

TEMAS DE

# MAGNETISMO

Y

# SUPERCONDUCTIVIDAD



Ruzzante  
Alonso Castillo  
Suárez Antola

*Temas de  
Magnetismo y Superconductividad  
by  
José Ruzzante,  
Pablo Alonso Castillo and  
Roberto Suárez Antola*

*Copyright ©2020 by the authors*

**ISBN:**  
*Printed in Argentina*

Published by the authors  
Alsina 2795, Florida (1602),  
Buenos Aires.  
Argentina.  
(54)9 11 3483 8615

Direct Inquires and/or orders to the above address

All rights reserved. Except for use in a review, no portion of this book may be reproduced in any form without the express written permission of the publisher.

Neither the authors nor the publishers assumes any responsibility for the use or misuse of information contained in this book.

TEMAS DE

# MAGNETISMO

Y

# SUPERCONDUCTIVIDAD

Colección de temas al estado del arte en magnetismo y superconductividad con aplicaciones de física pura, química, ciencia de materiales, ensayos industriales y biología.

**Autores:**  
Dr. José Ruzzante  
Esp. Pablo Alonso Castillo  
Dr. Roberto Suárez Antola



Tres clases hay de ignorancia: no saber lo que debiera saberse, saber mal lo que se sabe, y saber lo que no debiera saberse. Si juzgamos el amor por la mayor parte de sus efectos, se parece más al odio que a la amistad. Si no tenemos paz dentro de nosotros, de nada sirve buscarla fuera

François de La Rochefoucauld



# Prefacio

Este libro se originó como una serie de disertaciones en conferencias y cursos de posgrados que los autores realizaron para ....



# Palabras de los autores

Toda obra lleva consigo el potencial de influir en los hombres y de perdurar en el tiempo. No pretendo tanto como esto, sino tan solo poder ayudar con mi pequeña contribución a facilitar algunos temas y dar herramientas para que se tenga una comprensión más acabada de estos fenómenos y sus fundamentos. La capacidad de integrar conocimientos es una rara cualidad que permite grandes avances en áreas poco relacionadas y es cada día mas necesaria por cuanto las fuertes especializaciones a las que ha tendido desde hace décadas la formación universitaria, tienden a producir una visión de túnel en tanto que hemos ingresando a una etapa donde el conocimiento y el progreso se fraguan ampliando la visión y coordinando conocimientos entre distintas áreas. Llegará el día en el futuro cercano en que no será viable separar las ciencias tan claramente como hasta ahora. Espero aquí, haber ayudado a facilitar ese camino.

Pablo J.C. Alonso Castillo.

José Ruzzante.

Roberto Suárez Antola.



# Biografías

- **José E. Ruzzante;** es Licenciado en Física, por la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad de Buenos Aires, y recibido de Doctor en Física en la Universidad Nacional de La Plata, Argentina. Se especializó en Emisión Acústica en el CISE, Milán - Italia. Fue Director Científico del "International Centre for Earth Sciences" (ICES) que pertenece a la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA) y a la Universidad Nacional de Cuyo (UNC), Mendoza – Argentina. Participó, junto a otros dos autores, en la escritura del libro "Ultrasonido y Emisión Acústica para Ingenieros y Estudiantes de Ingeniería", accesible desde: [https://www.researchgate.net/publication/341655775\\_Ultrasonido-y-EmisionAcustica-para-Ingenieros-y-Estudiantes-de-Ingenieria](https://www.researchgate.net/publication/341655775_Ultrasonido-y-EmisionAcustica-para-Ingenieros-y-Estudiantes-de-Ingenieria). y publicó el libro ".Ondas elásticas en sólidos ISBN 978-987-86-6502-3. Actualmente es: Miembro Fundador del Grupo Latinoamericano de Emisión Acústica (GLEA); Profesor Consulto de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN); Instructor ASME (American Society of Mechanical Engineers); Profesor Titular en la Universidad Nacional de Tres de Febrero (UNTREF) en la carrera de Ingeniería en Sonido; Responsable del Grupo de Investigación en Acústica Subacuática (GIAS) de la misma Universidad.
- **Roberto Suárez Antola;** es Licenciado en Física, Magíster en Biofísica y Doctor en Ciencias Biológicas por la Universidad de la República de Uruguay (UdelaR). Además posee formación en medicina adquirida en la Facultad de Medicina de UdelaR. Se especializó en ingeniería nuclear, a nivel de posgrado, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Efectuó estudios de profundización en algunos temas de ciencias fisicomatemáticas e ingeniería en Alemania, Austria, España, Francia e Inglaterra. Fue Profesor Titular y Director de Carrera en UdelaR y en la Universidad Católica del Uruguay. Dirigió los laboratorios de la Comisión Nacional de Energía Atómica y de la Dirección Nacional de Tecnología Nuclear del Ministerio de Industria, Energía y Minería (MIEM). Actualmente es Asesor en el MIEM de Uruguay. Compartió un premio de la Academia Nacional de Medicina, un premio Génesis del MIEM y un premio de la Academia Nacional de Ingeniería de Uruguay. Es autor de un libro sobre energía nuclear y un libro sobre teoría de la relatividad. Publicó artículos de investigación y capítulos de libro en temas de ciencias físico matemáticas, ingeniería y ciencias biomédicas.
- **Pablo J.C. Alonso Castillo;** es Licenciado en Física, por la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Ingeniero Electricista y Especialista en Sistemas Embebidos por la Facultad de Ingeniería, todas de la Universidad de Buenos Aires. Es Profesor Universitario por la Facultad de Psicología y Pedagogía de la Universidad del Museo Social Argentino. Realizó estudios en los EE.UU., Trabajó como Ingeniero de Campo y Desarrollador de firmware y software para aplicaciones nucleares. Trabaja desde el año 2003 para la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), Lideró los desarrollos de diversos proyectos en el área de Plasmas, olfatometría electrónica, espectrometría y monitoreo remoto. Es el responsable del Laboratorio de Espectrometría de Movilidad Iónica (LEMI). Desde el año 2014

es el Secretario Académico del Instituto de Formación Técnica Superior N°14 del GCBA.

.... *Dedicado a .....*



# Capítulo 1

## Introducción al magnetismo

Yo prefiero ese algo recóndito que alguien del sexo opuesto emitía hacia mi.

A ese algo voy a llamarlo aquí "magnetismo".

Una fuerza que te atrae y absorbe, te guste o no te guste, quieras o no  
Al sur de la frontera, al oeste del Sol

Haruki Murakami

### 1.1. Introducción histórica

- Iniciamos este trabajo con un breve e incompleto resumen histórico sobre la idea de átomo.
  - **Joseph John Thomson** recibió el Premio Nobel de Física en 1906 por el descubrimiento del **electrón** en 1897 Thomson probó que los rayos catódicos tenían naturaleza corpuscular y estaban formados por electrones Curiosamente, su hijo **George Pagget Thomson** también recibió el Premio Nobel de Física en 1937 por demostrar que el electrón es una onda constituyendo la demostración experimental de la dualidad partícula onda
  - Se atribuye a **Ernest Rutherford** el descubrimiento del **protón**, en el año 1918 con carga positiva e igual a la del electrón ( $1,6 \times 10^{-19} C$ ) Es una partícula subatómica cuya masa es 1836 veces superior a la del electro En la década del 1970 se crean evidencia que es una partícula compuesta.
  - **James Chadwick** descubre el **neutrón** en el año 1932, partícula que no tiene carga eléctrica y que junto con el protón constituye el núcleo atómico Su masa es similar a la del protón Fuera del núcleo el neutrón es inestable dura 14,7 minutos El neutrón es el responsable de la estabilidad de los núcleos.
  - A lo largo de la historia la idea de átomo fue cambiando, desde la propuesta de Dalton en adelante, cada nuevo modelo explicaba algún fenómeno, fallando en otros, ya que nacen de experiencias realizadas. Solo comentaremos los mas recientes.
  - **J. J. Thomson** luego del descubrimiento del electrón propuso en 1898 que los átomos son esferas de materia con carga positiva embebida de electrones.

- **E. Rutherford en 1911** describe al átomo como compuesto por un núcleo, pequeño, de carga positiva con los electrones a cierta distancia exterior girando, con gran cantidad de espacio vacío La importancia de este modelo es que introducía la existencia de un nucleo atómico.
- **Modelo de Niels Bohr en 1913** supone que solo algunas órbitas de los electrones son posibles, con esta hipótesis logra explicar los espectros de emisión y absorción atómicos. Este modelo es clásico pero introduce por primera vez ideas de cuántica Supuso que los electrones solamente se podían mover en órbitas circulares definidas. Cada órbita puede ser identificada mediante un número entero **n** llamado número cuántico principal.
- **Arnold Sommerfeld en 1916** presenta el modelo atómico de Bohr modificado donde introduce órbitas de los electrones elípticas y velocidades relativas. La excentricidad de la órbita dio lugar al número cuántico azimutal, que establece la forma de los orbitales, se lo representa con la letra **l** y toma valores que van desde 0 hasta  $n - 1$ .
- **Modelo de Schrödinger 1926** plantea una ecuación de onda para los electrones, que los supone ondas de **De Broglie**. La solución estacionaria de ecuación de Schrödinger del átomo está caracterizada por tres números cuánticos **n, l** y **m**. Predice adecuadamente las líneas espectrales de distintos tipos de átomos, tanto neutros como ionizados y explica las uniones químicas. Posteriormente **Max Born 1926** propone la interpretación probabilística de la función de onda de los electrones y **Dirac en 1928** generaliza la ecuación de Schrödinger agregando la relatividad y dando origen al espín del electrón y su numero cuántico **s**. Hasta aquí es todo lo que necesitamos saber para entender el átomo.

## 1.2. Formulación matemática

Maxwell logra, en el siglo 19 expresar matemáticamente los hallazgos de Faraday y engloba todos los fenómenos clásicos del electromagnetismo en sus ecuaciones, concibe las ondas electromagnéticas y determina su velocidad

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 & \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_l\end{aligned}$$

$$\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Se ve que una corriente eléctrica genera un campo magnético, dicho de otro modo el movimiento de cargas eléctricas genera un campo magnético, luego existe una relación entre movimiento de cargas y campo magnético, ¿que podría explicar el magnetismo atómico?

$\vec{E}$  Campo eléctrico en el espacio,  $\vec{D}$  Denota efectos eléctricos en la materia

$\vec{H}$  Campo magnético en el espacio,  $\vec{B}$  Campo magnético en la materia

$\vec{f}$  fuerza de Lorentz.

Parecería que con las ecuaciones de Maxwell se tendría la descripción total del magnetismo atómico. ¡No es así! El magnetismo en los sólidos es un fenómeno

cuántico. Muchos de los fenómenos magnéticos solo se pueden explicar cuánticamente. Un modelo atómico simple considera al electrón girando alrededor del núcleo atómico muy pequeño. El núcleo contiene toda la carga positiva del átomo. Las ecuaciones de Maxwell sugieren que un electrón acelerado debe radiar energía con una frecuencia fundamental y otras armónicas múltiplo de la fundamental. Si el movimiento del electrón es circular (y por tanto acelerado) y uniforme, emitiría una sola frecuencia, luego el electrón perdería energía y colapsaría. Tampoco podemos explicar la estabilidad del núcleo atómico con tantas cargas positivas juntas.

Sabemos que los fenómenos de óptica se deben tratar de dos maneras distintas según el caso si la dimensión del objeto es mucho mayor que la longitud de onda de la luz, podemos utilizar la óptica geométrica y definir trayectorias bien precisas, la luz se la trata como una partícula, por el contrario si la longitud de onda de la luz es comparable con la dimensión del objeto, aparecen los fenómenos de difracción y no se puede utilizar la óptica geométrica. No podemos definir una trayectoria ni afirmar que son partículas. Si aceptamos este tipo de comportamiento para el micro mundo, entonces la longitud  $\lambda$  de un determinado ente está dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (1.1)$$

Donde  $h \approx 6,62607015 \times 10^{-34} [Js]$  es la constante de Planck,  $m$  la masa y  $v$  la velocidad.

Veamos si tiene sentido tratar a una bolita de  $1gr$  que se mueve a una velocidad de  $1\frac{cm}{s}$  como una onda, calculando  $\lambda = 6,6 \times 10^{-27} cm$ . Totalmente despreciable frente al tamaño del cuerpo. Tendremos fenómenos de difracción en zonas de dimensiones comparables con las longitudes de onda. Si realizamos el mismo cálculo para los átomos vemos que la longitud de onda es comparable a la dimensión atómica, por tanto, debemos abandonar la idea de trayectoria del electrón bien definida girando a una distancia fija del núcleo. Veamos otro ejemplo:

Supongamos electrones en un tubo de RX que son acelerados con una diferencia de potencial de  $10kV$  luego:

$$eV = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (1.2)$$

De donde  $\lambda$  será:

$$\lambda = \frac{ch}{eV} = 1,239 \times 10^{-10} m \quad (1.3)$$

Esto lleva a pensar que la materia tiene propiedades de partícula y de onda, lo que comúnmente se llama dualidad partícula onda pero ¡no significa que sean al mismo tiempo las dos cosas!. Estas ondas se llaman ondas de De Broglie o de materia. Lo único que podemos afirmar es que todo ente en movimiento, bajo cierto experimento se comporta como onda y bajo otro experiencia como partícula. Tengamos en cuenta que estos fenómenos nos son percibidos directamente por nuestros sentidos. En la figura 1.1 tenemos las tres proyecciones de un objeto que está dentro de la esfera, ¿quién puede decir qué es?

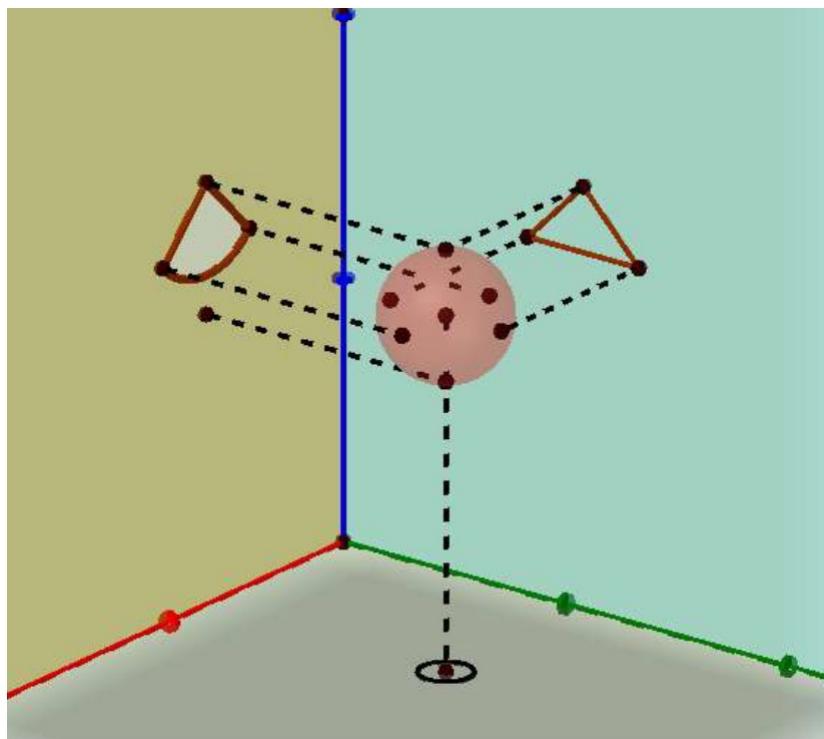


FIGURA 1.1. Proyecciones en tres planos

Las características ondulatoria y corpuscular son complementarias y excluyentes, nuestro conocimiento de las particularidades es parcial si solo utilizamos uno de ellos.

No debemos explicar el micromundo en función de conceptos del macromundo como son las ondas puras o partículas puras, solo será posible comprender el átomo si pensamos en el comportamiento corpuscular de las ondas y en el comportamiento ondulatorio de las partículas.

¿Cómo hallamos esta onda de De Broglie que caracteriza el fenómeno?, por intermedio de la ecuación diferencial de Schrödinger La solución de esta ecuación nos da lo que llamamos función de onda  $\Psi$  que en un punto del espacio y en un instante de tiempo nos da la probabilidad de encontrar la entidad en ese lugar e instante.

La solución de la ecuación de Schrödinger es normalmente un problema complicado Sin embargo, su solución dio excelentes resultados y predijo fenómenos observados experimentalmente imposibles de explicar con la física clásica. Mencionemos un par de ejemplos:

1.- La ecuación Schrödinger independiente del tiempo, para un caso unidimensional tiene el siguiente aspecto:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(x))\Psi = 0 \quad (1.4)$$

Donde  $m$  es la masa,  $V(x)$  la energía potencial,  $E$  la energía total del sistema y  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ . La solución de la ecuación no solo depende de la función  $V(x)$  sino también

del valor numérico de  $E$ . Para cualquier valor de  $E$  no es posible encontrar una solución  $\Psi$  continua y con condiciones de probabilidad, luego se comprueba que solo hay solución para valores discretos de la energía  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ . La energía toma valores discretos, esta cuantificada y se los llama valores propios, siendo  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_n$  las funciones propias o características

2.- Suponiendo ahora un pozo cuadrado de potencial como el que se muestra en la figura 1.2 Resolviendo la ecuación de Schrödinger para este potencial, se observa los niveles de energía en color azul y en rojo una función propia particular, indicando que existe la posibilidad de encontrar al ente fuera del pozo, fenómeno observado en los núcleos radiactivos que emiten partículas alfa Efecto que no se explica en la mecánica clásica, efectivamente, ya que

$$E = \frac{m}{2} v^2 + V \therefore v = \sqrt{\frac{2}{m} (E - V(x))} \quad (1.5)$$

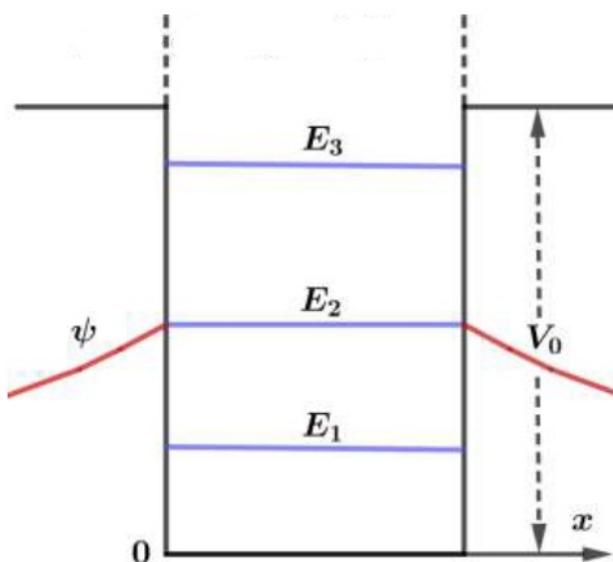


FIGURA 1.2. Pozo de potencial

Dentro del pozo  $E > V$  ya que el potencial es cero, pero fuera tiene el valor  $V_0 > E$  por tanto la velocidad  $v$  sería imaginaria, lo que no tiene sentido, luego clásicamente no podría salir del pozo.

Si el potencial es infinito (paredes totalmente rígidas), caso que no se da en la práctica, no se debe esperar penetración fuera del pozo

3.- Efecto túnel, este fenómeno es también netamente cuántico no apreciado en la mecánica clásica, por ejemplo, si tenemos electrones confinados por una barrera de potencial, únicamente aquellos electrones que excedan en energía la barrera de potencial podrán escapar, clásicamente Si por medio de la ecuación de Schrödinger calculamos la probabilidad de encontrar un electrón del otro lado de la barrera veremos que esta probabilidad no es cero.

$$\frac{|\Psi_b|^2}{|\Psi_a|^2} \approx e^{-2\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2 W}}} \quad (1.6)$$

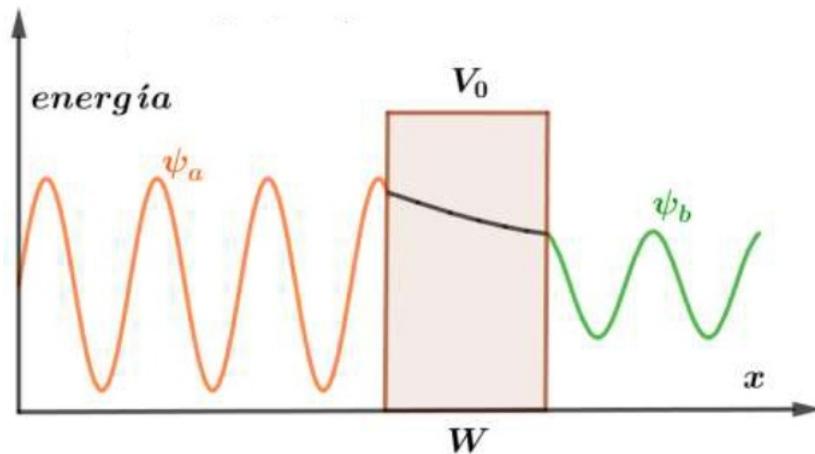


FIGURA 1.3. Efecto túnel

### 1.3. Números cuánticos

Estamos en condiciones de entrar en la teoría cuántica atómica y entender el origen del magnetismo atómico, como también, comprender la tabla periódica de los elementos y las uniones químicas. Para ello pensemos en un campo central de fuerza, eléctricas, el mas simple, un protón como núcleo y un electrón, átomo de hidrógeno, como en el modelo de Bohr. En un campo central electrostático sabemos que el potencial depende solo de la distancia al centro. Resolviendo la ecuación de Schrödinger en el espacio (es fácil decirlo) se encuentran tres números cuánticos, alguno de ellos coincide con lo postulado por Bohr. Por tanto, los podemos enumerar.

- 1  $n = 1, 2, 3, \dots$  número cuántico principal
- 2  $l = 0, 1, 2, \dots (n - 1)$  número cuántico orbital
- 3  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$  número cuántico magnético

**Número cuántico principal  $n$**  La energía del átomo de hidrógeno se cuantifica con el número  $n$  por una expresión similar a la supuesta por Bohr

$$E_n = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.7)$$

Como vemos no es posible tomar cualquier energía.

#### Número cuántico orbital $l$

Sabemos que en la mecánica Newtoniana el momento angular en un campo central se mantiene constante con el tiempo a medida que el sistema va cambiando y está dado por la expresión:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \vec{v} \quad (1.8)$$

Luego puede variar la velocidad y  $\vec{r}$  de cualquier forma, si se manteniendo constante  $\vec{L}$ . En mecánica cuántica al igual que la energía también se conserva el momento angular. Las leyes clásicas de conservación tienen su equivalente cuántico,

hay leyes de conservación cuántica que no tienen análogo clásico. El número cuántico  $l$  informa de la cuantificación del módulo del momento angular del electrón en su órbita dado por la expresión:

$$|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (1.9)$$

Vemos que la unidad natural del momento angular es  $\hbar = 1,054 \times 10^{-34} [Js]$ .

Generalmente y como un legado de la espectroscopia se designa a los valores de  $l$  con letras en minúscula de tal manera que  $l = 0 \rightarrow s$ ,  $l = 1 \rightarrow p$ ,  $l = 2 \rightarrow d$ . Un estado  $s$  tiene momento angular cero, un estado  $p$  tiene momento angular  $2\hbar$ . El vector  $\vec{L}$  es perpendicular al plano que contiene el movimiento.

### Número cuántico magnético $m_l$

La componente del momento angular en una dirección determinada, por ejemplo  $z$  es  $L_z$  y esta determinada por el numero cuántico magnético  $m_l$  por medio de la expresión siguiente:

$$L_z = m_l \hbar \quad (1.10)$$

Luego la componente  $L_z$  del momento angular no se orienta en cualquier dirección del espacio, esta cuantificada, como  $m_l$  puede ser positivo o negativo hay  $(2l + 1)$  orientaciones del vector  $\vec{L}$ . En mecánica clásica, como fue dicho, el  $\vec{L}$  en un campo central es constante en modulo y dirección, en cuántica solo conocemos el modulo y una componente  $L_z$  lo que impide conocer la dirección exacta de  $L$ . Como solo podemos conocer  $|\vec{L}|$  y  $L_z$  imaginamos al vector  $\vec{L}$  realizando una precesión alrededor del eje  $z$ .

Supongamos el caso de  $l = 2$  entonces será:

$$|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar = 2,45\hbar$$

Las distintas posiciones del vector  $\vec{L}$  en el espacio están definidas por el número cuántico orbital  $l$  que toma valores entre:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots (n-1) \quad y \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (1.11)$$

La proyección del vector  $\vec{L}$  respecto del eje  $z$  en el espacio están definidas por el número cuántico magnético  $m_l$  que varía entre:

$$-l, \dots, 0, \dots, +l \quad \text{o sea:} \quad -2, -1, 0, +1, +2 \quad (1.12)$$

El valor del vector  $\vec{L}_z$  (la dirección del eje  $z$  es determinada por un campo magnético externo), está dada por la expresión:

$$L_z = m_l \hbar \quad (1.13)$$

Donde  $m_l$  varia  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$

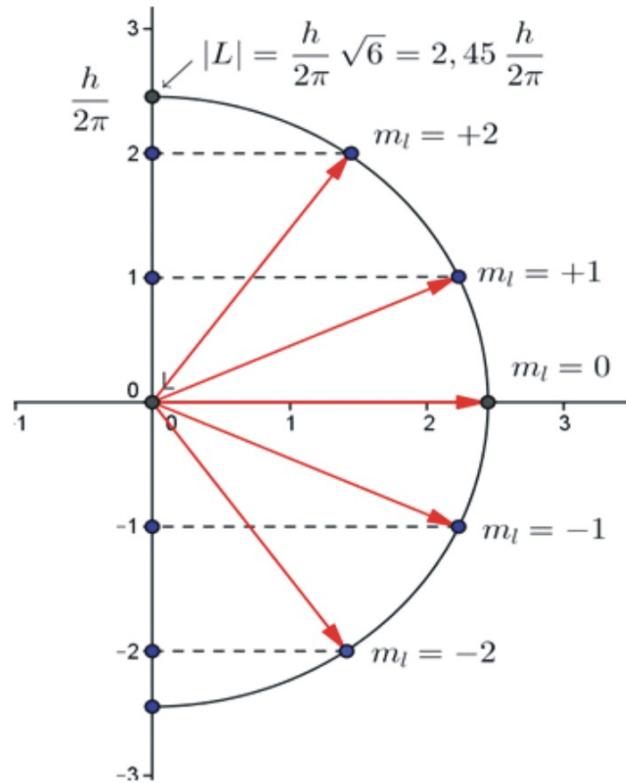


FIGURA 1.4. Momento angular sus proyecciones

Para conocer exactamente la dirección de  $\vec{L}$  es necesario conocer no solo  $L_z$ , si no también  $L_x$  y  $L_y$ , pero, la Mecánica Cuántica demuestra que es imposible conocer mas de una componente de  $\vec{L}$ . Observemos que  $\vec{L}$  nunca puede tener la dirección de  $z$  o sea coincidir con el campo magnético, en ese caso conoceríamos las tres componentes.

En la figura 1.5 tenemos una representación más realista que la anterior.

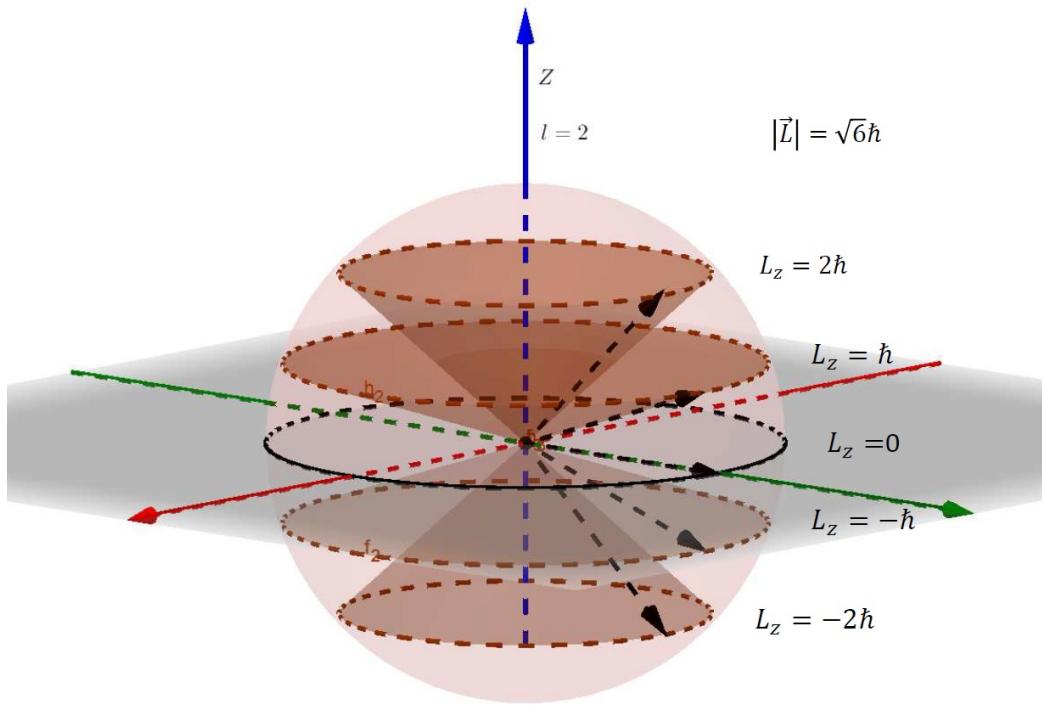


FIGURA 1.5. Momento angular sus proyecciones en 3D

### Número cuántico $s$

Un tema aparte es el llamado espín. Este es esencialmente cuántico y hace referencia a una característica intrínseca (i.e. inherente; se refiere a una propiedad física de las partículas subatómicas, por la cual toda partícula elemental o compuesta que se comporte como elemental tiene un momento angular intrínseco de valor fijo. Se trata de una propiedad individual de la partícula como lo es la masa o la carga eléctrica). El espín no sale naturalmente de la solución de la ecuación de Schrödinger, que vimos anteriormente. Por supuesto que fue necesario introducirlo para lograr una descripción completa de determinadas observaciones espectrales y entender a los átomos con mas de un electrón. En el año 1928 P. Dirac propuso una ecuación cuántica relativista, desde la cual se deriva naturalmente la existencia del espín. P. Dirac pensaba que toda ley física debería tener belleza matemática o sea simetría, generalidad. Esta particularidad tenía su ecuación, lo cual implicaba una novedosa consecuencia, la existencia de una partícula simétrica al electrón con igual masa y similar carga eléctrica, pero positiva. Esta partícula cuando se encuentra con su simétrica un electrón se aniquila liberando la energía de ambas partículas en forma de rayos  $\gamma$ . Dirac, sin conocerla ni haberla visto profetizo la existencia de la antimateria, tan solo fue sugerida por su ecuación matemática y la idea de simetría. Carl Anderson descubre la primera antipartícula en 1932.

Al espín los podemos interpretar como el momento angular intrínseco de la partícula en reposo. Llamamos  $\vec{S}$  al espín del electrón y su modulo será

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \frac{\hbar}{2\pi} = \sqrt{s(s+1)} s\hbar \quad (1.14)$$

Expresión similar a la del momento orbital  $|\vec{L}|$ , donde  $s$  es el número cuántico de espín, cuyo valor es  $\frac{1}{2}$  para el electrón. También se lo mide en unidades de  $\hbar$ .

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \frac{\hbar}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \quad (1.15)$$

Esto no tiene nada de clásico, el modulo adquiere un solo valor y si lo interpretamos como el momento angular observamos que no puede modificar su velocidad de giro, clásicamente inexistente.

