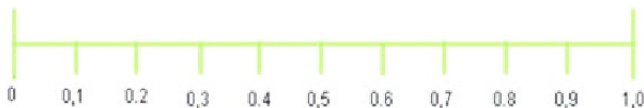


# DESARROLLO DEL MODELO

# Desarrollo del Modelo I

Hemos asumido varias partes claves del Modelo de opinión:

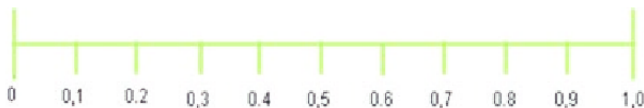
- Las opiniones cambian con respecto al tiempo.



# Desarrollo del Modelo I

Hemos asumido varias partes claves del Modelo de opinión:

- Las opiniones cambian con respecto al tiempo.
- El desplazamiento entre opiniones es constante.

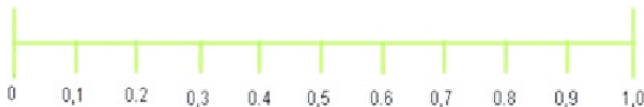




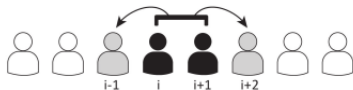
# Desarrollo del Modelo I

Hemos asumido varias partes claves del Modelo de opinión:

- Las opiniones cambian con respecto al tiempo.
- El desplazamiento entre opiniones es constante.
- Intervalo  $[0,1]$

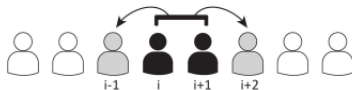


Interacción entre opiniones:

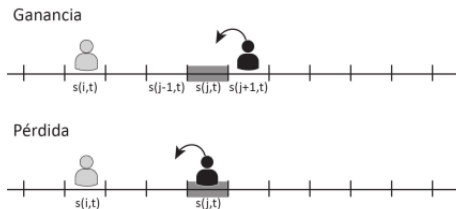


# Desarrollo del Modelo II

Interacción entre opiniones:



Ganancias y pérdidas de opiniones entre intervalos:



# Formulación del Modelo de Opinión

Definimos:

- Número de individuos en la población:  $N$ .
- Opinión del individuo  $j$  en el instante  $t$ .
- Subintervalos de opinión:  $I_1, I_2, \dots, I_n$
- Densidad de población en el intervalo  $i$  en el instante  $t$ :  
$$s(i, t) = \frac{\#I_i}{N}$$

# Formulación del Modelo de Opinión

Definimos:

- Número de individuos en la población:  $N$ .
- Opinión del individuo  $j$  en el instante  $t$ .
- Subintervalos de opinión:  $I_1, I_2, \dots, I_n$
- Densidad de población en el intervalo  $i$  en el instante  $t$ :  
 $s(i, t) = \frac{\#I_i}{N}$

$$\begin{aligned} \frac{ds(j, t)}{dt} = & (s(j+1, t) - s(j, t)) \sum_{i \leq j} s(i, t) + s(j-1, t) \\ & - s(j, t) \sum_{i \geq j} s(i, t) + 2s(j, t) \end{aligned}$$

# FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Qué buscamos?

Nos interesa concentrar en una serie de intervalos  $I_{J_1}, \dots, I_{J_k}$  una densidad de población superior a un cierto valor  $l$ .

## ¿Qué buscamos?

Nos interesa concentrar en una serie de intervalos  $I_{J_1}, \dots, I_{J_k}$  una densidad de población superior a un cierto valor  $l$ .

## ¿Cómo conseguirlo?

Introducimos una cierta cantidad de individuos en la población con una opinión conocida.



# Función Objetivo

- Individuos introducidos con opinión en  $I_j$ :  $P(j)$ ,  $1 \leq j \leq n$ .
- Coste de introducir un individuo en el intervalo  $I_j$ :  $c_j$ .

- Individuos introducidos con opinión en  $I_j$ :  $P(j)$ ,  $1 \leq j \leq n$ .
- Coste de introducir un individuo en el intervalo  $I_j$ :  $c_j$ .

$$\min \sum_{j=1}^n c_j P(j) \quad (1)$$

- 1 **Cota de publicidad:**  $P(i) \leq \#I_i, 1 \leq i \leq n.$

① **Cota de publicidad:**  $P(i) \leq \#I_i, 1 \leq i \leq n.$

② **Sección de interés:**  $\sum_{q=1}^k S(J_q, T) \geq l$

① **Cota de publicidad:**  $P(i) \leq \#I_i, 1 \leq i \leq n.$

② **Sección de interés:**  $\sum_{q=1}^k S(J_q, T) \geq l$

③ **Condiciones iniciales:**  $S(i, 0) = \frac{P(i) + \#I_i}{N + \sum_{j=1}^n P(j)}$

¡Cuidado!

