



FACULDADE DE ECONOMIA E FINANÇAS IBMEC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM  
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO  
PROFISSIONALIZANTE EM ECONOMIA

**“*Pairs Trading*: Aplicações Utilizando  
Arbitragem Estatística no Mercado  
Brasileiro”.**

**FELIPE BRANDÃO ACHÉ ANNECHINO**

**ORIENTADOR: PROF. DR. Claudio Barbedo**

**Rio de Janeiro, 31 de agosto de 2011.**

**“*PAIRS TRADING*: APLICAÇÕES UTILIZANDO ARBITRAGEM ESTATÍSTICA  
NO MERCADO BRASILEIRO”**

FELIPE BRANDÃO ACHÉ ANNECHINO

Dissertação apresentada ao curso de  
Mestrado Profissionalizante em Economia,  
como requisito parcial para obtenção do  
Grau de Mestre em Economia.  
Área de Concentração: Finanças, Métodos  
Quantitativos

ORIENTADOR: PROF. DR. CLAUDIO BARBEDO

Rio de Janeiro, 31 de agosto de 2011.

**“PAIRS TRADING: APLICAÇÕES UTILIZANDO ARBITRAGEM ESTATÍSTICA  
NO MERCADO BRASILEIRO”**

FELIPE BRANDÃO ACHÉ ANNECHINO

Dissertação apresentada ao curso de  
Mestrado Profissionalizante em Economia  
como requisito parcial para obtenção do  
Grau de Mestre em Economia.  
Área de Concentração: Finanças, Métodos  
Quantitativos

Avaliação:

BANCA EXAMINADORA:

---

Professor Doutor Claudio Barbedo (Orientador)  
Instituição: Ibmecc-RJ

---

Professor Doutor José Valentim  
Instituição: Ibmecc-RJ

---

Professor Doutor Gustavo Silva Araújo  
Instituição: PUC/IAG-RJ

Rio de Janeiro, 31 de Agosto de 2011

## FICHA CATALOGRÁFICA

Prezado aluno (a),

Por favor, envie os dados abaixo assim que estiver com a versão definitiva, ou seja, quando não faltar mais nenhuma alteração a ser feita para o e-mail [biblioteca.rj@ibmecrj.br](mailto:biblioteca.rj@ibmecrj.br), colocando no assunto: FICHA CATALOGRÁFICA - MESTRADO.

Enviaremos a ficha catalográfica o mais breve possível para o seu e-mail (se possível em até 72 horas).

- 1) Nome completo;
- 2) Título e subtítulo (se houver e separados);
- 3) Ano da defesa;
- 4) Área de concentração;
- 5) Assunto principal (contextualizado);
- 6) Assuntos secundários;
- 7) Palavras-chave, e
- 8) Resumo (se possível)
- 9) Curso (Mestrado profissionalizante em ...)

Ou envie os anexos contendo a página de rosto e a do resumo, além da área de concentração.



## **DEDICATÓRIA**

À minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família, por todo o incentivo para a realização e conclusão do mestrado.

Ao meu orientador, Professor Doutor Claudio Barbedo, por toda a ajuda e atenção dada ao longo da elaboração deste trabalho.

A todos os professores do Departamento de Economia do Ibmecc-Rio, por todo o aprendizado transmitido através do curso.

A todos os colegas de mestrado, pelo agradável convívio, e em especial ao Bernardo Dubeux, um amigo de infância que virou um amigo para o resto da vida.

À Aninha, por toda paciência, amor, carinho e incentivo.

## RESUMO

Esta dissertação estuda a viabilidade da estratégia de *Pairs Trading* no mercado de ações brasileiro. É possível observar nos mercados diversos pares de ações que possuem um equilíbrio de longo prazo, se dispersando por alguns momentos, mas retornando ao equilíbrio posteriormente e assim sucessivamente. Ao analisar, no mercado de ações brasileiro, os preços de diversas ações em um determinado período de tempo, buscamos identificar pares, cujos preços se movam de maneira semelhante ao longo do tempo. Neste trabalho, utilizamos como método de seleção final dos pares a cointegração das séries de preços diários, além de estimar uma relação de equilíbrio de longo prazo. Utilizamos também o teste de Dickey-Fuller Aumentado (*ADF test*) para a verificação da não estacionaridade das séries de preços. Selecionamos o período de janeiro de 2000 até dezembro de 2005 para teste e a partir de janeiro de 2006 até dezembro de 2010 são feitas as simulações históricas (*backtesting*). Aplicando regras simples de *trading*, obtivemos um retorno anualizado de 21,9% no período das simulações.

**Palavras Chave:** *Pairs Trading*, Arbitragem Estatística, Cointegração.



## ABSTRACT

This dissertation studies the viability of the Pairs Trading strategy in the Brazilian stock market. It is possible to observe in the markets several pairs of stocks which have long term equilibrium, scattering sometimes, but then recovering the point of equilibrium and so successively. By analyzing the prices of several stocks in a determined lapse of time, we intended to identify pairs, which prices move in similar manner during such period of time. In this dissertation, we used as final selection method of the pairs the co-integration of the daily prices series, besides estimating a long term equilibrium relation. We also used the Augmented Dickey-Fuller test to verify that the prices series were non-stationary. The period between January, 2000 and December, 2005 was selected for the test and as from January, 2006 until December, 2010 were made the backtestings. By applying simple trading rules, we obtained an annualized return of 21.9%.

