Actividad 1.13

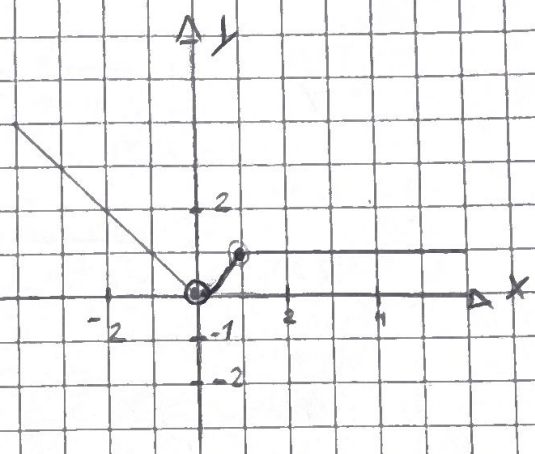
1) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ✓ ✓ ✓

Dom $f(x) = (-\infty, 0] \cup (0, 1] \cup (1, +\infty)$

Dom $f(x) = \mathbb{R}$

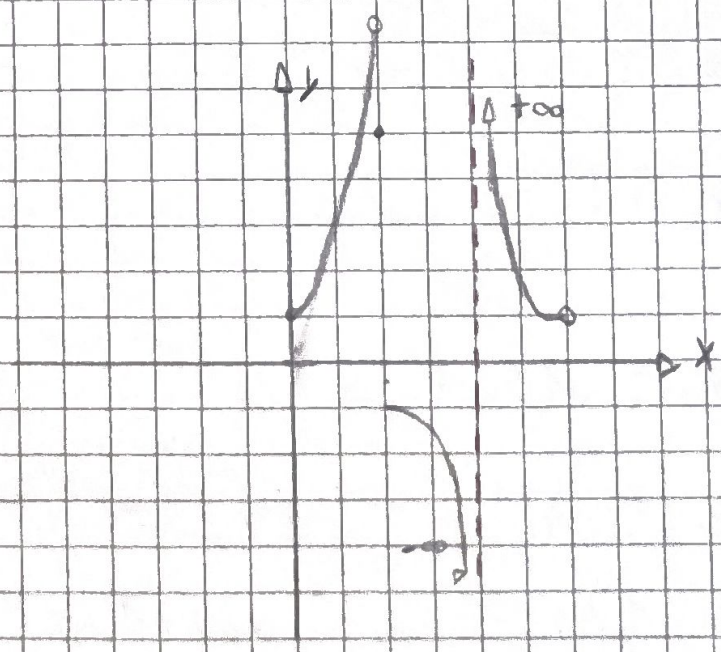
$-(-1) = +1 = 1$

$-(-2) = +2 = 2$



2) $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } 0 \leq x < 2 \rightarrow [0, 2) \\ 5 & \text{si } x = 2 \rightarrow [2] \\ \frac{2}{x-4} & \text{si } 2 < x < 6 \rightarrow (2, 4) \cup (4, 6) \end{cases}$

Dom $g(x) = [0, 4) \cup (4, 6)$



NOTA

HOJA N°

FECHA

1.5 Ejercicios - Página 39

1) a) $a(x) = x+1$

• $Dom(a) = \mathbb{R}\ (-\infty, +\infty)$ • $Im(a) = \mathbb{R}\ (-\infty, +\infty)$

b) $b(x) = x^2+1$

• $Dom(b) = \mathbb{R}\ (-\infty, +\infty)$ • $Im(b) = [1, +\infty)$

x^2 nunca es negativo → $0^2+1 = 1$

c) $c(x) = \frac{1}{x}$

• $Dom(c) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) = \mathbb{R} - \{0\}$ • $Im(c) = \mathbb{R} - \{0\}$

La división por 0 no está permitida

Una división nunca puede dar 0

D) $d(x) = \frac{2}{x+3}$

• $Dom(d) = \mathbb{R} - \{-3\} = (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$ • $Im(d) = \mathbb{R} - \{0\}$