También aquí la componente  $S_z$  del momento angular de espín de un electrón a lo largo del eje  $z$  determinada por un campo magnético exterior está cuantificada y puede tomar dos valores según el número cuántico magnético de espín  $m_s$ , para  $m_s = +\frac{1}{2}$  y  $m_s = -\frac{1}{2}$ :

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad (1.16)$$

En la figura 1.6 se observa las posiciones posibles del vector momento angular del electrón:

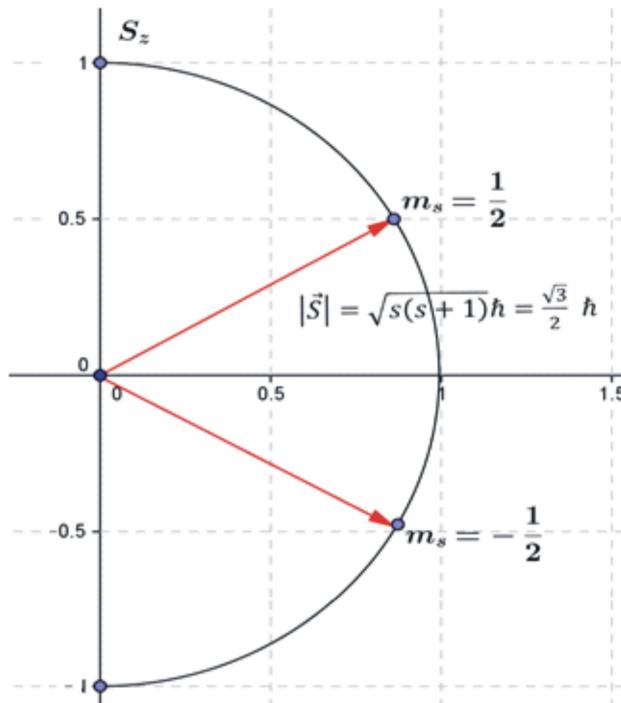


FIGURA 1.6. Momento angular de espín y sus proyecciones

Estas propiedades no pueden ser explicadas por modelos clásicos. Si se explican combinando ideas de la Mecánica Cuántica y la Relatividad. (Dirac , 1928)<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>En 1928 Dirac reformula el tratamiento de Schrödinger para el átomo monoelectrónico de tal forma que las ecuaciones fueran consistentes con los requerimientos de la teoría de la relatividad. De las soluciones a las ecuaciones de Dirac surgen, de forma natural, los tres números cuánticos ya

En mecánica clásica el  $\vec{L}$  en un campo central es constante en modulo y dirección, en cuántica solo conocemos el modulo y una componente  $L_z$ , lo que impide conocer la dirección exacta. Como solo podemos conocer  $|\vec{L}|$  y  $L_z$  imaginamos al vector  $\vec{L}$  realizando una precesión alrededor del eje  $z$

### 1.3.1. Momento magnético orbital del electrón

Los momentos angulares de partículas cargadas tiene asociado un momento magnético, cuyo sentido es opuesto al del vector  $\vec{L}$ . Según el electromagnetismo el momento magnético asociado al momento angular orbital del electrón es (como se verá)

$$\vec{\mu}_l = \frac{-e\hbar}{2m} \vec{L} = -\mu_B \vec{L} \quad (1.17)$$

donde  $e$  es la carga del electrón y  $m$  la masa del electrón en reposo y  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$  es llamado Magnetón de Bohr (unidades atómicas del momento magnético). El signo  $\sim$  significa que los vectores tienen sentido contrarios. Pasando a modulo:

$$|\vec{\mu}_l| = \sqrt{l(l+1)} \frac{-e\hbar}{2m} = \sqrt{l(l+1)} \mu_B \quad (1.18)$$

La proyección del momento magnético orbital en la dirección de  $z$  es:

$$\mu_{l_z} = -m_l \mu_B \quad (1.19)$$

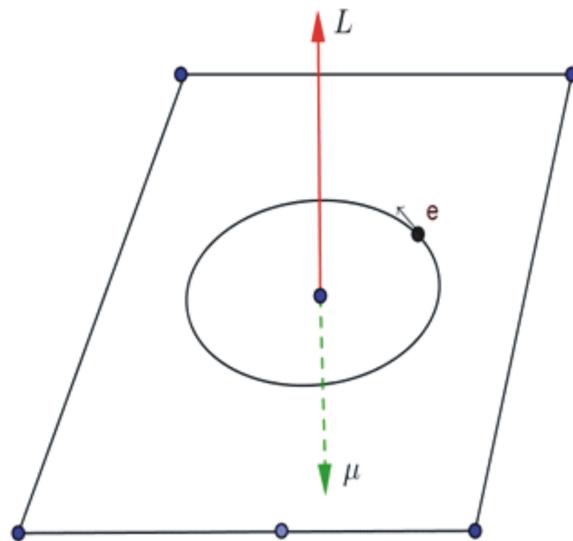


FIGURA 1.7. Momento angular y momento magnético orbital

---

conocidos ( $n, l, ml$ ) más un cuarto número cuántico ( $s$ ) relacionado con esta propiedad intrínseca del electrón que denominamos espín.

El electrón en su órbita puede pensarse como un imán solo si  $l \neq 0$ , si  $l = 0$  no existe trayectoria, tiene  $|\vec{L}|$  en su estado fundamental.

### 1.3.2. Momento magnético del spin del electrón

Para el electrón, que tiene carga y momento angular se podría esperar algo similar a lo obtenido con el momento magnético orbital. Sin embargo la expresión clásica no se cumple cuánticamente y es necesario multiplicar por un factor llamado  $g_e$  de Landé, cuyo valor según Dirac es  $G_e = 2$ . Luego el momento magnético del espín es **exactamente el doble que la del electrón en su movimiento orbital**.

$$\vec{\mu}_S = g_e \frac{-e\hbar}{2m} \vec{S} = -g_e \mu_B \vec{S} \quad (1.20)$$

Pasando a modulo:

$$|\vec{\mu}_S| = \sqrt{s(s+1)} \frac{e\hbar}{m} = \frac{e\sqrt{3}}{2m} \hbar = \sqrt{3} \mu_B \quad (1.21)$$

La proyección de este momentos magnético de espín, según una dada dirección del espacio z determinada por un campo magnético externo es:

$$\mu_{Sz} = -m_S \mu_B \quad (1.22)$$

En este caso  $m_S = \pm \frac{1}{2}$ , o sea que toma solo dos valores. Estamos en presencia de un imán elemental, **en la mayoría de los casos el electrón puede ser considerado como un imán elemental**.

Si bien introducimos algunas ideas de la física cuántica no se realizó una demostración exacta de los resultados presentados. En la mayoría de los casos los esquemas son semi cuánticos y las expresiones matemáticas también. Es el momento de presentar el momentos magnéticos del electrón en su movimiento orbital y el del electrón asociado al espín. Si aceptamos una hipótesis del electromagnetismo clásico que indica Los momentos angulares de partículas cargadas tiene asociado un momento magnético, cuyo sentido es opuesto al del vector momento angular. Ver figura ??

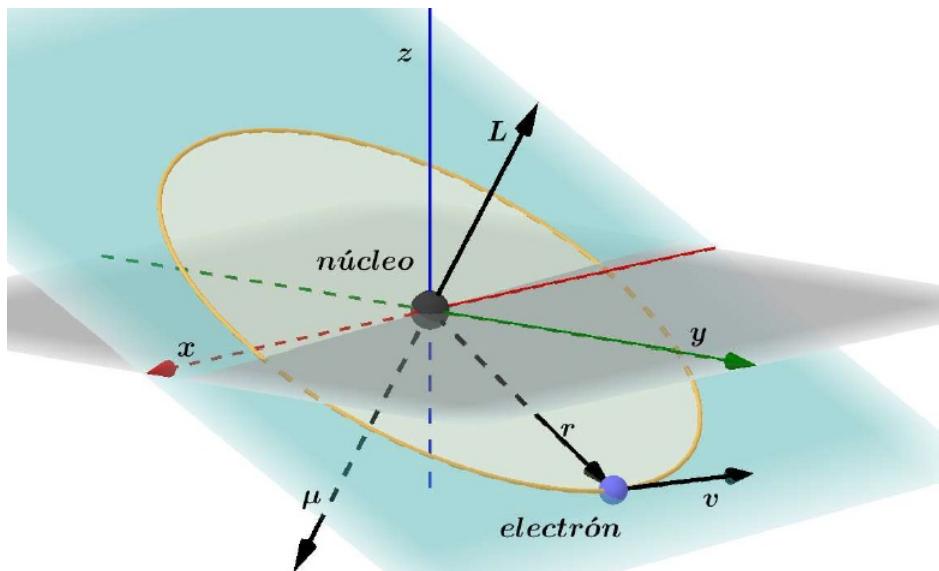


FIGURA 1.8. Momento angular del electrón

En el caso del momento magnético orbital es aceptable la imagen clásica del electrón con carga eléctrica que al girar genera el momento magnético. Para el caso del momento magnético del espín en el electrón, también podríamos aceptar que su momento angular genera un momento magnético, pero la hipótesis clásica se pierde al ver que el momento magnético de espín existe en partículas sin carga, como el fotón y el neutrón. Sin embargo estas suposiciones son de suma utilidad para explicar efectos macroscópicos del magnetismo, y otros fenómenos como la resonancia magnética nuclear. En la figura 1.9 se muestra un esquema del espín y del momento angular orbital en un átomo. La magnitud de los vectores no son reales.

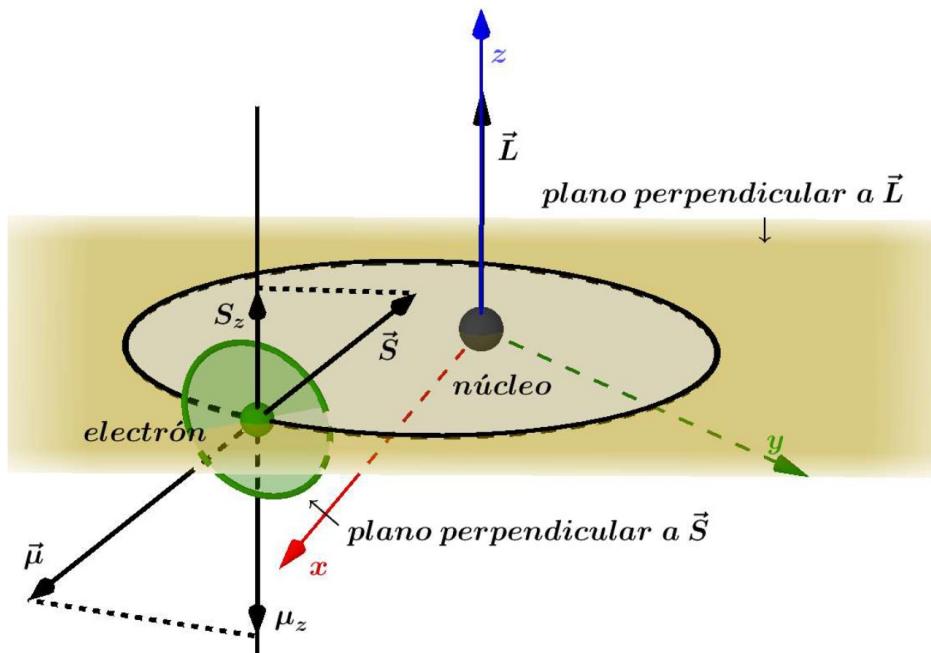


FIGURA 1.9. Espín y momento angular

Para el electrón, que es una partícula cargada, se podría esperar algo similar a lo obtenido en el momento magnético orbital, pero no, el momento magnético de espín, al igual que la masa o la carga del electrón, es una propiedad intrínseca fundamental<sup>2</sup>. Si fuera el caso clásico su valor sería 1 pero en realidad es un poco mayor de 2 (da exactamente 2 aplicando la ecuación de Dirac y con la corrección de los efectos cuánticos del campo electromagnético un poco más de 2).

	Momento Angular	Magnitud	Proyección	Momento Magnético	Proyección del Momento Magnético
Orbital	$\vec{L}$	$ \vec{L}  = \sqrt{l(l+1)} \hbar$ $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$	$L_z = m_l \hbar$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m} \vec{L}$	$\mu_{Lz} = -m_l \mu_B$
Spin	$\vec{S}$	$ \vec{S}  = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$ $s = \frac{1}{2}$	$S_z = m_s \hbar$ $m_s = \pm \frac{1}{2}$	$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}$	$\mu_{Sz} = -m_s \mu_B$

FIGURA 1.10. Resumen de números cuánticos

### Ejemplo:

Calculemos los ángulos que forman  $L_z$  y el vector  $\vec{L}$ , en nuestro caso  $l = 2$

$$\sin(\alpha) = \frac{L_z}{|\vec{L}|} = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)} \hbar} = \begin{cases} m_l = 2 \rightarrow \alpha \approx 46^\circ \\ m_l = 1 \rightarrow \alpha \approx 24^\circ \\ m_l = 0 \rightarrow \alpha = 0^\circ \\ m_l = -1 \rightarrow \alpha \approx 336^\circ (-24^\circ) \\ m_l = -2 \rightarrow \alpha \approx 314^\circ (-46^\circ) \end{cases} \quad (1.23)$$

El vector momento angular orbital nunca puede estar alineado al campo magnético, ya que ello requeriría que el ángulo  $\alpha$  tomase un valor de  $90^\circ$  o de  $270^\circ$  ( $-90^\circ$ ), para lo cual se requeriría que:

$$\frac{m_l}{\sqrt{6}} = \pm 1 \quad \text{y por lo tanto} \quad m_l = \pm \sqrt{6} = \pm 2, 45 \quad (1.24)$$

Mayor que el valor  $m_l \leq |2|$  en este caso. Por otro lado, si es coincidente con la dirección del campo conoceríamos las tres componentes de vector momento angular orbital, lo cual está prohibido.

Seguimos trabajando con el átomo de hidrógeno es decir con un solo electrón. Recordemos que el tratamiento que hacemos es semi cuántico. Cuando es posible, y si el resultado clásico no difiere mucho del cuántico utilizamos el modelo clásico.

---

<sup>2</sup>Existen partículas neutras sin carga eléctrica como el neutrón que sin embargo tienen momento magnético (de hecho el neutrón no se considera realmente elemental sino formado por tres quarks cargados fraccionariamente)

## 1.4. Interacción espín órbita L-S

Vimos que un electrón en un átomo tiene un momento angular orbital  $\vec{L}$  y también un momento angular  $\vec{S}$  estos momentos pueden interactuar y acoplarse, se la llama interacción espín órbita (L-S) Luego, sumando vectorialmente los dos momentos se encuentra el momento angular total del átomo llamado  $\vec{J}$ . No consideramos el momento angular del núcleo por ser varios miles de veces menor que la interacción L-S Luego, lo definimos como  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ . Este debe cumplir con las mismas propiedades que los momentos angulares  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$ . Es decir, debe ser ejecutado de acuerdo a los lineamientos de la mecánica cuántica La interacción L-S, es muy débil en el átomo de hidrógeno, pero muy importante en átomos con más electrones

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar, \text{ donde } J \text{ es el numero cuántico correspondiente.}$$

En general  $J$  varia desde  $(l-s), (l-s+1), \dots, (l+s-1), (l+s)$  luego para un electrón  $|l - \frac{1}{2}| \leq j \leq |l + \frac{1}{2}|$  luego  $j = l \pm \frac{1}{2}$ . Mientras que  $J_z = m_j\hbar$ .

Analicemos como se puede realizar la suma e indaguemos si puede ser arbitraria el ángulo que forman los vectores. Para eso consideremos el siguiente esquema y aplicamos el teorema del coseno.

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2LS \cos(\alpha) \quad (1.25)$$

Los módulos de los vectores se miden en unidades de  $\hbar$ , luego reemplazando los módulos:

$$j(j+1) = l(l+1) + s(s+1) + 2\sqrt{l(l+1)}\sqrt{s(s+1)}\cos(\alpha) \quad (1.26)$$

Por lo tanto:

$$\cos(\alpha) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)}\sqrt{s(s+1)}} \quad (1.27)$$

Donde vemos que el valor del ángulo no puede ser cualquiera y depende de los números cuánticos  $l$  y  $s$  ya que el numero cuántico  $j$  también depende de los anteriores. Se ve que para un valor fijo de  $l$ ,  $j$  puede tomar solo dos valores  $j = l \pm \frac{1}{2}$ , luego hay solo dos valores del ángulo para cada  $l$ . Estos dos estados tiene una pequeña diferencia de energía y es lo que genera la llamada estructura fina de las líneas espectrales.

Veamos un ejemplo:

Primero para  $l = 1, s = +\frac{1}{2}$ . Calculamos los módulos de los vectores para  $j = 1 + s = \frac{3}{2}$  luego construimos la suma conociendo los lados

$$\begin{aligned}
 j(j+1) &= \frac{3}{2} \left( \frac{3}{2} + 1 \right) = \frac{15}{4} & |\vec{J}| &= j(j+1) = \sqrt{\frac{15}{4}} = 1,90 \\
 l(l+1) &= 2 & \Rightarrow & |\vec{L}| = l(l+1) = \sqrt{2} = 1,41 \\
 s(s+1) &= \frac{3}{4} & |\vec{S}| &= sl(sl+1) = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,86
 \end{aligned}$$

Por el teorema del coseno podemos verificar que el ángulo es el correcto. Recorremos que todo se mide en unidades de  $\hbar$

Ahora calculemos  $l = 1$ ,  $s = -\frac{1}{2}$ , los valores absolutos de  $l$  y  $s$  no cambian y ahora hacemos el calculo con el teorema del coseno:

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha) &= \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)}\sqrt{s(s+1)}} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - 2 - \frac{3}{4}}{2\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{4}}} = \\
 &\frac{-2}{2,44} = -0,81 \Rightarrow \alpha = 143^\circ
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

mientras que el modulo de  $|\vec{J}|$  es igual a  $l(l+1) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,86$  tal como se ve representado en la figura 1.11. Vemos que si el átomo tiene un solo electrón hay solo dos orientaciones posibles: en la primera  $|\vec{J}| > |\vec{L}|$  mientras que en la segunda  $|\vec{J}| < |\vec{L}|$ .

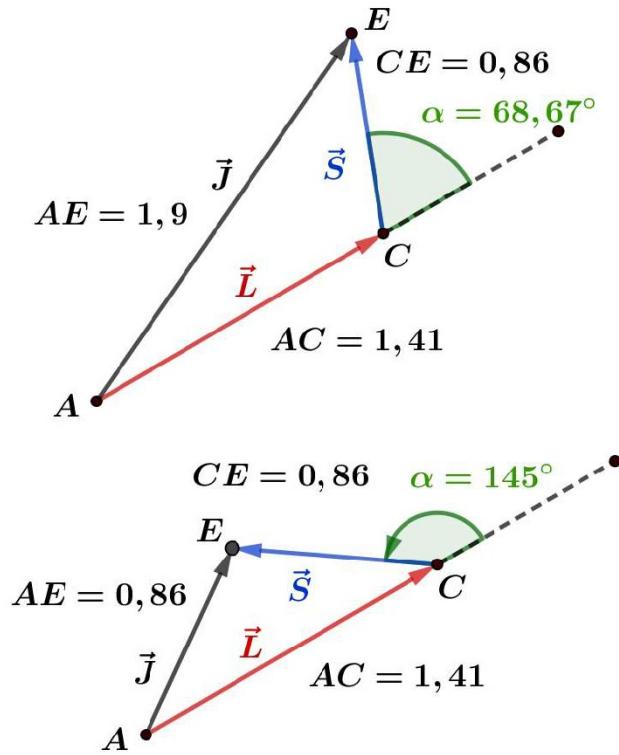


FIGURA 1.11. Interacción L-S

En ausencia de campo magnético externo, el momento angular total del átomo  $\vec{J}$  se conserva, es decir modulo y dirección constante, en tanto  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  rotaran al rededor de  $\vec{J}$ . Por supuesto, para el átomo de hidrógeno con un solo electrón.

Si ahora aplicamos un campo  $\vec{B}$  exterior débil, de manera que no rompa la interacción espín orbita (L-S) Sera  $\vec{J}$  quien rote alrededor del campo eterno sin romper la iteración (L-S), luego seguirán rotando  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  alrededor de  $\vec{J}$  La orientación de  $\vec{J}$  en el campo externo  $\vec{B}$  deberá cumplir con uno de los valores permitidos de  $m_j$  Si se aumenta el campo magnético externo se rompe el acoplamiento (L-S) y dejan  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  de rotar alrededor de  $\vec{J}$ . Observe la figura 1.12

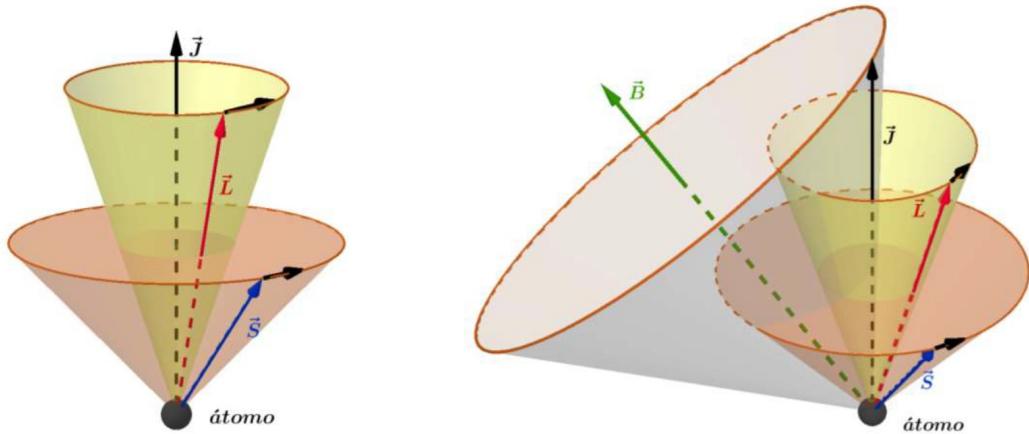


FIGURA 1.12. Interacción L-S

## 1.5. Momento magnético total de un átomo libre

El momento magnético efectivo del átomo sería la suma de las componentes  $\vec{\mu}_L$  y  $\vec{\mu}_S$  Calculemos la suma de los momentos magnéticos que llamamos  $\vec{\mu}_{total}$

$$\vec{\mu}_{total} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\mu_B(\vec{L} + g\vec{S}) = -\mu_B(\vec{L} + 2\vec{S}) = -\mu_B(\vec{J} + \vec{S}) \quad (1.29)$$

Esta expresión nos indica que  $\vec{\mu}_{total}$  es directamente opuesto a  $\vec{J}$ , salvo que  $\vec{S} = 0$ ,  $\vec{\mu}_{total}$  también girará alrededor de  $\vec{J}$ . La componente de  $\vec{\mu}_{total}$  en la dirección de  $\vec{J}$  es  $\vec{\mu}_j$  Como se observa en la figura 1.13, en la cual no se respetaron las longitudes relativas de los vectores.

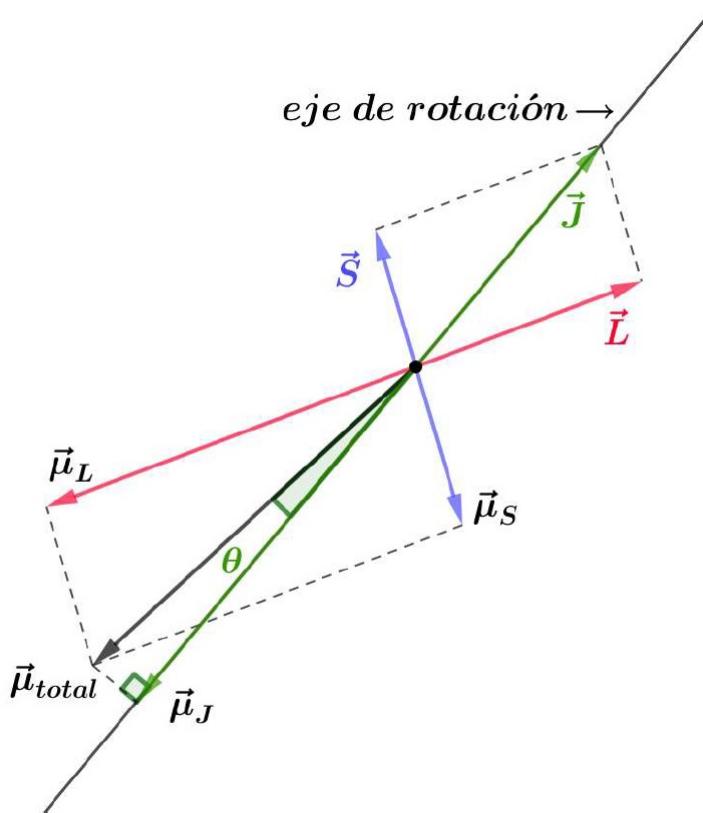


FIGURA 1.13. Momento magnético total de un átomo libre II

- Anteriormente se vio que el momento angular orbital y de espín se sumaban formando el momento magnético atómico total. El momento magnético total de un átomo libre tiene tres contribuciones: el momento magnético del núcleo, el momento magnético orbital más el momento magnético del electrón.
- El núcleo atómico tiene carga y presenta momento magnético, este es 103 veces inferior a los generados por los electrones, luego, **no se considera el momento magnético nuclear**.
- Luego en un átomo, el campo magnético observado es debido al acoplamiento de estos dos momentos: **orbital y del espín**.

Como sabemos el momento angular total  $\hat{J}$  es la suma del momento del spin  $\vec{S}$  con el orbital  $\vec{L}$ . El momento magnético en la dirección  $\hat{J}$  será:

$$\mu_j = |\vec{\mu}_j| = |\vec{\mu}_l| \cos(\beta) + |\vec{\mu}_s| \cos(\alpha) \quad (1.30)$$

Donde el ángulo  $\hat{S}\hat{J} = \alpha$  y el ángulo  $\hat{L}\hat{J} = \beta$ , reemplazando y operando se llega a:

$$\mu_j = g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)} \quad \text{con } g_j \text{ factor de Landé para } j \text{ que vale:}$$

$$g_j = 1 + \frac{l(l+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad \text{como veremos seguidamente}$$

Como sabemos el  $\mu_{total}$  no está en la dirección de  $\vec{J}$  y recordando que  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  rotan alrededor de  $\vec{J}$ , luego  $\vec{\mu}_L$  y  $\vec{\mu}_S$  también rotan alrededor de  $\vec{J}$ . En el esquema se observa la distribución espacial de los mismos. Luego si pretendemos sumarlos es adecuado descomponer  $\vec{\mu}_S$  y  $\vec{\mu}_L$  en dos componentes, una en la dirección del eje de rotación y la otra perpendicular al mismo, esta última, como rota, tendrá valor medio cero. Por el contrario, si tendrá un valor determinado distinto de cero, aquellas que proyectamos en la dirección del eje de rotación.

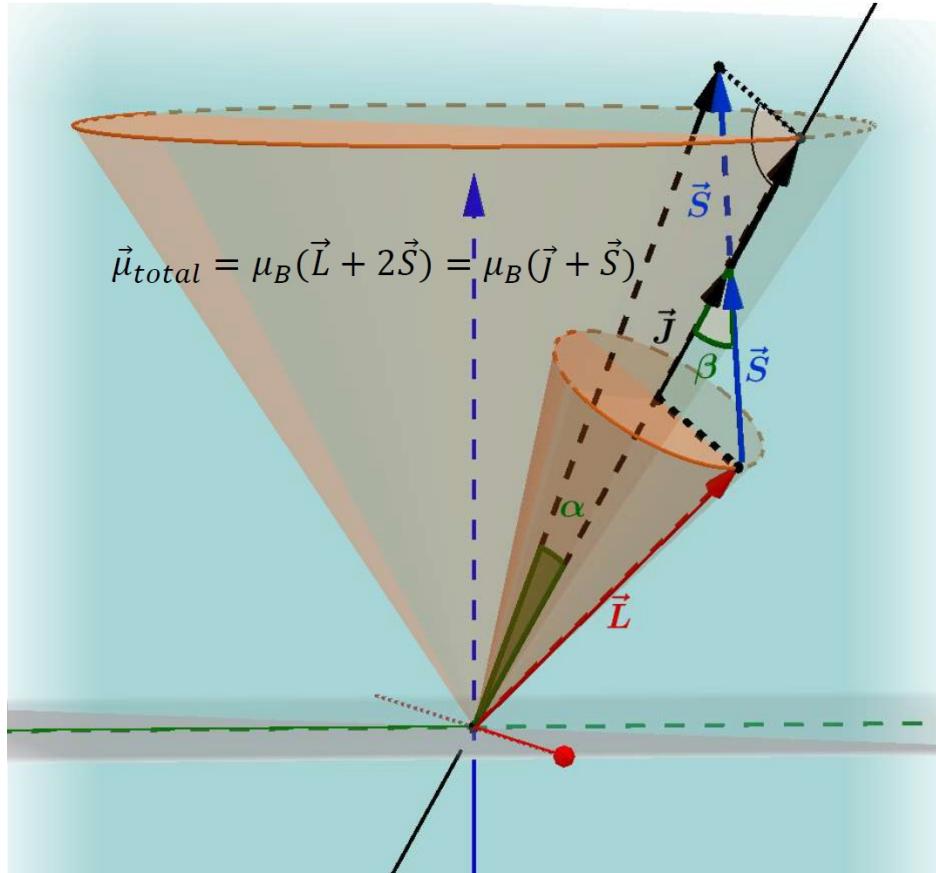


FIGURA 1.14. Momento magnético total de un átomo libre II

En la figura 1.15 se observan los ángulos que se utilizaran en el desarrollo de  $G_e$  como veremos a continuación

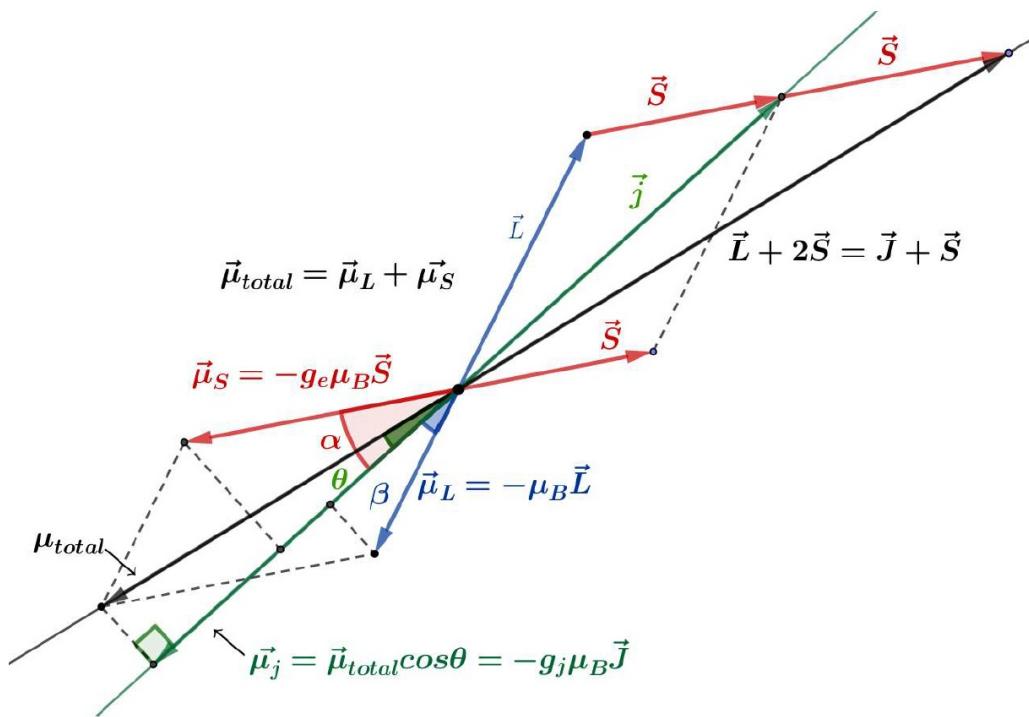


FIGURA 1.15. Momento magnético total de un átomo libre III

Dijimos que:

$$\mu_j = |\vec{\mu}_j| = |\vec{\mu}_l| \cos(\beta) + |\vec{\mu}_s| \cos(\alpha)$$

y por el teorema del coseno:

$$|\vec{S}|^2 = |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2 - 2|\vec{L}||\vec{J}|\cos(\beta) \therefore$$

$$\cos(\beta) = \frac{|\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2 - |\vec{S}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|} = \frac{l(l+1) + j(j+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)j(j+1)}}$$

De igual manera procedemos para el otro triángulo:

$$\cos(\alpha) = \frac{s(s+1) + j(j+1) - l(l+1)}{2\sqrt{s(s+1)j(j+1)}}$$

Remplazando los cosenos en la ecuación:

$$\begin{aligned}
 |\vec{\mu}_j| &= |\vec{\mu}_l| \cos(\beta) + |\vec{\mu}_s| \cos(\alpha) \\
 |\vec{\mu}_j| &= |\vec{\mu}_l| \frac{l(l+1) + j(j+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)j(j+1)}} + |\vec{\mu}_s| \frac{s(s+1) + j(j+1) - l(l+1)}{2\sqrt{s(s+1)j(j+1)}} \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B \left[ |\vec{L}| \frac{l(l+1) + j(j+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)j(j+1)}} + 2|\vec{S}| \frac{s(s+1) + j(j+1) - l(l+1)}{2\sqrt{s(s+1)j(j+1)}} \right] \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B \left[ \frac{l(l+1) + j(j+1) - s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} + 2 \frac{s(s+1) + j(j+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} \right] \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B \left[ \frac{3j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} \right] \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B \left[ \frac{3j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right] \sqrt{j(j+1)} \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B \left[ 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right] \sqrt{j(j+1)} \\
 |\vec{\mu}_j| &= \mu_B g_j \sqrt{j(j+1)} \quad \text{o bien:} \quad \vec{\mu}_j = \mu_B g_j \vec{L}
 \end{aligned}$$

## 1.6. Átomos con más de un electrón

Hemos avanzado bastante con el magnetismo atómico nos faltaría generalizar las ideas a átomos con más de un electrón. Los átomos que nos interesa desde el punto de vista del magnetismo son llamados elementos de transición y poseen gran cantidad de electrones. No se puede resolver teóricamente el sistema de varios cuerpos, ni siquiera en mecánica clásica. Sin embargo es posible, con las ideas expuestas anteriormente, comprender y explicar varios fenómenos de átomos con varios electrones. O sea el estado del electrón en el átomo lo determinan cuatro números cuánticos.