**Key Words:** *Pairs Trading*, Statistical Arbitrage, Cointegration.

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 – Gráfico da Rentabilidade da Carteira Teórica e do CDI Acumulados no Período .	18
Figura 2 – Volatilidade Estimada pela Metodologia Ewma.....	19

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Resultados dos Testes de ADF .....	15
Tabela 2 – Retornos dos pares e estatísticas no período de Jan-2006 a Dez-2010.....	16
Tabela 3 – Estatísticas da carteira (Jan-2006 à Dez-2010).....	20

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	ARBITRAGEM.....	1
1.2	PAIRS TRADING.....	3
1.3	CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA.....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>BASE DE DADOS .....</b>	<b>ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA APLICADA.....</b>	<b>11</b>
4.1	COINTEGRACAO .....	12
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>23</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os mercados financeiros mundiais passaram por um período de enormes perdas. A recente crise financeira de 2008 gerou um movimento de migração para investimentos mais seguros, demonstrando grande aversão dos investidores a risco. Empresas e famílias iniciaram, desde então, um processo de desalavancagem. Nesse contexto, algumas modalidades de investimentos mais seguros passaram a ter maior procura. Uma delas é a modalidade *Long and Short*<sup>1</sup>, a qual vem ganhando cada vez mais espaço na indústria de fundos de investimentos por ser uma estratégia neutra ao mercado<sup>2</sup>. A seguir descreveremos alguns aspectos acerca de tais modalidades de operação.

### 1.1 ARBITRAGEM

A arbitragem vem sendo bastante utilizada no mercado de capitais brasileiro nos últimos anos. Atualmente, diversas instituições financeiras administram fundos de investimentos especializados apenas nessa estratégia. Define-se uma oportunidade de arbitragem como uma operação financeira na qual não se investe nenhum capital inicial e se realiza um ganho certo sem correr nenhum risco (Garcia, 1997).

---

<sup>1</sup> *Long and Short* (comprado e vendido) consiste em uma operação casada (simultânea), na qual o investidor mantém uma posição vendida (*Short*) e uma posição comprada (*Long*).

<sup>2</sup> Uma estratégia é dita neutra ao mercado quando há uma baixa correlação com o mercado, podendo ganhar tanto em cenários de alta como em cenários de baixa do mercado.

Suponhamos que sabemos que dois ativos, daqui a algum determinado tempo, terão o mesmo preço. É de se esperar, portanto, que hoje esses dois ativos tenham o mesmo preço, caso contrário, é possível montar uma operação, sem risco, e obter retornos bem atrativos.

Tomemos como exemplo a relação entre o preço no mercado à vista e o preço Futuro do Dólar norte-americano contra o Real. Espera-se que o preço Futuro do Dólar/Real seja igual ao seu preço *Spot*<sup>3</sup> acrescido da diferença dos juros entre os dois países e vice-versa. Caso o preço futuro seja, por exemplo, superior ao preço *Spot* acrescido do diferencial de juros, o investidor poderá comprar um Dólar no mercado à vista, tomando emprestada a quantia em Real necessária, e aplicar esse um Dólar no mercado internacional a uma taxa sem risco. No vencimento da operação, o investidor resgatará essa aplicação em Dólar, entregará a quantia vendida e liquidará o empréstimo tomado para financiar a operação. Tal investidor ganhou, portanto, sem risco e sem precisar desembolsar seu próprio dinheiro, a diferença entre a taxa futura e a taxa *Spot* diminuída do custo do empréstimo em Real acrescida da aplicação em Dólares.

Diversos ativos negociados no mercado possuem uma relação de paridade que, por alguma razão, muitas vezes desconhecida, desvia desta relação. Muitos participantes do mercado são velozes o suficiente e conseguem identificar este momento, por mais curto que seja, e montar uma operação com ganhos substanciais.

Na década de 80 surgiu outro tipo de arbitragem, em que a relação entre os ativos que geraria a estratégia viria apenas da relação estatística entre esses dois ativos. Daí surgiu o termo Arbitragem Estatística, assunto que será mais bem abordado no próximo tópico.

---

<sup>3</sup> *Spot* significa à vista.

## 1.2 PAIRS TRADING

*Pairs Trading* é uma estratégia muito utilizada por investidores e baseia-se na relação entre os preços de dois ativos. Esta operação visa obter lucros apostando que um ativo se valorizará mais do que outro em um determinado período ou, em um cenário onde ambos os ativos caíam, espera-se que o ativo comprado caia menos que o ativo vendido. Por essa razão, esse tipo de estratégia é considerada neutra ao mercado, dado que a exposição líquida na operação é zero.

Tomemos como exemplo duas ações quaisquer que caminham em uma relação muito próxima uma da outra por um longo período de tempo, oscilando o diferencial de seus preços muito próximo de uma média quase constante. Se, por alguma razão, esse diferencial de preço se afastou dessa média, espera-se que, após um período de tempo, o diferencial volte a sua relação de equilíbrio. Caso essa relação de equilíbrio exista, ao observar o afastamento, vende-se o ativo que está sobrevalorizado (A) e compra-se o outro (B). O investidor então se encontra comprado (*Long*) em B e vendido (*Short*) em A, ou simplesmente comprado no *ratio* B/A. Quando o diferencial de preço dos papéis retorna ao equilíbrio, a operação é encerrada comprando o ativo em que estava *Short* e vendendo o ativo que estava *Long*.

Naturalmente, é possível que o diferencial de preço não volte para o que chamávamos anteriormente de equilíbrio, e assim, a operação resulte em prejuízo.

A operação descrita acima pode ser chamada de Arbitragem Estatística, apesar de não ser arbitragem por definição, pois esta indica lucro sem risco, o que não é o caso da mesma.