Nunca puede dar 0 una división

E) $e(x) = \frac{3}{x^2-4}$

• $Dom(e) = \mathbb{R} - \{-2, 2\} = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$ • $Im(e) = (-\infty, -\frac{3}{4}] \cup (0, +\infty)$

$-\frac{3}{4} = -0{,}75$

F) $f(x) = \frac{5}{x^2-4x+3}$

• $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1, 3\} = (-\infty, 1) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$ • $Im(f) = (-\infty, -5] \cup (0, +\infty)$

↓

Aplique Bhaskara

NOTA

Bhaskara

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-4^2 - 4.1.3}}{2.1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \longrightarrow x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

G) $g(x) = \frac{x-1}{x^2 - 4x + 3}$

.Dom (g) = $\mathbb{R} - \{1,3\}$

Mismo Dominio que f(x)

.Im (g) = $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, +\infty)$

Cambia la imagen de f(x)

H) $h(x) = |x+1|$

.Dom (h) = $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

.Im (h) = $[0, +\infty)$

El resultado de un $|x|$ siempre es mayor o igual a 0.

I) $i(x) = 2^x$

.Dom (i) = $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

.Im (i) = $[0, +\infty)$

una potencia con base positiva siempre da positivo

J) $j(x) = 2^{x-5}$

.Dom (j) = $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

.Im (j) = $[0, +\infty)$

K) $k(x) = \ln(x)$

.Dom (k) = $(0, +\infty)$

.Im (k) = $(-\infty, +\infty)$

No se puede calcular ln de 0 o -x.

NOTA

HOJA N°

FECHA

1) $l(x) = \ln(x+4)$

• $Dom(l) = (-4, +\infty)$ • $Im = (-\infty, +\infty)$

2) • $f(x) = x+1$ ⟶ 2) Dominio ⟶ $Dom(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

• $g(x) = \sqrt{x-3}$ ⟶ $Dom(g) = [3, +\infty)$ No existe raíz cuadrada de -x

• $h(x) = \frac{1}{x}$ ⟶ $Dom(h) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

• $M(x) = \sin(x)$ ⟶ $Dom(M) = (-\infty, +\infty)$

• $W(x) = \frac{1}{x^2-1}$ ⟶ $Dom(W) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

b) Expresión ↓ Dominio

i) $(g+W) \to (g+W)(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x^2-1}$ • $Dom(g+W) = [3, +\infty)$

$[3, +\infty) \cap \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

ii) $(h \cdot M) \to (h \cdot M)(x) = \frac{1}{x} \cdot \sin(x)$ • $Dom(h \cdot M) = \mathbb{R} - \{0\}$

$\mathbb{R} - \{0\} \cap \mathbb{R}$ $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

iii) $\left(\frac{g}{f}\right) \to \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}$ → ≠ 0 (es división) $\frac{[3, +\infty)}{\mathbb{R} - \{-1\}}$

• $Dom\left(\frac{g}{f}\right) = [3, +\infty)$

c) Expresión ↓ Dominio

i) $(f \circ g)$ = g compuesta con f $g(x) = \sqrt{x-3}$ y $f(x) = x+1$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x-3}) = \sqrt{x-3} + 1$

$Dom(f \circ g) = \{x \in Dom(g) \,/\, g(x) \in Dom(f)\}$

• $Dom(f \circ g) = \{x \in [3, +\infty) \,/\, \sqrt{x-3} \in \mathbb{R}\} = [3, +\infty)$

