

1. Cantidades físicas

2. Unidades de medida

Tomás Bazzano

Part I Measurements and Uncertainty

1 Physical Quantities	3
1.1 Methods of Observation and Measurement	3
1.2 Physical Quantities	5
1.3 Direct and Indirect Measurement	6
1.4 Time Dependence of Physical Quantities	8
1.5 Counting of Random Events	10
1.6 Operative Definition of Physical Quantities	11
1.7 The Experimental Method	12
2 Measurement Units	13
2.1 Base and Derived Quantities	13
2.2 Measurement Standards	14
2.3 The International System of Units (SI)	15
2.4 Other Systems of Units	18
2.5 Dimensional Analysis	20
Problems	24
3 Measuring Instruments	27
3.1 Functional Elements	27
3.2 Classifications of Instruments	29
3.3 Static Characteristics of Instruments	31
3.4 Accuracy of an Instrument	35
3.5 Dynamical Behavior of Instruments	37
3.6 Counters	43
4 Uncertainty in Direct Measurements	45
4.1 Causes of Uncertainty	45
4.2 Measurement Resolution	46
4.3 Random Fluctuations	48
4.4 Systematic Errors	61
4.5 Summary and Comparisons	68
Problems	74

Part II Probability and Statistics

5 Basic Probability Concepts	79
5.1 Random Phenomena	79
5.2 Sample Space, Events	81
5.3 Probability of an Event	82
5.4 Addition and Multiplication of Events	87
5.5 Probability of the Sum of Events	89
5.6 Probability of the Product of Events	91
5.7 Combinatorial Calculus	94
Problems	96
6 Distributions of Random Variables	99
6.1 Binomial Distribution	99
6.2 Random Variables and Distribution Laws	104
6.3 Numerical Characteristics of Distributions	108
6.4 Poisson Distribution	115
6.5 Normal Distribution	121
6.6 Meaning of the Normal Distribution	126
6.7 The Cauchy-Lorentz Distribution	130
6.8 Multivariate Distributions	132
Problems	136
7 Statistical Tools	139
7.1 Parent and Sample Populations	139
7.2 Sample Means and Sample Variances	143
7.3 Estimation of Parameters	147
Problems	152

Part III Data Analysis

8 Uncertainty in Indirect Measurements	155
8.1 Introduction to the Problem	155
8.2 Independent Quantities, Linear Functions	156
8.3 Independent Quantities, Nonlinear Functions	159
8.4 Nonindependent Quantities	163
8.5 Summary	167
Problems	168
9 Confidence Levels	169
9.1 Probability and Confidence	169
9.2 The Student Distribution	173
9.3 Applications of the Confidence Level	174
Problems	176
10 Correlation of Physical Quantities	177
10.1 Relations Between Physical Quantities	177
10.2 Linear Correlation Coefficient	179
10.3 Linear Relations Between Two Quantities	181
10.4 The Least Squares Method	186
Problems	192
11 The Chi Square Test	193
11.1 Meaning of the Chi Square Test	193
11.2 Definition of Chi Square	194
11.3 The Chi Square Distribution	198
11.4 Interpretation of the Chi Square	202
Problems	203



“El método científico está basado en la medida de distintas cantidades físicas y la búsqueda de las relaciones entre sus valores. Estos valores tienen incertezas.

Debemos entender los orígenes de estas incertezas, evaluar sobre qué aplican y tenerlas en cuenta en el análisis de datos para trabajar en consistencia con las leyes de la física y para que nuestros resultados sean confiables.”

1. Cantidadess físicas



Definiciones

Cantidad física

Una propiedad que podemos cuantificar con una medición.

- ✓ *longitud, masa...*
- ✗ *olor, sabor, qué tanto me gusta Labo 4...*

Medición

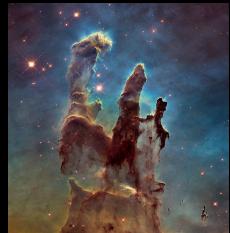
Procedimiento experimental que relaciona un número con una cantidad física, la medida.



