

# To The Moon

## Primer Proyecto PNLCC

Pablo Ramírez Puertas y Raúl Esteban Agenjo

PNLCC

Marzo 2022

- ① Preludio
- ② Modelo AMPL
- ③ Modelo adimensional
- ④ Restricciones de colisión
- ⑤ Análisis de los nuevos resultados

# Antecedentes

- No hay rotación, traslación ni obstáculos.
- Es una partícula.
- Relación directa consumo-empuje.

# Antecedentes

- No hay rotación, traslación ni obstáculos.
- Es una partícula.
- Relación directa consumo-empuje.

$$\dot{v}(t) = -G \left( \frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right) + \Lambda(t)$$
$$\dot{s}(t) = v(t)$$

# Antecedentes

- No hay rotación, traslación ni obstáculos.
- Es una partícula.
- Relación directa consumo-empuje.

$$\dot{v}(t) = -G \left( \frac{m_M}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} (s(t) - (a, 0)) + \frac{m_E}{\|s(t)\|^{3/2}} s(t) \right) + \Lambda(t)$$
$$\dot{s}(t) = v(t)$$

- Colisión Tierra:

$$s_x^2(t) + s_y^2(t) \geq \rho_E^2$$

- Colisión Luna:

$$(s_x(t) - a)^2 + s_y^2(t) \geq \rho_M^2$$

$$\min \sum_{k=1}^n (\Lambda_x(t_n)^2 + \Lambda_y(t_n)^2)$$

s.a.

$$\dot{v}_x(t) = -G \left( \frac{m_M(s_x(t) - a)}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_x(t)}{\|s(t)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_x(t)$$

$$\dot{s}_x(t) = v_x(t)$$

$$\dot{v}_y(t) = -G \left( \frac{m_M s_y(t)}{\|s(t) - (a, 0)\|^{3/2}} + \frac{m_E s_y(t)}{\|s(t)\|^{3/2}} \right) + \Lambda_y(t)$$

$$\dot{s}_y(t) = v_y(t)$$

$$s_x(0) = s_{0,x}; s_y(0) = s_{0,y}; v_x(0) = v_{0,x}; v_y(0) = v_{0,y}$$

Casos	$\theta_E$	$\theta_M$	$v_0$	$v_N$	$t_{20}$	$t_{40}$
1	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	50	0	20.512	411.572
2	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	20	0	17.260	478.731
3	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	20	0	76.384	505.640
4	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	20	0	80.569	460.298
5	$\frac{\pi}{6}$	$\pi + \frac{\pi}{6}$	20	0	8.745	351.244

Figure: Casos trabajados en Mathematica

# Objetivos Propuestos



# Objetivos Propuestos

- 1 Reproducir el modelo con AMPL

# Objetivos Propuestos

- 1 Reproducir el modelo con AMPL
- 2 Reproducir un modelo adimensional.

# Objetivos Propuestos

- ① Reproducir el modelo con AMPL
- ② Reproducir un modelo adimensional.
- ③ Estudiar el comportamiento de las restricciones de colisión.

```

1  #Llamada a Parámetros
2  param N;
3  #Iteradores
4  set D := {1 .. 2};
5  set NN := {0 .. N};
6  set NI := {1 .. N};
7  param pi := 4*atan(1); #Pi
8
9  param G;
10 param roE;
11 param roM;
12 param mE;
13 param mM;
14 param L;
15 param rE{D};
16 #param rE2;
17 param rM{D};
18 #param rM2;
19 param thetaE := 3 *pi/2; #Ángulo de salida
20 param thetaM := pi/2; #Ángulo de entrada
21
22 param TN;
23 param v0;
24 param vN;
25 param h:= TN/N;
26 #Velocidad inicial
27 param v01:= v0*cos(thetaE);
28 param v02:= v0*sin(thetaE);

```

```

29 #Velocidad final
30 param vN1:= vN*cos(pi - thetaM);
31 param vN2:= vN*sin(pi - thetaM);
32
33 #Posición inicial
34 param s01:= roE*cos(thetaE);
35 param s02:= roE*sin(thetaE);
36 #Posición final
37 param sN1:= L + roM*cos(thetaM);
38 param sN2:= roM*sin(thetaM);
39
40
41
42 < #Variables
43 var s {D, NN}; #Posición
44 var v {D, NN}; #Velocidad
45 var a {D, NN}; #Aceleración gravitacional
46 var Th {D, NN}; #Aceleración artificial
47