NOTA

ii) $(h \circ f)$ = f compuesta con h $f(x) = x+1$ $h(x) = \frac{1}{x}$

$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x+1) = \frac{1}{x+1}$

$Dom(h \circ f) = \{x \in Dom(f) / f(x) \in Dom(h)\}$

• $Dom(h \circ f) = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{-1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

iii) $(M \circ h)$ = h compuesta con M $h(x) = \frac{1}{x}$ $M(x) = \sin(x)$

$Dom(M \circ h) = \{x \in Dom(h) / h(x) \in Dom M\}$

$(M \circ h)(x) = M(h(x)) = M\left(\frac{1}{x}\right) = \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = Dom(M \circ h) = \mathbb{R} - \{0\}$ $\{x \in \mathbb{R} - \{0\} / \frac{1}{x} \in Dom(M)\}$

3) a) $\text{sen}x^3 = f(x) = x^3$ y $g(x) = \text{sen}(x) = (f \circ g)$

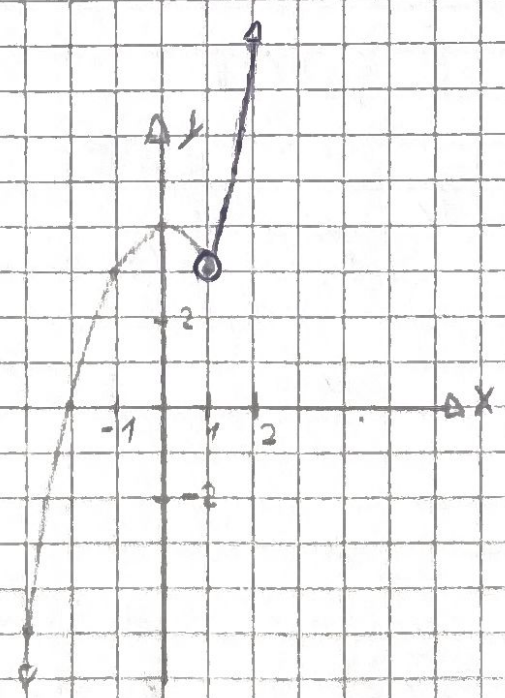
b) $\sqrt{x^4+1} = f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x^4+1 = (f \circ g)$

c) $\frac{1}{x^2+1} = f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = x^2+1 = (f \circ g)$

4) a)

$$f_2(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \to \mathbb{R} \\ x^2 + 2x & \text{si } x > 1 \to \mathbb{R} \end{cases}$$

$Dom(f_2) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$



NOTA

HOJA Nº

FECHA

b) $f_3(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \ln(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$ $\quad Dom(f_3) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

No hace falta graficar

5) $f(x) = 2 - x \rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$g(x) = \begin{cases} -x & -2 \leq x < 0 \\ x - 1 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ $\quad Dom(g) = [-2, 2]$

a) $(f \circ g)(x) = f(g(0)) \rightarrow g(0) = x - 1 = 0 - 1 = -1$

$f(-1) = 2 - x = 2 - (-1) = 3 \rightarrow f(g(0)) = 3$

$(g \circ f)(x) = g(f(0)) \rightarrow f(0) = 2 - x = 2 - 0 = 2$

$g(2) = x - 1 = 2 - 1 = 1 \rightarrow g(f(0)) = 1$

b) $(f \circ f)(x) = f(f(2)) \rightarrow f(2) = 2 - x = 2 - 2 = 0$

$f(0) = 2 - x = 2 - 0 = 2 \rightarrow f(f(2)) = 2$

$(g \circ g)(x) = g(g(-1)) \rightarrow g(-1) = -x = -(-1) = 1$

$g(1) = x - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow g(g(-1)) = 0$

c) $(f \circ g)(x) = f(g(\frac{1}{2})) \rightarrow g(\frac{1}{2}) = x - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

$f(-\frac{1}{2}) = 2 - x = 2 - (-\frac{1}{2}) = \frac{5}{2} \rightarrow f(g(\frac{1}{2})) = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$(g \circ f)(x) = g(f(3)) \rightarrow f(3) = 2 - x = 2 - 3 = -1$

$g(-1) = -x = -(-1) = 1 \rightarrow g(f(3)) = 1$

NOTA