Métodos

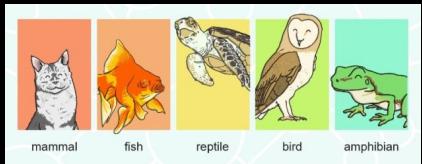
MORFOLÓGICO

Descripción sensorial con posible registro



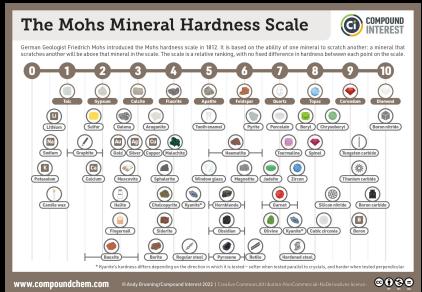
CLASIFICATORIO

Partición en clases mediante requisitos



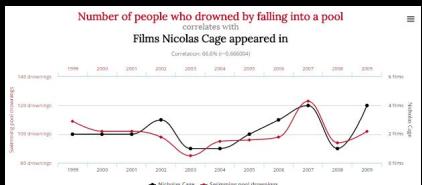
COMPARATIVO

Ordenar en función de algún criterio



CUANTITATIVO

Formalismo matemático



ESTADÍSTICO

Propiedades para gran número de objetos

Tipos

ADITIVAS

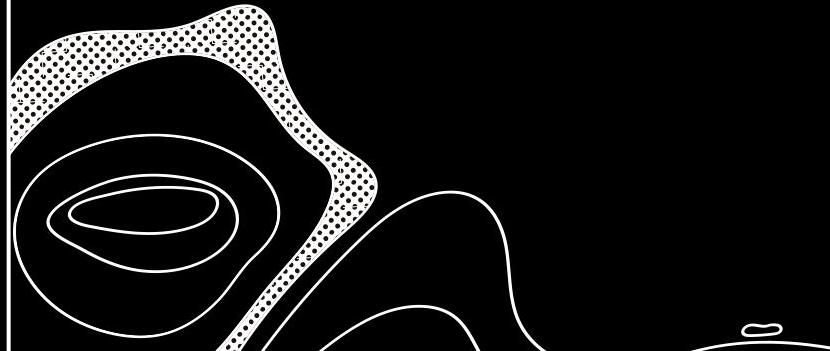
Puedo definir un orden transitivo y una regla de composición aditiva

- ✓ *intervalo temporal, masa...*

NO ADITIVAS

Puedo definir un orden transitivo, pero no una regla de composición aditiva

- ✓ *presión, dureza...*



Medición directa



Diámetro



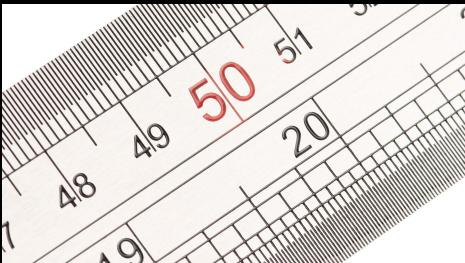
Masa

Medida Cantidad aditiva Unidad estándar

$$X(G) = G/U$$
$$G = X U$$

(cuántas unidades estándar entran en mi medida G ?)

Medición directa Incerteza



Unidad estándar

Cantidad aditiva

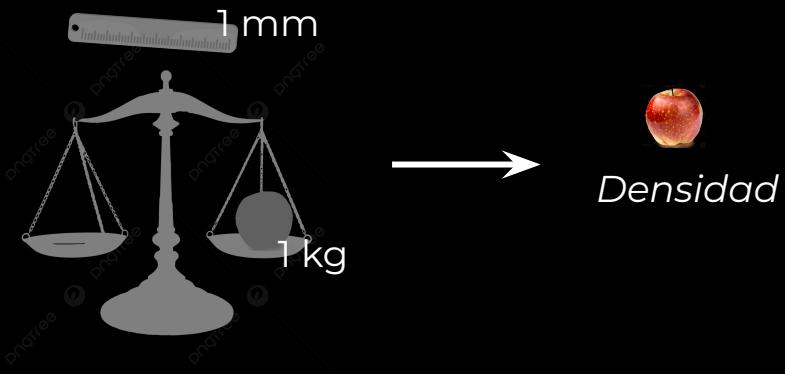
Medida

$$X(G) = G/U$$
$$G = XU$$

$$nU < G < (n + 1)U$$
$$G = (X \pm \delta X)U$$

La mitad de la
mínima división
(06/02 Grupo 4)

Medición indirecta



*Velocidad
Distancias astronómicas
Temperatura (ya que **no es aditiva**)*

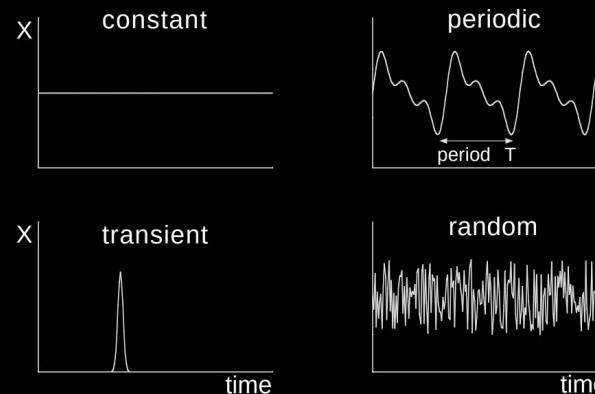
Medición indirecta Incerteza

(20/02 Grupo 4)

Dependencia temporal

Cantidad aditiva varía en el tiempo.

$$X(G)$$



Ejemplos?