Visto lo expuesto, podríamos preguntarnos:

**¿Cómo se distribuyen los electrones en los átomos dando origen a los distintos elementos químicos que conforman la tabla periódica?**

Analicemos lo que ya sabemos:

- El movimiento de pequeñas partículas (electrones, neutrones, etc.) en una zona limitada del espacio, (pozo de potencial, átomo, molécula) está determinado por parámetros adimensionales llamados números cuánticos, estos pueden tomar determinados valores. La cantidad de números cuánticos necesarios en la solución de un problema depende del número de grados de libertad de la partícula, (pozo de potencial unidimensional un número cuántico, si el pozo es tridimensional serán tres los números). Si además la partícula puede girar sobre si misma tendremos un número cuántico más.
- A distintos valores de los número cuánticos corresponde diferentes energías, luego hay niveles discretos de energía. La partícula no puede tener cualquier energía.
- Recordemos que lo mencionada hasta aquí se encuentra justificado experimentalmente y teóricamente. Al resolver el problema del movimiento de un electrón en un átomo en el espacio es necesario introducir tres números cuánticos:  $n, l, m_l$ .

- **n: Número cuántico principal** vale 1,2,3,...define el tamaño de las órbitas, es el que tiene mayor influencia en la energía, cuando mayor sea mayor será el volumen. Siendo  $K(n = 1)$ ,  $L(n = 2)$ .
- **l: Número cuántico del momento angular** indica la forma del orbital y el momento angular, toma valor 0, 1, 2, ..(n-1). Designando  $l = 0$  como  $s$ ,  $l = 1$  como  $p$ ,  $l = 3$  como  $d$ , etc.
- **$m_l$ : Número cuántico magnético** define la orientación espacial del orbital frente a un campo magnético externo, toma valores  $-l, \dots, 0, \dots, l$ .
- **$m_s$ : Número cuántico de espín** Por último es necesario introducir un cuarto número cuántico no previsto por la mecánica clásica, el número cuántico de espín toma valores  $-\frac{1}{2}$  y  $+\frac{1}{2}$  para indicar las dos orientaciones del electrón.

Para poder realizar el llenado de las capas electrónicas<sup>3</sup> que se corresponden a cada número cuántico principal  $n$  de todos los elementos, debemos introducir algunas ideas más.

- **Principio de Pauli:** en un átomo no puede haber dos electrones con los cuatro números cuánticos iguales.

Ya comentamos que en la mecánica clásica y en la cuántica las partículas admiten comportamientos totalmente distinto En mecánica clásica las partícula se mueven en trayectorias bien determinadas, de tal manera que podemos distinguir una de otra y saber en que instante se encontrara en una dada posición En cuántica es totalmente distinta la situación Las partícula idénticas son totalmente indistinguibles Esto quiere decir, de otra forma, que si en cuántica cambio una partícula por otra igual el estado cuántico no debe modificarse Si indicamos con  $\Psi(1, 2)$  la función de onda de un sistema donde 1 y 2 son las coordenadas de la primera y segunda partícula. Si intercambiamos las posiciones de las partículas el sistema sigue descripto por la misma función de onda, al menos multiplicada por una constante  $\varepsilon$

$$\Psi(1, 2) = \varepsilon \Psi(2, 1)$$

El valor de  $\varepsilon$  viene determinado solo por el tipo de partícula, puede tomar solo dos valores  $\varepsilon = +1$  o  $\varepsilon = -1$

Todas las partículas con espín nulo o entero son llamadas Bosones y cumplen con que:

$$\Psi(1, 2) = +\Psi(2, 1)$$

todas las partículas que tienen spin semientero son llamadas Fermiones y cumplen con que:

$$\Psi(1, 2) = -\Psi(2, 1)$$

---

<sup>3</sup>El nombre de Capa Electrónica se deriva del modelo de Bohr, en el cual se postulaba que los grupos de electrones orbitaban el núcleo a ciertas distancias, así que sus órbitas formaban capas alrededor de los núcleos. Las capas electrónicas son numeradas correlativamente, partiendo de la más cercana al núcleo, y se identifican mediante letras:  $n = 1$  capa K,  $n = 2$  capa L,  $n = 3$  capa M, ...,  $n = 7$  capa Q,

Los electrones son Fermiones La mecánica cuántica impone estrictas leyes sociales (cuando interactúan entre ellas) Por ejemplo los Fermiones en sociedad deben cumplir que no pueden haber dos de ellos ( en un átomo con el mismo conjunto número cuántico. Esto es el principio de Pauli y fue demostrado a posteriori. Como vemos los fermiones son entes ermitaños, no les gustan sus semejantes, sin embargo son todos iguales, indistinguibles.

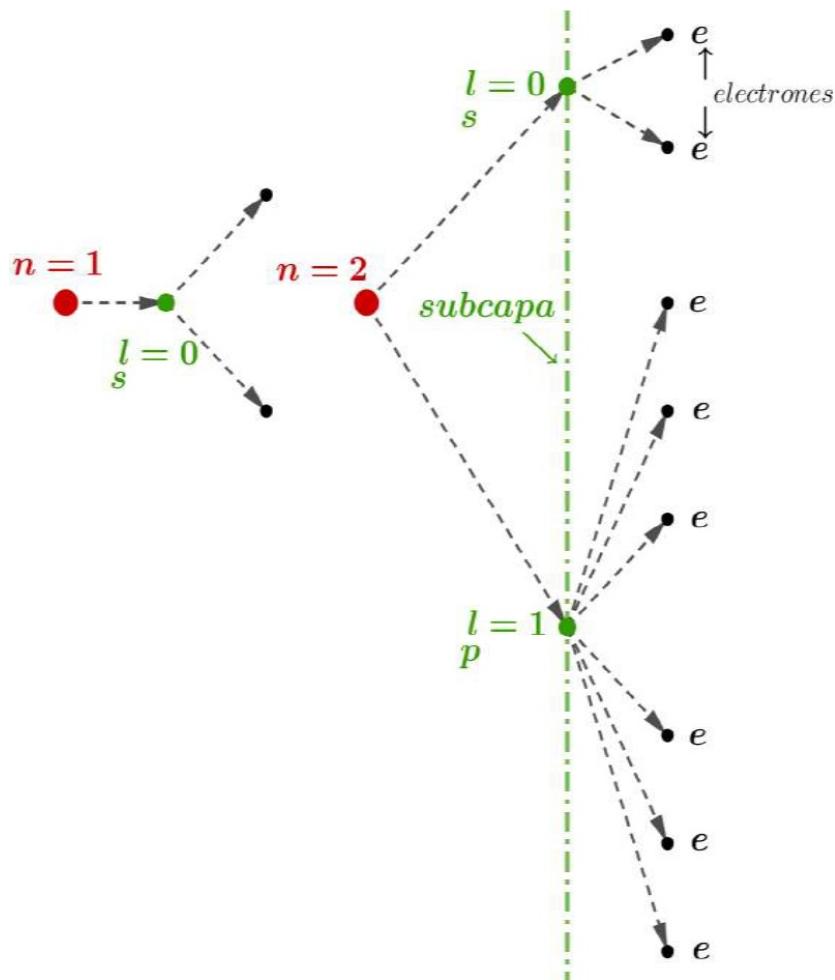
- **Regla de Hund<sup>4</sup>:** Al llenar orbitales, los tres  $p$ , los cinco  $d$  o los siete  $f$  , de igual capa nivel de energía o capa n, los electrones se distribuyen, siempre que sea posible, con sus espines paralelos (apuntando en la misma dirección), ya que la partícula es más estable (tiene menos energía) cuando tiene electrones desapareados (espines paralelos) que cuando esos electrones están apareados (espines opuestos o antiparalelos)

Podemos imaginar que los átomos que constituyen la tabla periódica se van formando agregando electrones, estos crean nuevos órbitales una vez que se llenan los primeros. O sea si  $n = 1$  y  $l = 0$  es la primer capa que se llena con dos electrones,  $n = 2$  tenemos dos sub capas una para  $n = 1$  y  $l = 0$  estamos en el caso anterior, si  $l = 1$  tenemos dos subcapas, en total 8 electrones, siguiendo de esta manera obtenemos todos los átomos de la tabla periódica. La repetición de  $l$  corresponde a propiedades químicas similares, luego los átomos que tengan en su ultima capa un solo electrón en la subcapa  $s$  tienen propiedades similares. Veamos algunos elementos y sus estructuras electrónicas  $H = 1S^1$ ,  $He = 1s^2$ ,  $Li = 1s^22s_1$ ,  $Be = 1s^22s_2$

---

<sup>4</sup>Reglas de Hund: El estado fundamental de un átomo (estado de más baja energía) viene determinado por la combinación de los números cuánticos de los electrones individuales de la capa incompleta, de acuerdo con un conjunto de instrucciones denominadas reglas de Hund que proporcionan el nº cuántico compuesto  $J$  correspondiente al estado fundamental:

- 1 Los spines de los electrones se distribuyen de tal manera que exista el mayor número de spines paralelos sin que se viole el principio de Pauli. Haciendo  $s = +1/2$  ó  $-1/2$  se calcula  **$S_c$  momento angular de espín combinado**.
- 2 Los electrones con espines combinados según 1. se distribuyen entre los posibles valores de  $ml$  de manera que  $Sml = Lc$  sea máxima.  $Lc$  es el **momento angular orbital combinado**.
- 3 Los estados de un átomo, caracterizados por su **momento angular total  $J$** , vienen dados por un número cuántico  $J$  que toma valores enteros desde  $|Lc - S_c|$  hasta  $|Lc + S_c|$ . El estado fundamental viene dado por  $J = |Lc - S_c|$  para una capa llena hasta menos de la mitad, y  $J = |Lc + S_c|$  para una capa llena hasta más de la mitad.

FIGURA 1.16. Distribución de fermiones  $e^-$ 

Los electrones deben cumplir una serie de condiciones para ser introducidos al átomo. Para ello debemos desarrollar la regla empírica de Friedrich Hund presentado en 1927 o de máxima multiplicidad, la cual nos indica como ubicar los electrones. Al llenar orbitales, de igual energía, los electrones se distribuyen, siempre que sea posible, con sus espines paralelos (apuntando en la misma dirección), ya que la partícula es más estable cuando tiene electrones despareados (spines paralelos) que cuando esos electrones están apareados (spines opuestos o antiparalelos). Dicho de otro modo, se introducen los electrones de tal manera que ocupen primeramente las regiones del átomo donde la probabilidad de encontrarlos en el espacio es mayor. Veamos en el esquema un caso real y otro imposible. Existen varias reglas para ir llenando los orbitales, regla de *Aufbau* es una de ellas. La palabra *aufbau* se refiere al verbo alemán “construir” no es el nombre de ningún científico.

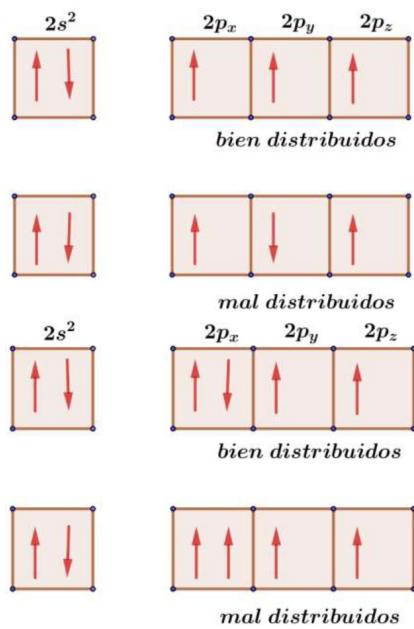
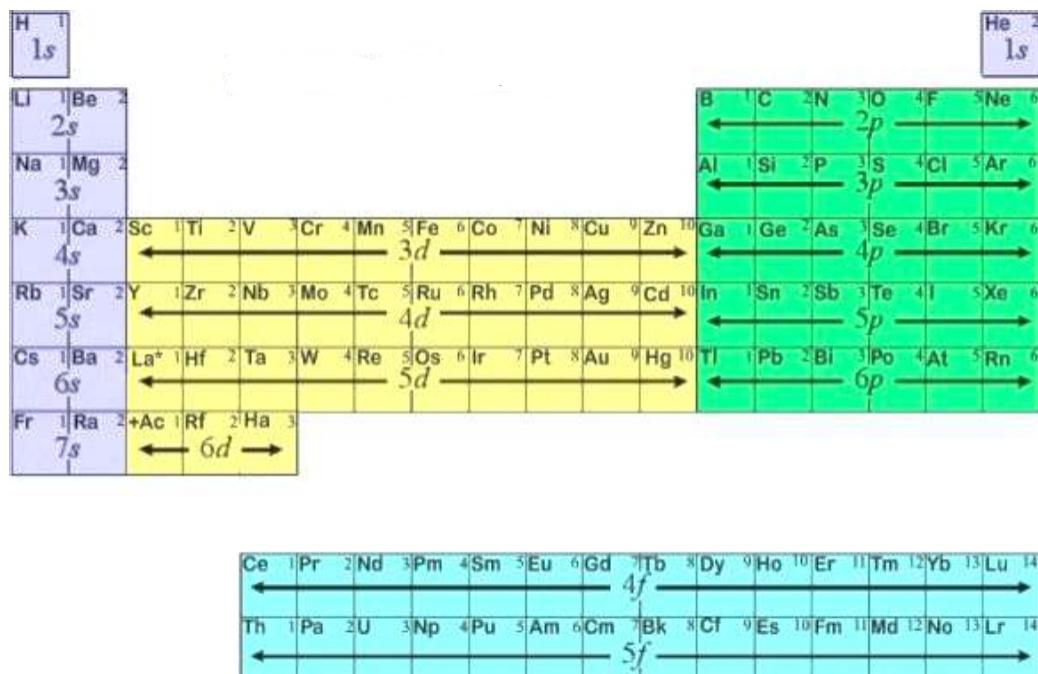


FIGURA 1.17. Distribución siguiendo la regla de Hund

Al ir agregando electrones obtenemos la tabla periódica de los elementos. Vemos que el primer grupo se inicia con el *H* y finaliza con *He* que llena la capa *1s* con dos electrones y es noble. Luego, el siguiente nivel *n* comienza con el *Li* se llena la capa *2s* con el *Be* y se completa la capa *2p* con el *Ne* que también es noble. La capa siguiente es similar. Podemos verlo en la figura 1.18



La mayoría de los átomos tienen un momento magnético distinto de cero como podemos ver en la tabla de la figura 1.19

Elemento	Número atómico	Notación electrónica	Alineación del spin
H	1	$1s^1$	$\boxed{\uparrow}$
He	2	$1s^2$	$\boxed{\downarrow\downarrow}$
Li	3	$1s^2 2s^1$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow}$
Be	4	$1s^2 2s^2$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow}$
B	5	$1s^2 2s^2 2p^1$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow}$
C	6	$1s^2 2s^2 2p^2$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\uparrow}$
N	7	$1s^2 2s^2 2p^3$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\uparrow\uparrow}$
O	8	$1s^2 2s^2 2p^4$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\uparrow}$
F	9	$1s^2 2s^2 2p^5$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow}$
Ne	10	$1s^2 2s^2 2p^6$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}$
Na	11	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow}$
Mg	12	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow}$
Al	13	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow}$
Si	14	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\uparrow}$
P	15	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\uparrow\uparrow}$
S	16	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\uparrow}$
Cl	17	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow}$
Ar	18	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	$\boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow} \boxed{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}$

FIGURA 1.19. Alineación de los espines electrónicos

### Recordando algo de química:

Cada capa se compone de una o más subcapas, que a su vez se componen de los orbitales atómicos. Por ejemplo, la primera capa (*K*) tiene una subcapa, llamada  $1s$ ; la segunda capa (*L*) tiene dos subniveles, llamados  $2s$  y  $2p$ ; la tercera capa (*M*) tiene  $3s$ ,  $3p$  y  $3d$ ; la cuarta capa (*N*) tiene las subcapas  $4s$ ,  $4p$ ,  $4d$  y  $4f$ ; la quinta capa (*O*) tiene  $5s$ ,  $5p$ ,  $5d$  y  $5f$  etc.

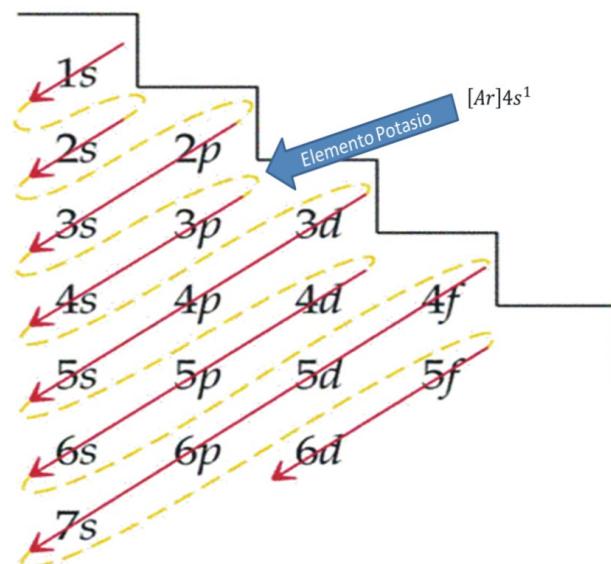


FIGURA 1.20. Llenado de los orbitales,

en la figura 1.20 podemos observar que de  $3p$  se pasa a  $4s$ . El potasio comienza a llenar la  $4s$ , sin haber completado la  $3d$ .

El número cuántico  $l$  determina la excentricidad de la órbita, cuando mayor sea, más excéntrica será. Así para todos los  $l = 0$  ( $1s$ ,  $2s$ ,  $3s$ , etc.) independientemente de la capa, tendremos un orbital esférico.

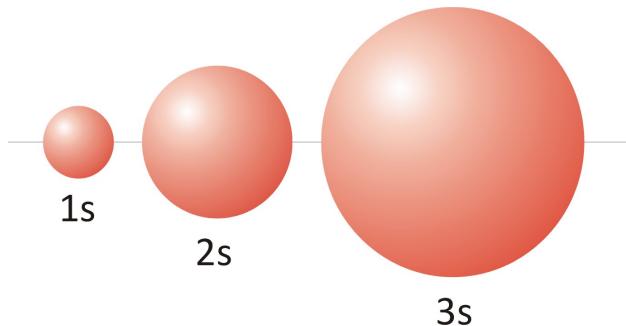


FIGURA 1.21. orbitales esféricos de las capas s

A partir de la capa  $L$  ( $n = 2$ ), corresponderá además de  $l = 0$ ,  $l = 1$  ( $2p$ ,  $3p$ ,  $4p$ , etc.)

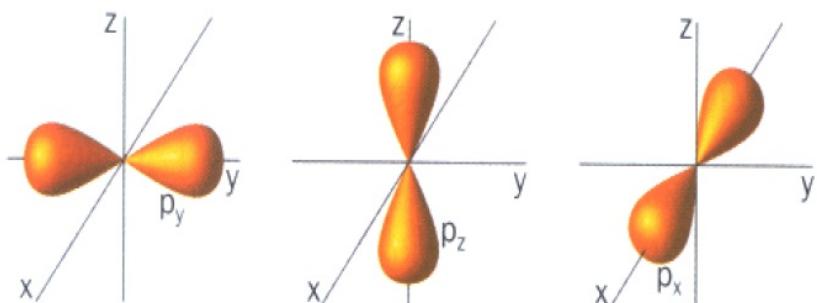


FIGURA 1.22. orbitales p

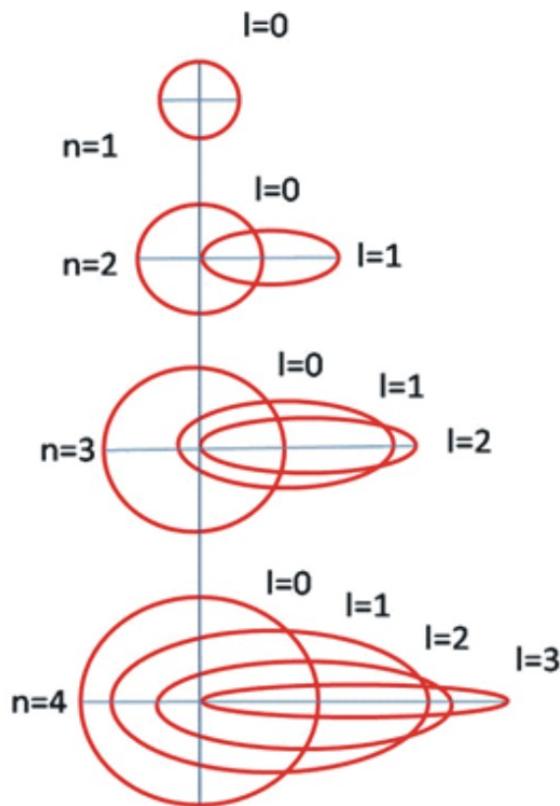


FIGURA 1.23. orbitales I

Podemos ver como se acomodan las primeras capas y orbitales:

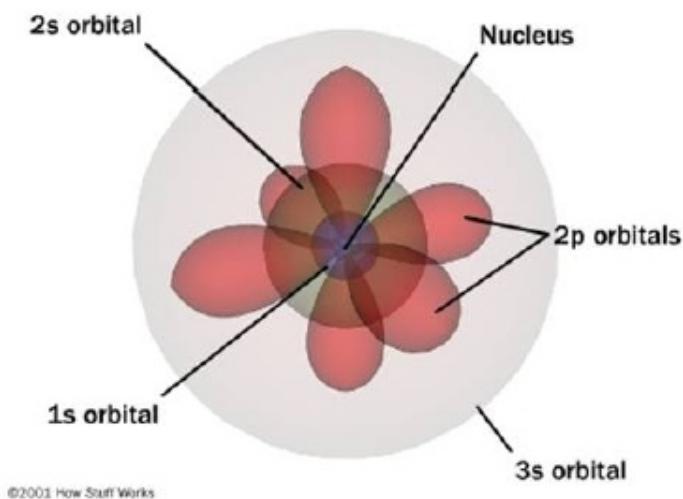


FIGURA 1.24. orbitales sucesivos

Con la capa  $M$  ( $n = 3$ ) comienzan los orbitales  $d$ ,  $l = 2$ :  $3d$ ,  $4d$ ,  $5d$ , etc.

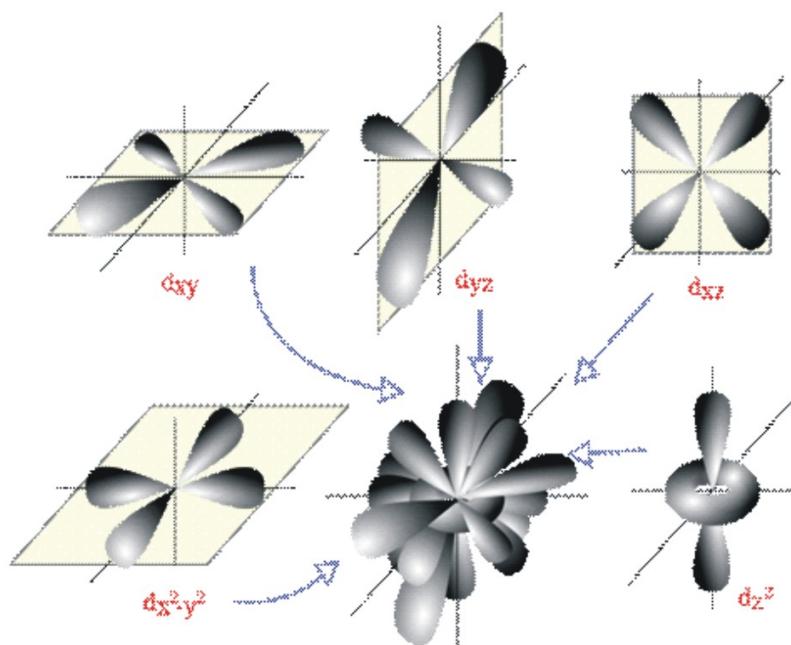


FIGURA 1.25. orbitales d

### Paramagnetismo y enlace iónico

- En general hemos hablado hasta ahora, de momentos magnéticos de átomos aislados, sabiendo que la gran mayoría de los átomos tienen momento magnético diferente de cero en comparación con los que tienen momento magnético cero. Pero la generalidad de los cuerpos están formados por moléculas y esto cambia la cosa, resultando mayor el número de sustancias solamente diamagnéticas, por el contrario, las moléculas paramagnéticas escasean. Veamos un caso que al combinarse átomos paramagnéticos para formar un sólido este resulta no ser paramagnético.
- La configuración electrónica del sodio es:

$$Na : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 = [Ne]3s^1 \quad (1.31)$$

mientras que para el cloro es:

$$Cl : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 = [Ne]3s^2 3p^5 \quad (1.32)$$

vemos que para tener una estructura más estable, al sodio le sobraría un electrón y al cloro le faltaría uno. También vemos que ambos son paramagnéticos. Luego cuando se forma el  $ClNa$ , se crea el ion  $Na^+$  pareciéndose al  $Ne$  y el ion  $Cl^-$  con electrónica análoga al  $Ar$ , por tanto debido a esta unión el compuesto  $ClNa$  no es paramagnético.

#### 1.6.1. Suma de momentos angulares o momento angular total

Habíamos visto para el átomo con un solo electrón que podíamos suponer que los dos momento angulares, el orbital y el de espín, si bien distintos, interactuaban acoplándose, dando origen al momento angular total del átomo (sin el núcleo)

que llamamos  $\vec{J}$  y definimos como  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , que debe cumplir las mismas propiedades que los momentos angulares  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$ . Es decir debe ser realizado de acuerdo a los lineamientos de la mecánica cuántica. Este tema suele introducirse como la suma de dos vectores cuantizados  $\vec{J}_1$  y  $\vec{J}_2$ , para dar de esta manera generalidad al método. Luego tendremos:

$$|\vec{J}_1| = \sqrt{j_1(j_1+1)}\hbar \quad \text{con} \quad j_{1z} = m_1\hbar \quad \text{y} \quad -j_1 \leq m_1 \leq j_1 \quad (1.33)$$

$$|\vec{J}_2| = \sqrt{j_2(j_2+1)}\hbar \quad \text{con} \quad j_{2z} = m_2\hbar \quad \text{y} \quad -j_2 \leq m_2 \leq j_2 \quad (1.34)$$

Donde  $j_1$  y  $j_2$  son los números cuánticos correspondientes pudiendo ser enteros o semi enteros

$$j_1 \quad \text{y} \quad j_2 \in \{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots\} \quad (1.35)$$

También  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  deberá cumplir con las condiciones que impone la mecánica cuántica a los momento angulares, es decir:

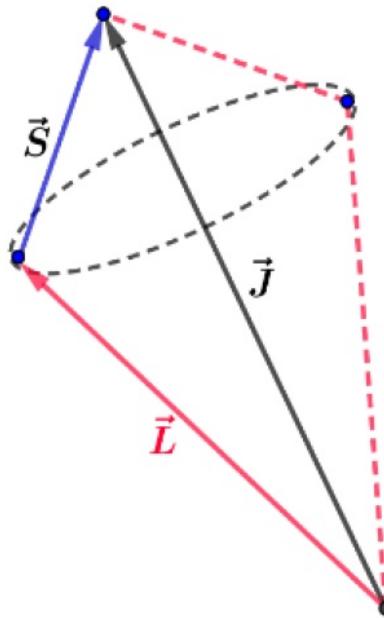
$$|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad \text{con} \quad j_z = m\hbar \quad \text{y} \quad -j \leq m \leq j \quad (1.36)$$

El número cuántico del momento angular total puede variar en pasos de a uno entre:

$$|j_1 - j_2| \leq j \leq |j_1 + j_2| \quad (1.37)$$

### 1.6.2. Momento angular total de un átomo

- **Ejemplo:** suponemos que  $\vec{J}_1 = \vec{L}$  y  $\vec{J}_2 = \vec{S}$ , luego  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , como vimos  $j$  varia entre  $|j_1 - j_2| \leq j \leq |j_1 + j_2|$  o sea  $|l - \frac{1}{2}| \leq j \leq |l + \frac{1}{2}|$ , luego  $j = l \pm \frac{1}{2}$ .
- Si  $l = 0$  entonces  $j = \frac{1}{2}$  (estado  $s$  se designa  $s_{\frac{1}{2}}$ ).
- Si  $l = 1$  entonces  $j = \frac{1}{2}; j = \frac{3}{2}$  (estado  $p$  se designa  $p_{\frac{1}{2}}; p_{\frac{3}{2}}$ ).
- Podemos tener una imagen del fenómeno pensando que la suma se realiza de manera clásica, pero, no es tan así. Clásicamente para sumarlos deberíamos conocer el ángulo que forman los vectores y sus módulos, luego aplicar el teorema del coseno.
- Sigamos con el ejemplo: vimos que para el caso en que  $l \neq 0$  el momento angular total  $J = l \pm \frac{1}{2}$ , calculemos el modulo de  $|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$  para los dos casos del número cuántico  $j$  del momento angular total

FIGURA 1.26. Momento angular total  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ 

$$j = \frac{1}{2}; \quad j = -\frac{1}{2} \quad (1.38)$$

Momento angular total de un átomo:

- 1. Si:  $j = l + \frac{1}{2} \Rightarrow |\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)} \hbar = \sqrt{(l+\frac{1}{2})(l+\frac{3}{2})} \hbar$
- 2. Si:  $j = l - \frac{1}{2} \Rightarrow |\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)} \hbar = \sqrt{(l+\frac{1}{2})(l-\frac{1}{2})} \hbar$

La magnitud del momento angular de espín será:

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{para } s = \frac{1}{2} \quad (1.39)$$

De la misma manera se puede obtener los momentos magnéticos:

$$\begin{aligned} \vec{\mu} = \mu_L \vec{L} + \mu_S \vec{S} &= -\frac{e}{2m} (\vec{L} + g \vec{S}) = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) = \\ &- \frac{e}{2m} (\vec{L} + \vec{S}) + \vec{S} = -\frac{e}{2m} (\vec{J} + \vec{S}) \end{aligned} \quad (1.40)$$

La ecuación (1.40) nos indica que  $\vec{\mu}$  no es directamente opuesto a  $\vec{J}$ , salvo que  $\vec{S} = 0$

Podemos sumar a los vectores  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  por que interactúan, si bien mantienen sus orientaciones relativas experimentan una precesión alrededor de  $\vec{J}$ , también precesiona  $\vec{\mu}$  alrededor de  $\vec{J}$ . La componente de  $\vec{\mu}$  en la dirección de  $\vec{j}$  es  $\mu_j$ . Observemos que hay precesión pese a la ausencia de campo externo al átomo, este fenómeno se llama interacción espín-orbita.