```

```

48 #Función objetivo
49 minimize empuje: sum {d in D, n in NI} Th[d, n]^2;
50
51 subject to init_vel1 : v[1, 0] = v01;
52 subject to init_vel2 : v[2, 0] = v02;
53
54 subject to end_vel1 : v[1, N] = vN1;
55 subject to end_vel2 : v[2, N] = vN2;
56
57 subject to init_pos1 : s[1, 0] = s01;
58 subject to init_pos2 : s[2, 0] = s02;
59
60 subject to end_pos1 : s[1, N] = sN1;
61 subject to end_pos2 : s[2, N] = sN2;
62
63 subject to acc {d in D, n in NI}:
64     a[d, n] = -G*mE*(s[d, n]-rE[d])/(sum{dd in D} (s[dd, n] - rE[dd])^2)^(3/2)
65             -G*mM*(s[d, n]-rM[d])/(sum{dd in D} (s[dd, n] - rM[dd])^2)^(3/2)
66             + Th[d, n]; #Auxiliar. Suma de aceleraciones en momento n
67
68 subject to vel_def {d in D, n in NI}:
69     s[d,n] = (v[d, n-1] + v[d, n])*h/2 + s[d, n-1]; #ED posición
70
71 subject to acc_def {d in D, n in NI}:
72     v[d, n] = v[d, n-1] + (a[d, n-1] + a[d, n])*h/2; #ED aceleración
73

```

```
#Parámetros estáticos

param G := 1; #Constante de gravitación
param roE := 2; #Radio de la Tierra
param roM := 1; #Radio de la Luna
param mE := 10; #Masa de la Tierra
param mM := 1; #Masa de la Luna
param L := 20; #Distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna
let rE[1] := 0; #Posición x centro de la tierra
let rE[2] := 0; #Posición y centro de la tierra
let rM[1] := L; #Posición x centro de la luna
let rM[2] := 0; #Posición y centro de la luna
let TN := 10; #Tiempo

#Parámetros variables
let N := 500; #Número de intervalos
let v0 := 50; #Módulo velocidad de salida
let vN := 0; #Módulo velocidad de llegada
```

## Observación

Estos datos se corresponden con la versión del modelo usado en mathematica.

## Cambio de variable

$$\alpha_j = \frac{s_j}{L}$$

$$\beta_j = \frac{v_j \sqrt{L}}{\sqrt{Gm_E}}$$

$$\gamma_j = \frac{\Lambda_1 L^2}{Gm_E}$$

## Ecuaciones

$$\dot{\alpha}_j = \beta_j$$

$$\dot{\beta}_1 = -L^{3/2} \left( \frac{m_M}{m_E} \frac{\alpha_1 - 1}{\|(\alpha_1 - 1, \alpha_2)\|^{3/2}} + \frac{\alpha_1}{\|(\alpha_1, \alpha_2)\|^{3/2}} \right) + \gamma_1$$

$$\dot{\beta}_2 = -L^{3/2} \left( \frac{m_M}{m_E} \frac{\alpha_2}{\|(\alpha_1, \alpha_2)\|^{3/2}} + \frac{\alpha_2}{\|(\alpha_1, \alpha_2)\|^{3/2}} \right) + \gamma_2$$



# Restricciones de colisión

```
73
74 ∨ subject to col_earth {n in NI}:
75     sum{d in D} (s[d, n]-rE[d])^2 >= roE^2;
76
77 ∨ subject to col_moon {n in NI}:
78     sum{d in D} (s[d, n]-rM[d])^2 >= roM^2;
79
```

# Restricciones de colisión

```
73
74 ~ subject to col_earth {n in NI}:
75     sum{d in D} (s[d, n]-rE[d])^2 >= roE^2;
76
77 ~ subject to col_moon {n in NI}:
78     sum{d in D} (s[d, n]-rM[d])^2 >= roM^2;
79
```

## Resultado

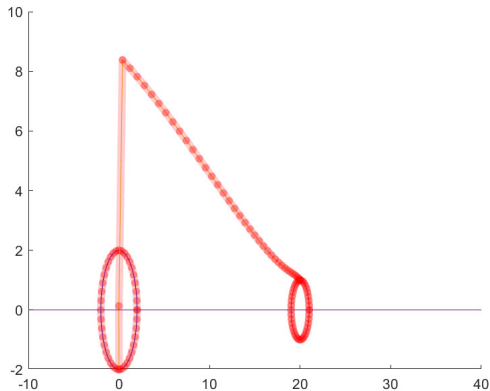
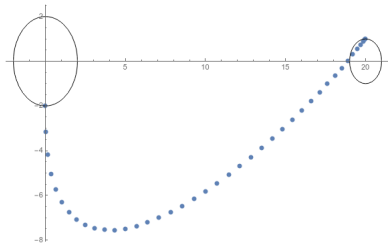
No obteníamos soluciones al problema. Descartada la opción de tomar estas restricciones.