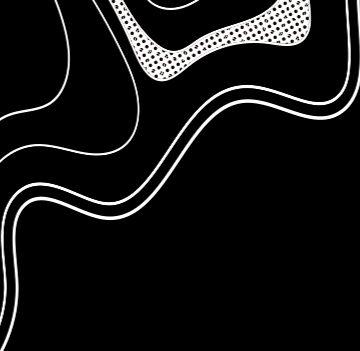
La **metodología** en la medición de cantidades físicas recae en su dependencia temporal:

Cantidad constante

→ *tiempo infinito*

Dependencias temporales

→ *instrumentos adecuados (3/2 Pablo)*



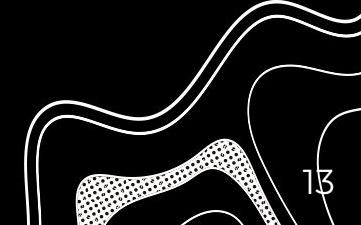
Contar eventos aleatorios



Cuando el tiempo de llegada de un “evento” es completamente desconocido
(a diferencia de un reloj)

Ejemplos?

La **metodología** en la medición consiste en considerar un gran* número de eventos y obtener cantidades promedio de una secuencia.



Cantidad física: Definición operativa

Las cantidades físicas se definen a partir de procedimientos realistas (no de propiedades abstractas): La cantidad consiste de la **descripción** del **procedimiento de medida**.

La cantidad es (1.12 ± 0.01) m



Hice una medición sobre el objeto de estudio con un instrumento (con cierta resolución).

Para una **misma medida** se pueden utilizar dos métodos completamente distintos. Estas son dos **definiciones operativas distintas**. Deben ser consistentes.

El método científico

El sistema científico busca no solo medir estas cantidades, sino encontrar relaciones entre ellas con el fin de derivar leyes y teorías físicas. Estas relaciones pueden aparecer de forma compleja.

Galileo en “el método científico” funda la búsqueda de la correlación entre cantidades físicas. Reproducir experimentos en el laboratorio permite reducir los agentes externos y aislar la relación fundamental.

2. Sistema de unidades



Recordemos

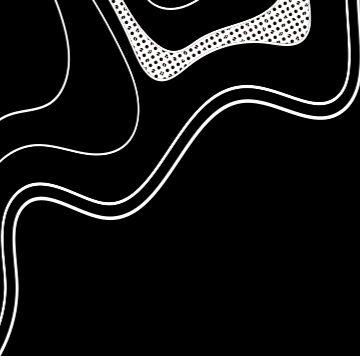
$$\begin{array}{c} \text{Medida} & \text{Cantidad} & \text{Unidad} \\ & \text{aditiva} & \text{est\'andar} \\ \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowright \\ X(G) = G/U & & \\ G = X U & & \end{array}$$

Podríamos tener unidades para la longitud (U^l) y medir el lado de un cubo con una regla.

También podríamos definir una unidad de volumen (U^v) y medir el volumen del cubo sumergiéndolo en agua.

Se pueden tener dos unidades est\'andar diferentes U^l y U^v . En general sólo algunas unidades son fundamentales*





Sistema de unidades de medida

Unidades base(U')

Unidades Derivadas (U'')

Completo: todas las cantidades físicas pueden ser deducidas desde las unidades base mediante relaciones analíticas.

Coherente: las relaciones analíticas no deben contener factores de proporcionalidad distintos de la unidad.

Decimal: Todos los múltiplos y submúltiplos de la unidad son potencias de 10.



Estándares de medida

Características:

Precisión

Invariabilidad en el tiempo

Accesibilidad

Reproducibilidad

Pueden ser **naturales** o **artificiales**.

Definición del metro [precisión]:

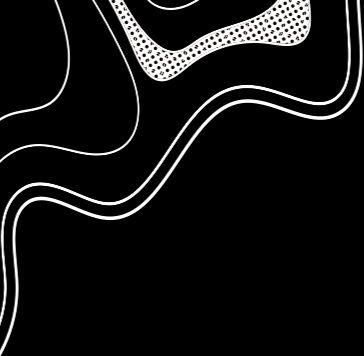
1795) 1/107 arco terrestre desde un ecuador al polo.