Aquí observamos los gráficos de los dos casos particulares comentados anteriormente, más adelante se ampliará con la interacción  $S - L$

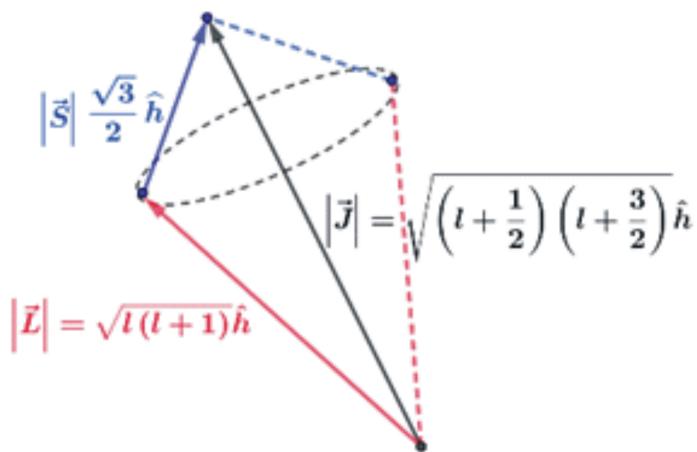


FIGURA 1.27. Momento magnético total

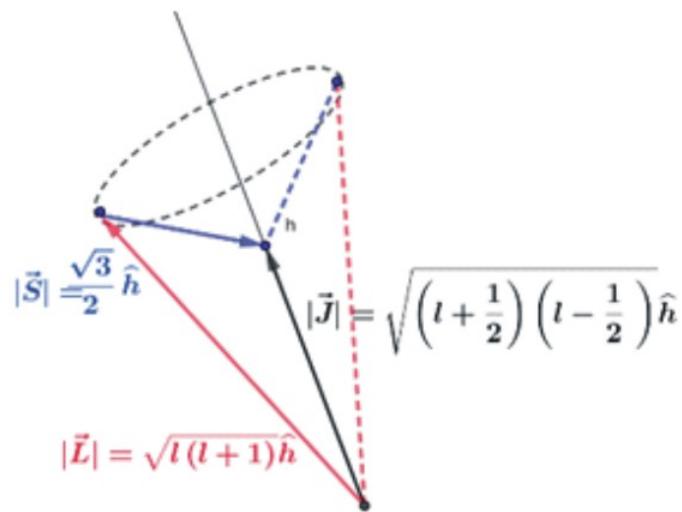


FIGURA 1.28. Momento magnético total

### 1.6.3. Momento magnético total de un átomo

El momento magnético efectivo del átomo es  $\vec{\mu}_J$ , la suma de las componentes  $\vec{\mu}_L$  y  $\vec{\mu}_S$ . Si el átomo está en un campo magnético débil, de tal manera, que no se rompe el acoplamiento entre  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$ , en este caso  $\vec{J}$  experimentará una precesión alrededor de  $\vec{\mu}_H$ , el campo exterior.

Esta formulación, que se expone, puede posiblemente ser vista como arbitraria y antojadiza; realmente cobra sentido cuando se ve cómo logra explicar fenómenos experimentales tales como el efecto Zeeman o el experimento de Stern-Gerlach. La realidad es que se crea ad-hoc para explicar estos fenómenos. Nuestro interés es solo comprender el origen del magnetismo

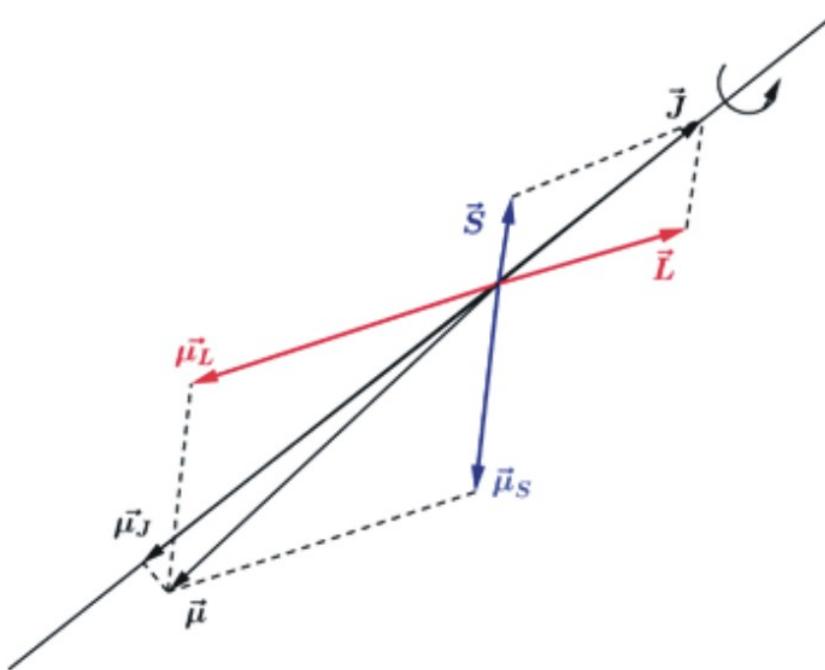


FIGURA 1.29. Momento magnético total

### Momento magnético total

- Anteriormente se vio que el momento angular orbital y de espín se sumaban formando el momento atómico total. El momento magnético total de un átomo libre tiene tres contribuciones: el momento magnético del núcleo, el momento magnético orbital más el momento magnético del electrón.
- El núcleo atómico tiene carga y presenta momento magnético, este es  $10^3$  veces inferior a los generados por los electrones, luego, no los consideramos en este caso.
- Luego en un átomo, el campo magnético observado es debido al acoplamiento de estos dos momentos: **Orbital** y de **Spin**, los cuales generan campos magnéticos y reaccionan ante la presencia de los mismos.

Como sabemos el momento angular total  $\vec{J}$  es la suma del momento del espín  $\vec{S}$  y el orbital  $\vec{L}$ .

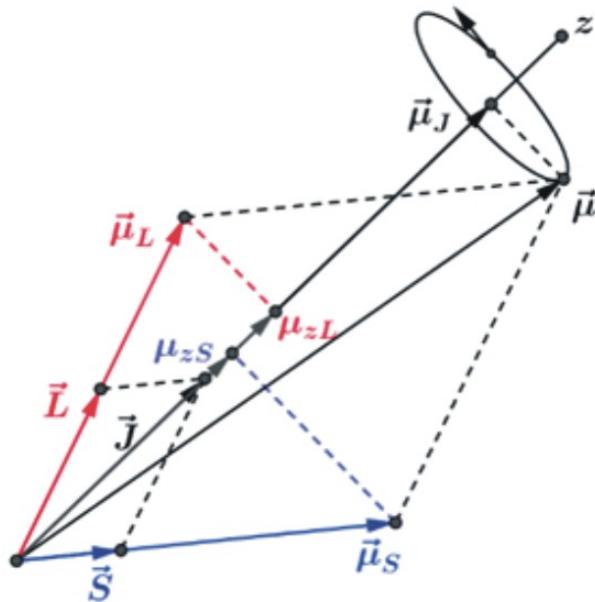


FIGURA 1.30. Momento magnético total átomo libre

El momento magnético en la dirección  $z$  será:

$$\mu_j = \mu_{zS} + \mu_{zL} = g m_S \mu_B + m_L \mu_B \quad (1.41)$$

donde las proyecciones se hallan como  $\mu_{zS} = \mu_S \cos(SJ)$  y  $\mu_{zL} = \mu_L \cos(LJ)$ . Remplazando y operando se llega a:

$$\mu_j = g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_B \quad \text{con } g_j \text{ factor de Landé para } j \quad (1.42)$$

$$g_j = 1 + \frac{s(s+1) - l(l+1) + j(j+1)}{2j(j+1)} \quad (1.43)$$

En la figura 1.30 no se tuvieron en cuenta los casos con signos negativos por simplicidad

### Interacción espín-orbita

- La aplicación de un campo magnético externo al átomo produce precesión y divide las líneas espectrales, este fenómeno es llamado efecto Zeeman.
- En un átomo los niveles de energía de los electrones son afectados por una interacción interna del átomo, entre el momento magnético del spin y el momento angular orbital. Esta interacción divide las líneas espectrales, en particular en el hidrógeno como se observa en la figura 1.31
- La interacción spin-orbita es también una interacción con un campo magnético, pero interno, generado por el movimiento orbital del electrón en el propio átomo que llamamos Zeeman interno.

- Si se observa las líneas espectrales del hidrógeno con alta resolución, se encuentran que son dobles poco espaciados entre sí. Este fenómeno se llama **estructura fina**.
- Cálculos aproximados demuestran que el campo magnético interno sobre el electrón sería de 0,4 Tesla
- Si consideramos el momento dipolar del núcleo, de la interacción de este con el momento orbital y con el spin aparecerán subdivisiones mucho más pequeñas, conocidas como **estructura hiperfina**.

*sin inter. spin/orbita    con inter. spin/orbita*

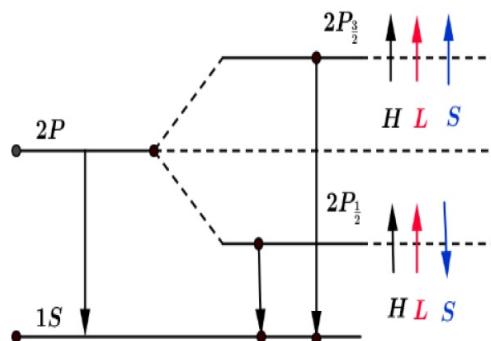


FIGURA 1.31. Interacción Espín Órbita

La notación  $2P_{\frac{3}{2}}^3$  y  $2P_{\frac{1}{2}}^1$  de la figura 1.31 es conocida como notación espectroscópica, que no hemos comentado hasta ahora.

#### 1.6.4. Átomos con más de un electrón

El momento angular total de un átomo con más de un electrón es una característica importante por que determina las propiedades magnéticas del átomo.

##### Interacción S-J, Russell-Saunders

- Hay dos formas de sumar los momentos. En los átomos livianos la interacción electrostática es más importante que la magnética, y si los campos magnéticos externos son débiles los espines electrónicos  $\vec{s}_l$  interaccionan entre sí y resultan en un momento angular de espín  $\vec{S} = \sum_l \vec{s}_l$ . Del mismo modo, los momentos angulares orbitales  $\vec{L}_l$  forman el momento angular orbital total  $\vec{L} = \sum_l \vec{L}_l$ . La interacción es llamada de Russell-Saunders, la suma  $\vec{J} = \sum_l (\vec{s}_l + \vec{L}_l)$  forma el momento angular atómico  $\vec{J}$

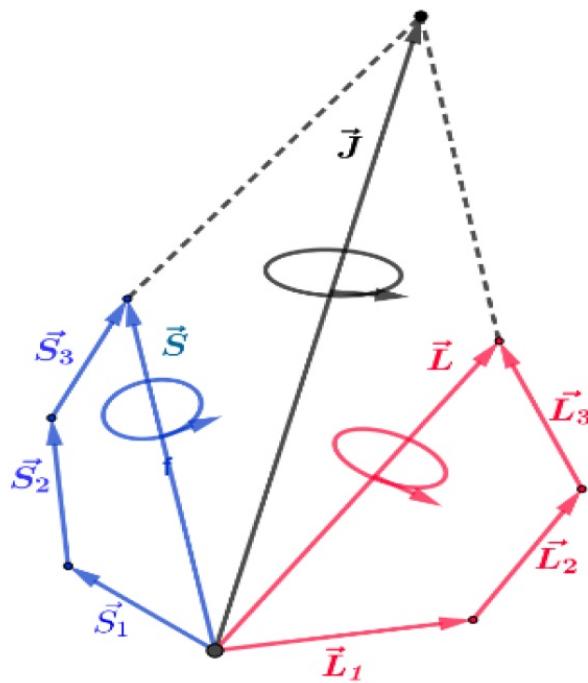


FIGURA 1.32. Interacción S-J, Russell-Saunders

### Interacción J-J

- Es diferente en los átomos más pesados, donde las interacciones espín-órbita son importantes comparables a las interacciones espín-espín y las órbita-órbita. La interacción  $j - j$  es la que prevalece, siendo la opuesta a la Russell-Saunders, y se basa en que la interacción magnética es mucho más importante que la electrostática.

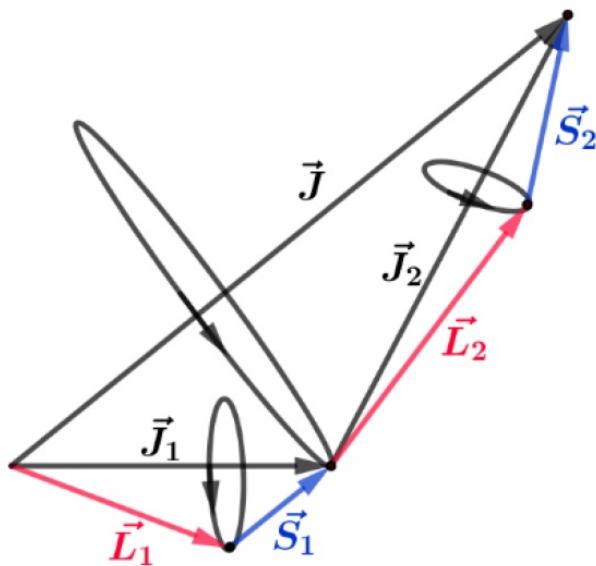


FIGURA 1.33. Interacción J-J

### Momento orbital bloqueado

- Algo particular sucede en los elementos de transición. Estos son los que tienen la subcapa  $d$  o  $f$  parcialmente llena. El término 'elementos de transición' se refiere más comúnmente a los elementos del bloque  $d$ . El zinc, cadmio y mercurio no cumplen estrictamente con las propiedades de transición. Por lo general son metales de alto punto de fusión. Los elementos de transición del bloque  $f$  son conocidos como "elementos de transición interna". En los electrones de la serie  $3d$  no es posible definir una órbita precisa, debido a las interacciones electrostáticas entre los electrones. Esto estaría indicando una interacción del tipo Russell-Saunders,

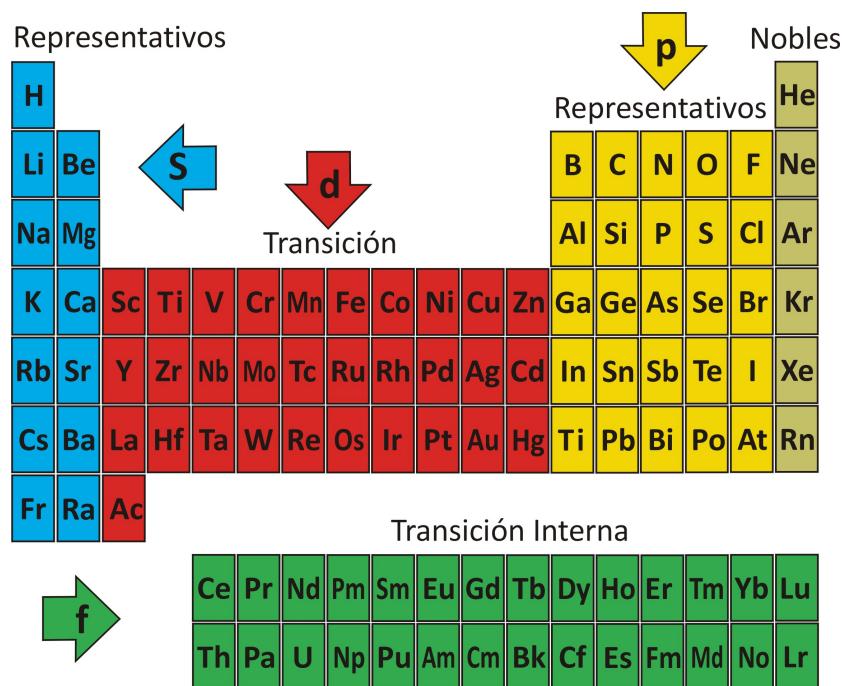


FIGURA 1.34. Elementos de transición interna

luego la suma  $\vec{J} = \sum_l (\vec{s}_l + \vec{l}_l)$  forma el momento angular atómico  $\vec{J}$ . El momento magnético se calcula  $\mu_j = g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_B$ , sin embargo los resultados experimentales no coinciden con estos valores y si lo hacen perfectamente con la expresión  $g_s \sqrt{s(s+1)} \mu_B$  como si no existiera el momento orbital. Este fenómeno se expresa diciendo que el momento orbital está bloqueado y facilita el estudio de los metales que nos interesa.

**Moraleja:** En los metales de transición se considera solo el espín del electrón, (por suerte). Los electrones no apareados les dan las propiedades magnéticas al átomo en el que estén. En tanto en las tierras raras debemos usar el acoplamiento Russell-Sanders.

Analicemos en particular la configuración electrónica de tres átomos aislados, de transición de suma importancia en el magnetismo Fe, Ni y Co. Número atómico del Fe= 26, del Ni = 27 y del Co = 28

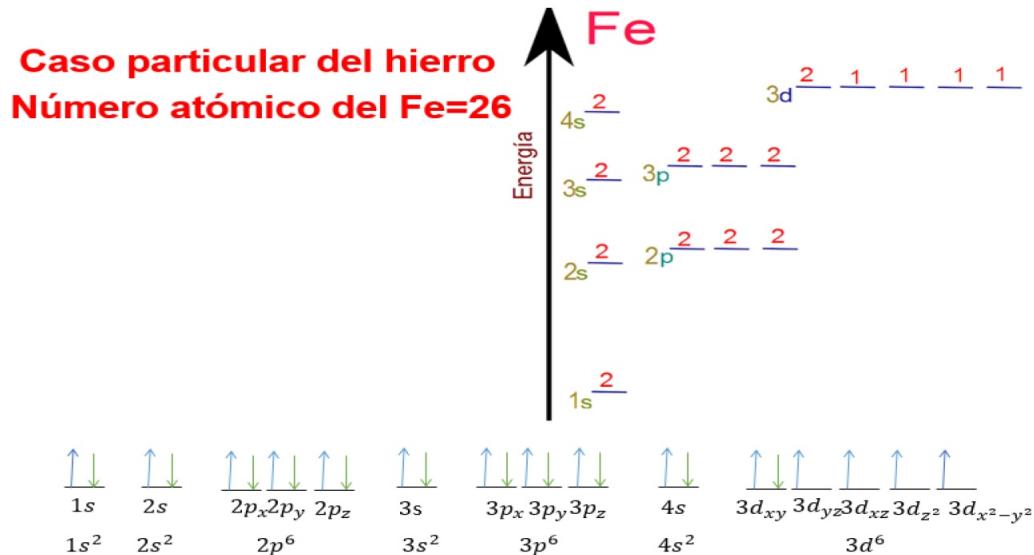


FIGURA 1.35. Distribución electrónica del Hierro

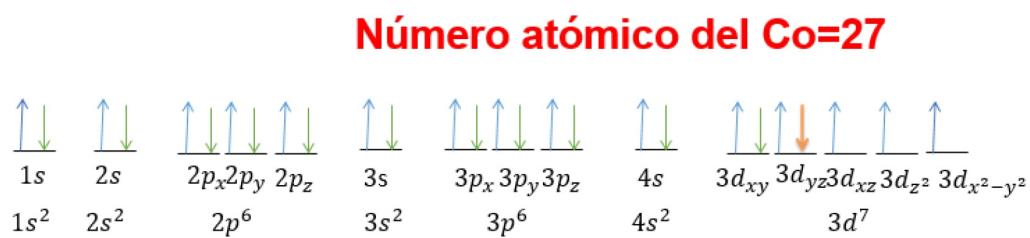
**Número atómico del Ni=28**

Diagrama de la distribución electrónica del Níquel (Ni). Similar al de Co, pero con un orbital 3d parcialmente lleno (6 electrones). La configuración es: 1s<sup>2</sup>, 2s<sup>2</sup>, 2p<sup>6</sup>, 3s<sup>2</sup>, 3p<sup>6</sup>, 4s<sup>2</sup>, 3d<sup>6</sup>, 3d<sub>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></sub><sup>1</sup>.

FIGURA 1.36. Distribución electrónica del Níquel y el Cobalto

En la figura 1.37 vemos la distribución de electrones correspondiente al Fe en distintos estados de oxidación.

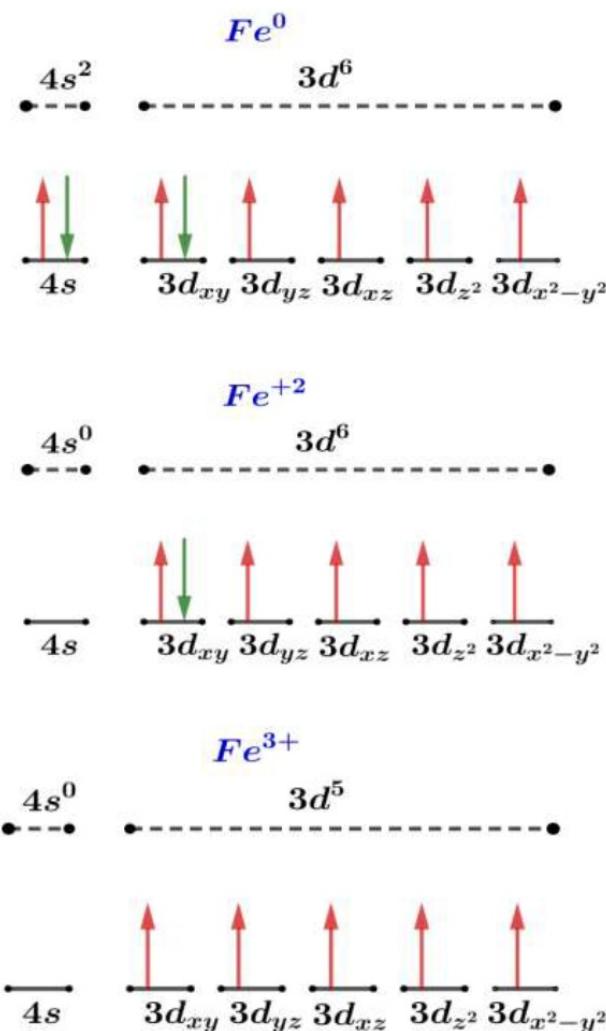


FIGURA 1.37. Fe en distintos estado de oxidación

- Vemos que los átomos con capas externas completas tienen momento magnético cero, (gases inertes pero también Zn, Cd, Hg), los elementos con solo electrones en la capa  $s$  no tienen momento orbital ( $l = 0$ ), en estos casos el momento magnético atómico se debe solo al espín. Los alcalinos con un solo electrón en la capa  $s$  tienen un momento magnético de un magnetón, lo mismo es cierto para el (Cu, Ag, Au).
- Aquellos que tienen una capa interna no completa poseen un momento magnético importante (elementos de transición), estos son los casos que nos interesa. Como ya mencionamos los elementos de transición tienen el momento orbital bloqueado.

### 1.6.5. Ejemplos de los grupos 3d y 4f

Tenemos la estructura  $3d^n4s^2$  el momento magnético es predominantemente debido al espín, hay poco blindaje de los electrones en el nivel  $4s$ ,  $L \approx 0$ .

Elemento	Número atómico	Notación electrónica	4s	Alineación del spin 3d
Sc	21	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>1</sup>	↑↓	↑
Ti	22	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>2</sup>	↑↓	↑↑
V	23	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>3</sup>	↑↓	↑↑↑
Cr	24	[Ar]4s <sup>1</sup> 3d <sup>5</sup>	↑	↑↑↑↑↑
Mn	25	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>5</sup>	↑↓	↑↑↑↑↑
Fe	26	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>6</sup>	↑↓	↑↓↑↑↑↑
Co	27	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>7</sup>	↑↓	↑↓↑↓↑↑
Ni	28	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>8</sup>	↑↓	↑↓↑↓↑↑
Cu	29	[Ar]4s <sup>1</sup> 3d <sup>10</sup>	↑	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓
Zn	30	[Ar]4s <sup>2</sup> 3d <sup>10</sup>	↑↓	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓

FIGURA 1.38. Alineacion del espín grupos 4s 3d

Tenemos la estructura  $4f^n5s^25p^66s^2$  el momento magnético es predominantemente debido a  $L + S$ , hay fuerte blindaje de los electrones en los niveles completos  $6s$  y  $5p$ . El momento magnético es mayor que el del grupo  $3d$ .

Elemento	Número atómico	Notación electrónica	4f	Alineación del spin 5d	6s
Ce	58	[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	↑		↑↑
Pr	59	[Xe]4f <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑		↑↑
Nd	60	[Xe]4f <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑↑		↑↑
Pm	61	[Xe]4f <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑↑↑		↑↑
Sm	62	[Xe]4f <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑↑↑↑		↑↑
Eu	63	[Xe]4f <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑↑↑↑↑		↑↑
Gd	64	[Xe]4f <sup>9</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↑↑↑↑↑↑↑↑	↑	↑↑
Tb	65	[Xe]4f <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Dy	66	[Xe]4f <sup>11</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Ho	67	[Xe]4f <sup>12</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Er	68	[Xe]4f <sup>13</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Tm	69	[Xe]4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Yb	70	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑		↑↑
Lu	71	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑	↑	↑↑

FIGURA 1.39. Alineacion del espín grupo 4f

Como se comento previamente los elementos de transición tienen el momento orbital bloqueado lo cual permite simplificar el cálculo del momento magnético atómico, pues solo debemos tener en cuenta el número de electrones no apareados.

$$\mu_j = g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_B \quad \text{luego} \quad \mu_j = 2\sqrt{s(s+1)} \mu_B \quad (1.44)$$

veamos el momento magnético de los iones de los elementos 3d en función del número  $n$  de electrones desapareados en unidades de  $\mu_B$  magnetones de Bohr

$$\mu_j = \sqrt{n(n+1)} \mu_B \quad (1.45)$$

- 22- Ti=  $[Ar] 3d^2 4s^2 \rightarrow Ti^{3+} = [Ar] 3d^1 4s^0$   
 23- V=  $[Ar] 3d^3 4s^2 \rightarrow V^{4+} = [Ar] 3d^1 4s^0$   
 23- V=  $[Ar] 3d^3 4s^2 \rightarrow V^{3+} = [Ar] 3d^2 4s^0$   
 24- Cr=  $[Ar] 3d^5 4s^1 \rightarrow Cr^{3+} = [Ar] 3d^3 4s^0$   
 24- Cr=  $[Ar] 3d^5 4s^1 \rightarrow Cr^{2+} = [Ar] 3d^4 4s^0$   
 25-Mn=[Ar] 3d<sup>5</sup>4s<sup>2</sup> → Mn<sup>3+</sup> = [Ar] 3d<sup>4</sup>4s<sup>0</sup>  
 25-Mn=[Ar] 3d<sup>5</sup>4s<sup>2</sup> → Mn<sup>2+</sup> = [Ar] 3d<sup>5</sup>4s<sup>0</sup>  
 26-Fe=  $[Ar] 3d^6 4s^2 \rightarrow Fe^{3+} = [Ar] 3d^5 4s^0$   
 26-Fe=  $[Ar] 3d^6 4s^2 \rightarrow Fe^{2+} = [Ar] 3d^6 4s^0$   
 27-Co=  $[Ar] 3d^7 4s^2 \rightarrow Co^{2+} = [Ar] 3d^7 4s^0$   
 28-Ni=  $[Ar] 3d^8 4s^2 \rightarrow Ni^{2+} = [Ar] 3d^8 4s^0$   
 29-Cu=  $[Ar] 3d^9 4s^2 \rightarrow Cu^{2+} = [Ar] 3d^9 4s^0$

FIGURA 1.40. Elementos de transición con momento orbital bloqueado

### Momento magnético de los Elementos de transición interna

Recordar que el  $4s$  es menos energético que el  $3d$

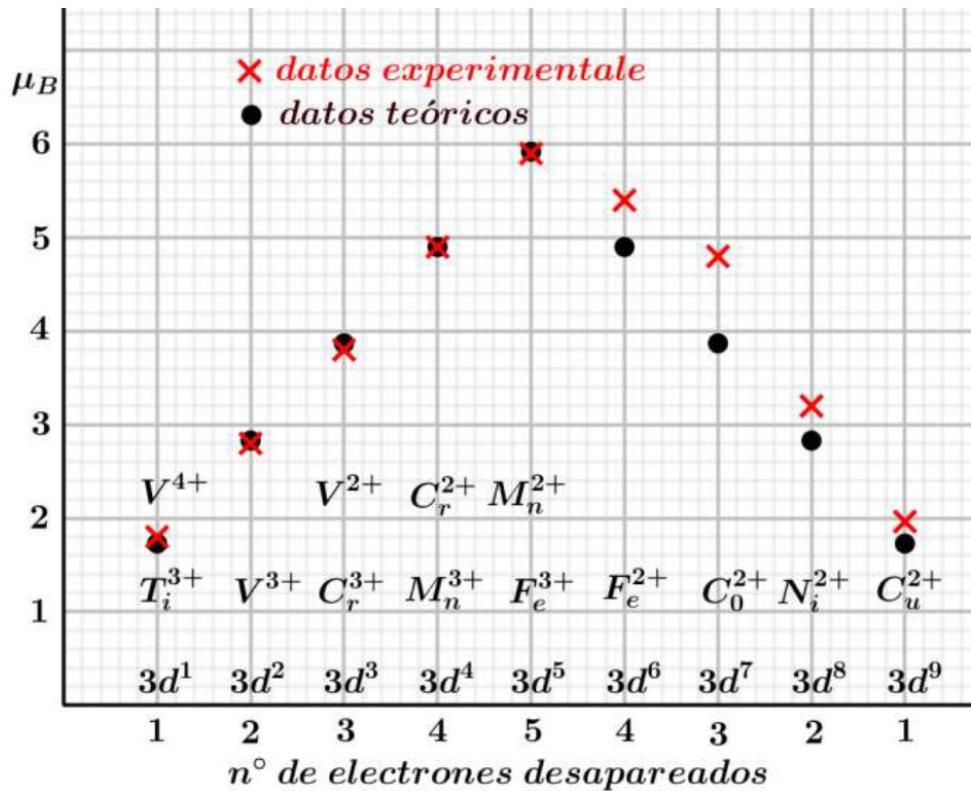


FIGURA 1.41. Momento magnético de los Elementos de transición interna

### Tabla Periódica de los elementos que tienen electrones no apareados

Los electrones no apareados les dan propiedades magnéticas al elemento en el que están y generalmente alteran sus propiedades ópticas

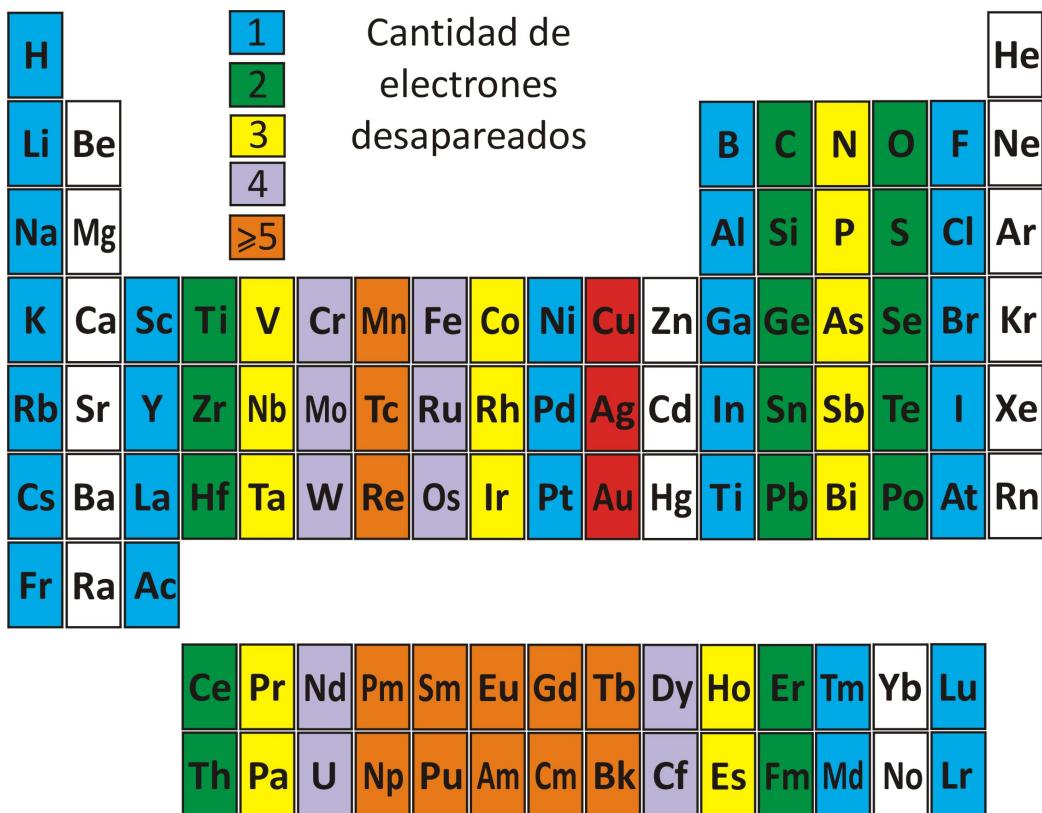


FIGURA 1.42. Elementos de electrones desapareados

## 1.7. Magnetismo de moléculas y compuestos químicos

Hasta ahora conocemos tanto el origen del diamagnetismo como el del paramagnetismo. Podemos decir que átomos o iones podrían ser diamagnéticos o paramagnéticos. Vimos también un ejemplo de elementos paramagnéticos que dejan de serlo cuando se unen químicamente. Nos queda por estudiar el caso de moléculas y compuestos químicos. Si bien el caso del magnetismo de las moléculas o de compuestos es complejo podemos avanzar un poco más, pues nos servirá como introducción al ferromagnetismo.