A decisão de investimentos do tipo *Pairs Trading*, ou *Long/Short* pode ser baseada em dois diferentes tipos de estratégias. A primeira estratégia vem da análise fundamentalista, a qual estuda o fundamento econômico das empresas. Neste caso, o investidor busca observar uma discrepância entre o preço negociado no mercado e o valor por ele atribuído. Da mesma maneira que a operação descrita anteriormente, vende-se o papel sobrevalorizado e compra-se o sub-valorizado. Tipicamente, esta operação envolve empresas do mesmo setor ou de setores correlacionados, podendo também ser realizada, embora com menos frequência, envolvendo empresas de setores diferentes. Um exemplo simples no mercado financeiro brasileiro poderia ser uma operação envolvendo o par Usiminas contra Gerdau.

A segunda estratégia busca distorções puramente estatísticas, daí o nome Arbitragem Estatística, utilizando o mesmo princípio da arbitragem tradicional, porém com risco envolvido, já que neste caso a suposta relação de equilíbrio não é uma relação de paridade como, por exemplo, a relação de paridade *Put Call*<sup>4</sup>, ou um ativo à vista e seu ativo futuro. Cabe ressaltar que esta estratégia também não leva em consideração qualquer fundamento micro ou macroeconômico.

### 1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

O primeiro uso da estratégia de *Pairs Trading* com uma abordagem puramente estatística foi atribuído a Nunzio Tartaglia, que trabalhava no banco norte-americano Morgan Stanley, na década de 80. Nunzio Tartaglia reuniu um grupo de matemáticos, físicos e cientistas da computação a fim de desenvolver técnicas de arbitragem estatística utilizando o estado da arte da estatística. O avanço do grupo foi tal que eles desenvolveram operações de forma

---

<sup>4</sup> Paridade Put Call (*Put Call Parity*) define a relação entre uma opção de compra (*Call Option*) e uma opção de venda (*Put Option*), tendo elas o mesmo preço de exercício (*strike*) e vencimento, e o ativo objeto sendo de alta liquidez.



automática, onde as ordens eram geradas e executadas através dos programas por eles desenvolvidos. O principal foco do grupo era identificar pares de ações que se moviam de forma parecida. Ao identificar uma distorção neste movimento, operações eram feitas esperando-se que a distorção fosse temporária e o par voltaria para um caminho semelhante. Esta estratégia passou a ser conhecida como *Pairs Trading*. Após obterem retornos extremamente satisfatórios em 1987, o grupo foi dissolvido em 1989 após resultados bastante ruins. Apesar disso, a estratégia com pares se tornou muito popular entre todos os investidores, como bancos e *hedge-funds* (Vidyamurth, 2004).

Neste trabalho, estudaremos apenas a Arbitragem Estatística, sem considerar dados microeconômicos das empresas, ou eventos macroeconômicos que possam surgir e, de alguma forma, perturbar o rumo dos negócios das companhias. O objetivo deste estudo é analisar o retorno de uma carteira composta de pares de ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo (BM&FBovespa), utilizando como método de seleção dos pares a cointegração entre eles. O principal desafio após a definição dos pares, *a priori*, nos parece ser a escolha do momento de entrada na operação e o momento de saída.

Dividimos esta dissertação em seis capítulos. No Capítulo 2, comentaremos diversos trabalhos realizados utilizando uma estratégia similar à aqui estudada, e que, de alguma maneira, contribuíram para a elaboração do presente estudo. O Capítulo 3 apresenta a base de dados utilizada, o período estudado e algumas outras características. No Capítulo 4, apresentaremos detalhadamente a metodologia utilizada para formação dos pares e os critérios de abertura e fechamento das operações. No Capítulo 5, apresentaremos os resultados obtidos nas simulações das operações (*backtesting*). O Capítulo 6 conclui.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Perlin (2007) testou o desempenho da estratégia de *Pairs Trading* no mercado de ações brasileiro, entre os anos de 2000 e 2006. A sua base de dados inicial continha as 100 ações de maior liquidez no mercado de capitais brasileiro e, como maneira de refinar seus dados, dentre essas 100 ações, excluiu as que não tiveram negócios em até 2% dos dias da amostra inicial. A partir dessas observações, testou os dados separadamente em frequências diárias, semanais e trimestrais. Para selecionar os pares, a metodologia utilizada foi a menor distância medida pelo quadrado da diferença dos preços normalizados, no período de dois anos. Perlin testou o desempenho dos pares, utilizando como ponto de compra/venda, uma distância entre 1,5 e três desvios-padrão. Os resultados mais satisfatórios foram aqueles entre 1,5 e 2.0 desvios-padrão na frequência diária. Embora os resultados nas frequências semanais e mensais tenham mostrado também excessos de retornos, era de se esperar que as diárias fossem mais positivas, uma vez que este tipo de estratégia muitas vezes é mais eficiente em um curto espaço de tempo.

Gatev, *et al* (2006) estudaram a estratégia de *Pairs Trading* no mercado norte-americano no período compreendido entre os anos de 1962 e 2002. Foram selecionadas as ações negociadas ao menos uma vez em todos os dias durante esse período. Para cada ação da amostra, foi criado um índice de retorno, incluindo o reinvestimento dos dividendos. A partir daí, o critério

de seleção dos pares dos autores foi escolher aqueles que possuíam os menores quadrados das distâncias entre as duas séries de retorno. O período de formação escolhido foi de uma janela de 12 meses e as operações eram montadas nos 6 meses seguintes (*Trading Period*), e, como critério de escolha do ponto a se abrir a operação, utilizava-se aquele que se afastava em pelo menos 2 desvios-padrão da média observada nos 12 meses de formação. Como escolha de quando fechar a operação, os autores optaram pelo retorno à média ou, caso não retornasse, fechariam a operação no último dia dos 6 meses do período de operação. Como resultado, os autores apresentaram, dentre os 5 melhores pares, um retorno médio mensal de 1,44%, enquanto os 20 melhores pares obtiveram um retorno médio de 1,31% por mês, resultado que se mostrou extremamente satisfatório.