1799) regla de platino [10 µm]

1889) regla de platino (90%) y iridio (10%) [0.2 µm]

1960) longitud de onda de emisión del Kriptón 86 [0.2 µm]

1983) la distancia recorrida por la luz en un dado tiempo [0.2 µm]



Segundo ($\Delta\nu_{\text{Cs}}$)

Duración de 9 192 631 770 oscilaciones de la radiación emitida en la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (^{133}Cs).

Metro (C)

Longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

Candela (K_{cd})

$$1 \text{ cd} = \left(\frac{K_{\text{cd}}}{683} \right) \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ sr}^{-1}$$

Eficacia luminosa de una radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz, K_{cd} , que es 683 cuando se expresa en la unidad cd sr $\text{kg}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^3$.

Realización

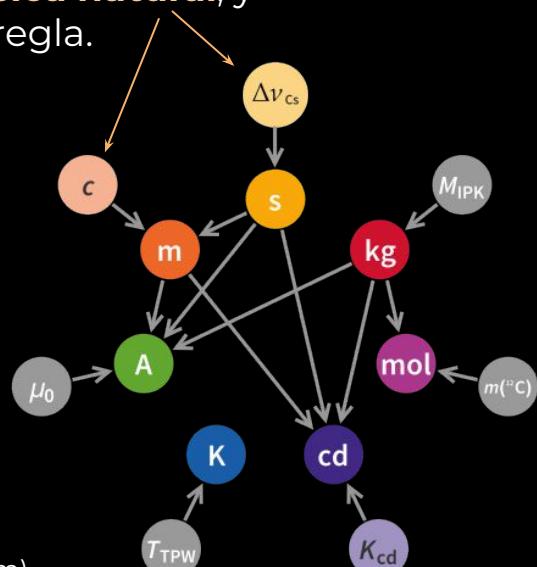
Convertir la definición de una unidad a una realidad:
La distancia recorrida por la luz en un dado tiempo → regla de 1m

En este caso, la unidad esta basada en una **constante física natural**, y la “realización” sería una receta para construir tu propia regla.

En el caso del kilogramo, la unidad estaba basada en un estándar en París hasta 2019 (El Fornasini es del 2012).



M_{IPK}
(International Prototype of the Kilogram)



Sistema Internacional de Unidades (SI)

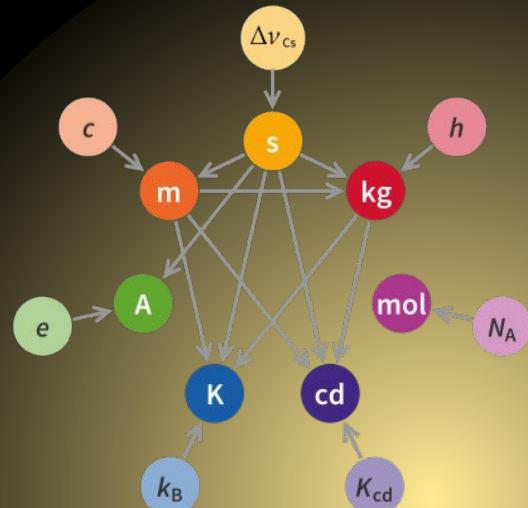
7 unidades base

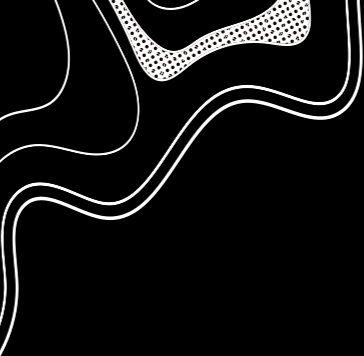
Completo, coherente y decimal*

Perfecto, hermoso, veloz, luminoso

Ahora cada unidad tiene un conjunto de instrucciones para la construcción de una “**realización**” de esa unidad, a partir de constantes físicas naturales.

Esto quiere decir que medimos muy bien la carga del electrón y a partir de ese momento definimos el Amperio, por ejemplo. En este caso, la carga del electrón **ya no tiene incerteza**.





Amperio (e)

Corriente eléctrica equivalente a $6.241\ 509\ 074 \times 10^{18}$ cargas elementales moviéndose en un segundo.

Kilogramo (h)

$$1\text{ kg} = \left(\frac{h}{6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}} \right) \text{ m}^{-2} \text{ s}$$

Kelvin (k_B)

$$1\text{ K} = \left(\frac{1.380\ 649}{k_B} \right) \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

Mol (N_A)

$$1\text{ mol} = \left(\frac{6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}}{N_A} \right)$$



Decimal Time





GRACIAS!

