Laboratorio 01 – Parte Teórica

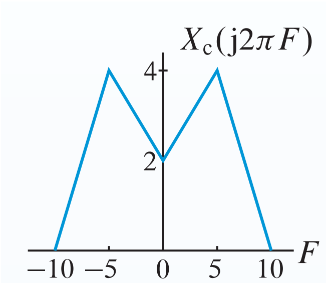
Entrega:
Horario 0791 - 11 de abril del 2025 - 08:00 AM
Horario 0792 - 11 de abril del 2025 - 11:00 AM
Problemas:

1. (1.5 p) Considere la señal $x_c(t)$ cuya transformada de Fourier $X_c(j2\pi F)$ se presenta en la siguiente figura. Esta señal es muestrada con una frecuencia de muestreo F_s para obtener la señal discreta en el tiempo $x[n]$. Para cada una de las siguientes frecuencias de muestreo determine la DTFT $X(e^{j\omega})$ de x[n], grafique esta transformada en función de ω en unidades de radianes, y explique si $x_c(t)$ se puede recuperar de sus muestras $x[n]$.

   a) $F_s = 10\,\text{Hz}$

   b) $F_s = 15\,\text{Hz}$

   c) $F_s = 30\,\text{Hz}$



2. (1.5 p) Considere una señal continua en el tiempo

$$x_c(t) = 3\cos(2\pi F_1 t + \pi/4) + 3\sin(2\pi F_2 t).$$

   Esta señal es muestreada en tiempos $t = 0{,}001n$ para obtener la señal discreta $x[n]$, la cual luego es aplicada a un DAC ideal para obtener la señal reconstruida $y_r(t)$.

   a) Para $F_1 = 150\,\text{Hz}$y $F_2 = 400\,\text{Hz}$determine $x[n]$ y grafique sus muestras junto con la señal $x_c(t)$. Luego determine $y_r(t)$ como una señal sinusoidal, grafique y compare con $x_c(t)$.

   b) Repita la parte a) para las frecuencias $F_1 = 300\,\text{Hz}$y $F_2 = 700\,\text{Hz}$.

   c) Compare los resultados entre las partes a) y b). ¿En qué caso se logra recuperar la señal original y por qué?

3. (2.0 p) Demostrar las siguientes propiedades de la transformada de Fourier de tiempo discreto (DTFT)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}.$$

   a) Desplazamiento en el tiempo

$$x[n - n_o] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} X(\omega)e^{-j\omega n_o}$$

b) Convolución

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[n-k] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} X(\omega)Y(\omega)$$

c) Multiplicación

$$x[n]y[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)Y(\omega-\theta)d\theta$$

d) Teorema de Potencia

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)Y^*(\omega)d\omega$$

4. (2.0 p) Calcular la DTFT directa de las siguientes señales discretas

   a) $x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n < N \\ 0, & n < 0 \; n \geq N \end{cases}$ (función ventana rectangular)

   b) $x[n] = a^n u[n]$, $(|a| < 1)$.

   Ademas, calcular la DTFT inversa de las siguientes respuestas en frecuencia

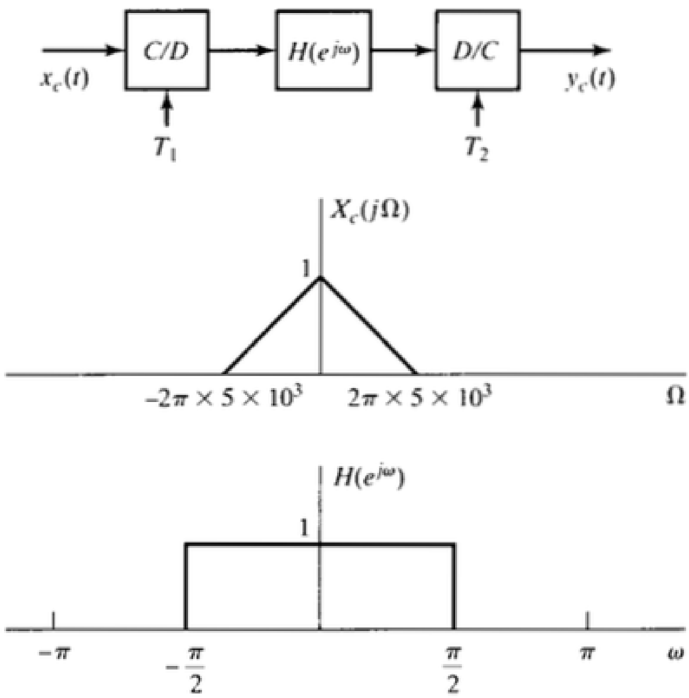
   a) $X(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c, \\ 0, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$ (filtro pasabajos ideal con frecuencia de corte ω_c)

   b) $X(\omega) = e^{-j\omega n_o/2}$, $(n_o \in \mathbb{Z})$.

5. (1.0 p) En el sistema de la figura se muestra $X_c(j\Omega)$ y $H(e^{j\omega})$. Diagrame y etiquete la transformada de Fourier de $y_c(t)$ para cada uno de los siguientes casos.

   a) $1/T_1 = 1/T_2 = 10^4$

   b) $1/T_1 = 2 \times 10^4$, $1/T_2 = 10^4$



IEE352 2025-1: Procesamiento Digital de Señales
Facultad de Ciencias e Ingeniería - Pontificia Universidad Católica del Perú

Laboratorio 1 - Parte computacional asíncrono

Entrega:
Horario 0791 - 11 de abril del 2025 - 08:00 AM
Horario 0792 - 11 de abril del 2025 - 11:00 AM

Pregunta 1 (1pto.)

Un sistema de adquisición de datos obtiene información de tres sensores diferentes con una frecuencia de muestreo de 1000 Hz. Los sensores miden lo siguiente:

- Sensor 1: Frecuencia dominante de 50 Hz
- Sensor 2: Frecuencia dominante de 150 Hz
- Sensor 3: Frecuencia dominante de 300 Hz

Se realizará lo siguiente:

a) (0.25p) ¿Cual es la frecuencia de Nyquist? ¿Cuál(es) señal(es) pueden reducirse a 250 Hz sin pérdida de información?

b) (0.25p) Carga el archivo sensors_data.npy. Grafica cada señal en el dominio del tiempo (usando subplot). Finalmente, grafica el espectro en frecuencia de cada señal (usando FFT), etiquetando ejes (frecuencia en Hz).

c) (0.5p) Para la señal que cumple con el criterio de Nyquist a una frecuencia de muestreo de 250 Hz, reduce la frecuencia de muestreo a dicho valor. (Hint: Usar técnicas de decimación adecuadas). Grafica la señal original y la decimada (en tiempo y frecuencia). Comenta los resultados.

Pregunta 2 (1pto.)

Una señal EMG (muestreada originalmente a 2000 Hz) contiene frecuencias relevantes entre 10 Hz y 500 Hz. Se desea procesarla digitalmente. Carga el archivo emg_signal.npy y responde:

a) (0.5p) ¿Cuál es la frecuencia mínima de muestreo para evitar aliasing? ¿Qué acción previa debe tomarse antes del muestreo?

b) (0.5p) Usando una frecuencia de muestreo de 1000 Hz realiza el submuestreo de la señal. Luego, usando interpolación, reconstruye la señal original, grafica ambas señales (la original y la reconstruida) en una ventana de tiempo de 0 a 200 ms.