

To The Moon

Primer Proyecto PNLCC

Pablo Ramírez Puertas y Raúl Esteban Agenjo

PNLCC

Marzo 2022

- ① Introduccion
- ② Bases para el desarrollo
- ③ Desarrollo del Modelo
 - Leyes de Newton
 - Describiendo la situación
 - ED aceleración
- ④ Formulación del Problema
 - Restricciones del problema
 - Discretización del problema
- ⑤ Resultados
- ⑥ Bibliografía

Combustible

Buscamos minimizar el uso de combustible, el cual va a utilizar dicho cohete.

Combustible

Buscamos minimizar el uso de combustible, el cual va a utilizar dicho cohete.

Trayectoria

La solución nos dibujara la trayectoria que debe recorrer el cohete.

Bases para el desarrollo-TTM

- No hay rotación ni traslación.



Bases para el desarrollo-TTM

- No hay rotación ni traslación.
- Es una partícula.

Bases para el desarrollo-TTM

- No hay rotación ni traslación.
- Es una partícula.
- No hay obstáculos.

Bases para el desarrollo-TTM

- No hay rotación ni traslación.
- Es una partícula.
- No hay obstáculos.
- El consumo de combustible tiene relación directa con la aceleración total aplicada.



Segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Leyes de Newton

Segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ley de gravitación universal

$$\vec{F} = \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$

Leyes de Newton

Segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ley de gravitación universal

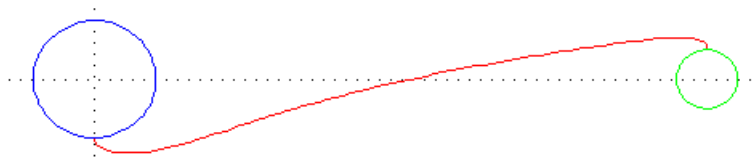
$$\vec{F} = \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$

Ecuaciones de movimiento

Siendo $s(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ funciones que describen el movimiento de una partícula en función del tiempo, se verifica:

$$\ddot{s}(t) = \dot{v}(t) = a(t)$$

¿Qué queremos describir?



- m_E , m_M , m : masa de la Tierra, de la Luna y de la partícula.
- ρ_E , ρ_M : radio de la Tierra y la Luna.
- a : distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna.

- m_E , m_M , m : masa de la Tierra, de la Luna y de la partícula.
- ρ_E , ρ_M : radio de la Tierra y la Luna.
- a : distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna.
- $s(t) = (s_x(t), s_y(t))$: función de posición de la partícula.
- $v(t) = (v_x(t), v_y(t))$: función de velocidad de la partícula.
- θ_0 , θ_n : ángulos de posiciones iniciales y finales.
- v_0 : módulo de la velocidad inicial

- m_E, m_M, m : masa de la Tierra, de la Luna y de la partícula.
- ρ_E, ρ_M : radio de la Tierra y la Luna.
- a : distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna.
- $s(t) = (s_x(t), s_y(t))$: función de posición de la partícula.
- $v(t) = (v_x(t), v_y(t))$: función de velocidad de la partícula.
- θ_0, θ_n : ángulos de posiciones iniciales y finales.
- v_0 : módulo de la velocidad inicial
- G : constante de gravitación universal.

- 1 $s(0) = (\rho_E \cos(\theta_0), \rho_E \sin(\theta_0))$ (Posición inicial)
- 2 $s(n) = (a + \rho_M \cos(\theta_n), \rho_M \sin(\theta_n))$ (Posición inicial)

Descripción

- ① $s(0) = (\rho_E \cos(\theta_0), \rho_E \sin(\theta_0))$ (Posición inicial)
- ② $s(n) = (a + \rho_M \cos(\theta_n), \rho_M \sin(\theta_n))$ (Posición inicial)
- ③ $v(0) = (v_0 \cos(\theta_0), v_0 \sin(\theta_0))$ (Velocidad inicial)
- ④ $v(n) = (0, 0)$ (Velocidad final)

- ① $s(0) = (\rho_E \cos(\theta_0), \rho_E \sin(\theta_0))$ (Posición inicial)
- ② $s(n) = (a + \rho_M \cos(\theta_n), \rho_M \sin(\theta_n))$ (Posición inicial)
- ③ $v(0) = (v_0 \cos(\theta_0), v_0 \sin(\theta_0))$ (Velocidad inicial)
- ④ $v(n) = (0, 0)$ (Velocidad final)

⑤

$$F_{ER}(t) = -G \frac{m_E m}{\|s(t)\|^2} \vec{r}_{ER} = -G \frac{m_E m}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t)$$

Descripción

- ① $s(0) = (\rho_E \cos(\theta_0), \rho_E \sin(\theta_0))$ (Posición inicial)
- ② $s(n) = (a + \rho_M \cos(\theta_n), \rho_M \sin(\theta_n))$ (Posición inicial)
- ③ $v(0) = (v_0 \cos(\theta_0), v_0 \sin(\theta_0))$ (Velocidad inicial)
- ④ $v(n) = (0, 0)$ (Velocidad final)