Metrología y calidad INTI:

<https://www.inti.gob.ar/areas/metrologia-y-calidad/si>

Página del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM)

<https://www.bipm.org/en/measurement-units>

Unidades graciosas e inusuales:

https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_humorous_units_of_measurement

https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_unusual_units_of_measurement

Sagan

See also: *Indefinite and fictitious numbers* § Sagan's number

As a humorous tribute to [Carl Sagan](#) and his association with the catchphrase "billions and billions", a [sagan](#) has been defined as a large [quantity](#) – technically at least four billion (two billion plus two billion) – of anything.^{[5][6]}

Donkey power

This facetious engineering unit is defined as 250 [watts](#) – about a third of a [horsepower](#).^[32]

Pirate-ninja

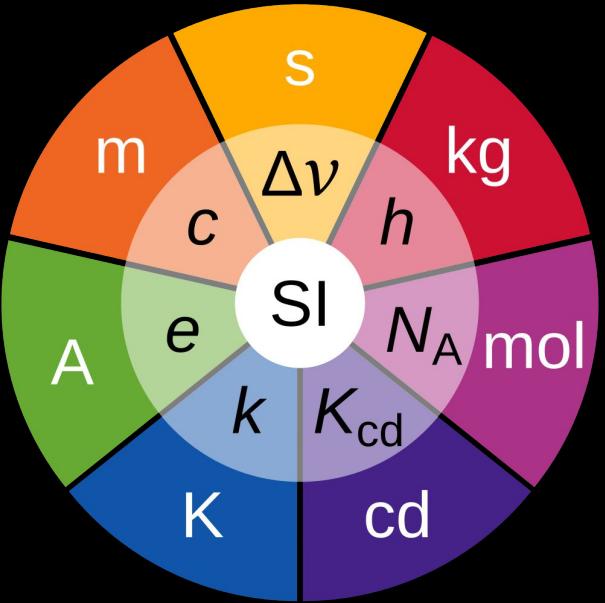
A pirate-ninja is defined as one [kilowatt-hour](#) (3.6 MJ) per Martian day, or [sol](#). It is equivalent to approximately 40.55 watts. It is used in the 2011 novel *The Martian* by [Andy Weir](#). Weir said in a 2015 interview that the [Curiosity rover](#) team at the [Jet Propulsion Laboratory](#) uses the similar unit 'watt-hours per sol' in their meetings, and the team told Weir that they should just call them milli-pirate-ninjas.^[33]

Nanocentury

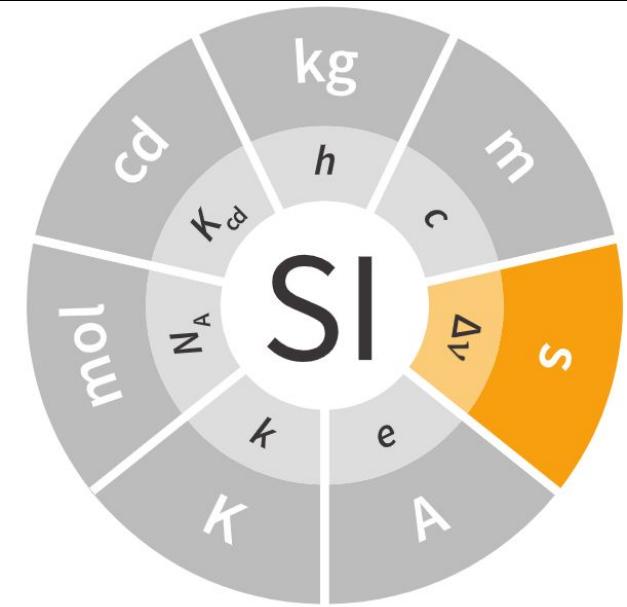
A unit sometimes used in computing, the term is believed to have been coined by [IBM](#) in 1969 from the design objective "never to let the user wait more than a few nanocenturies for a response".^[43] A nanocentury is one-billionth of a century or approximately 3.156 seconds. [Tom Duff](#) is cited as saying that, to within half a percent, a nanocentury is π seconds.^[44]

Beard-second

The beard-second is a unit of [length](#) inspired by the [light-year](#), but applicable to extremely short distances such as those in [integrated circuits](#). It is the length an average [beard](#) grows in one [second](#). Kemp Bennett Kolb defines the distance as exactly 100 [angstroms](#) (10 [nanometres](#)).^[8] as does Nordling and Österman's *Physics Handbook*.^[9] [Google Calculator](#) uses 5 nm.^[10]