### 1.7.1. Teoría de los Orbitales Moleculares (TOM)

La TOM es una metodología de mucha utilidad para determinar las propiedades magnéticas de moléculas y la estabilidad de las mismas. Sabemos que los átomos poseen orbitales donde la probabilidad de hallar electrones es máxima. La TOM supone también, que las moléculas poseen orbitales moleculares en donde se encuentran los electrones. Se asume que los electrones se mueven bajo la influencia de todos los núcleos que componen la molécula. Los orbitales moleculares se hallan como combinación lineal de los orbitales atómicos.

Si suponemos que la función de onda del orbital molecular es  $\Psi$  y  $\chi$  es la función de onda de los orbitales atómicos entonces:

$$\Psi_j = \sum_{i=1}^n C_{ij} \chi_i \quad (1.46)$$

Durante la formación de la molécula, él o los átomos y sus orbitales se acercan y comienzan a interactuar, formando los nuevos orbitales moleculares que pertenecen a la molécula en su totalidad y no a un solo átomo.

### 1.7.2. Magnetismo de moléculas y compuestos químicos

- El numero de orbitales de orbitales moleculares es igual al número de orbitales atómico que se solapan.
- Para ir avanzando sobre el tema tomemos el ejemplo de una molécula formada por átomos iguales  $H_2$ . En el esquema se observa los dos orbitales atómicos  $1s$ , que al interactuar forman los orbitales moleculares enlazante  $\sigma_{1s}$  de menor energía que el antienlazante  $\sigma_{1s}^*$ . Por supuesto, los niveles energéticos de los átomos de hidrógeno, antes de la reacción son iguales.

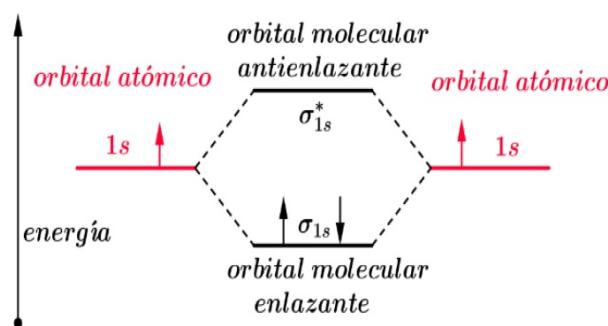


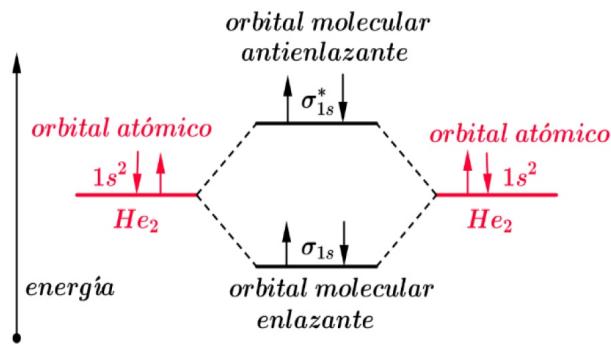
FIGURA 1.43. Magnetismo Molecular

Se llama orden de enlace ( $OE$ ) al parámetro que indica la estabilidad de la unión. Se define como la mitad de la diferencia entre el número de electrones en los Orbitales enlazantes menos el número de electrones en los orbitales antienlazantes. Si el resultado es positivo la unión es estable

$$OE = \frac{OE - OA}{2} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \quad (1.47)$$

- Si a la molécula  $h_2$  la irradiamos con luz ultravioleta puede pasar un electrón al orbital antienlazante, absorbiendo energía con lo cual el  $OE$  sería 0, luego la molécula deja de existir.
- Estudiemos el caso de una molécula de gas noble que no existe  $hE_2$  en este caso será:

En todos los casos se debe respetar el **Principio de Pauli**: recordemos que no puede haber dos electrones con todos sus números cuánticos iguales, en el mismo estado dentro del mismo sistema. y el **Principio de Hund** que dice: Los electrones se ubican dentro de los orbitales de la misma energía de manera que estén desapareados al máximo

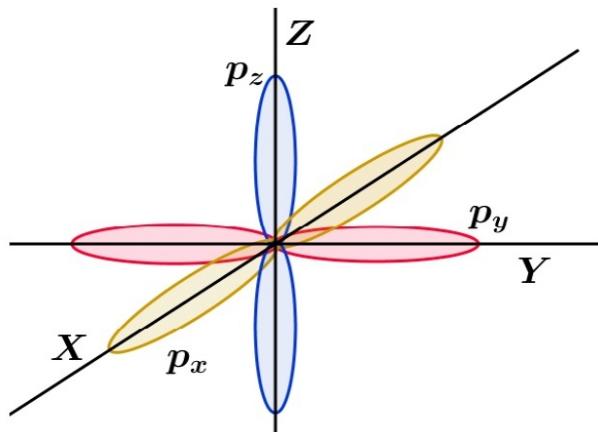
FIGURA 1.44. Magnetismo Molecular del  $H_2$ 

$$OE = \frac{OE - OA}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0 \quad (1.48)$$

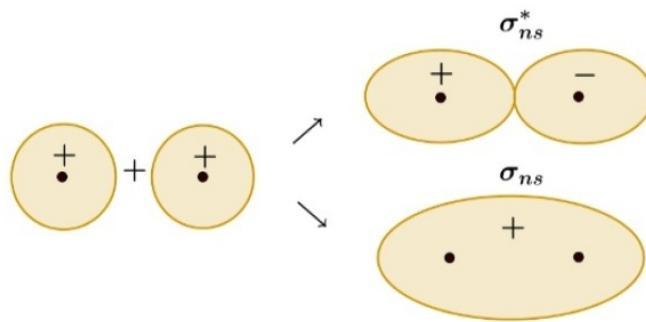
Luego, la molécula no es estable.

#### Casos en que entra en juego el segundo nivel energético

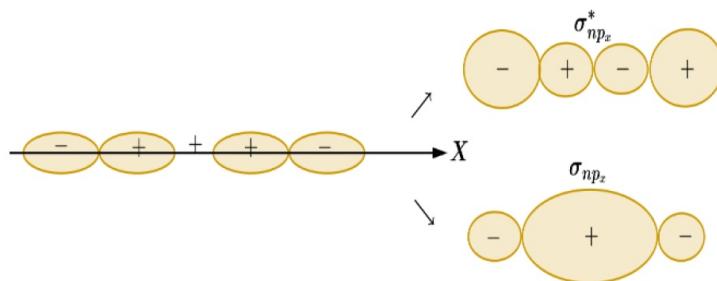
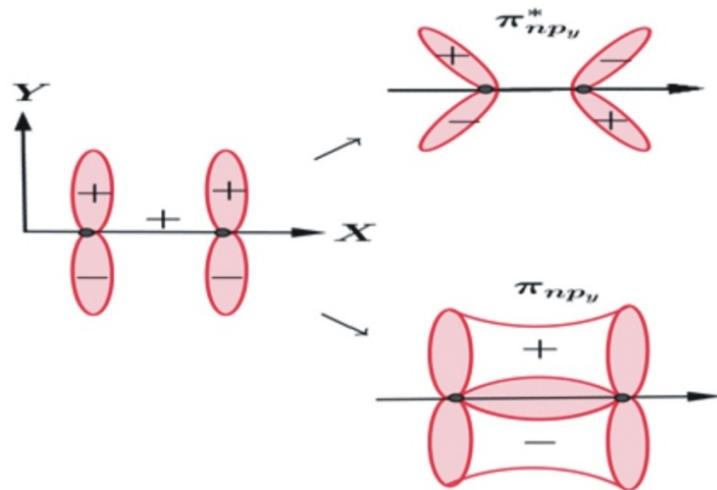
En el caso que interactúen orbitales  $2s$  el procedimiento es igual al caso anterior. En la figura, de abajo, se observa un esquema de los orbitales  $s$ , con  $n$  significamos el número cuántico principal, puesto que todos los  $s$  serán Iguales.

FIGURA 1.45. Segundo nivel energético orbitales  $s$ 

Difiere un poco cuando trabajos con los orbitales  $2p$ , ya que, no son esféricos y se sitúan a lo largo de los tres ejes  $x, y, z$  del espacio. Para entender un poco mejor como se unen los átomos seguiremos trabajando con los orbitales. A medida que los átomos se acercan comienzan a interactuar los orbitales atómicos y forman, por combinación lineal los orbitales moleculares. Se dan distintas posibilidades según que orbitales atómicos se enfrentan. Supongamos que enfrentamos dos órbita  $2p_x$ , como indica el esquema, esta interacción dará origen a dos orbitales moleculares.

FIGURA 1.46. Segundo nivel energético dos orbitales *s*

En la figura 1.47 se observa un esquema donde reaccionan dos orbitales atómicos enfrentado en la dirección *x* mientras que en la figura 1.48 los orbitales que reaccionan están en la dirección *y*.

FIGURA 1.47. Orbitales enfrentados en la dirección *x*FIGURA 1.48. Orbitales enfrentados e la dirección *y*

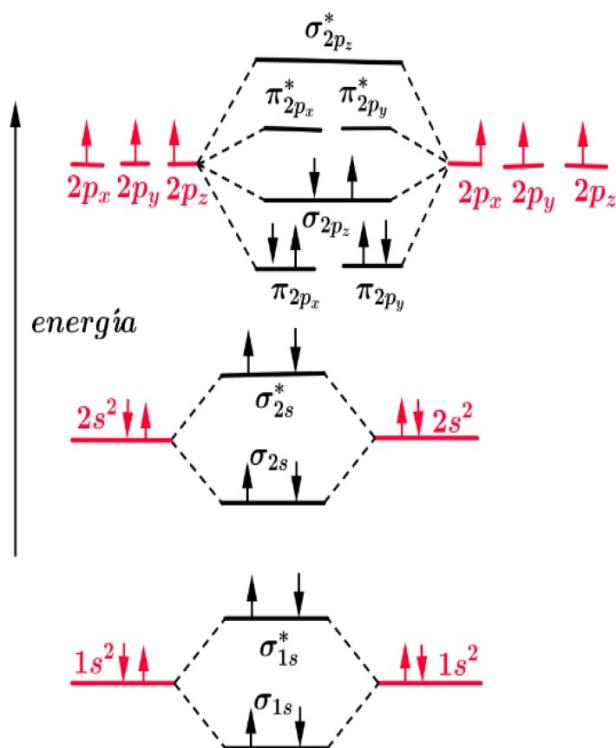
Algo similar sucede si los orbitales paralelos estuviesen en la dirección *Z*. En estos dos últimos casos los orbitales moleculares se designan con  $\pi_{np_y}$ ,  $\pi_{np_z}$  o  $\pi_{np_y}^*$ ,  $\pi_{np_z}^*$

**Ejemplo: molécula del  $Ni_2$** 

- Comenzamos por la configuración electrónica del Nitrógeno ( $Z = 7$ ):

$$1s^2 2s^2 2p_x^1 2p_y^1 2p_z^1 \quad (1.49)$$

- Los orbitales se llenan de acuerdo a las principios de **Pauli y Hund**.
- Los orbitales atómicos tienen las mismas energía, por eso se encuentran al mismo nivel. No pasaría lo mismo si los átomos son distintos.
- Los orbitales moleculares de menor enegía se llenan primero.
- En este caso los orbitales enfrentados son los  $2p_z$
- Esta molécula es diamagnética, puesto que tiene los electrones apareados, los átomos son paramagnéticos**
- Si los átomo que reaccionan tiene pocos electrones, no solo hay interacción  $s - s$  y  $p - p$  sino que aparece otra interacción  $s - p$  que modifica los niveles de los orbitales moleculares esto se observa en el esquema de la figura 1.49.

FIGURA 1.49. Molécula de  $Ni_2$

### Interacción cruzada

Para átomos con  $N \leq 7$  electrones

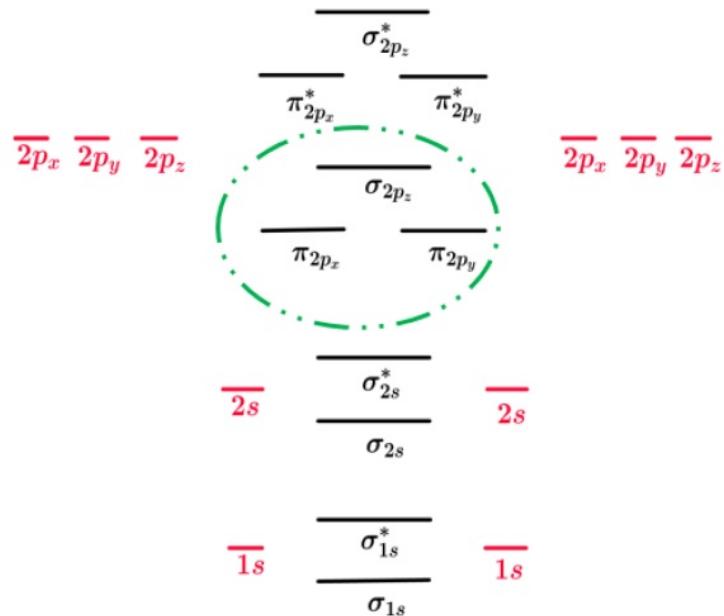


FIGURA 1.50. Interacción cruzada  $N \leq 7$

Para átomos con  $N > 7$  electrones

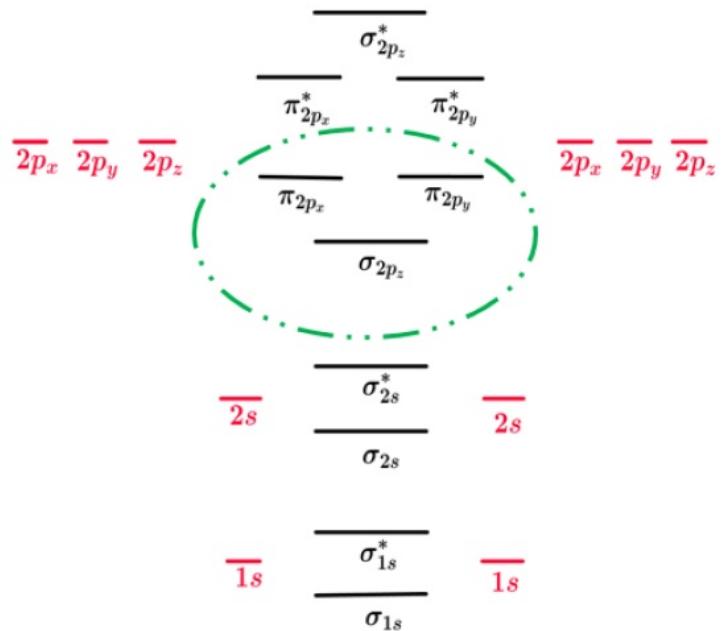


FIGURA 1.51. Interacción cruzada  $N > 7$

**Caso del Oxígeno  $Z = 8$**

$O_2$  - Paramagnético:

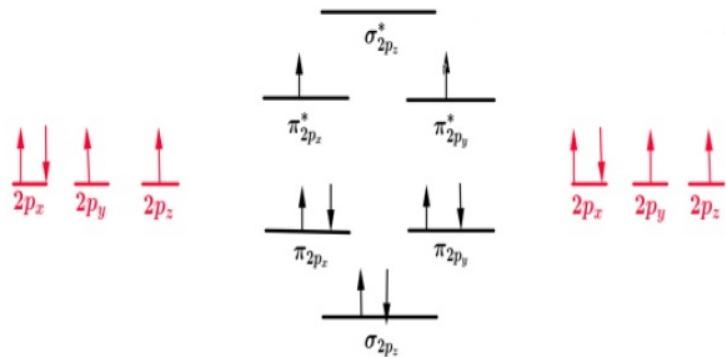


FIGURA 1.52.  $O_2$  Paramagnético

$O_2^+$  - Paramagnético:

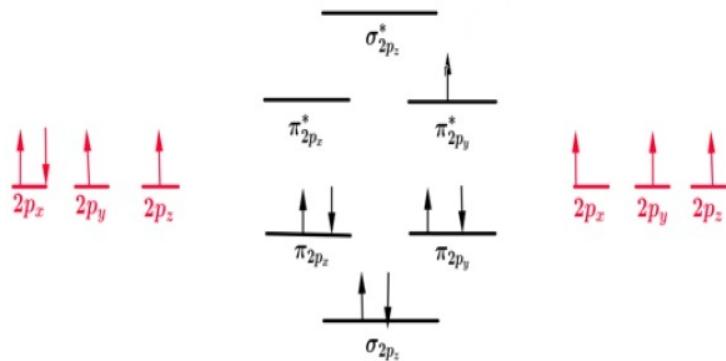


FIGURA 1.53.  $O_2^+$  Paramagnético

$O_2^{2+}$  - Diamagnético:

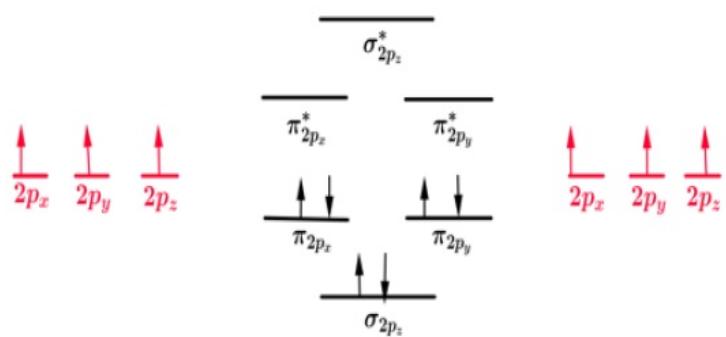
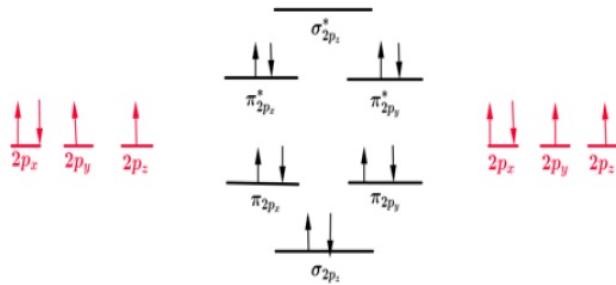


FIGURA 1.54.  $O_2^{2+}$  Diamagnético

$O_2^{2-}$  - Diamagnético:

FIGURA 1.55.  $O_2^{2-}$  Diamagnético

### Compuestos de átomos distintos

Hasta ahora hemos visto moléculas diatómicas de átomos iguales, nos está faltando el magnetismo de moléculas formadas por átomos distintos. En este caso la dificultad está en que al no ser átomos iguales, estos no tienen los mismos niveles de energía. Tengamos presente que los átomos más electronegativos tienen menor energía.

Los orbitales moleculares se llenan como hasta ahora teniendo en cuenta los principios de Pauli y Hund.

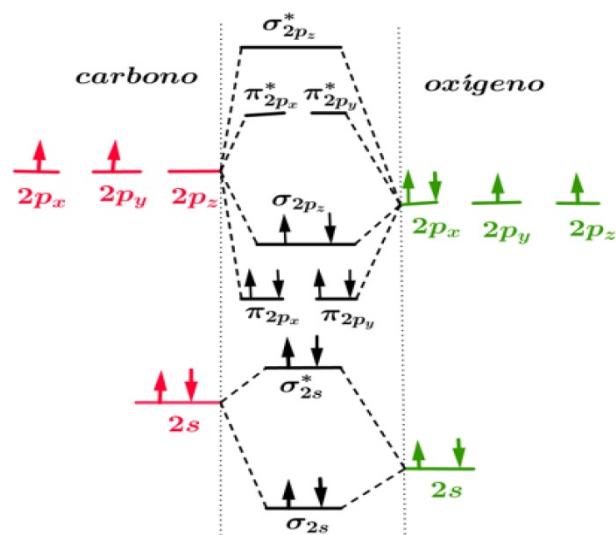
Veamos dos casos clásicos  $CO$  y  $NO$ .

**Para el CO:**

Se debe comenzar con la configuración electrónica de cada elemento

$$\begin{aligned} C : & He + 2s^2 2p^2 \\ O : & He + 2s^2 2p^4 \end{aligned} \quad (1.50)$$

No se dibujan los niveles  $1s^2$  por ser iguales en todos los casos. Los niveles moleculares se observan en la figura 1.56:

FIGURA 1.56.  $CO_2$  Diamagnético

**Para el NO:**

La configuración electrónica del nitrógeno es

$$N : He + 2s^2 3p^3 \quad (1.51)$$

No dibujamos el vector que Indica la dirección en la que aumenta la energía pues es similar al caso anterior. Por tener un electrón desapareado esta molécula es paramagnética.

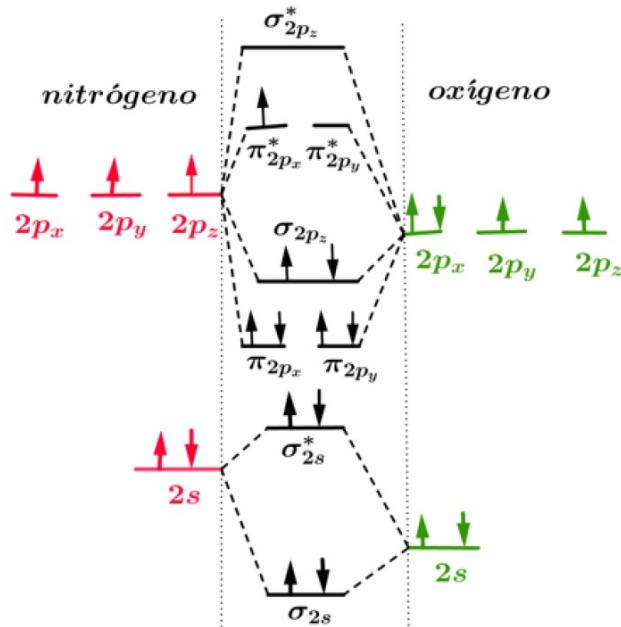


FIGURA 1.57.  $CO_2$  Paramagnético

Tengamos presente que:

- Todas las moléculas formadas por átomos distintos presentan esquemas de energía similares.
- Estamos comentando solo los casos más simples, existen moléculas donde la complicación es mayor.
- En todos estos casos se podría haber calculado el orden de enlace,



## Capítulo 2

# Susceptibilidad magnética

..... Todo lo que usted quiera, concluyó un convidado,  
pero si no cree en el magnetismo después de eso,  
¡es usted un ingrato, mi querido señor!

Magnetismo  
Guy de maupassant

### 2.1. susceptibilidad magnética

El campo magnético dentro de una sustancia se lo llama inducción magnética  $\vec{B}$  y difiere del campo magnético en el vacío  $\vec{H}$ . La diferencia es el aporte del medio material llamado magnetización  $\vec{M}_0$  momento dipolar inducido por unidad de volumen

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \text{ CGS} \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \text{ SI}$$

Donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío. La relación entre  $\vec{M} \left[ \frac{a}{m} \right]$  Y  $\vec{h} \left[ \frac{a}{m} \right]$  se llama susceptibilidad magnética por unidad de volumen  $\chi_V$  y es adimensional:

$$\chi_V = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{H}|}$$

También se puede escribir  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H} + \chi_v \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_v) \vec{H} = \mu \vec{H}$  donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética.

La susceptibilidad  $\chi_v$  es análoga a la  $\chi_e$  llamada susceptibilidad eléctrica y en ambos casos miden la respuesta del medio al campo magnético externo o al campo eléctrico externo También es usada la susceptibilidad magnética molar  $\chi = V_m \chi_v$

donde  $V_m$  es el volumen molar. Si la magnetización de la muestra aumenta, la susceptibilidad magnética es positiva y si disminuye es negativa. La susceptibilidad magnética se medida por la balanza de Gouy<sup>1</sup>.

La susceptibilidad magnética permite clasificar a los materiales de acuerdo al comportamiento de la sustancia frente a un campo magnético externo. Pueden ser clasificados en los siguientes casos (por ahora en estos dos):

- Diamagnéticos: tienen susceptibilidad  $\chi_v < 0$
- Paramagnéticos: tienen susceptibilidad  $\chi_v > 0$

El paramagnetismo y el diamagnetismo fueron descubiertos por Faraday. Lo expuesto es una de las maneras de definir paramagnetismo y diamagnetismo. No hay sustancias para las cuales  $\chi_v = 0$ . En el caso de que  $\chi_v < 0$  entonces  $\vec{B} = 0$  y estaremos en presencia de un **material diamagnético ideal** de tal manera que expulsa al campo  $\vec{B}$  fuera del cuerpo, luego es un superconductor.

La clasificación del magnetismo en los sólidos de la figura 2.1 no pretende ser completa. No incluimos moléculas, iones y compuestos químicos y otros casos más. Pero, pese a estas limitaciones, creo que didácticamente se justifica y da una idea de lo vasto del tema.

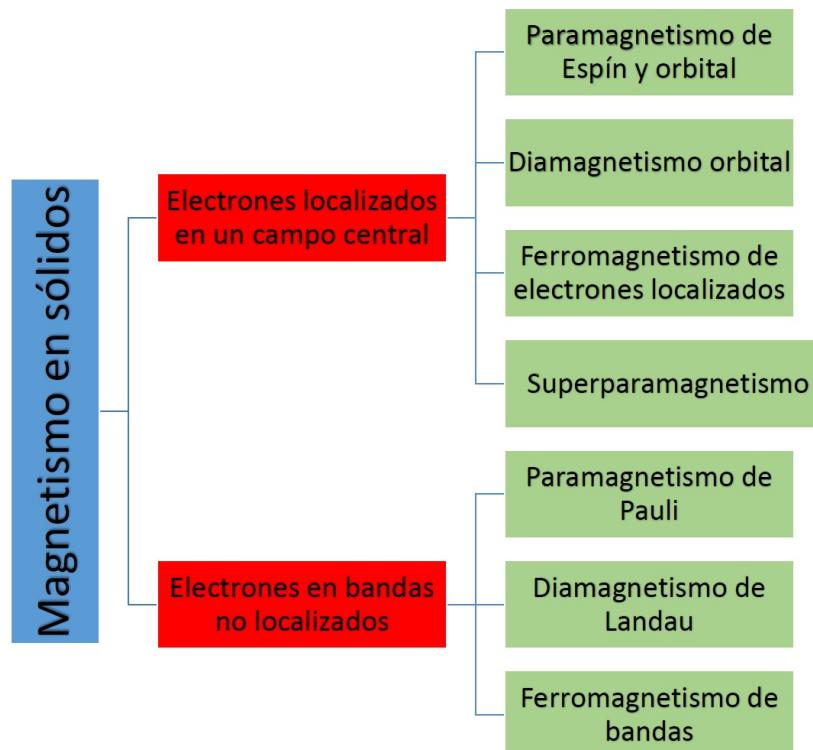


FIGURA 2.1. Magnetismo en sólidos

<sup>1</sup>La balanza de Gouy, inventada por el físico francés Louis Georges Gouy (1854-1926), mide la susceptibilidad magnética de una muestra, a través de su atracción o repulsión por un gradiente de campo magnético. La muestra se introduce en un recipiente cilíndrico alargado, suspendido de una balanza y penetrando parcialmente entre los polos de un imán. La balanza mide el cambio de masa aparente al ser repelida o atraída por la región de alto campo magnético entre los polos. Este método es de importancia histórica, de interés didáctico y permite determinaciones susceptométricas a un coste muy bajo. En la actualidad es común el uso de métodos mucho más sensibles como los magnetómetros dotados de SQUID.