Kabashima (2005) testou a estratégia de *Pairs Trading* no mercado de capitais brasileiro utilizando uma metodologia sugerida por Vidyamurthy (2004). O período escolhido foi de janeiro de 2003 até junho de 2005. Como critério de escolha dos pares, primeiramente, selecionou os 50 pares de maior correlação e, em seguida, realizou o teste ADF no intuito de verificar a presença de raiz unitária nos resíduos da regressão dos pares. A escolha do momento para abrir uma operação foi o ponto em que o diferencial de preço abrisse uma distância de 0,75 desvios-padrão do equilíbrio de longo prazo, e o momento de sair da operação era quando a distância entre o diferencial de preço retornasse à média ou quando essa distância aumentasse em mais 0,75 desvios-padrão, neste caso resultando em um prejuízo. Os resultados apresentados foram satisfatórios, porém não muito expressivos. Considerando os custos operacionais, o primeiro teste apresentou um retorno de 2,09% por operação no semestre e o segundo um retorno de 1,76% por operação.

Hogan *et al.* (2003) testaram a eficiência de mercado utilizando *Pairs Trading*, sem abordar a arbitragem estatística. O estudo seleciona os pares observando, em um determinado período, as ações que mais se valorizaram e as que mais caíram. Após escolher, compra-se a ação que mais se desvalorizou e vende-se a que foi mais rentável. A idéia dos autores era de que o mercado cometia excessos tanto nos movimentos mais ascendentes quanto nos mais descendentes. A estratégia utilizada por eles obteve resultados bastante positivos.

### 3 AMOSTRA

Todos os dados utilizados no presente trabalho foram extraídos da base de dados do *software* Económica.

Para o estudo, foram utilizados os preços de fechamento diários das ações de empresas negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BM&FBovespa). Utilizamos o preço de fechamento, apesar de muitas vezes serem um pouco distorcidos devido aos leilões de fechamento, pois este é o mais utilizado pelas instituições brasileiras na marcação a mercado de seus ativos diariamente.

O presente estudo analisou o período compreendido entre janeiro de 2000 e dezembro de 2010. Inicialmente, filtramos as ações que tiveram ao menos um negócio neste período, chegando então a um universo de 59 ações e seus respectivos retornos diários. Um segundo filtro foi feito para melhor adequar este estudo à falta de liquidez do mercado de ações brasileiro comparado ao mercado de ações norte-americano, dentre as 59 ações, selecionamos as que tiveram as maiores médias de negócios no período analisado, passando então a um universo de 50 ações. Devido ao período escolhido, nosso estudo não inclui ações de IPO's mais recentes no mercado.

Os preços das ações analisadas já estão ajustados conforme eventos corporativos, como pagamento de dividendos e grupamentos ou desdobramentos de ações que eventualmente ocorreram no período de tempo escolhido<sup>5</sup>.

Observaremos a presença de diversas crises no estudo, sendo a mais grave oriunda da crise dos títulos hipotecários nos Estados Unidos, que teve seu ápice no ano de 2008 e até hoje afeta diversos ativos negociados em bolsa, bem como toda a economia global.

Algumas outras crises que afetaram o mercado financeiro brasileiro estão compreendidas na base de dados, como a bolha da internet nos Estados Unidos, a crise da Rússia, a crise de confiança pré-governo Lula e outras mais leves como a deflagrada em maio de 2006, após denúncias de corrupção envolvendo o então Ministro da Fazenda Antonio Palocci. Apesar de tais crises, é intuitivo que isto não afete os resultados do estudo, já que este contempla estratégias de *Long and Short*, conhecidas como neutras ao mercado, já que se pode ganhar ou perder tanto com o mercado em uma tendência de alta como em tendência de baixa.

A seguir descreveremos detalhadamente a metodologia utilizada no presente trabalho.

---

<sup>5</sup> Dados diários são automaticamente ajustados pelo *software* Economática.

#### 4 METODOLOGIA APLICADA

A metodologia aplicada à estratégia de *Pairs Trading* no presente estudo possui, basicamente, dois períodos distintos. Primeiramente, o período de formação, no qual são feitos os primeiros filtros e testes estatísticos para seleção dos pares a serem negociados. Com os pares escolhidos, passaremos ao segundo período, o qual chamaremos de Período de *Trading* e no qual realizaremos o *backtesting* da estratégia, identificando o momento de se abrir uma posição ou entrar em uma operação, bem como o momento de sair da posição ou fechá-la. A separação desses dois períodos é de fundamental importância para o sucesso do estudo, de maneira a se evitar que os testes no Período de *Trading* não sejam feitos no mesmo período da seleção dos pares.

No período de formação dos pares, escolhemos inicialmente todas as ações que tiveram ao menos um negócio no período compreendido entre janeiro de 2000 e dezembro de 2010. Seleccionamos então as 50 ações mais líquidas dentre elas. Destas 50 ações, formamos 1.225 pares entre todas elas e obtivemos o coeficiente de correlação dos pares.