Defining constant	Numerical value	Unit
$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9 192 631 770	Hz
c	299 792 458	m s^{-1}
h	$6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$	J s
e	$1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$	C
k	$1.380\ 649 \times 10^{-23}$	J K^{-1}
N_A	$6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$	mol^{-1}
K_{cd}	683	Im W^{-1}



Segundo

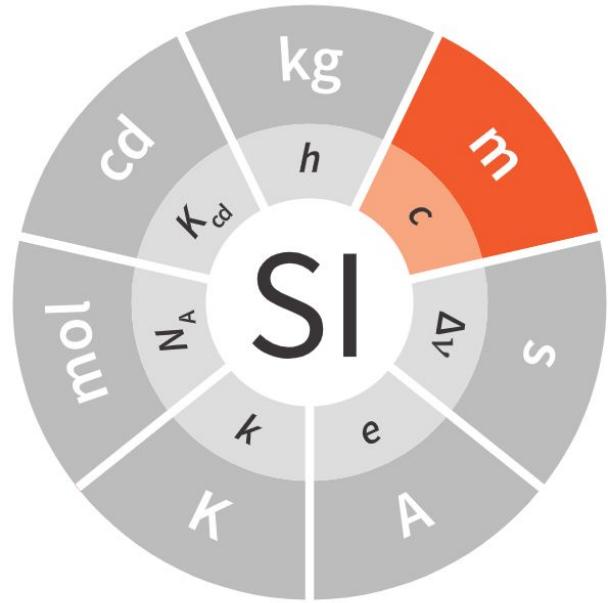
Sistema Internacional

El **segundo**, símbolo s, es la unidad de tiempo del **SI**. El valor de la unidad materializada se determina asignando el valor numérico fijo de la frecuencia del cesio $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, que es la frecuencia de la transición entre los estados base hiperfinos no perturbados del átomo de Cesio 133, como 9 192 631 770 cuando se expresa en la unidad Hz, que es igual a s^{-1} .

Esta definición implica el valor exacto $\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9 192 631 770 \text{ Hz}$. Invirtiendo esta relación se obtiene una expresión para la unidad de tiempo, el **segundo**, en términos de la constante definida $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1 \text{ Hz} = \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}}}{9 192 631 770} \text{ ó } 1 \text{ s} = \frac{9 192 631 770}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

La referencia a un átomo no perturbado pretende dejar claro que la definición del **SI** se basa en un átomo de Cesio aislado que no está perturbado por ningún campo externo, como el campo magnético terrestre.



Metro

Sistema Internacional

El **metro**, símbolo m, es la unidad de longitud del **SI**. Un **metro** se define como la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1/299 792 458 de segundo.

Se establece tomando el valor numérico fijo de la velocidad de la luz en el vacío, c , siendo éste 299 792 458 cuando se expresa la unidad en m s^{-1} , donde el segundo se define en función de $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ (frecuencia de la transición entre los estados base hiperfinos no perturbados del átomo de Cesio 133).

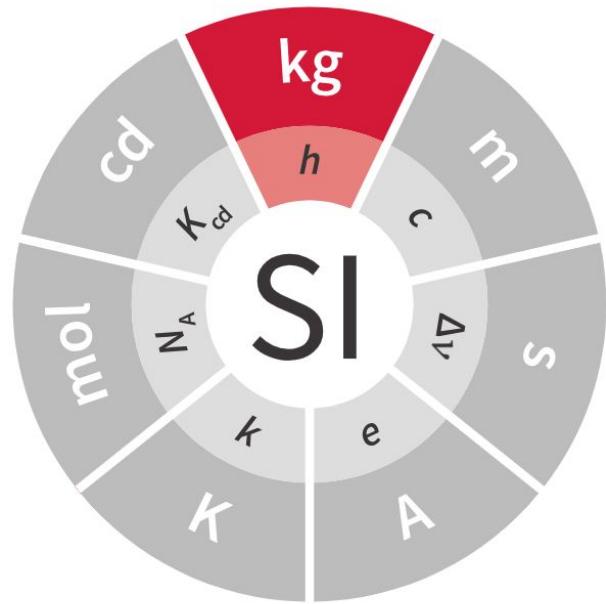
Esta definición implica la relación exacta $c = 299 792 458 \text{ m s}^{-1}$. Invertiendo esta relación se obtiene la expresión exacta para el metro, en función de las constantes c y $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

Considerando la relación exacta que define el segundo:

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9 192 631 770 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Véase definición del segundo})$$

Obtenemos

$$1 \text{ m} = \frac{c}{299 792 458} \text{ s} = \frac{9 192 631 770}{299 792 458} \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}} \approx 30.663 319 \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$



Kilogramo

Sistema Internacional

El **kilogramo**, símbolo kg, es la unidad de masa del **SI**. Se establece tomando el valor numérico fijo de la constante de Planck, \hbar , siendo éste $6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$, cuando se expresa en la unidad J s (joule segundo), igual a $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$, donde el metro y el segundo se definen en función de c (velocidad de la luz en el vacío) y $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ (frecuencia de la transición entre los estados base hiperfinos no perturbados del átomo de Cesio 133).