### 2.1.1. Paramagnetismo atómico

- Todos los átomos y moléculas que tienen un momento magnético son paramagnéticos.
- En un átomo tanto el momento de spin como el angular aportan al paramagnetismo aunque generalmente el aporte del espín es más importante.
- Por tanto los átomos con capas externas completas tienen momento magnético cero,cero,(gases inertes pero también Zn, Cd, Hg los elementos con solo electrones  $s$  no tienen momento orbital  $l = 0$  en estos casos el momento magnético atómico se debe solo al spin Los alcalinos con un solo electrón en la capa  $s$  tienen un momento magnético de un magnetón, lo mismo es cierto para el (Ag, Au).
- En átomos con niveles completamente ocupados, los momentos magnéticos se compensan y no hay momento magnético resultante.
- El momento magnético de espín puede estar en dirección paralela al campo exterior o antiparalela a éste.
- Son paramagnéticos todos los átomos y moléculas que poseen un número impar de electrones, pues presentan un momento magnético El spin total del sistema no debe ser nulo, Ejemplo átomos libres de sodio, óxido nítrico gaseoso ( $NO$ ).
- También son paramagnéticos todos los átomos y iones libres con una capa interna incompleta, ejemplo elementos de transición,  $Mn^{2+}$ ,  $Gc^{3+}$ .
- Todas las sustancias a altas temperaturas son o bien diamagnéticas o bien paramagnéticas.
- El momento magnético fundamental es el magnetón de Bohr ( $\mu_B$ ) que tiene una magnitud de  $9,27 \times 10^{-24} [A\ m^2]$ . Para cada electrón en el átomo el momento magnético de espín es  $\pm\mu_B$  la contribución del momento magnético de orbital es igual a  $m_l\mu_B$  con  $m_l$  el número cuántico magnético del electrón.
- Por último aquellos que tienen una capa interna no completa poseen un momento magnético importante (elementos de transición), estos son los casos que nos interesa Como ya mencionamos los elementos de transición tienen el momento orbital bloqueado.

### 2.1.2. Paramagnetismo cuántico

En este tema no hay mucho mas que hablar la mayoría de las ideas ya las hemos formulados. Se vio que el momento magnético total del átomo sin considerar el núcleo es:

$$\vec{\mu}_{total} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\mu_B(\vec{L} + g_e \vec{S}) == -\mu_B(\vec{L} + 2\vec{S}) = -\mu_B(\vec{J} + \vec{S}) \quad (2.1)$$

$$|1 - \frac{1}{2}| \leq j \leq |1 + \frac{1}{2}| \rightarrow \frac{1}{2}; \frac{3}{2}$$

Luego tomamos  $j = \frac{1}{2}$  entonces:

$$|\vec{J}| = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 1)} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,86; |\vec{L}| = \sqrt{1(2)} = \sqrt{2} = 1,41; |\vec{S}| = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{3}{2})} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,86$$

Como se vio el ángulo entre  $l$  y  $s$  se calcula por

$$\cos(\alpha) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)}\sqrt{s(s+1)}}$$

y en nuestro caso da apróximadamente  $145^\circ$

Calculemos ahora los momentos **magnéticos en unidades de  $\mu_B$**

$$|\vec{\mu}_L| = l(l+1) = |\vec{L}|; \quad |\vec{\mu}_S| = 2s(s+1) = 2|\vec{S}|$$

$|\vec{\mu}_j| = g_i |\vec{J}|$  o bien  $|\vec{\mu}_j| = |\vec{m}_i u_{total}| \cos(\Theta)$  Recordando que:

$$g_j = 1 + \frac{l(l+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad \text{como veremos seguidamente}$$

Calculamos:

$$g_j = 1 + \frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 2}{2 \cdot \frac{3}{4}} = 0,66 \rightarrow |\vec{\mu}_j| = g_j |\vec{J}| = 0,66 \times 0,866 = 0,57 \mu_B$$

también podemos calcularlo geométricamente desde la figura 2.2 que se ha realizado respetando proporcionalmente las longitudes.

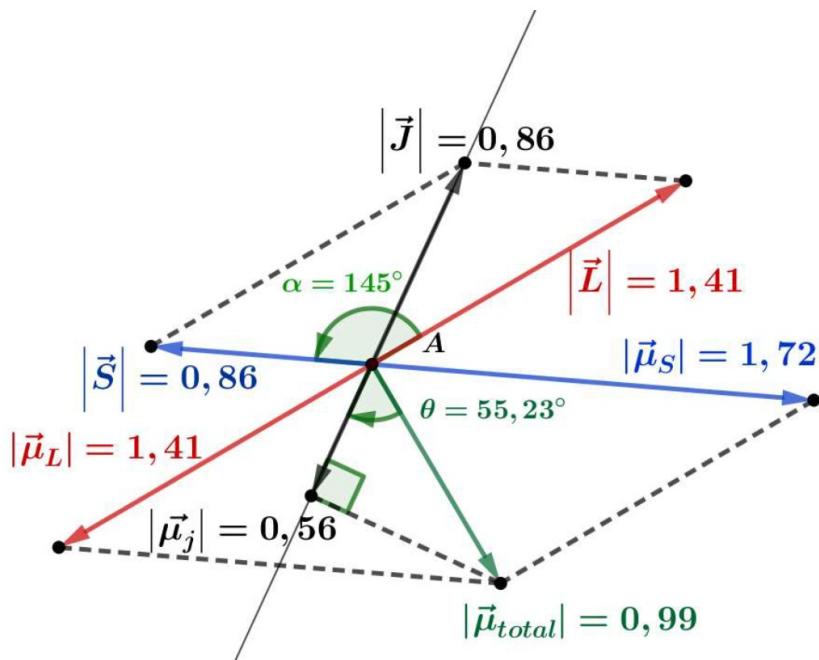


FIGURA 2.2. Cálculo geométrico de  $\mu_j$

### 2.1.3. Propiedades magnéticas:

Observar los orbitales incompletos			
Átomo aislado	Número atómico	Configuración electrónica	Propiedades Magnéticas
Carbono	6	$1s^2 2s^2 \mathbf{2p_x^1 2p_y^1}$	Paramagnético
Nitrógeno	7	$1s^2 2s^2 \mathbf{2p_x^1 2p_y^1 2p_z^1}$	Paramagnético
Oxígeno	8	$1s^2 2s^2 2p^2 \mathbf{2p_x^1 2p_y^1}$	Paramagnético
Fluor	9	$1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 \mathbf{2p_x^1}$	Paramagnético
Aluminio	13	$1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^2 3s^2 \mathbf{3p_x^1}$	Paramagnético
Neón	10	$1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^2$	Diamagnético
Cobre	29	$1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^2 3s^2 3p_x^2 3p_y^2 3p_z^2 \mathbf{4s^1}$ $3d_{xy}^2 3d_{yz}^2 3d_{zx}^2 3d_{xx}^2 3d_{yy...zz}^2$	Paramagnético
Hierro	26	$1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^2 3s^2 3p_x^2 3p_y^2 3p_z^2 4s^2$ $3d_{xy}^2 \mathbf{3d_{yz}^1 3d_{zx}^1 3d_{xx}^1 3d_{yy...zz}^1}$	Paramagnético

FIGURA 2.3. Propiedades magnéticas de algunos átomos

### 2.1.4. Paramagnetismo en átomos con varios electrones

Las propiedades magnéticas de los átomos se determina, entre otros, por el momento angular total del mismo. Si el átomo esta aislado el momento angular total es constante. Para hallar el momento magnético de un átomo con más de un electrones, suponiendo interacción de Russell Saunders, se debe tener en cuenta los espines de los electrones de las capas no completa y sus momentos angulares. Como se vio anteriormente, para encontrar debemos hacer

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \quad , \quad \vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad (2.2)$$

Donde la suma se extiende a cada uno de los electrones. Normalmente la nomenclatura utilizada en este tema, indica las características cuánticas del átomo con varios electrones y son las mismas anteriores pero en letras mayúsculas:

$$|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)} \hbar, \quad |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \hbar, \quad |\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad (2.3)$$

Mientras que las componentes en la dirección  $z$  son:

$$L_z = M_L \hbar, \quad S_z = M_S \hbar, \quad J_z = M_J \hbar \quad (2.4)$$

Los números cuánticos del átomo están relacionados con los números cuánticos de los electrones individuales:

$$M_L = \sum_i (m_{li})_z, M_S = \sum_i (m_{si})_z, M_J = M_L + M_S \quad (2.5)$$

Conociendo  $M_L$ ,  $M_S$ ,  $M_J$  se puede deducir  $L$ ,  $S$ ,  $J$ :

$$\begin{aligned} M_L &= \{L, (L-1), (L-2), \dots, -L\} \\ M_S &= \{S, (S-1), (S-2), \dots, -S\} \\ M_J &= \{J, (J-1), (J-2), \dots, -J\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

La notación electrónica es usada generalmente para describir el estado fundamental del átomo. Pero cuando están excitados esta notación no es adecuado y se usa la notación espectroscópica. Esta notación se caracteriza por que cada estado posible del átomo en su totalidad se encuentra representado por los números cuánticos  $L$ ,  $S$ ,  $J$  (mayúscula no confundir). El valor particular de  $L$  para un determinado estado atómico se designa mediante letras mayúsculas:

L	0	1	2	3	4	5
Se asigna	S	P	D	F	G	H

FIGURA 2.4. Notación espectroscópica

Luego se trabaja con la notación espectroscópica o de Russell que se indica según:

$$\begin{array}{c} \text{número cuántico de espín total} \\ \swarrow \\ 2S+1 \mathbf{L}_{J \rightarrow J=L+S} \\ \searrow \\ \text{número cuántico del momento angular total} \end{array}$$

FIGURA 2.5. Notación de Rusell

- Vimos que el estado de un átomo se conoce cuando sabemos cuantos electrones y con que espín ocupan cada orbital ( $n, l, m_l$ ).
- La energía  $\epsilon_{nl}$  de cada sistema espín orbita depende solo de  $n$  y  $l$  entonces, como existen existen  $2l+1$  orbitales con la misma energía y como cada orbital puede tener como máximo dos electrones apareados, el número de estados para una dada energía es  $(2l+1)$  y es el grado de degeneración.
- **Ejemplo** el hidrógeno tiene la siguiente configuración electrónica  $1s^1$ , luego  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m_l = 0$  y  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  los dos estados tienen igual energía y la degeneración es  $2(2l+1) = 2$ .
- También se sabe que la energía de un estado (en el caso de un átomo con varios electrones) no depende de  $M_L$  ni de  $M_S$ . Luego la degeneración de cada estado es el producto de los posibles valores de  $M_L$  y  $M_S$  para un dado  $L$  y  $S$ .

$$(2L+1)(2S+1) \quad (2.7)$$

- Se debe aclarar que existe otra forma (aparte de la de Russell Saunders) de sumar los momento angulares La forma alternativa de acoplamiento, es pín órbita, cuando el espín y los momentos angulares orbitales dependen fuertemente unos de otros se llama acoplamiento  $j - j$  Esta forma de acoplamiento es aplicable a átomos muy pesados. Aquí se asume que hay una fuerte interacción  $s - l$  y que este acoplamiento es más fuerte que el  $l - l$  Como los vectores fuertemente acoplados se suman primero, estos dan una  $j$  resultante para cada electrón. Los  $j$  vectores se suman para obtener  $J$  para todo el átomo.

Observemos que para una configuración dada pueden existir varios valores de  $L$ , dependiendo de la orientación relativa de los vectores, de igual manera para el espín, dada una configuración pueden corresponder varios valores de  $S$ . El estado de un átomo está determinado por los números cuánticos  $L$ ,  $S$  y  $J$ . A los estados de una configuración con igual  $S$ ,  $L$  se lo llaman terminales. Seguidamente veremos ejemplos del cálculo y notación, por lo general es un conjunto de reglas empíricas

1.- Se determinan las sumas:

$$M_L = \sum_i (m_{li})_z, \quad M_S = \sum_i (m_{si})_z \quad (2.8)$$

2.-éstas nos proporcionan los posibles valores de  $M_L$  y  $M_S$ , luego se puede inferir de ellos los posibles valores de  $S$  y  $L$ .

Veamos el caso de una **configuración completa con subcapas cerradas**. Los electrones apareados tienen  $m_s = +\frac{1}{2}$  y  $m_s = -\frac{1}{2}$ , luego  $M_S = \sum_i (m_{si})_z = 0$  algo similar sucede con el impulso angular, hay iguales proyecciones hacia arriba como hacia abajo luego,  $M_L = \sum_i (m_{li})_z = 0$  para configuraciones completa  $p^6$ ,  $d^{10}$  y  $f^{14}$  es siempre cero, por ejemplo, si tomamos el orbital  $p^6$  le corresponde  $l = 1$  luego  $m_l = 1, 0, -1$  para cada electrón y tenemos seis de ellos.

Para  $p^6$  cada electrón tendrá un  $m_l$  entre los siguientes valores  $1, 0, -1$

$$\begin{aligned} M_L &= m_{l1} + m_{l2} + m_{l3} + m_{l4} + m_{l5} + m_{l6} = 1 + 1 + 0 + 0 + -1 - 1 = 0 \\ M_S &= m_{s1} + m_{s2} + m_{s3} + m_{s4} + m_{s5} + m_{s6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Los únicos posibles valores de  $S$  y  $L$  son cero Las subcapas cerradas pueden ignorarse ya que no contribuyen.

Si varios electrones se encuentran en orbitales distintos decimos que no son equivalentes, ya que no hay restricciones por el principio de Pauli y pueden tomar distintas combinaciones de  $m_l$  y  $m_s$ .

**Subcapa abierta con electrones equivalentes** supongamos una configuración electrónica  $p^1$  y  $d^1$  luego  $l_1 = 1$  y  $l_2 = 2$ . Los valores de  $L$  y  $S$  se determinan de:

$$(l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, l_1 + l_2 - 2, \dots, |l_1 - l_2|) = L = (3, 2, 1)$$

Los posibles valores de  $S$  son:

$$(s_1 + s_2, s_1 + s_2 - 1, s_1 + s_2 - 2, \dots, |s_1 - s_2|) = L = (1, 0)$$

Por tanto todos los casos posibles son:

$$\begin{aligned} L = 1 \text{ y } S = 1 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 9 \Rightarrow J = L + S = 2 \Rightarrow {}^3P_2 \\ L = 1 \text{ y } S = 0 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 3 \Rightarrow J = L + S = 1 \Rightarrow {}^1P_1 \\ L = 2 \text{ y } S = 1 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 15 \Rightarrow J = L + S = 3 \Rightarrow {}^3P_3 \\ L = 2 \text{ y } S = 0 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 5 \Rightarrow J = L + S = 2 \Rightarrow {}^1P_2 \\ L = 3 \text{ y } S = 1 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 21 \Rightarrow J = L + S = 4 \Rightarrow {}^3P_4 \\ L = 3 \text{ y } S = 0 &\Rightarrow (2L + 1)(2S + 1) = 7 \Rightarrow J = L + S = 4 \Rightarrow {}^1P_3 \end{aligned}$$

$$(L + S, L + S - 1, L + S - 2, \dots, |L - S|) = J = (4, 3, 2, 1)$$

**Subcapa abierta con electrones no equivalentes**, o sea con varios electrones en una misma subcapa En este caso debemos tener en cuenta las restricciones impuestas por el principio de Pauli Generalmente para conocer cual es el estado fundamental o de mínima energía de todos los posibles estados energéticos de una configuración electrónica se lo encuentra directamente aplicando las reglas de Hund.

Cuando vimos como se llenaban los orbitales de un átomo con los electrones para dar origen a los distintos elementos de la tabla periódica, mencionamos las reglas de Hund Estás, pueden ser usadas también, para calcular  $L, S$  y  $J$ . Si son aplicadas a los electrones en una capa para determinar el estado del átomo Las reglas son tres y se aplican el espín, al momento angular orbital y al momento angular atómico.

- 1 El estado de mínima energía es el que tiene mayor multiplicidad de espín, de otro modo, los electrones orientan sus espines paralelamente en capas incompletas y el máximo momento angular del átomo debido al espín es  $S = \sum m_s$ .
- 2 Si hay más de un término, para una configuración dada, con la máxima multiplicidad, el de menor energía es el de mayor valor de  $L$  O bien, el máximo valor del momento angular orbital atómico se lo obtiene de  $L = \sum m_l$ .
- 3 Si la configuración electrónica esta menos de la mitad ocupada, el estado mas estable es el  $J = L - S$  por el contrario, si esta mas de la mitad ocupado el estado fundamentales  $J = L + S$

Veamos distintos ejemplos:

El ion  $S_m^{3+}$  tiene 5 electrones en la capa  $4f$  encontrar  $S, L$  y  $J$ .

La capa  $f$  corresponde a  $l = 3$  luego se encuentran los posibles  $m_l$  y  $m_s$  para posteriormente llenarlos con los electrones de acuerdo con las reglas de Hund.

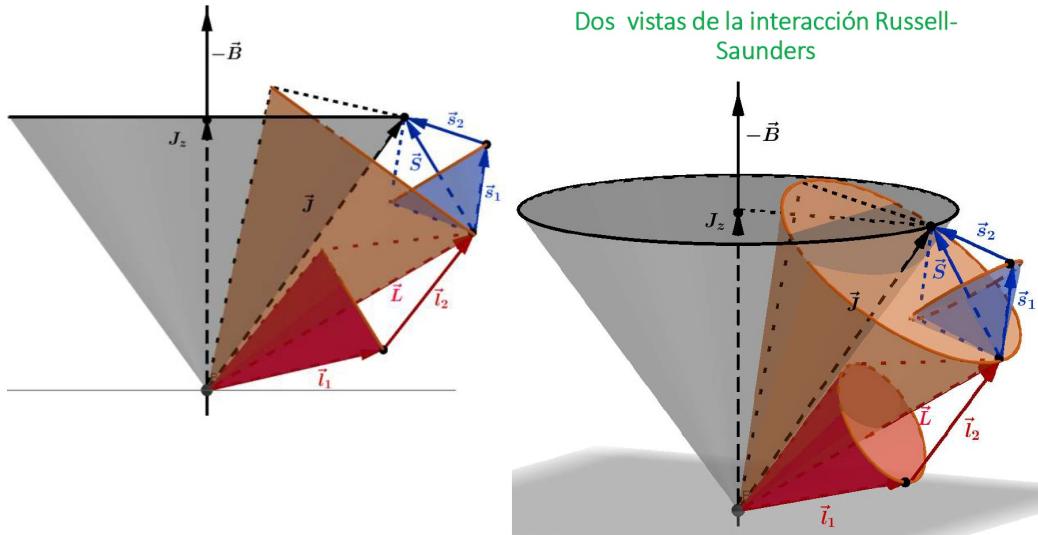


FIGURA 2.6. Interacción de Rusell-Saunders

Vemos en la figura 2.7 que sumamos los  $m_l$  y  $m_s$  en los lugares donde hay aporte de electrones y como la capacidad de  $f$  es 14 entonces,  $J = L - S = \frac{5}{2}$ . Vemos que con este procedimiento no es necesario encontrar todos los casos posibles como se hizo en ejemplos anteriores. Desde el punto de vista del magnetismo solo nos interesa conocer el  $J$ . Observemos también que debemos conocer como se ioniza el átomo en estudio

$m_l$	3	2	1	0	-1	-2	-3	$\sum m_l = 5$
$m_s$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$\sum m_s = 5/2$
s	↑	↑	↑	↑	↑			

FIGURA 2.7. Momentos en el átomo

El ion  $Fe^{2+}$  con 6 electrones en  $3d$ , lo cual implica que  $l = 2$ , la capacidad de  $d$  es 10, luego observemos la distribución de momentos en la figura 2.8:

$m_l$	2	1	0	-1	-2	2	1	0	-1	-2
$m_s$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$
s	↑	↑	↑	↑	↑	↓				

FIGURA 2.8. Momentos del  $Fe^{2+}$ 

$\sum m_l = 2$  y  $\sum n_s = 2$  y la capacidad de  $ds$  es de 10, tiene mas de la mitad ocupada, luego  $2S + 1 = 5$ ,  $J = L + S = 4$ , por tanto la notación espectral es  $^5D_4$

Otro ejemplo: Escriba en la notación espectral el termino de mas baja energía para la configuración  $d^3$  de acuerdo a las reglas de Hund. vemos la figura 2.9

- $l = 2$ , por Pauli y la primera regla de Hund, tenemos:

$m_l$	2	1	0	-1	-2
$s$	↑	↑	↑		

FIGURA 2.9. Configuración  $d^3$ 

El término de más baja energía tendrá  $S = \frac{3}{2} \rightarrow 2S + 1 = 4$

- El valor máximo de  $L$  es  $3 \rightarrow F$

Otro ejemplo, en la figura 2.10 vemos el cálculo para otro elemento perteneciente a la serie de los Lantánidos  $4f^3$ :

- $l = 3$

$m_l$	3	2	1	0	-1	-2	-3
$s$	↑	↑	↑				

FIGURA 2.10. Configuración  $4f^3$ 

$$S = \frac{3}{2} \rightarrow 2S + 1 = 4, \text{ el valor máximo de } L = 6 \rightarrow I \text{ y } J = L - S = \frac{9}{2} \rightarrow {}^3I_{\frac{9}{2}}$$

Ejercicio: calcular el momento magnético de  $F3^{2+}$ .

Como se vio la estructura electrónica del hierro es  $Fe = [Ar]3d^64s^2 \rightarrow Fe^{2+} = [Ar]3d^64s^0$ , luego como vimos en el ejercicio anterior quedan cuatro electrones sin aparear, lo cual nos dio  $L = 4$  y  $S = 2$  con  $J = 4$

$$g_j = 1 + \frac{l(l+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} = 1 + \frac{20}{40} = 1,5$$

$$\mu_j = g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_B = 1,5 \sqrt{20} \mu_B = 6,70 \mu_B$$

El valor experimental es  $5,4 \mu_B$ . Si calculamos solo la contribución del espín, sabiendo que  $g_s \approx 2$

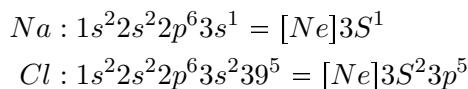
$$s = g_j \sqrt{Sj(Sj+1)} \mu_B = 2\sqrt{6} \mu_B = 4,89 \mu_B$$

Vemos que se aproxima más a los datos experimentales si solo trabajamos con el espín, esto significa que el impulso angular no participa  $S$  sucede lo mismo en toda la serie  $3d$ , como fue comentado anteriormente, luego, el momento magnético está solo determinado por el espín.

## 2.2. Paramagnetismo (enlace iónico)

- En general hemos hablado, hasta ahora, de momentos magnéticos de átomos aislados, sabiendo que la gran mayoría de los átomos tienen momento magnético diferente de cero. Pero la generalidad de los cuerpos están formados por moléculas y esto cambia la cosa, resultando mayor el número de sustancias solamente diamagnéticas, por el contrario las moléculas paramagnéticas escasean. Veamos un caso que al combinarse átomos paramagnéticos para formar un sólido este resulta no ser paramagnético:

La configuración electrónica del sodio y el cloro son:



vemos que al sodio le sobra un electrón para tener una estructura más estable y al cloro le faltaría uno para ser más estable. También vemos que ambos son paramagnéticos. Luego cuando se forma el  $ClNa$  se crea el ion  $Na^+$  pareciéndose al  $Ne$  y el ion  $Cl^-$  con electrónica análoga al  $Ar$ , por tanto debido a esta unión el compuesto  $ClNa$  no es paramagnético

### 2.2.1. Paramagnetismo en un sólido

- El **paramagnetismo** en un sólido es la tendencia de los momentos magnéticos atómicos (espín u orbital) a alinearse paralelamente a un campo magnético externo.
- Se produce por la alineación individual de los momentos magnéticos de los átomos o moléculas bajo la presencia de un campo magnético externo. Esto puede ser en átomos individuales o en sólidos.
- Debido a la agitación térmica, cuando sacamos el campo magnético externo desaparece el paramagnetismo.
- Puesto que la agitación distribuye aleatoriamente la dirección de los dipolos magnéticos, un aumento de la temperatura disminuye el efecto paramagnético.
- En el paramagnetismo  $\chi > 0$ ,  $|\chi| \approx 10^{-4}$  a temperatura ambiente, es función de T:

$$\vec{M} = \chi \vec{B} = \frac{C}{T - \vartheta} \vec{B} \quad \text{Ecuación de Curie-Weiss} \quad (2.9)$$

Con  $C$  y  $\vartheta$  constantes. A bajas temperaturas los sistemas se apartan de este comportamiento. Esta ley deja cumplirse cuando se aproxima a la saturación, o sea que la mayoría de los momentos magnéticos están alineados.

### 2.2.2. Paramagnetismo clásico

Si bien el magnetismo es un fenómeno netamente cuántico, algunas mecanismos pueden ser visualizados clásicamente, siempre y cuando den resultados equivalentes.

Consideremos la figura 2.11, tenemos el átomo como un núcleo central y los electrones orbitando (clásicamente) alrededor de él. Cada órbita puede asimilarse a una corriente eléctrica. Bajo la suposición anterior calculemos el momento magnético orbital de un electrón en una órbita circular. Si  $v = \frac{\omega}{2\pi}$  es la frecuencia del movimiento, la corriente será  $i = ev$ , luego el momento magnético es

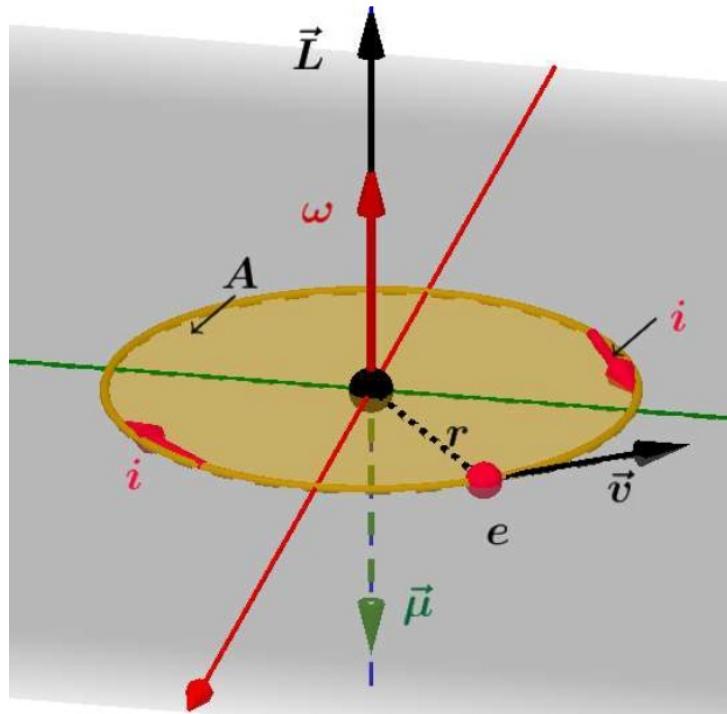


FIGURA 2.11. Representación clásica del paramagnetismo

$$\mu = iA = e\frac{\omega}{2\pi}A = e\frac{\omega}{2\pi}\pi r^2 \quad (2.10)$$

Donde  $A$  es el área y  $\mu$  es opuesto al momento angular orbital  $L$ . Si  $m$  es la masa del electrón el momento angular orbital  $L$  sera:

$$L = mvr = m\omega r^2 \quad (2.11)$$

$$\mu = \frac{e\omega r^2}{2} = \frac{e}{2m}L \quad (2.12)$$

Similar al cuántico definido anteriormente, solo faltaría el signo menos que indica sentidos opuestos.

Por otro lado sabemos que la energía  $\varepsilon_M$  del momento magnético  $\vec{\mu}$  en un campo magnético  $\vec{B}$  es

$$\varepsilon_M = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = |\vec{\mu}| |\vec{B}| \cos(\vartheta)$$

Esta claro que si el ángulo  $\vartheta$  entre  $\vec{\mu}$  y  $\vec{B}$  es  $0^\circ$  o  $180^\circ$  la energía es mínima.

Previamente recordemos dos ideas fundamentales de la mecánica clásica, con el objeto de entendamos correctamente el tema que desarrollaremos La primera indica que la variación de la cantidad de movimiento lineal es igual a la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo  $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{f}_{ext}$ . Mientras que la segunda, es su equivalente en el movimiento angular, el cambio en el vector cantidad de movimiento angular es igual a la suma de los momentos de las fuerzas externas  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{ext}$

Es oportuno recordar el movimiento de un trompo, se sabe que si el cuerpo gira a una velocidad  $\omega$  sobre su eje de simetría y esta en presencia de una cupla externa, en este caso la gravedad. Se agrega un nuevo movimiento llamado precesión, debido a la interacción con la fuerza gravitatoria. Algo similar sucede con nuestro electrón cuando agregamos un campo magnético externo. Se genera la precesión de Larmor. Este término hace referencia a la precesión de los momentos magnéticos de electrones o núcleos, por la acción de un campo magnético  $\vec{B}$  externo pequeño, constante y homogéneo.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{ext} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \times \vec{B} \rightarrow \left| \frac{d\vec{L}}{dt} \right| = |\vec{\mu}| |\vec{B}| \sin(\alpha)$$

Como tenemos una cupla externa distinta de cero  $|\vec{L}|$  no es constante, pero si es constante el módulo de  $\vec{L}$ .

Supongamos  $\omega$  es la velocidad angular del electrón. Como el movimiento es circular debe existir una aceleración centrípeta responsable del cambio de la velocidad. La fuerza sobre el electrón debido al núcleo será, como vemos en la figura 2.12:

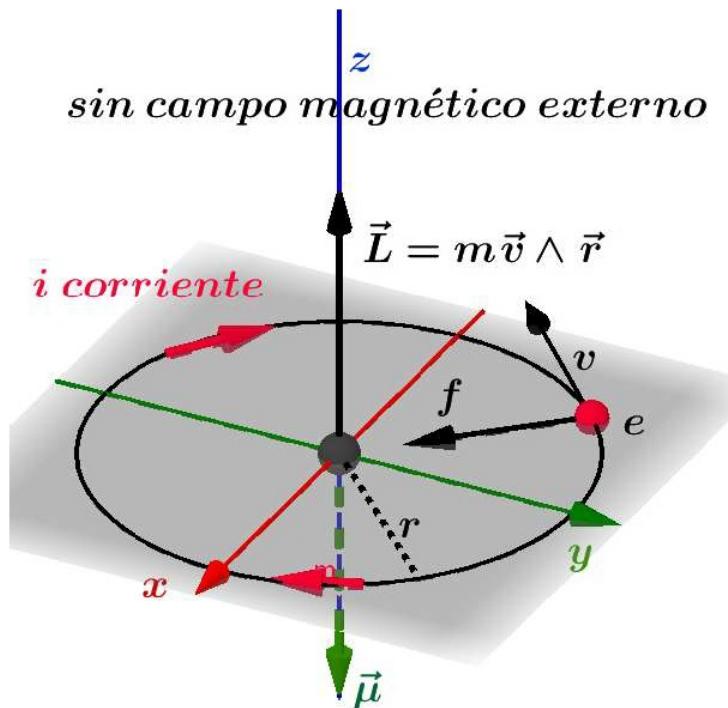


FIGURA 2.12. Sin campo exterior

$$f = ma_{cp} = m\omega^2 r \quad (2.13)$$

Si se aplica un campo magnético  $\vec{H}$  perpendicular al plano de rotación como se observa en la figura 2.13, sabemos se ejerce sobre el electrón una nueva fuerza que de acuerdo con la ecuación de Lorentz:

$$\vec{f}_l = e\vec{E} + ev \times \vec{H} = ev \times \vec{H} \quad (2.14)$$

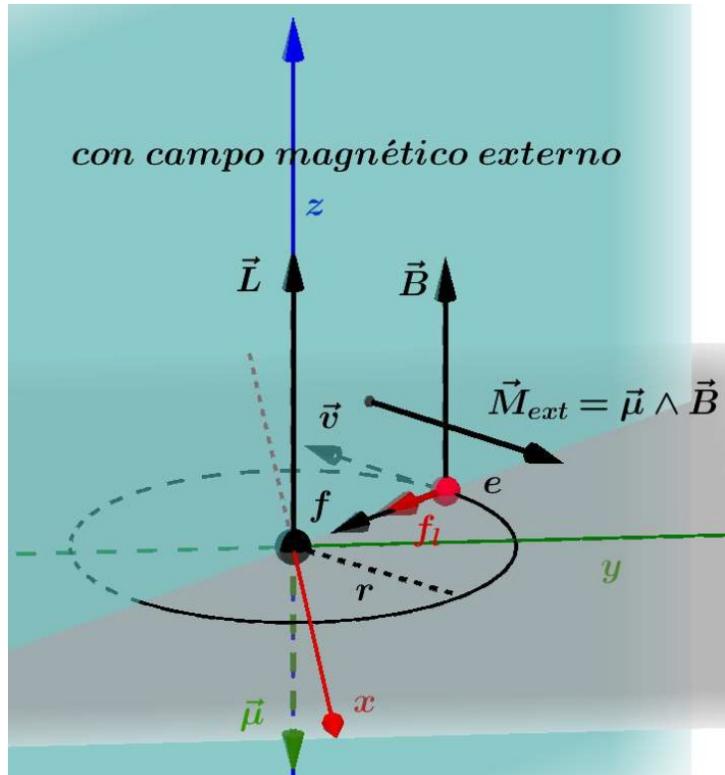


FIGURA 2.13. Campo exterior perpendicular

Ya que campo eléctrico no hay, tenemos solo la fuerza magnética, que es también radial, luego:

$$f + f_l = m\omega^2 r + evH = m\omega^2 r + e\omega_1 r H = m\omega_1^2 r \quad (2.15)$$

$$\omega_1^2 - \frac{eH}{m}\omega_1 - \omega^2 = 0 \quad (2.16)$$

$$\omega_1 = \frac{\frac{eH}{m}\sqrt{\left(\frac{eH}{m}\right)^2 + 4\omega^2}}{2} \quad (2.17)$$

Se demuestra que  $\left(\frac{eH}{m}\right)^2 \ll 4\omega^2$  luego

$$\omega_1 = \omega^p m \frac{eH}{2m} \Delta\omega = \pm \frac{eH}{2m} \quad (2.18)$$

Llamada frecuencia de Larmor. El campo magnético aplicado hace variar la velocidad angular del electrón. En la expresión no figura el radio de la órbita ni la velocidad de rotación del electrón luego  $\Delta\omega$  es la misma para cualquier órbita. El campo  $\vec{B}$  es el responsable del movimiento de precesión de  $\vec{L}$  alrededor de  $\vec{B}$  similar al trompo con la gravedad.