De posse das 50 ações que formaram 1.225 pares, testamos a presença de raiz unitária em cada série de preços. Optamos pelo teste de Dickey-Fuller Aumentado por este ser o mais poderoso. É de se esperar que tenhamos todas as séries não estacionárias, já que o período observado foi marcado por uma grande valorização no mercado de ações.

Em seguida testamos a cointegração dos diversos pares, utilizando a metodologia de Johansen, para formar um grupo de pares que passariam à etapa seguinte.

#### 4.1 COINTEGRACAO

Nas aplicações em *Pairs Trading*, nos referimos aos casos em que séries de preços não estacionárias  $I(1)$  são combinadas para produzir séries estacionárias  $I(0)$  de um portfólio.

Seja  $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$  uma sequência de séries temporais  $I(1)$ . Se existem números reais  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  diferentes de zero, tal que:

$$\beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \dots + \beta_k X_{k,t}$$

forme uma série  $I(0)$ , então  $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$  são ditas cointegradas (Enders, 2002).

Em outras palavras, dado duas (ou um conjunto) de séries temporais não estacionárias  $y_t$  e  $x_t$ , se para um certo valor  $\gamma$ , a série  $y_t - \gamma x_t$  é estacionária, então as duas séries são ditas cointegradas (Vidyamurth, 2004). O conceito de cointegracao foi proposto por Engle e Granger. Esta foi uma das ideias que lhes renderam o prêmio Nobel de economia em 2003.

A explicação para a dinâmica da cointegração está por trás da noção de *error correction*. Tal ideia por trás do *error correction* é que um “sistema” cointegrado possui um equilíbrio de longo prazo, isto é, há uma média de longo prazo da combinação linear das duas séries temporais. Se há um desvio desta média de longo prazo, então uma ou as duas séries se ajustam para que o equilíbrio de longo prazo seja reestabelecido.

A representacao do *error correction* é dada conforme abaixo:

$$y_t - y_{t-1} = \alpha_y (y_{t-1} - \gamma_{xt-1}) + \varepsilon_{yt}$$

$$x_t - x_{t-1} = \alpha_x (y_{t-1} - \gamma_{xt-1}) + \varepsilon_{xt}$$



O lado esquerdo das equações representa o incremento da serie a cada passo no tempo. O lado direito é a soma de duas expressões, o *error correction* e um ruído branco.

A metodologia da cointegração testada por Johansen busca identificar o número de relações de cointegração entre duas ou mais séries e se houver alguma, estimar quais esses valores que formam esta relação de longo prazo. Estimamos o número de relações de cointegração a partir do modelo VAR de ordem p.:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + Bx_t + \epsilon_t$$

Onde  $y_t$  é um vetor de variáveis não-estacionário.

Se as variáveis deste vetor são cointegradas, então existe uma representação VECM (modelo de correção de erros vetoriais) que pode ser representado por:

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + Bx_t + \epsilon_t$$

Onde:

$$\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I, \quad \Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p A_j$$

A matriz  $\Pi = \alpha\beta'$ . Onde  $\alpha$  é uma matriz (n x r) que fornece os parâmetros de ajustamento.  $\beta'$  é uma matriz (r x n) que fornece os vetores de cointegração e n é o número de variáveis  $I(1)$ .

Seguindo Bougeois e Minko (2005), escolhemos utilizar o modelo de cointegração sem intercepto e sem tendência. Na ocorrência de discrepância entre os testes, há indicações para a preferência sobre o resultado do autovalor máximo, pois apresenta hipótese alternativa mais específica.

Definidos os pares após o teste de cointegração de Johansen, estimamos a relação linear entre as duas séries de preços das ações através da regressão por mínimos quadrados, conforme abaixo:

$$P_{x,t} - \beta P_{y,t} = z_t$$

Onde o termo do lado esquerdo é a combinação linear das duas séries de preços.  $\beta$  é obtido através de uma regressão linear  $P_{x,t} = \beta P_{y,t} + z_t$ .  $z_t$  é o valor do *spread* no tempo  $t$ ,  $P_{x,t}$  e  $P_{y,t}$  são os preços das ações  $x$  e  $y$  em  $t$ . Assim, dado que as séries são cointegradas, o *spread* tem a propriedade de reversão à média, o que é extremamente importante dado que as operações com *Pairs Trading* são uma aposta que a relação entre os preços dos ativos irá reverter para a sua média, ou para um equilíbrio de longo prazo.

Primeiramente, estimamos o *spread* da série ( $z_t$ ). Normalizamos então o *spread* subtraindo da média e do desvio padrão, que são calculados com base no período de dentro da amostra (janeiro de 2000 a dezembro de 2005). No período fora da amostra, para normalizar  $z_t$ , utilizamos a média e o desvio-padrão de uma janela móvel de 24 meses. O critério utilizado para abrir uma posição consiste em vender (comprar) o *spread* quando este está dois desvios padrões acima (abaixo) da média. A posição é liquidada quando o *spread* está a menos de dois desvios padrões da média. Caso após um ano aberta, a operação não retorne para um intervalo inferior a meio desvio-padrão, esta é encerrada automaticamente, sendo apurado o retorno ao final deste período de um ano. Uma alternativa seria trabalhar com ordens *Stop*<sup>6</sup>, quando uma operação seria automaticamente encerrada caso atingisse uma perda previamente estipulada (*Stop Loss*). Não utilizamos essa opção, porém monitoramos o *Drawdown*<sup>7</sup> de cada operação.

O período de simulação das operações iniciou-se em janeiro de 2006 e encerrou-se em dezembro de 2010. No Capítulo a seguir mostraremos os resultados obtidos nessas simulações.