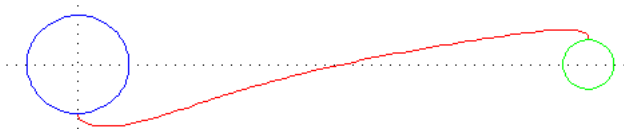
⑤

$$F_{ER}(t) = -G \frac{m_E m}{\|s(t)\|^2} \vec{r}_{ER} = -G \frac{m_E m}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t)$$

⑥

$$\begin{aligned} F_{MR}(t) &= -G \frac{m_M m}{\|s(t) - (a, 0)\|^2} \vec{r}_{MR} = \\ &= -G \frac{m_M m}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) \end{aligned}$$

Resultado



Segunda ley de Newton

$$F(t) = F_{ER}(t) + F_{MR}(t) = ma(t)$$

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} = -G \left(\frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right)$$

Segunda ley de Newton

$$F(t) = F_{ER}(t) + F_{MR}(t) = ma(t)$$

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} = -G \left(\frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right)$$

$$\ddot{s}(t) = -G \left(\frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right) + \Lambda(t)$$

Segunda ley de Newton

$$F(t) = F_{ER}(t) + F_{MR}(t) = ma(t)$$

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} = -G \left(\frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right)$$

$$\dot{v}(t) = -G \left(\frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right) + \Lambda(t)$$

$$\dot{s}(t) = v(t)$$

Restricciones del problema

- Colisión Tierra:

$$s_x^2(t) + s_y^2(t) \geq \rho_E^2$$

- Colisión Luna:

$$(s_x(t) - a)^2 + s_y^2(t) \geq \rho_M^2$$

Restricciones del problema

- Las ecuaciones (Componente X):

$$\dot{v}_x(t) = -G \left(\frac{m_M(s_x(t) - a)}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_x(t)}{\|s(t)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_x(t)$$

$$\dot{s}_x(t) = v_x(t)$$

- Las ecuaciones (Componente Y):

$$\dot{v}_y(t) = -G \left(\frac{m_M s_y(t)}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_y(t)}{\|s(t)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_y(t)$$

$$\dot{s}_y(t) = v_y(t)$$

- Condiciones iniciales:

$$s_x(0) = s_{0,x}; s_y(0) = s_{0,y}; v_x(0) = v_{0,x}; v_y(0) = v_{0,y}$$

Colisión Tierra

$$s_x^2(t_n) + s_y^2(t_n) \geq \rho_E^2$$

Colisión Luna

$$(s_x(t_n) - a)^2 + s_y^2(t_n) \geq \rho_M^2$$

Discretización de las Restricciones

Aplicando el método de Euler (Componente X)

$$v_x(t_{n+1}) = \left(-G \left(\frac{m_M(s_x(t_n) - a)}{\|s(t_n) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_x(t_n)}{\|s(t_n)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_x(t_n) \right) h + v_x(t_n)$$

$$s_x(t_{n+1}) = v_x(t_n)h + s_x(t_n)$$

Aplicando el método de Euler (Componente Y)

$$v_y(t_{n+1}) = \left(-G \left(\frac{m_M s_y(t_n)}{\|s(t_n) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_y(t_n)}{\|s(t_n)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_y(t) \right) h + v_y(t_n)$$