Esta definición implica la relación exacta $\hbar = 6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$. Invertriendo esta relación se obtiene la expresión exacta para el kilogramo en función de las tres constantes definitorias \hbar , $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ y c :

$$1 \text{ kg} = \left(\frac{\hbar}{6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}} \right) \text{ m}^{-2} \text{ s}$$

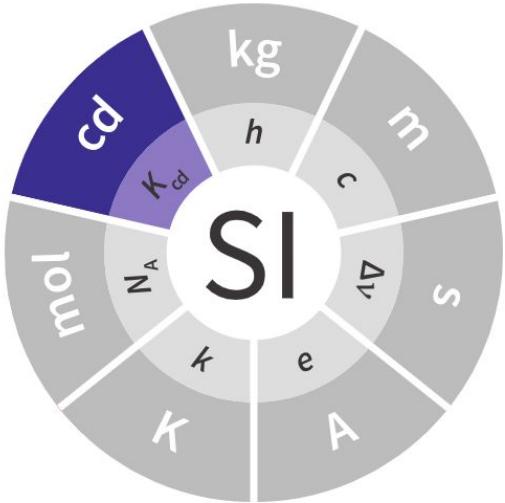
Considerando:

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9\ 192\ 631\ 770 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Véase definición del segundo})$$

$$c = 299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Véase definición del metro})$$

Sustituyendo se obtiene:

$$1 \text{ kg} = \frac{(299\ 792\ 458)^2}{(6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34})(9\ 192\ 631\ 770)} \frac{\hbar \Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2} \approx 1.475\ 5214 \times 10^{40} \frac{\hbar \Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2}$$



Candela

Sistema Internacional

La **candela**, símbolo cd, es la unidad de intensidad luminosa en una dirección establecida en el **SI**. Una **candela** se define como la intensidad luminosa en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz (hertz) y tiene una intensidad radiante de $1/683$ W sr $^{-1}$ (watt · estereoradián) en la misma dirección.

Se establece tomando el valor numérico fijo de la eficacia luminosa de una radiación monocromática, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia, K_{cd} , a una frecuencia de 540×10^{12} Hz, en 683 cuando se expresa en la unidad lm W $^{-1}$ (lumen watt $^{-1}$), igual a cd sr W $^{-1}$, o cd sr kg $^{-1}$ m $^{-2}$ s 3 , donde el kilogramo, el metro y el segundo se definen en función de \hbar (constante de Planck), c (velocidad de la luz en el vacío), y $\Delta\nu_{Cs}$ (frecuencia de la transición entre los estados base hiperfinos no perturbados del átomo de Cesio 133).

Esta definición implica la relación exacta $K_{cd} = 683$ cd sr kg $^{-1}$ m $^{-2}$ s 3 para la radiación monocromática de frecuencia $\nu = 540 \times 10^{12}$ Hz. Invirtiendo esta relación se obtiene la expresión exacta para la **candela** en función de las constantes K_{cd} , \hbar y $\Delta\nu_{Cs}$:

$$1 \text{ cd} = \left(\frac{K_{cd}}{683} \right) \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ sr}^{-1}$$

Lo que es igual a:

$$1 \text{ cd} = \frac{1}{(6.626\,070\,15 \times 10^{-34})(9\,192\,631\,770)^2 683} (\Delta\nu_{Cs})^2 \hbar K_{cd} \approx 2,614\,830 \times 10^{10} (\Delta\nu_{Cs})^2 \hbar K_{cd}$$

Donde:

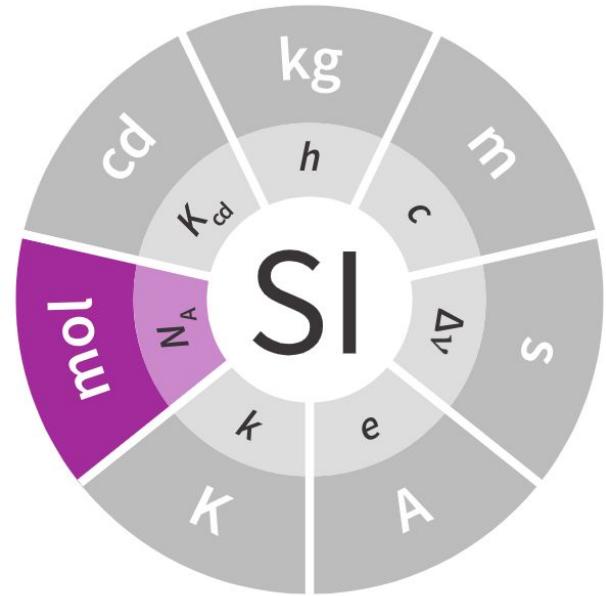
$$\hbar = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Véase definición del kilogramo})$$

$$\Delta\nu_{Cs} = 9\,192\,631\,770 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Véase definición del segundo})$$