---

<sup>6</sup> *Stop (Stop Loss ou Stop Win)*: Indica intenção de interromper uma perda (ou ganho) em uma operação. Este tipo de operação pode ser programado com algoritmos para que a ordem de encerramento da posição seja dada de forma automática.

<sup>7</sup> *Drawdown*: Medida momentânea de uma operação dada pelo retorno negativo entre o valor máximo histórico e o valor no momento. Se a medida do valor da operação é a máxima histórica, o *drawdown* é zero.

## 5 RESULTADOS

Como critério final de seleção dos pares, elaboramos o teste de cointegração de Johansen. Antes disso, para cada ação que formaria um par, utilizamos o teste ADF (*Aumented Dickey-Fuller*) a fim de confirmar a não-estacionariedade dos preços.

Tabela 1: Resultados dos testes de ADF

Ação	t-statistic	Ação	t-statistic
BBAS3	1.1126	ITUB4	1.4968
BBDC3	4.2281	PETR3	1.5567
BBDC4	3.4902	PETR4	1.5959
BRTO4	-4.0299	TCSL3	-1.5398
CMIG4	1.7836	TCSL4	-2.1869
CPLE6	-2.0716	TLPP3	-0.0468
CSNA3	0.0588	TLPP4	-0.2724
ELET3	-2.8070	TNLP3	-0.4367
ELET6	-1.7397	TNLP4	-1.9015
GGBR4	1.1338	USIM3	-0.1112
GOAU4	1.1831	USIM5	0.3447
ITSA4	2.8418	VALE3	0.8270
ITUB3	1.4346	VALE5	1.0736

A hipótese nula do teste é de que há raiz unitária na série, ou esta é não-estacionária. Optamos pelo nível crítico de 5% do *t-statistic*, então caso este seja maior que -2.87, a hipótese nula da presença de raiz unitária não é rejeitada. Na tabela acima, podemos concluir então que apenas a ação BRTO4 é estacionária.

Com as séries de preços em mãos, passamos ao teste de cointegração de Johansen. Como explicado anteriormente, um par será dito cointegrado caso uma combinação linear das séries de preços (não-estacionárias) seja estacionário. Formamos 17 pares e fizemos as simulações de *trades* no período de janeiro de 2006 a dezembro de 2010.

Pudemos observar que diversos pares de ações nos deram diversas oportunidades de operações. Todas foram simuladas levando em consideração o mesmo valor financeiro na posição *Long* e na posição *Short*, gerando então uma exposição líquida ao mercado inicialmente igual a zero (*market neutral*)<sup>8</sup>.

A metodologia para escolha dos pontos de se abrir e fechar uma posição são de fundamental importância para o sucesso da operação e foi um dos principais desafios da estratégia. Abaixo, um resumo dos resultados obtidos por par:

Tabela 2 – Retornos dos pares e estatísticas no período de Jan-2006 a Dez-2010

ATIVO 1	ATIVO 2	Retorno acum.	Retorno Anualizado	Índice de Sharpe anualizado	Número de operações	Dias operações abertas	Volatilidade anualizada
VALE3	VALE5	48%	8,1%	-0,4	18	546	8,3%
PETR3	PETR4	7%	1,4%	-1,5	17	759	6,9%
BBDC3	BBDC4	44%	7,5%	-0,3	9	604	14,3%
GGBR4	GOAU4	41%	7,0%	-0,3	13	983	14,3%
BBDC4	ITUB4	-19%	-4,1%	-1,0	2	296	15,9%
BBDC4	ITSA4	43%	7,4%	-0,3	7	604	15,9%
BBDC3	ITUB4	29%	5,2%	-0,3	2	758	21,8%
BBDC3	ITSA4	48%	8,2%	-0,2	8	441	17,5%
TCSL3	TCSL4	19%	3,6%	-0,6	1	159	14,6%
GGBR4	USIM5	200%	24,6%	0,7	13	468	19,6%
GOAU4	USIM5	342%	34,6%	1,0	19	539	23,7%
CSNA3	GOAU4	19%	3,6%	-0,4	7	441	19,8%
PETR4	VALE5	29%	5,2%	-0,3	4	459	19,3%
BBAS3	ITSA4	436%	39,9%	0,9	21	785	30,5%
GGBR4	VALE5	48%	8,1%	-0,2	5	506	18,6%

<sup>8</sup> Uma alternativa a isto seria trabalhar com operações com beta neutro, quando os volumes da posição comprada e vendida são ajustados pelo coeficiente beta de modo que o par tenha um beta zero com o Mercado. Neste caso, os volumes das operações compradas e vendidas podem ser diferentes.

CSNA3	VALE3	30%	5,4%	-0,3	6	573	25,2%
GGBR4	VALE3	86%	13,3%	0,1	6	567	27,8%

Os pares escolhidos são formados, em sua maioria, por ações de empresas do mesmo setor, da mesma empresa (ações ordinárias versus ações preferenciais), ou de empresas inseridas em setores correlacionados, como GGBR4/VALE3, ações da companhia siderúrgica Gerdau e da mineradora Vale.

Incluimos algumas variáveis para melhor analisar o desempenho de cada par. Algumas operações mostraram retornos bastante consistentes, como GOAU4/USIM5, retornando 200% nos 5 anos do período fora da amostra, contra uma rentabilidade de 74,5% do CDI e o par GGBR4/USIM5 foi o mais rentável de todos, acumulando um ganho de 342% no final de 5 anos. O Ibovespa no período retornou 107% (15,7% anualizado).

