



## Taller 5: Análisis de sensibilidad

Abril 18, 2019

### Problemas

1. **(30%  $\approx$  40min)** Considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & 60x_1 + bx_2 + 20x_3 \\ \text{s.a} & \\ & 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20 \\ & 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq a \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

Se le indica que considere la base  $[h_1, x_3, x_1]$  en que  $h_1$  corresponde a la variable de holgura de la primera restricción.

- (a) **(10%)** Determine el rango de  $a$  y  $b$  para el cual la base es óptima y única
  - (b) **(10%)** Determine el rango de  $a$  y  $b$  para el cual la base es óptima pero no única
  - (c) **(10%)** Determine el rango de  $a$  y  $b$  para el cual la solución asociada es degenerada. En este caso identifique todas las restricciones activas en la solución asociada (elijan una solución degenerada si es que encuentran más de una)
2. **(30%  $\approx$  40min)** Una empresa de Ingeniería Civil Hidráulica provee tres tipos de tuberías con tamaño estándar para conducción de agua potable: asbestos, hierro y hormigón. La producción de éstas se basa en dos recursos principales limitados, R1 y R2. Producir tuberías de hierro aumenta en 2 unidades la disponibilidad de R1, mientras que producir tuberías de asbestos aumenta en 1 unidad la disponibilidad de R2. Por otro lado, producir tuberías de hormigón y asbestos disminuye en 2 y 1 unidades la disponibilidad de R1, respectivamente; mientras que producir tuberías de hierro y hormigón disminuye en 3 y 1 unidades la disponibilidad de R2, respectivamente. Considere que inicialmente hay una disponibilidad de 10 unidades de R1 y 6 unidades de R2, y los precios en el mercado de tuberías de hierro, hormigón y asbestos son de \$3, \$7 y \$2, respectivamente.
- (a) **(10%)** Plantee el problema de optimización para planificar la producción de tuberías de la empresa, indicando supuestos, variables de decisión, función objetivo y restricciones
  - (b) **(10%)** Determine la solución óptima del problema por medio del algoritmo simplex
  - (c) **(10%)** Producto de dinámicas del mercado, el precio de las tuberías de hormigón cambia a \$p. Determine el rango de valores que puede tener p para que la base óptima encontrada en (b) no cambie.

3. **(40%  $\approx$  70min)** Una fábrica produce dos tipos de planchas de aluminio pintado y requiere determinar la cantidad a producir de cada tipo. Producir una plancha del tipo 1 requiere 7 m<sup>2</sup> de aluminio bruto, 0.3 lts de pintura y 15 min de trabajo. El costo por plancha de tipo 1 (en aluminio y pintura) para el fabricante es de \$400 y el precio unitario de venta es de \$1200. Producir una plancha del tipo 2 requiere 14 m<sup>2</sup> de aluminio bruto, 0.3 lts de pintura y 5 min de trabajo. El costo por plancha de tipo 2 es \$900 y el precio unitario de venta es de \$1500. El fabricante maneja un stock diario máximo de 630 m<sup>2</sup> de aluminio bruto y al menos 15 lts de pintura. Trabaja solo y dispone de 10 hrs cada día. El fabricante no dispone de un trabajo alternativo para las horas no utilizadas en fabricar planchas de aluminio ¿Cuánto es lo óptimo a producir de modo de maximizar la utilidad?
- (a) **(5%)** Formule el PPL para determinar el plan de producción óptimo de la fábrica
  - (b) **(5%)** Identifique la solución óptima del problema con Octave
  - (c) **(10%)** Realice un análisis de sensibilidad respecto a la máxima variación posible que pueden tener los ingresos netos de cada tipo de plancha de modo que la solución no cambie. Utilice el enfoque gráfico y matricial para determinar el rango de valores.
  - (d) **(10%)** Para el rango encontrado en (c), grafique con Octave los ingresos totales de la fábrica para todos los valores posibles de costos de la plancha 1 y 2.
  - (e) **(10%)** Realice un análisis de sensibilidad respecto a la máxima variación posible de aluminio, pintura y trabajo, tal que no cambie la solución actual. Utilice el enfoque matricial y gráfico para determinar el rango de valores.
  - (f) **(20%) (Bonus)** Para el rango encontrado en (d), determine (con Octave) el precio sombra del aluminio, pintura y mano de obra (por minuto). Además, verifique que el precio sombra se mantiene constante dentro del rango de valores en el cual no cambia la base óptima.