El estereoradián, sr, es la unidad coherente para el ángulo sólido. Un estereoradián es el ángulo sólido de un cono con vértice en el centro de una esfera, el cual recorta sobre la superficie de dicha esfera un área igual al radio al cuadrado de la esfera.

El estereoradián es una unidad derivada del **SI**.

$$\text{Ángulo sólido sr} = \frac{\text{m}^2}{\text{m}^2}$$



Mol

Sistema Internacional

El **mol**, símbolo mol, es la unidad de cantidad de sustancia del **SI**. Un **mol** es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene $6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ entidades elementales especificadas. Siendo este el valor numérico fijo de la constante de Avogadro, N_A , cuando es expresado en la unidad mol^{-1} , y es denominado número de Avogadro.

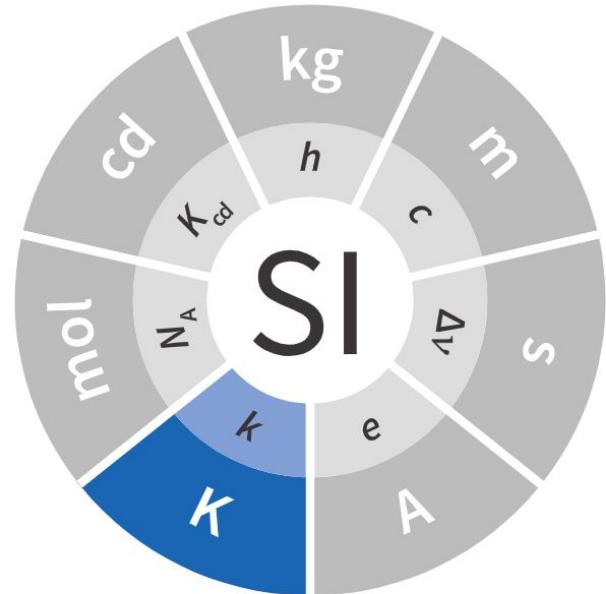
La cantidad de sustancia, símbolo **n**, de un sistema es una medida del número de entidades elementales especificadas. Una cantidad elemental puede ser un átomo, una molécula, un ion, un electrón, cualquier otra partícula o grupo específico de partículas.

Esta definición implica la relación exacta $N_A = 6.022\ 140\ 76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Invirtiendo esta relación se obtiene la expresión exacta para el mol en función de la constante N_A :

$$1 \text{ mol} = \left(\frac{6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}}{N_A} \right)$$

Kelvin

Sistema Internacional



El **kelvin**, símbolo K, es la unidad de temperatura termodinámica del **SI**. El **kelvin** es igual al cambio de temperatura termodinámica que da lugar a una variación de energía térmica kT por $1.380\,649 \times 10^{-23}$ J (joule).

Se establece tomando el valor numérico fijo de la constante de Boltzmann k , siendo este $1.380\,649 \times 10^{-23}$, cuando se expresa en la unidad J K⁻¹, igual a kg m² s⁻² K⁻¹, donde el kilogramo, el metro y el segundo se definen en función de \hbar (constante de Planck), c (velocidad de la luz en el vacío), y $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ (frecuencia de la transición entre los estados base hiperfinos no perturbados del átomo de Cesio 133).

Esta definición implica la relación exacta $k = 1.380\,649 \times 10^{-23}$ kg m² s⁻² K⁻¹. Invirtiendo esta relación se obtiene la expresión exacta para el **kelvin** en función de las constantes k , \hbar y $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1\text{ K} = \left(\frac{1.380\,649}{k} \right) \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

Considerando:

$$\hbar = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{véase definición del kilogramo})$$

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9\,192\,631\,770 \text{ s}^{-1} \quad (\text{véase definición del segundo})$$

Lo cual es igual a:

$$1\text{ K} = \frac{1.380\,649 \times 10^{-23}}{(6.626\,070\,15 \times 10^{-34})(9\,192\,631\,770)} \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}} \hbar}{k} \approx 2.266\,6653 \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}} \hbar}{k}$$