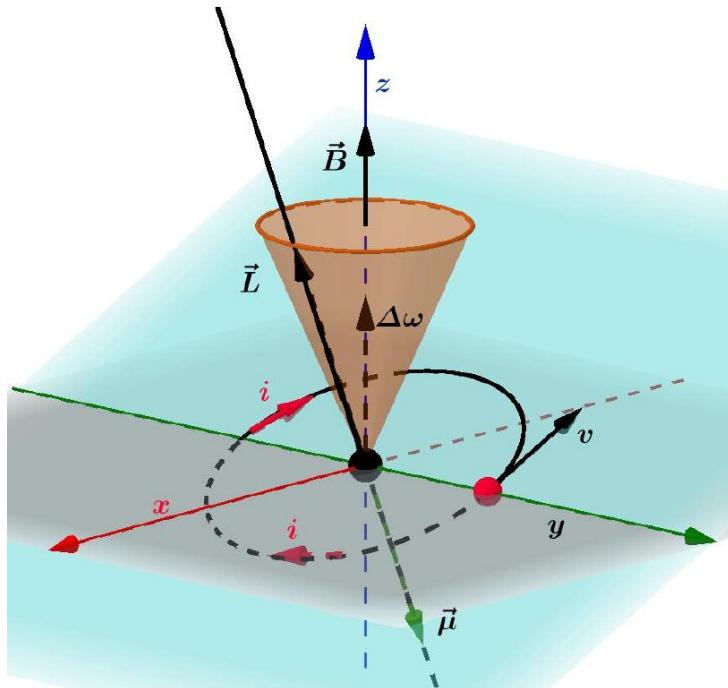


FIGURA 2.14. Precesión de  $L$  alrededor de  $B$

#### Resumiendo lo encontrado:

La velocidad del electrón en su órbita es  $\omega$ . La velocidad de rotación (precesión) de  $L$  alrededor de  $B$  es la frecuencia de Larmor  $\Delta\omega = \pm \frac{eH}{2m}$  que es también la frecuencia de rotación del plano orbital. El campo magnético hace variar la velocidad angular del electrón proporcional al campo. Observamos que no figura en  $\Delta\omega$ , el radio de la órbita ni la velocidad del electrón, por tanto, es la misma frecuencia para cualquier órbita. Podemos afirmar que el electrón con la introducción del campo tiene un nuevo movimiento circular adicional alrededor del campo, (o bien un cambio en su velocidad angular) como vemos en la figura. Esto generará un nuevo momento magnético responsable del diamagnetismo, como veremos más adelante.

#### Teorema de Larmor

En mecánica elemental estudiamos el movimiento de un trompo, vimos que si el cuerpo gira a una velocidad  $\omega$  sobre su eje de simetría y está en presencia de una fuerza externa, gravedad. Se agrega un nuevo movimiento llamado precesión, debido a la interacción con la fuerza gravitatoria.

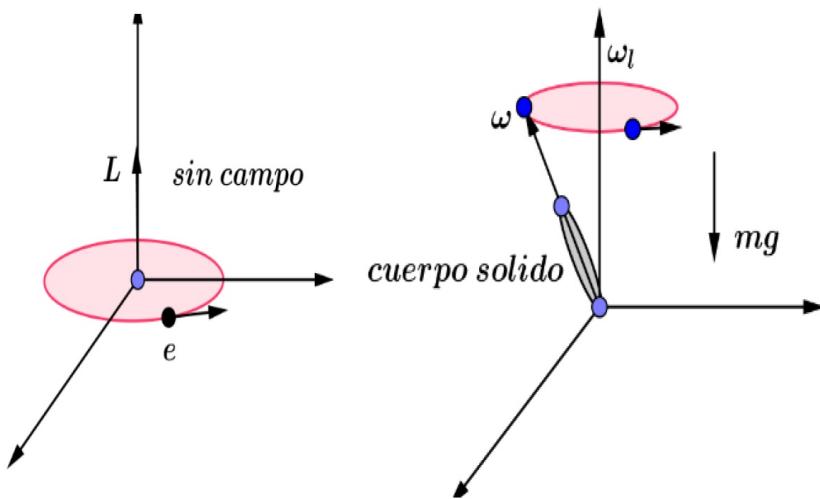
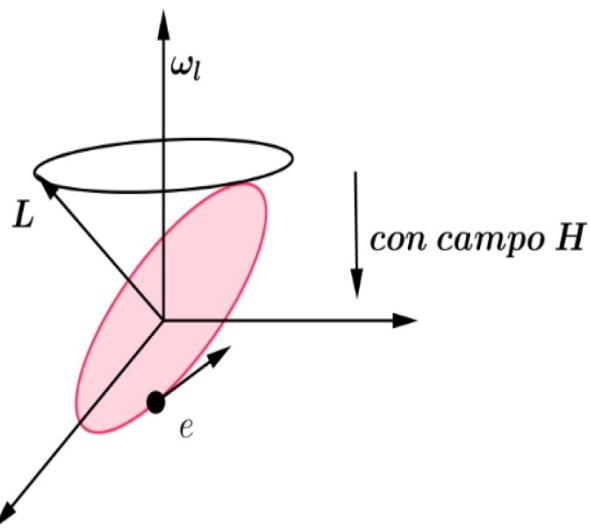


FIGURA 2.15. Precesión de un trompo en el campo gravitatorio

Este teorema afirma que si tenemos una partícula cargada orbitando en un campo de fuerzas centrales y le aplicamos un pequeño campo magnético, este produce un movimiento adicional de precesión que se superpone al movimiento original. Dicho de otro modo el movimiento original es el mismo solo se agrega una precesión del momento magnético alrededor del vector campo magnético (en primer orden de  $\vec{H}$ ) con frecuencia  $\omega_l$  de Larmor

FIGURA 2.16. Precesión de Larmor debido al campo  $H$ 

Si la órbita no es perpendicular al campo o sea que forma un ángulo determinado entonces precede alrededor del campo magnético describiendo un cono alrededor de  $\vec{H}$ . En consecuencia surge un momento magnético adicional que se opone al cambio de velocidad angular

$$\mu = -iA = -e \frac{\Delta\omega}{2\pi} A = -\frac{e^2 A}{4\pi m} H \quad (2.19)$$

Si el átomo tiene  $z$  electrones

$$\mu = -\frac{ze^2A}{4\pi m} H = -\frac{ze^2\bar{r}^2}{4m} H \quad (2.20)$$

Donde  $\bar{r}^2$  es el cuadrado medio de la distribución de probabilidad del electrón. Si  $N$  es el número de átomos por unidad de volumen tendremos que la susceptibilidad magnética por unidad de volumen será:

$$\chi = -\frac{zNe^2}{4m}\bar{r}^2 \quad (2.21)$$

Vemos que el problema de calcular la susceptibilidad diamagnética reside en calcular  $\bar{r}^2$  o sea, la distribución de carga electrónica. Se destaca también que la susceptibilidad diamagnética no depende de la temperatura y crece con el número atómico del elemento.

En este cálculo semicásico se supuso que todos los electrones están ligados a los átomos, cosa que es cierta en los dieléctricos mas no en los metales o semiconductores.

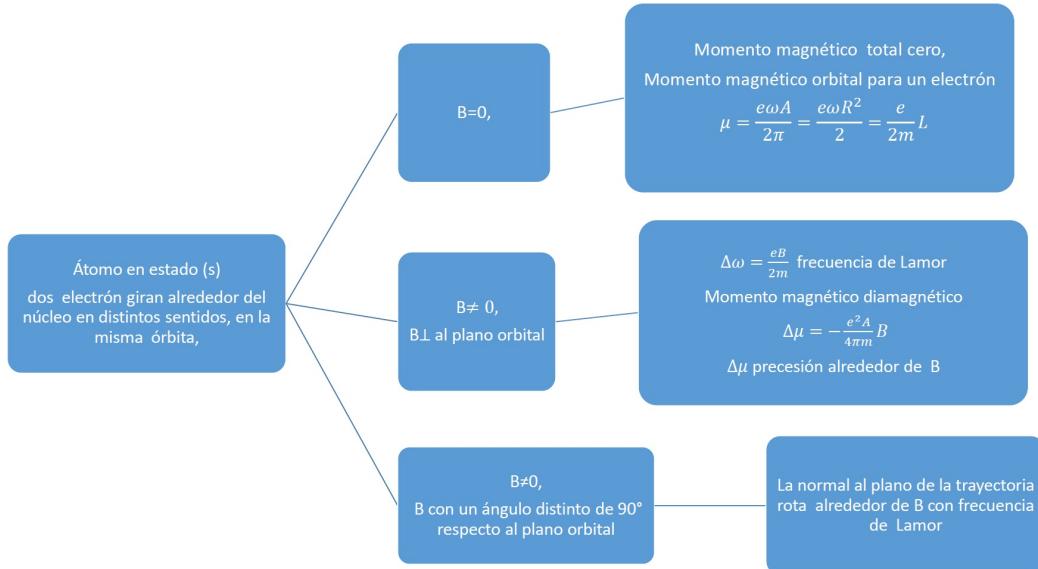


FIGURA 2.17. Teorema de Larmor

El teorema afirma que si tenemos una partícula cargada orbitando en un campo de fuerzas centrales y le aplicamos un pequeño campo magnético, este produce un movimiento adicional de precesión que se superpone al movimiento original. Dicho de otro modo el movimiento original es el mismo solo se agrega una precesión del momento magnético alrededor del vector campo magnético (en primer orden de  $B$ ) con frecuencia de Larmor  $\omega_l = \frac{eB}{2m}$ .

El desarrollo anterior es clásico, si bien da una idea de la realidad las expresiones de la energía y del momento magnético no tuvieron en cuenta que no pueden tomar cualquier valor, ya que están cuantificadas. Tampoco es posible

definir una órbita en la trayectoria del electrón. En el caso del momento angular cuántico es necesario tener en cuenta la cuantificación espacial, recordemos que puede encontrarse en  $2l + 1$  estados, luego la frecuencia de Larmor será, con  $m = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

$$\omega_l = \frac{eB}{2m_e}m \text{ y la energía correspondiente } \mathcal{E}_M^m = \hbar\omega_l = \frac{e\hbar B}{2m_e}m \quad (2.22)$$

La masa del electrón la hemos llamado  $m_e$  para no confundir con el número cuántico  $m$ .

La distancia energética entre dos niveles próximos será:

$$\mathcal{E}_M^m - \mathcal{E}_M^{m+1} = \frac{e\hbar B}{2m_e} \quad (2.23)$$

Por medio de una onda electromagnética (ver figura 2.18) puedo entregarle al electrón, la energía correspondiente  $\frac{e\hbar B}{2m_e}$  para que salte de un estado al otro, este expresión coincide con la clásica hallada anteriormente. Observemos que esta diferencia de energía no depende del nivel cuántico  $m$ . Si inicialmente estaba en equilibrio con el tiempo decaerá devolviendo la misma energía. Este fenómeno es el principio de la **resonancia magnética electrónica (rme)** y de la **resonancia magnética nuclear (rmn)**

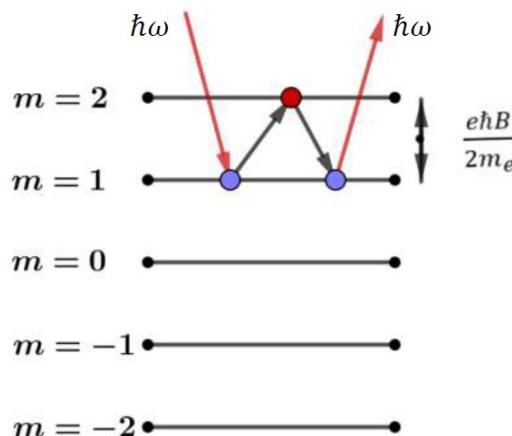


FIGURA 2.18. Frecuencia de Larmor

### 2.2.3. Paramagnetismo de Pauli

Cuando los átomos se aproximan en un sólido comienzan a interactuar entre ellos, sabemos que los electrones no pueden tener los mismos números cuánticos, luego, no queda otra que crear nuevos niveles. Como la cantidad de átomos es elevada se forma un continuo de niveles, llamada bandas de energía. Zona donde deambulan los electrones libremente, sin saber a qué átomo pertenecen ya que son indistinguibles, similar a un gas de electrones, o gas de Fermiones.

Veamos un cálculo simple, si tenemos  $N$  átomos cada uno de ellos aporta un nivel, en 55,85 gr de Fe hay el número de Avogadro de átomos  $N = 6,023 \times 10^{23}$  luego tenemos el mismo número de niveles. Además, por el Principio de

exclusión de Pauli, tendremos 2 electrones por nivel de energía. En la figura 2.19 se observan los niveles en los átomos alejados y como a partir de un distancia  $d_0$  comienza la aparición de las bandas. Es claro que los orbitales más externos son los primeros en interactuar y solaparse, en el esquema el 4s después el 3d.

Se genera un continuo de niveles, la diferencia de energía entre niveles es pequeña. En este caso los electrones se pueden excitar fácilmente y pasar de un nivel lleno a los vacíos inmediatos, explicando de esta manera la conductividad eléctrica y térmica. La importante cantidad de niveles en la banda permite la absorción de radiación de cualquier longitud de onda, y también su emisión, explicación ésta de su alta reflectividad.

El área debajo de la curva es igual al número total disponible de niveles de energía en una banda

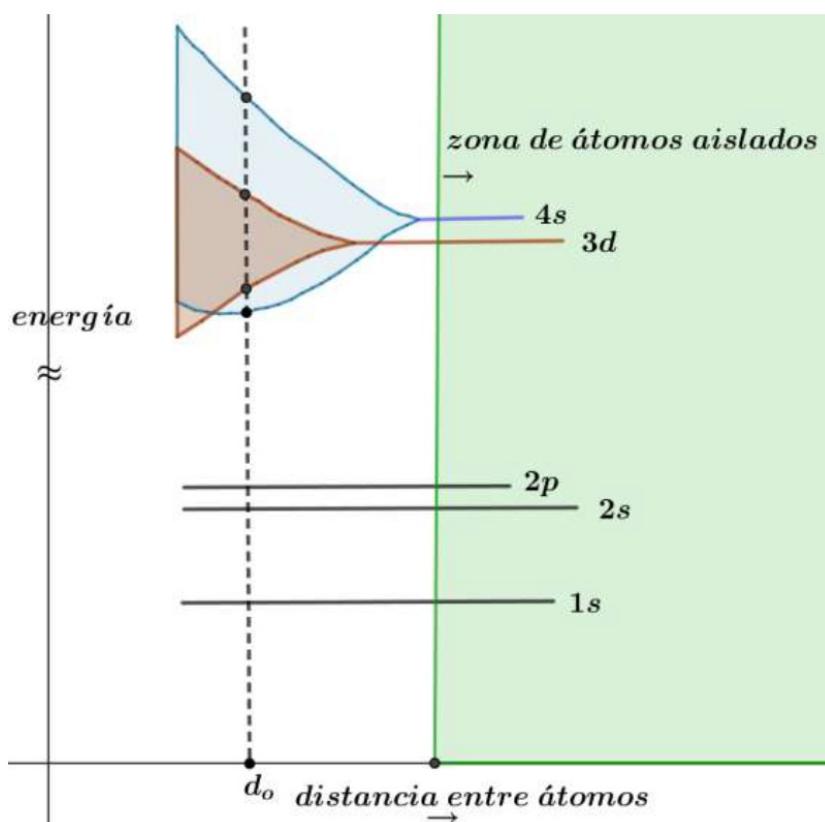


FIGURA 2.19. Formación de bandas de energía

En la figura 2.20 se observa la densidad de estados para las zonas indicadas. La banda 3d tiene una densidad de estados mayor que 4s porque hay cinco niveles en 3d por átomo, cada uno con una capacidad de 10 electrones. Mientras que en la 4s tenemos 2 electrones.

Este continuo de niveles nos posibilita hablar de una densidad de niveles o estados en función de la energía, (en esta parte del apunte  $E$  es energía no campo

eléctrico) comúnmente designada:

$$\begin{aligned}\rho(E) &= \frac{\text{nº de estados con energía E}}{\text{nº de estados totales de energía por u. de volumen}} \\ &= \frac{(8\pi\sqrt{2}m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{E}\end{aligned}\quad (2.24)$$

Donde  $\rho(E)dE = \text{nº de estados entre } E \text{ y } E + dE$ , en la unidad de volumen, la cantidad total de estados será  $\int_0^E \rho(E)dE$

La densidad de estados nos da el número de estados de energías por unidad de energía comprendidos entre dos niveles energéticos entre sí,  $E$  y  $E + dE$ . **Estos estados pueden estar ocupados por electrones o estar vacantes.**

Las líneas de rayas, en el esquema, muestran el **nivel de Fermi** que es el término que indica el nivel superior del conjunto de valores de la energía de los electrones a la temperatura de cero absoluto, la energía correspondiente al nivel de Fermi se llama **energía de Fermi ( $E_F$ )**. A temperaturas mayores a el cero absoluto, existirá una cierta fracción de electrones determinada por la función de Fermi, por encima del nivel de Fermi.

La función de Fermi  $f(E)$  nos da la probabilidad de que un estado de una dada energía sea ocupado por un electrón a una dada temperatura, es:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} = \frac{\text{nº de electrones en el estado E}}{\text{nº total de electrones posibles en el estado E}}\quad (2.25)$$

Los iones del metal que comparten los electrones deben ser diamagnéticos, ya que al perder sus electrones se parecen al gas noble mas próximo.

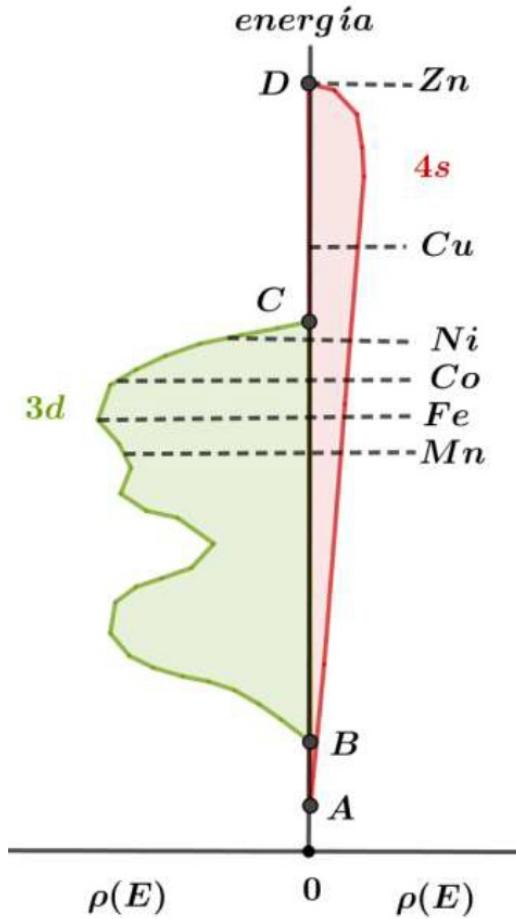


FIGURA 2.20. Densidad de estados para diversos elementos.

Analicemos la función Fermi  $f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$ , vemos en ella que si la temperatura  $T \rightarrow 0$ , hay dos posibilidades, si  $E < E_F$  el resultado es 1, la certeza, todos los niveles ocupados, por el contrario si  $E > E_F$  es cero la probabilidad de encontrar un electrón por arriba del nivel de Fermi.

$$\begin{aligned} \rho(E)f(E) &= \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} \\ &= \frac{n^{\circ} \text{ de estados} \times n^{\circ} \text{ de } e^- \text{ en el estado E}}{n^{\circ} \text{ total de estados} \times n^{\circ} \text{ total de } e^- \text{ posibles en el estado E}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Luego  $\rho(E)f(E)dE$  nos da el número de electrones por unidad de volumen con energía en el intervalo  $E, E + dE$ . Los niveles de energía que se manejan comúnmente son muy chicos comparados con la energía de Fermi, por ejemplo en la figura 2.21 se ve que la energía de Fermi para el cobre es  $E_F(Cu) \approx 7 \text{ eV}$  mientras que la energía térmica a  $300^\circ K$  es de  $0,026 \text{ eV}$ . Esto nos indica que la energía térmica comúnmente usada, solo puede interactuar con los electrones próximos a la energía de Fermi.

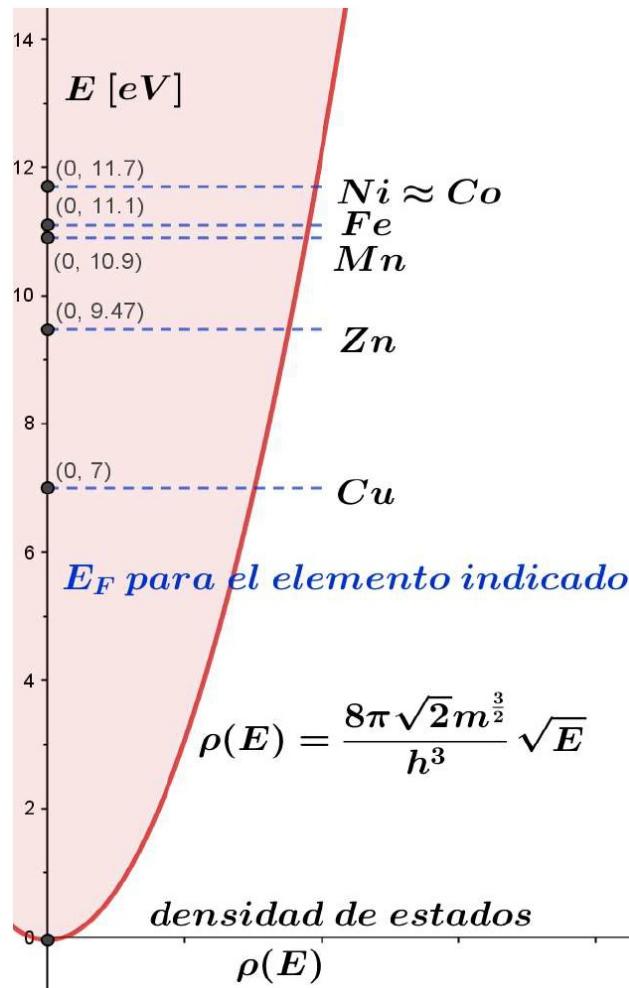


FIGURA 2.21. Densidad de estados Paragamagnetismo de Pauli

El modelo de Pauli es válido para materiales en los que los electrones son libres y forman una capa de conducción. Se puede aplicar a la mayoría de los metales paramagnéticos. Podemos pensar que en ausencia de campo magnético externo, sobre un metal, en cada sub banda se colocan el número total de electrones dividido dos. La mitad de ellos con el espín hacia arriba y la otra mitad con el espín hacia abajo, luego el momento magnético será:

$$\mu_p = (n \uparrow - n \downarrow) \mu_B = 0 \quad (2.27)$$

Siendo  $n \uparrow$  el número de electrones de conducción con espín hacia arriba en la unidad de volumen cuando no hay campo magnético externo ( $\vec{B} = 0$ ), como se mencionó, la parábola de densidad de energía se divide en dos; una formada por los espines hacia arriba y la otra con los espines como se muestra en la figura 2.22. Si ahora se coloca un campo  $\vec{B} \neq 0$ , los electrones próximos a la energía de Fermi aumentan su energía en  $\mu_B B$  si sus espines coinciden con el sentido del campo exterior. Ya que con un espín alineado con el campo tienen menos energía que los no alineados. Luego, en presencia de campo debe aumentar el número de espines alineados al campo y decrecer el número de los no alineados en  $-\mu_B B$ . De esta manera las dos semibandas se desplazan una de otra en  $2\mu_B B$  como se observa en la misma figura 2.22. Como el sistema tiende al mínimo de energía,

una porción de electrones de la derecha del esquema debe pasar al de la izquierda, modificando su espín como observamos en el esquema. Como resultado surge un momento magnético en la dirección del campo externo  $\vec{B}$ .

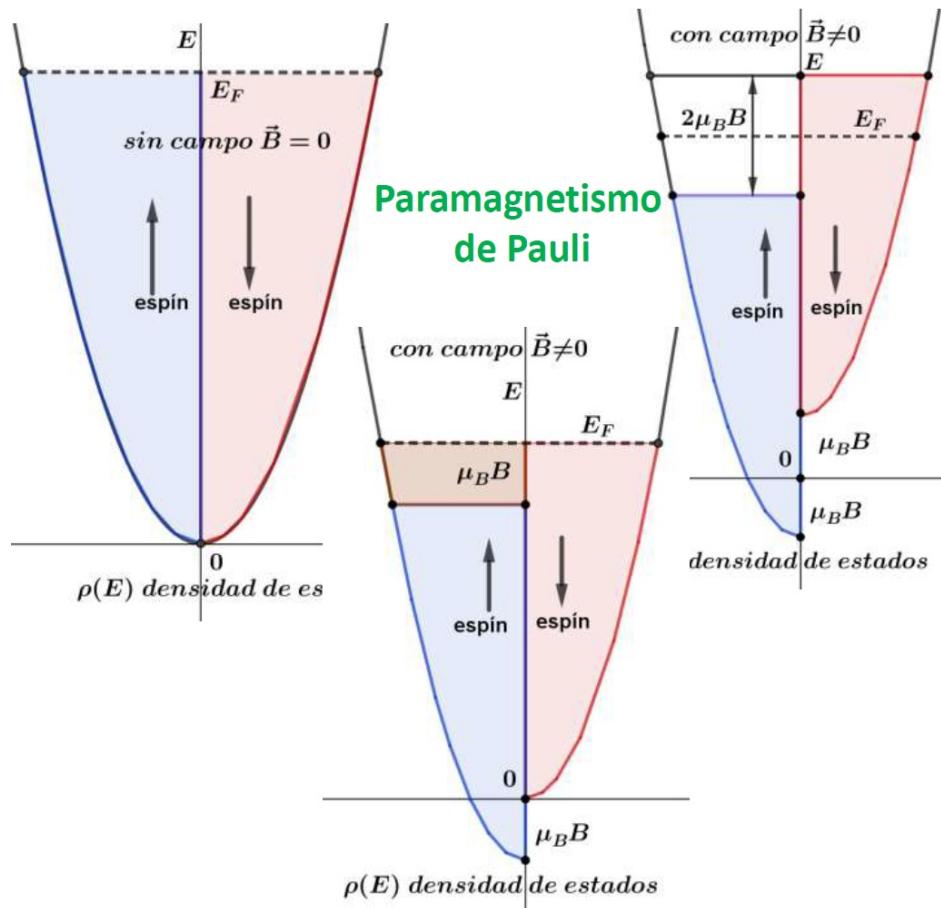


FIGURA 2.22. Desdoblamiento energético de la densidad de estados

### 2.3. Paramagnetismo en sólidos y gases

Recapitulemos: Como hemos visto, en un átomo, los únicos electrones que pueden contribuir al momento magnético total del átomo son los que están en capas incompletas, generalmente electrones de valencia, dado que en las capas electrónicas completas el momento magnético orbital y de espín es cero. Como la mayoría de los átomos tienen capas incompletas, también tendrán momento magnético no nulo. Pero esto sólo es cierto para átomos libres, no para átomos dentro de un sólido, ligados entre sí por fuerzas de enlace. La razón es que la energía de intercambio de los electrones de átomos vecinos es normalmente mínima cuando sus espines están dispuestos de forma antiparalela y de ahí que el momento dipolar total de la molécula sea nulo.

En los cristales iónicos los electrones externos de un átomo son transferidos para completar la capa de su vecino, ambos iones tendrán capas electrónicas completas y tendremos un momento magnético nulo. Por tanto, el paramagnetismo sólo se dará en sólidos formados por átomos con capas incompletas, además de las ocupadas por electrones de valencia.

Existen cinco grupos de elementos donde ocurre esto

- Grupo del *Fe* - capa  $3d$  incompleta
- Grupo del *Pd* - capa  $4d$  incompleta
- Lantánidos - capa  $4f$  incompleta
- Grupo del *Pt* - capa  $5d$  incompleta
- Actínidos - capa  $5f$  incompleta

Además, los metales muestran también **paramagnetismo debido a los electrones de conducción**. Este paramagnetismo muestra la propiedad de que la susceptibilidad es prácticamente independiente de la temperatura. Los materiales empleados para aplicaciones prácticas están hechos de sales de hierro o de tierras raras.

### 2.3.1. Susceptibilidad paramagnética de los electrones de conducción

Se observa experimentalmente como casi todos los metales (a excepción de Pd y Ti) muestran un efecto paramagnético débil y poco dependiente de la temperatura. La teoría clásica de electrones libres es incapaz de aportar una explicación satisfactoria de la susceptibilidad paramagnética de los electrones de conducción. Como cada electrón tiene un momento magnético asociado de un magnetón de Bohr, podría pensarse que la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad paramagnética sería del tipo Curie :

$$M = \frac{N\mu_B^2}{k_B T} B \quad (2.28)$$

Expresión de la fórmula 2.28 está contra de la observación experimental de que la susceptibilidad es independiente de la temperatura en la mayoría de los metales.

Pauli demostró que la aplicación de la estadística de Fermi-Dirac aporta a la teoría las correcciones necesarias.