A serie  $z_t$  obtida da combinação linear dos preços a partir da equação  $P_{x,t} - P_{y,t}$  e posteriormente normalizada nos pareceu bastante útil para a obtenção dos pontos a se abrir (ou fechar) os *trades*.

Para melhor estimar os resultados de acordo com a realidade, incluimos todos os custos envolvidos nas operações. Cada operação aberta ou fechada gerou quatro operações, sendo duas na abertura e duas no fechamento. A cada operação efetuada, a Bolsa de Valores de São Paulo (BM&FBovespa) cobra uma taxa de emolumentos no valor de 0,035% do valor financeiro total da operação. Além deste, incluimos também os custos de corretagem, considerando operações feitas em corretoras do tipo *discount broker*<sup>9</sup>, que podem oferecer descontos de até 95% na taxa de 0,5% cobrada sobre o valor financeiro total de cada

<sup>9</sup> *Discount Broker* são as corretoras que prestam serviços de operação oferecendo um grande desconto em relação a outras. Geralmente são corretoras independentes, não estando associada a grandes instituições financeiras. As corretoras de grandes bancos, por exemplo, cobram uma corretagem mais alta, porém provêm os clientes de diversos estudos dos mercados, sendo por isso chamadas de *Research Broker*.

operação. Portanto, considerando operações feitas por investidores institucionais, cada operação gerou um custo de 0,06% sobre o volume financeiro total.

Incluímos também no estudo, os custos de aluguel necessários para cobrir a posição vendida (*Short*). Este custo depende da ação e é cobrado em valor percentual sobre o valor financeiro total contratado. As ações aqui estudadas são de alta liquidez, sendo então a taxa de aluguel relativamente barata, em torno de 0,5% ao ano. Consultamos as taxas médias de aluguel praticadas no mercado que ficam disponíveis na CBLC<sup>10</sup>.

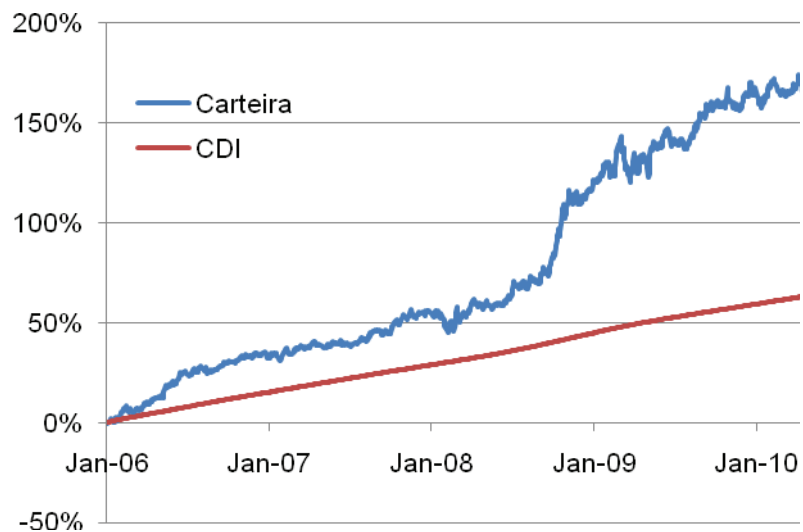
Após estimar todas as operações no período *out-of-sample*, montamos uma carteira teórica e simulamos seu retorno, considerando todas as operações feitas com os 17 pares. Cabe ressaltar que, nem todos os pares tinham operações abertas nos mesmos dias, sendo assim, para o retorno de cada dia na carteira, o peso do retorno de cada par na carteira era simplesmente o retorno deste dividido pelo número de operações abertas no dia.

O resultado foi extremamente positivo:

---

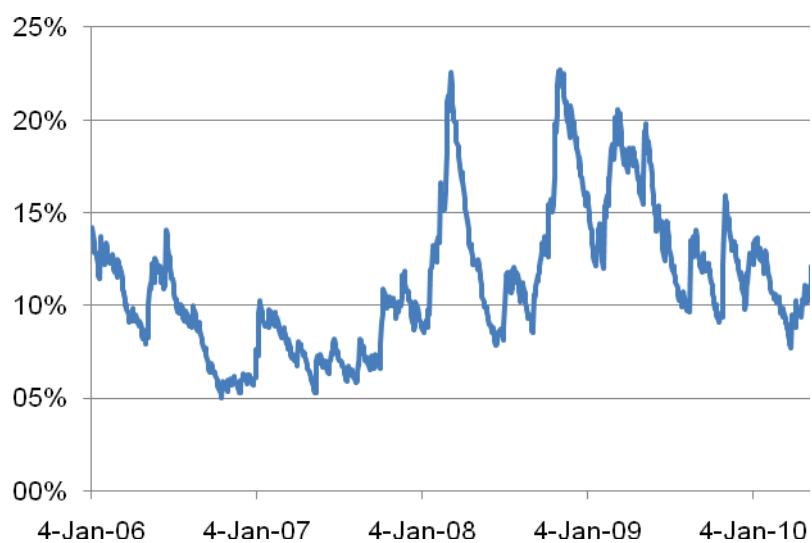
<sup>10</sup> CBLC: Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia.

Figura 1 – Gráfico da rentabilidade da carteira teórica e do CDI acumulados no período



Esta tabela reflete bem o resultado da estratégia. Como podemos observar, o retorno foi bem acima do CDI, que indica o retorno de um investimento sem risco no Brasil.

