

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Practice 1: L^AT_EX, Grammars and Regular Expressions

Pablo Fazio Arrabal

Ejercicio 1. Find the power set R^3 of $R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (3,4)\}$. Check your answer with the script *powerrelation.m* and write a L^AT_EX document with the solution step by step.

Cálculo de R^3

En este ejercicio, debemos hallar R^3 dada la relación binaria R siguiente:

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$$

Para ello, aplicamos la definición de **potencia de una relación**.

Definición. Potencia de una relación R^n . Dado $R \subseteq A \times A$,

$$R^n = \begin{cases} R & n = 1 \\ \{(a, b) : \exists x \in A, (a, x) \in R^{n-1} \wedge (x, b) \in R\} & n > 1 \end{cases}$$

Luego, dado R empecemos calculando, por definición, que elementos pertenecen a R^2 . Los elementos serán de la forma $(x, y) \in A \times A$, donde $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

★ (1,1): debido a que $\exists x = 1 \in A$ tal que $(1,1) \in R \wedge (1,1) \in R$.

★ (1,2): debido a que $\exists x = 1 \in A$ tal que $(1,1) \in R \wedge (1,2) \in R$.

★ (1,3): debido a que $\exists x = 2 \in A$ tal que $(1,2) \in R \wedge (2,3) \in R$.

★ (2,4): debido a que $\exists x = 3 \in A$ tal que $(2,3) \in R \wedge (3,4) \in R$.

No hay más duplas que cumplan estas condiciones en $A \times A$, por tanto:

$$R^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 4)\}$$

Una vez conocido el conjunto R^2 , volvemos a aplicar la definición de potencia de una relación para el cálculo de R^3 .

★ (1,1): debido a que $\exists x = 1 \in A$ tal que $(1,1) \in R^2 \wedge (1,1) \in R$.

★ (1,2): debido a que $\exists x = 1 \in A$ tal que $(1,1) \in R^2 \wedge (1,2) \in R$.

★ (1,3): debido a que $\exists x = 2 \in A$ tal que $(1,2) \in R^2 \wedge (2,3) \in R$.

★ (1,4): debido a que $\exists x = 3 \in A$ tal que $(1,3) \in R^2 \wedge (3,4) \in R$.

No hay más duplas que cumplan estas condiciones en $A \times A$, por tanto:

$$R^3 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4)\}$$

Octave

Una vez calculado teóricamente, lo demostramos en la aplicación Octave mediante el archivo *powerrelation.m*,

```
octave:1> powerrelation({'1', '1'}, {'1', '2'}, {'2', '3'}, {'3', '4'}, 3)
ans =
{
  [1,1] = 11
  [1,2] = 12
  [1,3] = 13
  [1,4] = 14
}
```