$$s_y(t_{n+1}) = v_y(t_n)h + s_y(t_n)$$

Función objetivo

$$\min \sum_{k=1}^n (\Lambda_x(t_n)^2 + \Lambda_y(t_n)^2)$$

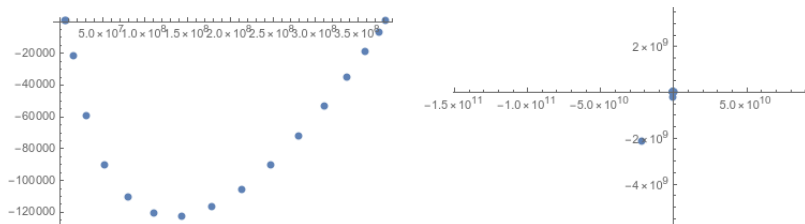


Figure: Problema Original

Resultados

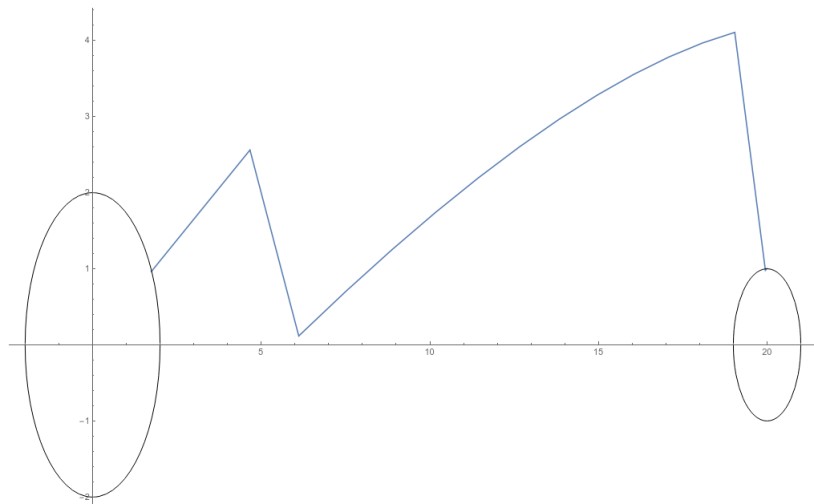


Figure: Problema Reducido

Resultados

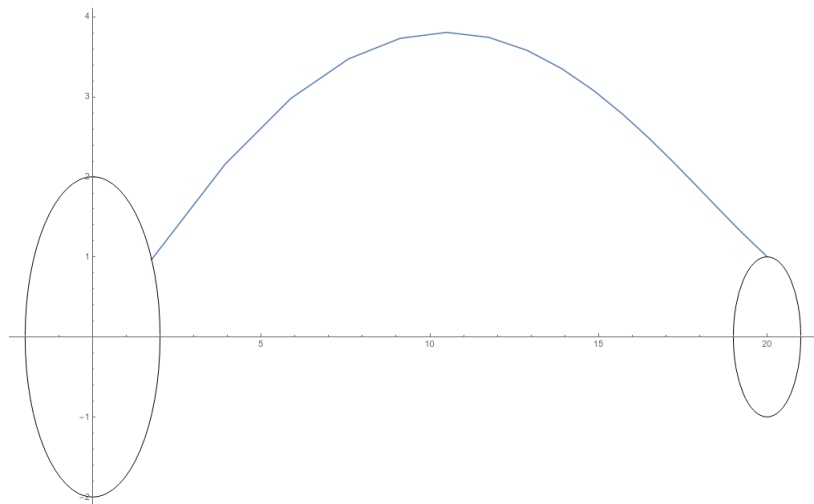


Figure: Problema Reducido

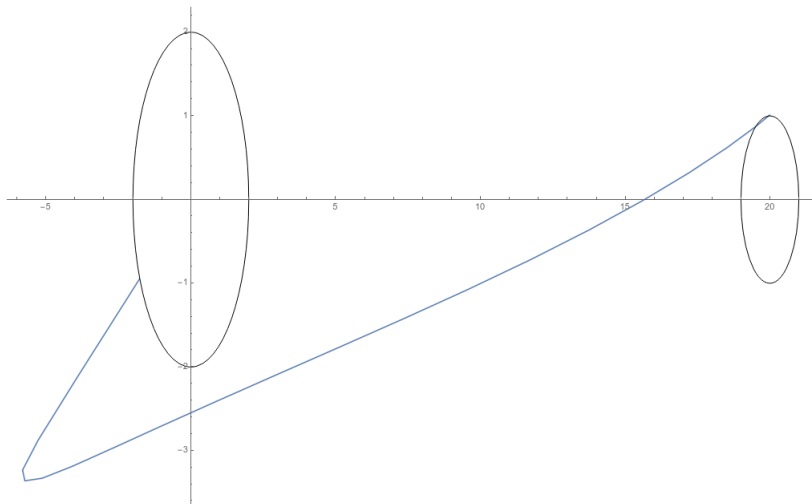


Figure: Problema Reducido

Resultados

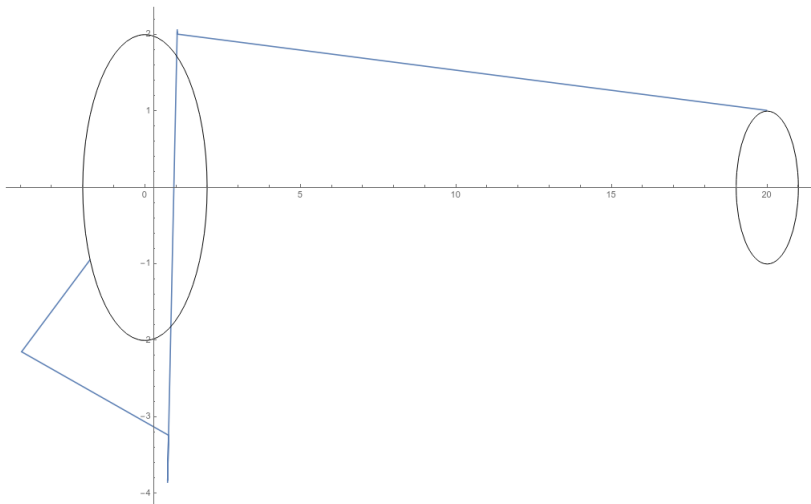


Figure: Problema Reducido

- RODRIGUEZ GALVÁN, J.R., **Problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales de primer orden**, 2015
- GIANCOLI, DOUGLAS C. **Física para ciencias e ingeniería. Cuarta edición.**, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2008