Figura 2 – Volatilidade estimada pela metodologia Ewma



Abaixo algumas estatísticas da carteira teórica:

Tabela 3 – Estatísticas da carteira (Jan-2006 à Dez-2010)

Retorno Total Acumulado Líquido:	170%
Retorno Anualizado Líquido:	22,0%
Volatilidade Anualizada:	12,2%
CDI Anualizado	11,8%
Índice de Sharpe	0,8
Máximo <i>Drawdown</i>	-14,1%

Além dos retornos consistentes, a carteira teórica obteve uma correlação baixa com o mercado (0.15), o que é uma característica comum das estratégias do tipo *Long-Short*. O *Drawdown* da carteira mede a queda no valor da carteira em relação ao seu pico máximo atingido. A queda máxima na carteira teórica, que chamamos de Máximo *Drawdown*, foi de 14,1%, um número considerado razoável considerando investimentos em renda variável.



## 6 CONCLUSÃO

Nesta dissertação testamos uma estratégia de arbitragem estatística conhecida como *Pairs Trading* em operações com ações de empresas listadas no mercado acionário brasileiro.

A base de dados inicial continha um universo das 50 ações mais líquidas entre 2000 e 2010. A estratégia foi implementada com base na cointegração entre os pares formados, explorando a propriedade de reversão à média dos pares de ações que continham suas séries cointegradas. Através do teste de Johansen, selecionamos 17 pares para a etapa seguinte, na qual realizamos simulações de operações.

Com os pares a serem testados selecionados, estimamos uma série a partir da combinação linear das séries dos preços. Obtivemos a normal desta última para estimar os pontos ótimos para se abrir e fechar uma posição. Uma posição era aberta quando esta série se afastava em dois desvios padrões da média de longo prazo. Cada posição era liquidada quando o *spread* retornasse à média.

Dos 17 pares selecionados para fazer as simulações das operações fora da amostra nos cinco anos testados, o par que obteve melhor desempenho retornou, em média, 34.6% por ano, enquanto o pior obteve um retorno anualizado negativo de 4,1%.

Montamos também uma carteira teórica entre todos os pares no período, atribuindo pesos iguais aos que tivessem com operações abertas, obtendo um retorno acumulado 170% nos cinco anos, ou 21.9% anualizado. O Índice de Sharpe da estratégia foi de 0,8, um bom indicador dado os altos retornos dos investimentos sem risco no Brasil.

Além disso, a carteira mostrou uma correlação baixa em relação ao Ibovespa, inferior a 0,15, Tal número confirma um dos objetivos das estratégias neutras ao mercado, que é de se realizar operações, cujos resultados não estejam altamente correlacionados com o desempenho do mercado.

A estratégia de *Pairs Trading* estatístico vem crescendo bastante na indústria de fundos quânticos mundial. Como alternativa, podemos pensar, ainda, em testar esta estratégia trabalhando também com dados intra-diários, ao invés de trabalhar apenas com preços de fechamento. Também seria interessante testar outros parâmetros de escolha dos momentos de compra e venda, e não apenas 2 desvios-padrões para abertura e 0.5 desvio para fechamento.

Podemos afirmar que as estratégias empregadas se mostraram bastante rentáveis ao analisarmos os dados. Os resultados deste trabalho corroboram a eficácia do teste de cointegração como método final de seleção dos pares.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, Carol; GIBLIN, Ian; WEDDINGTON III, Wayne. “Cointegration and Asset Allocation: A New Active Hedge Fund Strategy”. In: *Financial and Financial Risk Management*. v. 16, p. 65-89.

BOURGEOIS, Yoann; MINKO, Marc. “Presentation about Statistical Arbitrage (Stat-Arb), using cointegration on the Equity Market”. In: *Derivatives models Review Group (DMRG-Paris) HSBC CCF*, 2005.

CALDEIRA, João. *Arbitragem estatística e estratégia long-short, pair trading, abordagem da cointegração aplicada a dados do mercado brasileiro*. Paper. ANPEC, 2010.

ENDERS, W. “Applied Econometric Time Series”. John Wiley & sons, Inc., New York. 2004.

GARCIA, Márcio G. P. “A Macroeconomia do Dólar Futuro”. Disponível em: <http://www.econ.puc-rio.br/mgarcia/Artigos/Macrometrica/!MACROMT.RIC/macdol.pdf>. Acesso em: 15/07/2011.

GATEV, Evan, G., WILLIAM, N. Goetzmann e ROUWENHORST, K. Greet. “Pairs Trading: Performance of a Relative Arbitrage Rule”, NBER Working Papers 7032. National Bureau of Economic Research Inc., 1999.

HOGAN, S., JARROW, R., TEO, M. WARACHKA, M., “Testing Market Efficiency using Statistical Arbitrage with Applications to Momentum and Value Strategies”. SSRN Working Papers, 2003.

KABASHIMA, Ernesto. “Pairs Trading: Aplicação no Mercado Acionário Brasileiro”, Dissertação de Mestrado. São Paulo. EESP/FGV, 2005.

LONGO, Eduardo. “Pairs Trading Uma Aplicação no Mercado Acionário Brasileiro”. Dissertação de Mestrado. São Paulo. EESP/FGV, 2008.

PERLIN, M. S., “Evaluating of Pairs Trading Strategy at the Brazilian Financial Market”, Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=952242>. Acesso em: 15/05/2011.

READY, Mark J. “Profits from technical Trading Rules”, 1986, SSRN, University of Wisconsin-Madison, 1997.

VIDYAMURTH, Ganapathy. “Pairs Trading”, John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, 2004.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. “Introdução a Econometria”, The Massachusetts Institute of Technology Press, 2002.