

Comparación entre el método de Leapfrog DKD y el método de Euler para la integración de un problema de tiro parabólico

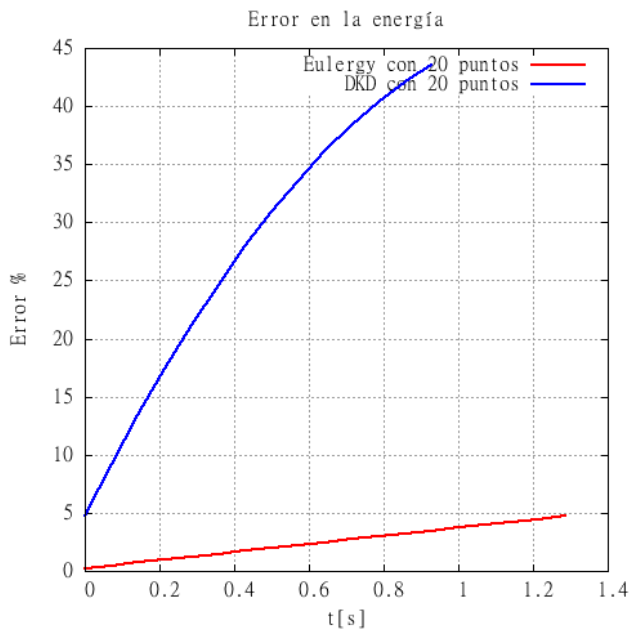
Pablo Agudelo Londoño

A la hora de simular problemas físicos, es importante tomar diferentes aspectos en cuenta:

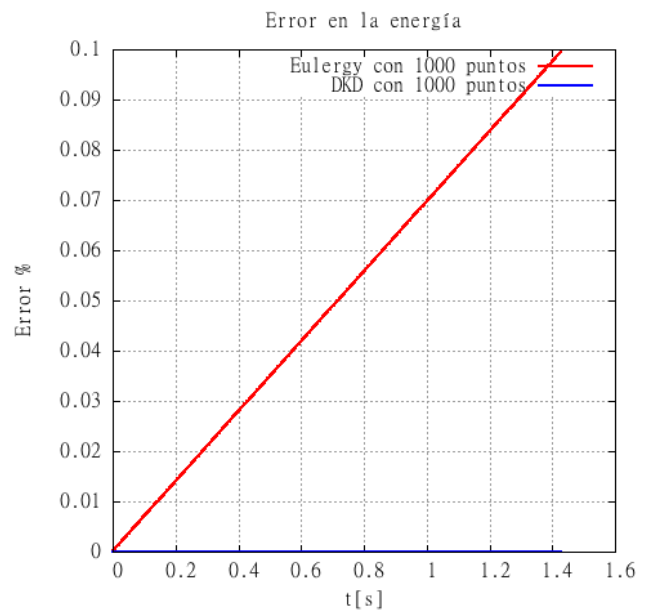
- El método numérico usado para resolver el problema, por qué es preferible usarlo para este determinado problema y su precisión
- La eficiencia computacional de este, para obtener resultados deseables sin comprometer el funcionamiento de la máquina
- El tamaño que puedan ocupar los resultados en la memoria de la máquina
- La capacidad del método usado para resolver el problema físico conservando la mayor parte de la energía del sistema trabajado

Al cotejar estos criterios para los métodos numéricos de Euler y de Leapfrog Drift-Kick-Drift (DKD), se llegaron a las siguientes conclusiones:

1. Tomándose pocos puntos (20), el método de DKD no funciona, como se puede observar en la figura 1 (a), pues requiere de tomar suficientes puntos para su precisión. El método de Euler alcanza una pérdida de energía de casi el 5%, lo cual no puede parecer mucho, pero a la hora de trabajar sistemas más complicados puede significar grandes errores en los resultados. Los archivos resultantes pesan aproximadamente 1 KB, lo cual es muy pequeño y adecuado.
2. Tomándose mil puntos, el método DKD ya cuenta con la precisión suficiente para conservar casi la totalidad de su energía. Como se observa en la gráfica (b) de la figura 1, este es casi un error constante del 0%. El método de Euler también cuenta con un error muy pequeño, pero es superado por el otro método. El tamaño del archivo del DKD es aproximadamente el doble del de Euler, sin embargo, este último es de alrededor de 29 KB, por lo que no es mucha la diferencia y el tamaño es despreciable para una máquina moderna.



(a) 20 puntos.



(b) 1000 puntos,

Figure 1: Gráficos del error de la energía para cada método, con diferentes puntos tomados.