Casos	$\theta_E$	$\theta_M$	$v_0$	$v_N$	$t_{20}$	$t_{40}$
1	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	50	0	20.512	411.572
5	$\frac{\pi}{6}$	$\pi + \frac{\pi}{6}$	20	0	8.745	351.244

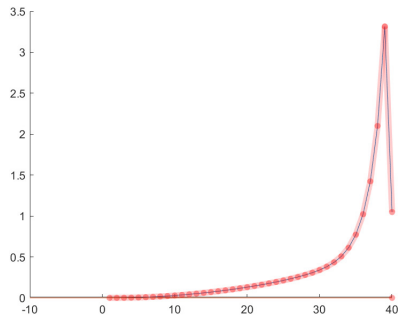
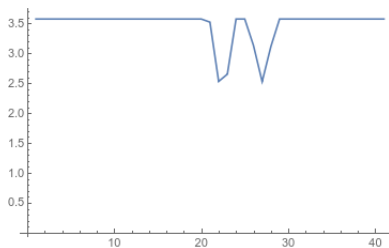
Caso 1		20	40	70	100	500
	KNITRO	0.59	0.61	0.66	0.69	1.11
	Mathematica	20.51	411.57	512.19	1183.77	—

Caso 2		20	40	100
	KNITRO	0.71	0.75	0.79
	Mathematica	8.75	351.24	—

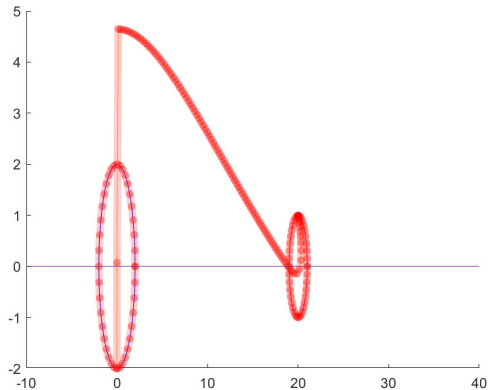
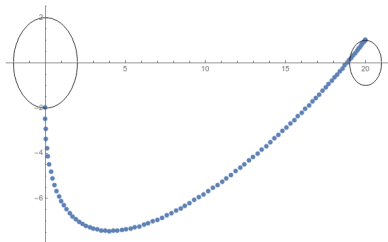
# Caso 1. $N = 40$ . Posición



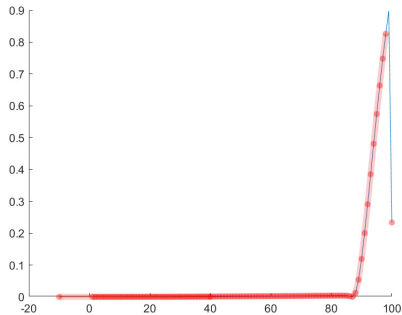
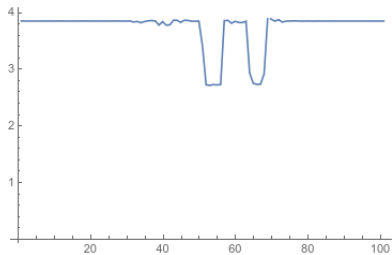
# Caso 1. $N = 40$ . Aceleración



# Caso 1. $N = 100$ . Posición

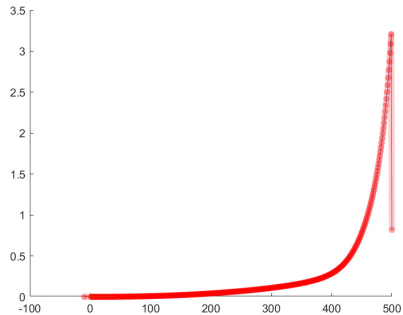
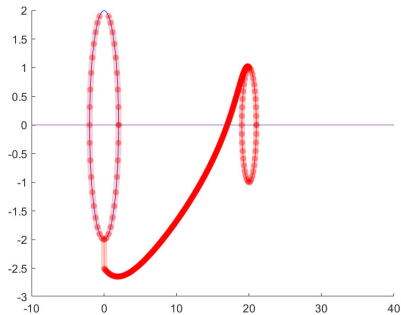


# Caso 1. $N = 100$ . Aceleración





# Caso 1. $N = 500$





# THE END