Al contemplar la posibilidad de introducir más población, algunos elementos de las ecuaciones que describen la evolución del sistema cambian.

$$S(i, t + dt) = S(i, t) + \frac{2}{N + \sum_{j=1}^n P(j)} \left( \begin{aligned} &(S(i + 1, t) - S(i, t)) \sum_{k=1}^i S(k, t) + \\ &(S(i - 1, t) - S(i, t)) \sum_{k=i}^n S(k, t) \end{aligned} \right) + 2S(i, t)^2$$

# PROGRAMACIÓN

# Muestra de Población

```
1 t <- 100 #Número de intervalos
2 N <- 1000 #Número de participantes
3 a <- 0 #Extremo inferior intervalo
4 b <- 1 #Extremo superior intervalo
5 l <- (b - a)/t #longitud del intervalo
6
7 Sample <- runif(N, a, b)
8 sortSample <- sort(Sample)
9 SampleDensity <- c(1:t)
10
11 e <- 1
12 counter <- 0
13 for(j in sortSample){
14   if(j<=l*e) {counter <- counter +1}
15   else {
16     SampleDensity[e] <- counter
17     e <- e+1
18     counter <- 0
19   }
20
21 }
22
23 sum(SampleDensity)
24 SampleDensity
25 for(i in c(1:t)) print(cat(i, ' ', SampleDensity[i]))
```

Figure: Código R



```

1  param N; #Número de participantes
2  param T; #Tiempo de evolución
3  param I; #Número de intervalos
4  set TT := {1 .. T};
5  set TTnull := {0 .. T};
6  set II := {1 .. I};
7  set II_inner := {2 .. I-1};
8  param Omega{II}; #Población dividida en intervalos
9  param Costs{II}; #Costes de publicidad
10 var P {II}, integer; #Publicistas por intervalo
11 var P_total;
12 var S {II, TTnull}; #Densidad de intervalos

```

Figure: Código AMPL 1

```

14 minimize advertisement: sum {i in II}(P[i]*Costs[i]);
15
16 #Definición de P_total
17 subject to P_total_def: P_total = sum{i in II}(P[i]);
18
19 #La publicidad debe ser, al menos, 0
20 subject to adv_nonneg {i in II}: P[i]>= 0;
21
22
23 #Condiciones iniciales
24 subject to initial_sets {i in II}: S[i, 0] = (Omega[i] + P[i])/(N+P_total);
25
26 #Evolución de los intervalos interiores
27 subject to evolution_inner {j in II_inner, t in TT}:
28     S[j, t] = S[j, t-1] + (2/(N+P_total))*((S[j+1, t-1] - S[j, t-1])*sum{i in 1 .. j}(S[i, t-1])
29         + (S[j-1, t-1] - S[j, t-1])*sum{k in j .. I }(S[k, t-1]) + 2*S[j, t-1]^2);
30
31 #Evolución del primer intervalo
32 subject to evolution_ext1 {t in TT}: S[1, t] = S[1, t-1] + (2/(N+P_total))*((S[2, t-1] - S[1, t-1])*sum{i in 1 .. 1}(S[i, t-1])
33     - (S[1, t-1])*sum{k in 1 .. I }(S[k, t-1]) + 2*S[1, t-1]^2);
34

```

Figure: Código AMPL 2

```

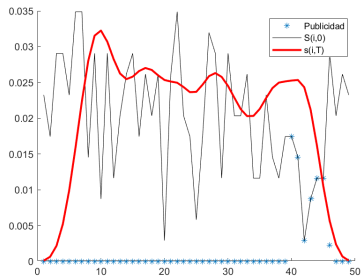
34
35 #Evolución del primer intervalo
36 subject to evolution_extN {t in TT}: S[I, t] = S[I, t-1] + (2/(N+P_total))*((- S[I, t-1])*sum{i in 1 .. I}(S[i, t-1])
37      + (S[I-1, t-1] - S[I, t-1])*sum{k in I .. I }(S[k, t-1]) + 2*S[I, t-1]^2);
38
39 #Condición de éxito
40 subject to success: sum{j in 35..I}(S[j, T]) >= 0.25;
41
42 #Límite de publicidad
43 subject to limit {i in II}: P[i] <= Omega[i];
44

```

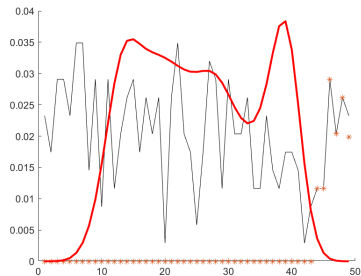
Figure: Código AMPL 3

# RESULTADOS

# Evolución con Publicidad



(a)  $T=1000$



(b)  $T=2000$

Figure: Evolución con publicidad

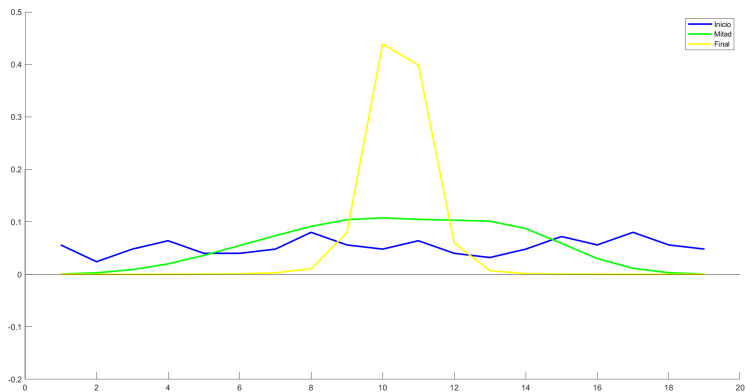


Figure: Evolución libre del modelo

# BIBLIOGRAFÍA

- Pedraza, L. y Pinasco, J.P.(2018). *Modelos de formación de opinión*. Universidad de Buenos Aires.
- Grima, C. (2018). *¡Que las matemáticas te acompañen!*. Ariel



FIN