3. El método de Euler puede conseguir mejor precisión si, como se observó en clase, se toma una cantidad de puntos de más del millón. Sin embargo, puede generar archivos muy pesados (para un millón de puntos el tamaño era de $44 MB$, y para diez millones era de casi $500 MB$). Estos tamaños ya son considerables para la máquina, y comparando los valores obtenidos para el error de los diez millones de puntos, se podría observar que sigue siendo mucho mayor que para los mil puntos con DKD. No solo esto, sino que el tiempo de cómputo ya comienza a ser considerable, y dependiendo de cómo se use, se puede tardar mucho en manipular diez millones de datos.

En la figura 2 se pueden observar los valores calculados de la posición en X y Y para cada método y valor de puntos. Como ya se dijo antes, el método DKD con 20 puntos falla por mucho en resolver el problema correctamente. El método de Euler para esta cantidad de puntos se acerca más a la realidad, pero no llega a tener resultados satisfactorios.

Con mil puntos para ambos métodos, se puede ver que son casi adecuados e iguales, pero viendo las diferencias mostradas en la figura 1, se entiende que el DKD es más sobresaliente.

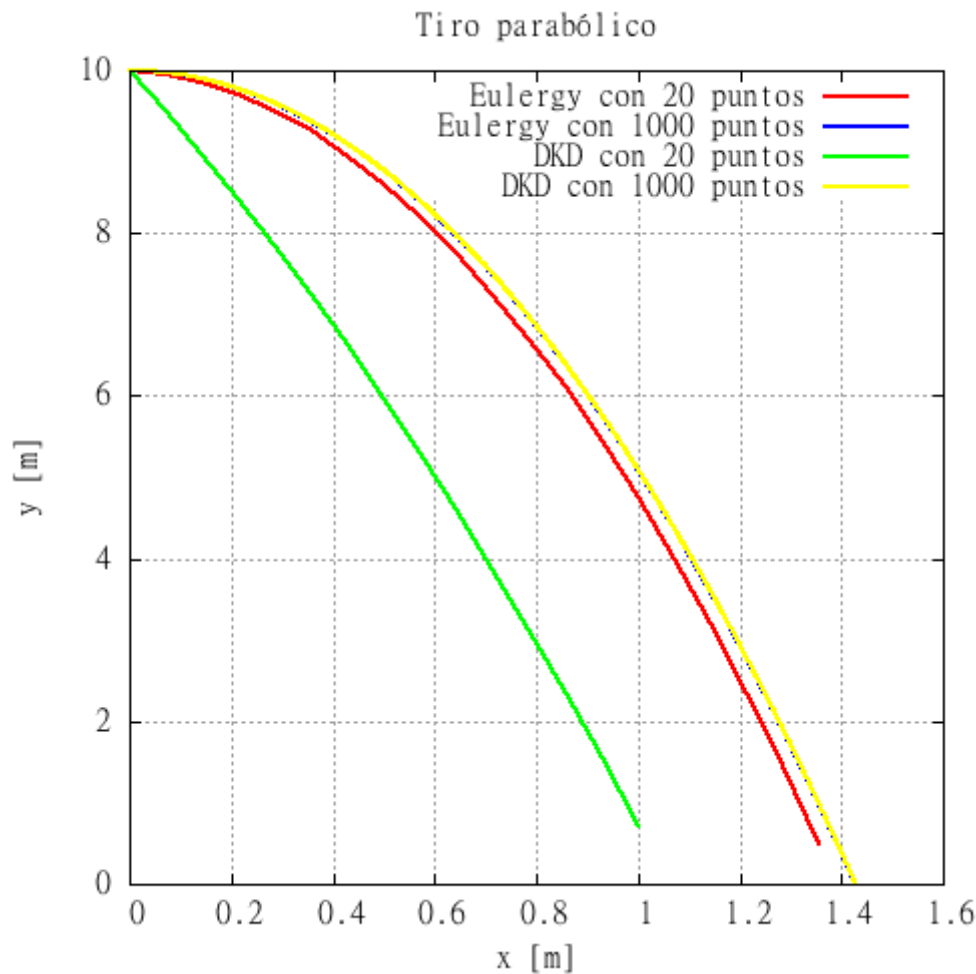


Figure 2: Posiciones del tiro parabólico en el tiempo.

Con todo esto, se concluye que el método leapfrog DKD es por mucho superior al método de Euler. Aunque el de Euler sea mejor a la hora de tomar menos puntos, el gran desarrollo del hardware en las últimas décadas hace posible tomar suficientes puntos para el DKD sin comprometer tanto a la máquina.