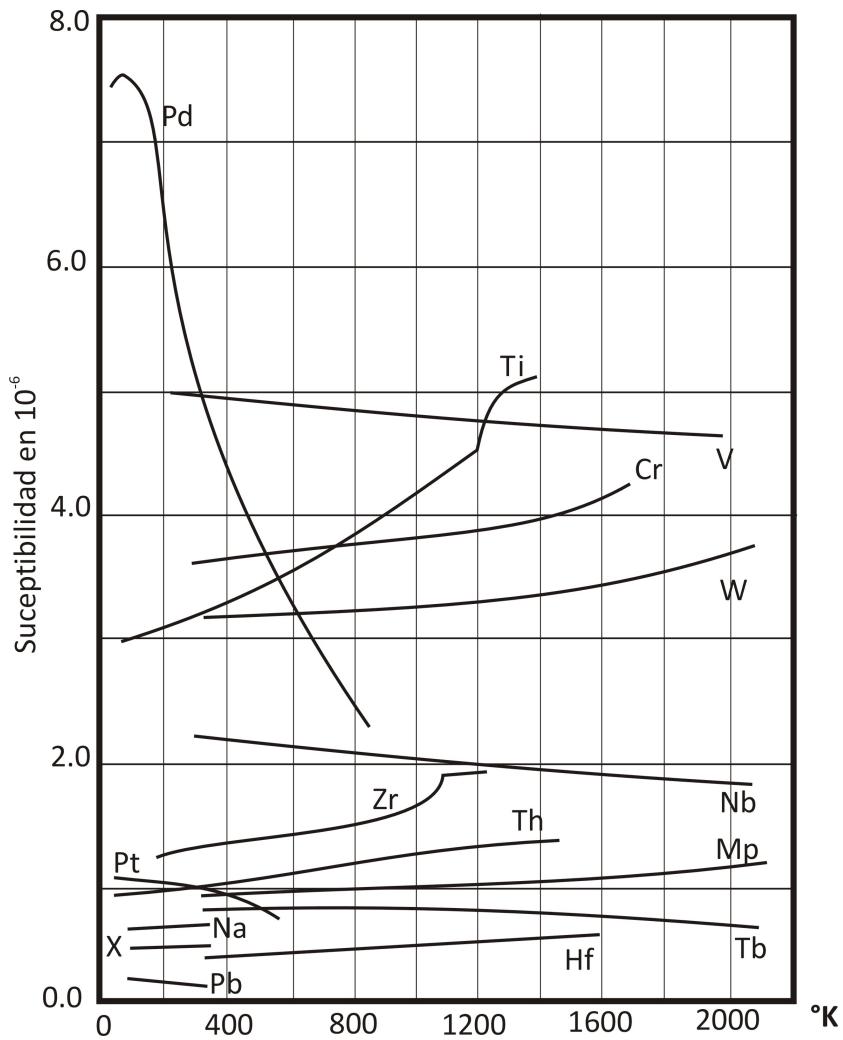
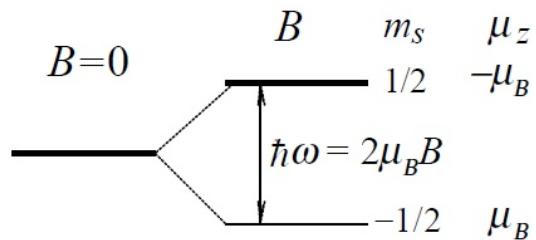


FIGURA 2.23. Susceptibilidad de diversos elementos

Abordemos en primer lugar una explicación cualitativa:

Para un solo electrón desapareado, en presencia de un campo magnético exterior  $B$  y con solo el momento angular de espín tendremos una energía:  $2\mu_B B$

FIGURA 2.24. Desdoblamiento de la energía por el campo  $B$

En el estado de menor energía, el momento magnético es paralelo al campo. Como el sistema tiene sólo 2 niveles, sus poblaciones en equilibrio térmico son (estadística de Maxwell-Boltzmann)

$$\frac{N \uparrow}{N} = \frac{e^{\frac{\mu_B B}{k_B T}}}{e^{\frac{\mu_B B}{k_B T}} + e^{-\frac{\mu_B B}{k_B T}}} \quad \text{y} \quad \frac{N \downarrow}{N} = \frac{e^{-\frac{\mu_B B}{k_B T}}}{e^{\frac{\mu_B B}{k_B T}} + e^{-\frac{\mu_B B}{k_B T}}} \quad (2.29)$$

Con  $N \uparrow$  y  $N \downarrow$  las poblaciones de espines en los niveles  $+1/2$  y  $-1/2$  y  $N = N \uparrow + N \downarrow$  los átomos por unidad de volumen.

La magnetización resultante  $M$  para  $N$  átomos por unidad de volumen será entonces:

$$M = (N \uparrow - N \downarrow) \mu_B = N \mu_B \frac{e^X - e^{-X}}{e^X + e^{-X}} = N \mu_B \tanh(X) \quad , \quad X = \frac{\mu_B B}{k_B T} \quad (2.30)$$

Para  $X \ll 1$ ,  $\tanh(X) \approx X \longrightarrow M \approx M_{\mu_B} \left( \frac{\mu_B B}{k_B T} \right)$

Según esta ecuación, la probabilidad de que un electrón de conducción se oriente con su espín paralelo a  $B$  excede en  $\sim (\frac{\mu_B B}{k_B T})$  a que lo haga en la orientación antiparalela. Para  $N$  electrones de conducción por unidad de volumen, el momento magnético total es  $\sim (\frac{\mu_B^2 B}{k_B T})$  y coincide con la teoría clásica. Sin embargo, muchos electrones de conducción tienen una probabilidad nula de orientarse al aplicar un campo, ya que muchos orbitales de espín paralelo están ocupados. Sólo los electrones dentro de un dominio  $\sim k_B T$  alrededor del nivel de Fermi  $T_F$  tendrán la posibilidad de ser orientados con el campo. Por tanto sólo la fracción  $T/T_F$  del número total de electrones contribuye a la susceptibilidad:

$$M \approx \frac{\mu_B^2}{k_B T} B \frac{T}{T_F} = \frac{\mu_B^2}{k_B T_F} B \quad (2.31)$$

dando lugar a una susceptibilidad independiente de la temperatura y del orden de magnitud observado experimentalmente.

Calculemos la susceptibilidad paramagnética de un gas de electrones libres como el que hay en el seno de un conductor metálico para  $T \ll T_F$ :

En este caso tendremos una estadística de Fermi-Dirac y las concentraciones  $N \uparrow$  y  $N \downarrow$  se podrán expresar como:

$$N \uparrow \downarrow = \frac{1}{2} \int_{\mu_B B}^{E_F} f(E) D(E \pm \mu_B B) dE \approx \frac{1}{2} \int_{\mu_B B}^{E_F} f(E) D(E) dE \pm \frac{1}{2} \mu_B B D(E_F) \quad (2.32)$$

Con lo que resulta:

$$M = (N \uparrow - N \downarrow) \mu_B = \mu_B^2 D(E_F) B = \frac{3N\mu_B^2}{2k_B T_F} B \quad (2.33)$$

conocida como **magnetización de espín de Pauli** de los electrones de conducción con

$$D(E_F) = \frac{3N}{2E_F} = \frac{3N}{2Ek_BT_F} \quad (2.34)$$

Al calcular este resultado se ha supuesto que el movimiento espacial de los electrones no está afectado por el campo magnético. Sin embargo, las funciones de onda son modificadas por el campo magnético y los electrones libres crean un momento diamagnético igual a  $-1/3$  del momento paramagnético (según Landau). Por tanto, la magnetización total de un gas de electrones libres es igual a:

$$M = \frac{N\mu_B^2}{k_BT_F}B \quad \text{y} \quad \chi = \frac{N\mu_0\mu_B^2}{k_BT_F} \quad (2.35)$$

Al comparar esta fórmula con los resultados experimentales hay que tener en cuenta:

- El magnetismo de los iones.
- Los efectos de la banda → aumento de la susceptibilidad.
- La interacción electrón-electrón

La susceptibilidad magnética de los metales de transición (con capas electrónicas incompletas) es bastante más elevada que para los metales alcalinos. Esto hace suponer que la densidad de estados en la ecuación  $D(E)$  es anormalmente elevada en los metales de transición, lo cual se deduce efectivamente a partir de la teoría de bandas.

El paramagnetismo de Pauli es un efecto débil solo una pequeña fracción de electrones con energía cercana a  $E_F$  contribuyen al paramagnetismo de Pauli. Al hallar la magnetización se supuso que el campo magnético no influye sobre el movimiento espacial de los electrones, cosa que no es del todo cierta, como veremos mas adelante.

### 2.3.2. Resumen de Paramagnetismo

- En un átomo tanto el momento de spin como el angular aportan al paramagnetismo aunque generalmente el aporte del espín es más importante.
- En átomos con niveles completamente ocupados, los momentos magnéticos se compensan y no hay momento magnético resultante.
- El momento magnético de espín puede estar en dirección paralela al campo exterior o antiparalela a este
- Son paramagnéticos todos los átomos y moléculas que poseen un número impar de electrones, pues presentan un momento magnético. El spin total del sistema no debe ser nulo, Ejemplo: átomos libres de sodio, óxido nítrico gaseoso (NO).
- También son paramagnéticos todos los átomos y iones libres con una capa interna incompleta, ejemplo elementos de transición,  $Mn^{2+}$ ,  $Gd^{3+}$

- Todas las sustancias a altas temperaturas son diamagnéticas o paramagnéticas.
- El momento magnético fundamental es el magnetón de Bohr ( $\mu_B$ ), que tiene una magnitud de  $9,27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$ . Para cada electrón en el átomo el momento magnético de espín es  $\pm \mu_B$ , adicionalmente la contribución del momento magnético de orbital es igual a  $m_l \mu_B$ , siendo  $m_l$  el número cuántico magnético del electrón.

## 2.4. Diamagnetismo atómico, iónico, molecular

- El diamagnetismo fue descubierto por S. Justinus Brugmans. En 1778 observó que el bismuto y el antimonio son repelidos por los campos magnéticos. Este es un claro comportamiento diamagnético puesto que  $\chi_v < 0$ .

### Explicación clásica del diamagnetismo:

- Conocemos el comportamiento eléctrico de una espiral por la que circula una corriente en un campo magnético. De acuerdo a la ley de Lenz, al variar el flujo magnético sobre un circuito eléctrico, surge en el circuito una fem inducida que produce una variación de la corriente. La corriente generada produce un campo magnético adicional que se opone al original. Un electrón en su órbita es considerado como una corriente eléctrica.
- La diferencia con la espira común es que la resistencia del circuito orbital es nula, por eso se conserva el campo magnético mientras exista el exterior.
- El momento magnético generado por esta corriente (la creada por la fem) es precisamente la responsable del diamagnetismo, generando el momento diamagnético y explicando porque los átomos diamagnéticos se alejan del campo magnético aplicado.
- De acuerdo a la explicación previa, es claro que todos los átomos deben poseer diamagnetismo, por ser muy débil es solo observable cuando todos los demás tipos de magnetismo son inexistentes. Átomos netamente diamagnéticos son Bi, Cu, Ag, Au.

### 2.4.1. Diamagnetismo (clásico), teoría de Paul Langevin 1905

Como se comentó, el efecto diamagnético es sumamente pequeño, por esta razón se estudia el diamagnetismo en los átomos o moléculas que no tienen momento magnético propio, no son paramagnéticos, estado s. Luego los átomos que tratamos deben tener en su última capa dos electrones. Sabemos que el electrón no describe trayectorias bien definidas en su giro alrededor del núcleo, pero, en la deducción de la expresión del diamagnetismo suponer la existencia de una órbita determinada, da una buena concordancia con los datos experimentales. Vimos anteriormente, en el tema frecuencia de Larmor, que el momento magnético de un electrón girando en una órbita determinada al rededor del núcleo es  $\mu = iA = e\frac{\omega}{2\pi}A$ , por tanto un cambio en  $\omega$  genera una variación en  $\mu$ ,  $\Delta\mu = e\frac{\Delta\omega}{\omega}2\pi A$  reemplazando la frecuencia de Larmor  $\Delta\omega = \frac{eB}{2m}$  encontrada previamente tenemos

$$\Delta\mu = \frac{e^2 A}{4\pi m} B$$

Luego, el diamagnetismo aparece como oposición al campo magnético externo.  $B$  engendra el momento magnético adicional  $\Delta\mu$  dirigido en contra de él, o sea de campo externo. Este efecto no es momentáneo, existe siempre que el campo esté presente ya que la supuesta corriente  $i$  no es real y la espira no tiene resistencia.

Cuando se dedujo la expresión de Larmor se supuso una órbita plana, tratemos de generalizar la expresión hallada previamente a un caso más real. Sabemos que los electrones en un átomo no magnético, se mueven en órbitas esféricas, supongamos de radio  $R$  no en una circunferencia de radio  $r$  ver esquema electrons Si el campo  $B$  está alineado con  $zy$  y suponemos que todas las direcciones de movimiento son igualmente probables, entonces el valor medio de las coordenadas  $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$  son independientes e igualmente distribuidas por tanto, ver figura 2.25

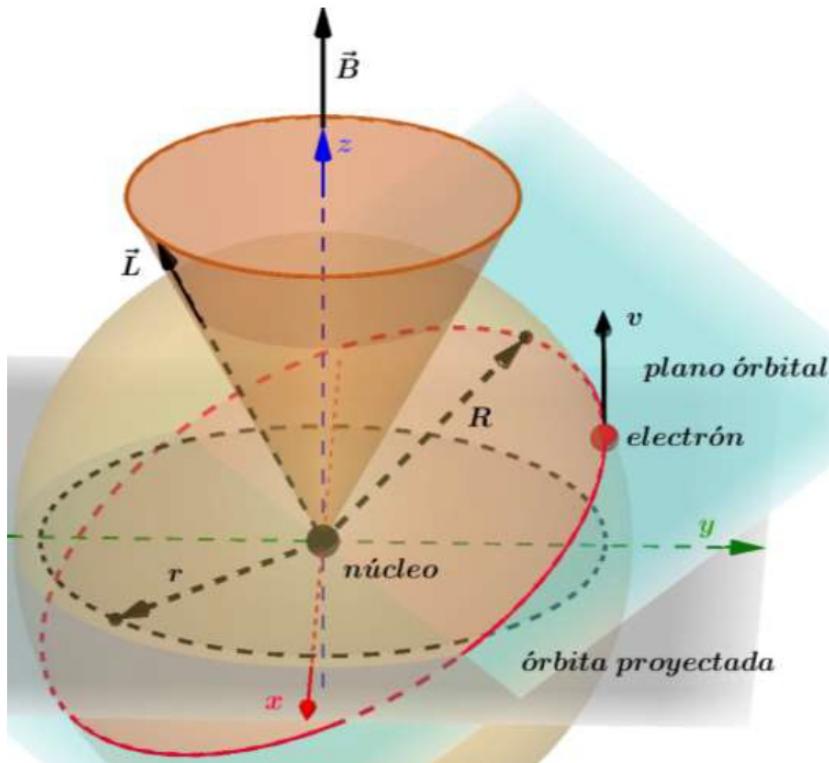


FIGURA 2.25. Diamagnetismo clásico

$$\begin{aligned} \langle R^2 \rangle &= \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle \quad \text{luego} \quad \langle R^2 \rangle = 3\langle x^2 \rangle \rightarrow \langle x^2 \rangle = \frac{\langle R^2 \rangle}{3} \\ \text{y como} \quad \langle x^2 \rangle &= \frac{r^2}{2} \rightarrow \frac{\langle r^2 \rangle}{2} = \frac{\langle R^2 \rangle}{3} \quad \text{es entonces resultará} \\ \langle r^2 \rangle &= \frac{2\langle R^2 \rangle}{3} \end{aligned} \quad (2.36)$$

y  $\Delta\mu$  será:

$$\Delta\mu = -\frac{e^2 A}{4\pi m} B = -\frac{e^2 \pi r^2}{4\pi m} B = -\frac{e^2 \langle r \rangle^2}{4m} = -\frac{e^2 R^2}{6M} B \quad (2.37)$$

Donde  $R^2$  es el radio promedio de una órbita que puede tomar todas las direcciones posibles con respecto al campo  $B$ . Hasta ahora hemos considerando un solo electrón en el átomo. Si el átomo contiene  $Z$  electrones  $\Delta\mu$ (por átomo)

$$= -\frac{Ze^2B}{6m} \sum R_i^2.$$

Donde  $R_i$  es el radio de la enésima órbita La expresión  $\sum R_i^2$  puede ser reemplazada por  $ZR^2$  donde  $R^2$  es el promedio de los cuadrados de varios radios atómicos. Para pasar a una expresión por volumen, sabemos que el número de átomos por unidad de volumen es  $N\rho A$  donde  $N$  es el número de Avogadro,  $\rho$  la densidad y  $A$  el peso atómico, luego

$$\Delta\mu(\text{por } cm^3) = -\left(\frac{N\rho}{A}\right) \frac{Ze^2R^2B}{6m} \quad (2.38)$$

mientras que la susceptibilidad diamagnética es:

$$\Delta\mu(\text{por } cm^3) = -\left(\frac{N\rho}{A}\right) \frac{Ze^2R^2B}{6m} \quad (2.39)$$

Vemos que en general la susceptibilidad diamagnética no depende de la temperatura, sin embargo, a temperaturas muy bajas no es del todo cierto, también observamos que crece con  $Z$ . En la figura 2.25 se pone de manifiesto el vector  $L$  girando alrededor de el campo  $B$  con la frecuencia de Larmor, observamos el plano orbital que no coincide con el  $x$ , y también se representa la esfera de radio  $r$  donde coexisten la órbita de los dos electrones.

#### 2.4.2. Diamagnetismo (clásico) detalle de cómo se suman los momentos diamagnéticos

Como fue comentado estamos trabajando en átomos que no son paramagnéticos, o sea que tenemos dos electrones orbitando tal como se muestra en la figura 2.26, moviéndose en sentidos opuestos. Luego los momentos angulares orbitales  $L$  son opuestos y el momento orbital total del átomo es cero (vectores negros en los esquemas) De igual manera tenemos dos momentos magnéticos opuestos en el mismo átomo (vector verde). Al introducir un campo magnético externo  $B$  se modifican las velocidades,(en distintos sentidos) de los dos electrones que giran en sentido contrario, generando cada uno de ellos un momento magnético  $\Delta\mu$  (vector fucsia que se opone al campo, ley de Lenz). El momento diamagnético total de átomo será  $\Delta\mu_{total} = 2\Delta\mu$ . Queda claro que todos los átomos son diamagnéticos, pero para poder observarlos el grado de su ionización debe ser tal que se asemeje al gas noble mas próximo, ya que este ultimo tiene sus envolturas electrónicas completas. El  $Na$  tiene número atómico 11 y la estructura electrónica es  $[Ne]3s^1$  si se ioniza pasa a tener la estructura del  $Ne$  que es  $1s^22s^22p^6$  y al tener la última capa completa no es paramagnético, luego es posible observar el diamagnetismo. El diamagnetismo se pudo explicar clásicamente y coincide bien con los resultados experimentales, sin embargo el momento diamagnético permanece siempre que el campo exista, cosa que no sucede cuando uno aplica la ley de Lenz en electrodinámica.

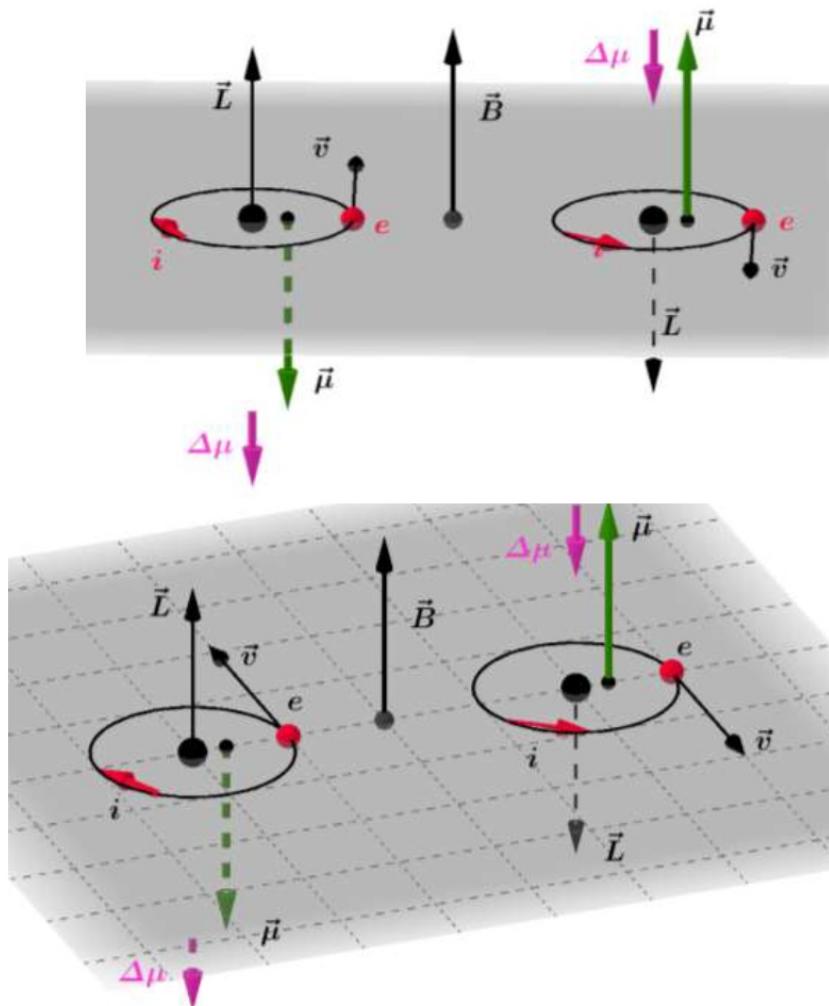


FIGURA 2.26. Suma de momentos diamagnéticos

### 2.4.3. Resumen de diamagnetismo

- El diamagnetismo es una propiedad de la materia en cualquier estado. El comportamiento diamagnético se observa claramente en los sistemas atómicos, iónicos y moleculares que contengan todos sus electrones apareados y que tengan orbitales completamente llenos. Es decir los espines de los electrones del último nivel se deben encontrar apareados.
- De lo mencionado es claro que puede ser observado el diamagnetismo en todas las sustancias que tengan estructura de gas noble (8 electrones) como  $H^-$ ,  $Li^+$ ,  $Na^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Ti^{4+}$ ... ; o bien (18 electrones):  $Cu^+$ ,  $Ag^+$ ,  $Hg^{2+}$ ... o perdiendo dos electrones y quedando el átomo con dos cargas positiva (+2) i.e. (20 electrones):  $Sn^{2+}$ ,  $Pb^{2+}$ , en el caso del antimonio de estructura  $[Kr] 4d^{10} 5s^2 5p^3$ , eliminando 3 electrones  $Sb^{3+}$ , cumplimos las condiciones.
- Como el momento inducido sólo depende del tamaño y de la forma de los orbitales en las capas completas y esto, no depende de la temperatura, luego el diamagnetismo depende poco de la temperatura. A temperaturas muy bajas, los metales (ojo en sólidos metálicos) el diamagnetismo presenta fuertes variaciones de  $\chi$  (susceptibilidad) con la temperatura T, y violentas oscilaciones al variar poco valor de  $\vec{H}_0$  que se llama efecto Hass – van Alphen.

- Ya que el diamagnetismo es función de la distribución electrónica dentro de un átomo, ion o molécula y es causado por la interacción del campo aplicado sobre los orbitales llenos de electrones, va a ser más importante el diamagnetismo en los átomos con mayor número de electrones.
- Los spins de los electrones no tienen nada que ver con este momento inducido, estos permanecen firmemente acoplados.

En la figura 2.27 Otra manera de encontrar la relación entre  $r$  (órbita en el plano perpendicular al campo) y  $R$  (radio de una órbita cualquiera). En nuestro caso mostramos, ver esquema, el plano orbital inclinado un ángulo  $\theta$  respecto al  $B$ . Se debe reemplazar en la expresión  $\mu = \frac{e\omega\langle r^2 \rangle}{2}$  el valor medio de  $r^2$  por una función de  $R$ .

Para ello  $\langle r^2 \rangle = \langle R^2 \sin^2(\theta) \rangle = R^2 \frac{\int \sin^2 \theta dA}{A}$  donde:

$$\begin{aligned}
 dA &= (2\pi r \sin(\theta)) R d\theta = 2\pi R^2 \sin(\theta) d\theta \\
 \langle r^2 \rangle &= R^2 \frac{\int \sin^2(\theta) dA}{A} \\
 &= R^2 \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \theta (2\pi R^2 \sin \theta) d\theta}{2\pi R^2} \\
 &= R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta d\theta = R^2 \left[ -\cos(\theta) + \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2R^2}{3}
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

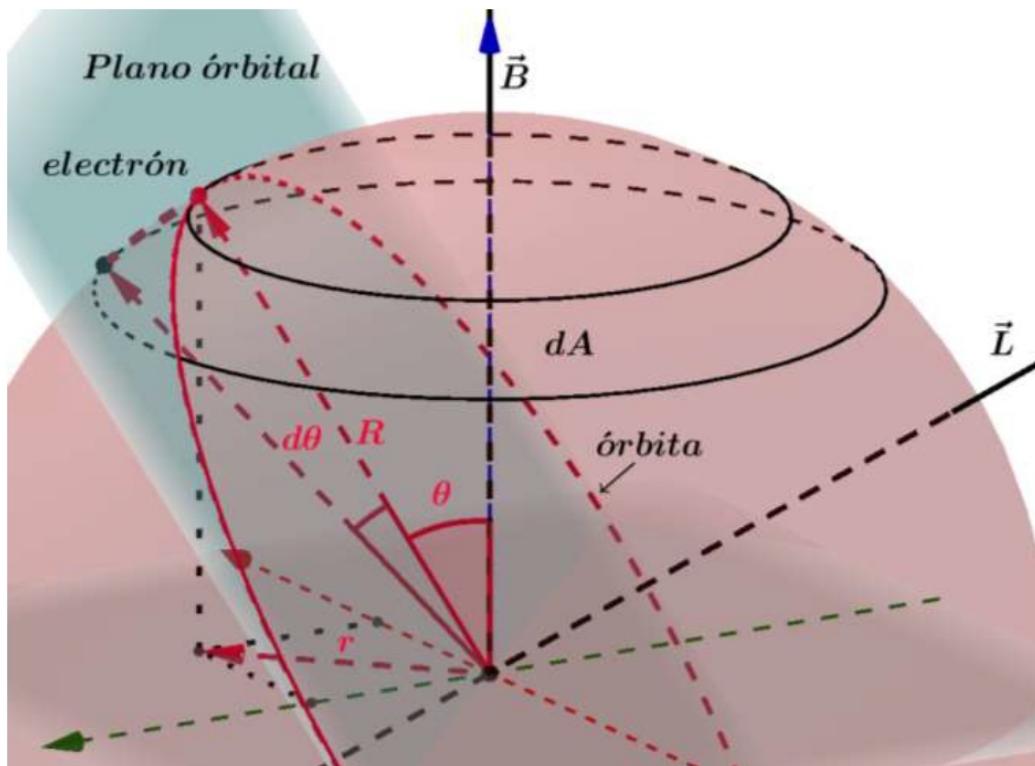


FIGURA 2.27. Relación de radios orbitales  $R$  y  $r$

En la figura 2.28 vemos una manera alternativa de llegar al mismo resultado anterior aplicando las ecuaciones de Maxwell. Supongamos como anteriormente que el electrón gira en su órbita. Las ecuaciones que responden a la aplicación de un campo magnético uniforme, lentamente aplicado, de tal modo que  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$  no sea cero, es

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{y} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Si  $\vec{B} = (0, 0, B) \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = \left(0, 0, \frac{\partial B}{\partial t}\right) = \frac{\partial B}{\partial t} \hat{k}$  mientras que:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_z = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) \hat{k} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.41)$$

Cualquiera sea la órbita el campo eléctrico tiene componentes en  $x$  e  $y$ , Tratamos de hallar el campo  $\vec{E}$ , para ello integramos:

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (2.42)$$

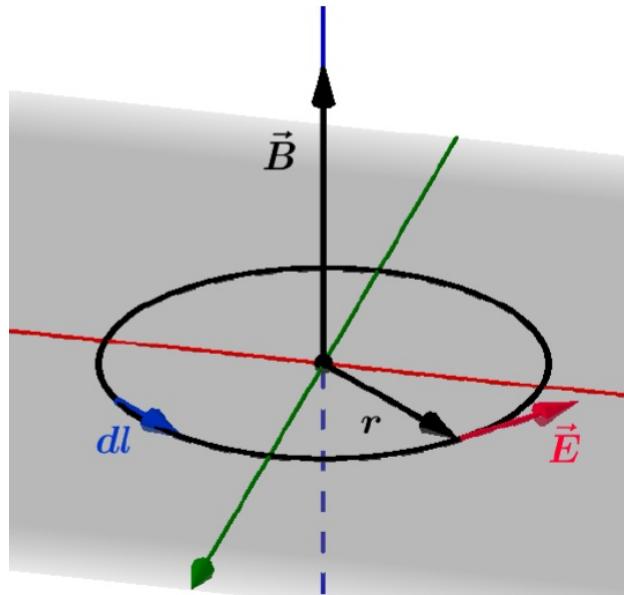


FIGURA 2.28. Momento sobre la órbita

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint E dl = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \pi r^2 \quad (2.43)$$

Como el campo es central,  $E(r, t)$  entonces:

$$E \oint dl = 2\pi r E = -\frac{\partial B}{\partial t} \pi r^2 \rightarrow E = -\frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.44)$$

Y en forma vectorial será:

$$\vec{E} = -\frac{1}{2} \vec{r} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.45)$$

Al introducir el campo magnético se crea una inhomogeneidad en el espacio y esta genera un campo eléctrico radial.

Sabemos que los electrones se encuentran en órbitas esféricas luego, como  $\vec{E} = -\frac{1}{2} \vec{r} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  la fuerza que actúa sobre los electrones será:

$$\vec{f}_i = -e \vec{E}(\vec{r}_i) = -\frac{e}{2} \vec{r}_i \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{el valor medio será cero} \quad \langle \vec{f}_i \rangle = 0 \quad (2.46)$$

calculemos la cupla que actúa sobre el material con  $n$  electrones por átomo:

$$\begin{aligned} \frac{d \vec{L}}{dt} &= \vec{M}_{ext} = \left\langle \sum_i \vec{r}_i \times \vec{f}_i \right\rangle = -\frac{e}{2} \left\langle \sum_i \vec{r}_i \times \left( \vec{r}_i \times \frac{\partial B}{\partial t} \hat{k} \right) \right\rangle \\ &= -\frac{ne}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \left\langle \vec{r} \times (\vec{r} \times \hat{k}) \right\rangle = -\frac{ne}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \left\langle \vec{r}(\vec{r} \cdot \hat{k}) - \hat{k}(r^2) \right\rangle \\ &= -\frac{ne}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \left\langle \left[ (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})z - \hat{k}(x^2 + y^2 + z^2) \right] \right\rangle \quad (2.47) \\ &= -\frac{ne}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \left[ \langle xz \rangle \hat{i} + \langle yz \rangle \hat{j} - \langle (x^2 + y^2) \rangle \hat{k} \right] \\ &= -\frac{ne}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \left[ \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle \hat{k} \right] \end{aligned}$$

## Capítulo 3

# Paramagnetismo de Langevin

Hay  
 Un magnetismo mental  
 Entre nosotros,  
 Que nos delata  
 A kilómetros de distancias . . .  
 Y usted lo sabe

Marco Valerio

### 3.1. Paramagnetismo de Langevin

Es adecuado suponer a los átomos paramagnético como pequeños imanes, a veces, llamados agujas magnéticas, esta imagen es adecuado para describir el comportamiento de los átomos paramagnéticos a altas temperaturas, para lo cual debemos suponer que no existe ningún tipo de interacción entre ellos. Langevin fue el primero que formuló una teoría sobre el paramagnetismo. Trata a la sustancia como un conjunto clásico de dipolos magnéticos sin interacciones, con un tratamiento similar al problema de encontrar el momento dipolar eléctrico en un dieléctrico en presencia de un campo eléctrico. Sin campo magnético externo los dipolos están desordenados al azar; no existiendo un momento magnético neto. La introducción del campo magnético externo genera una inhomogeneidad en el espacio e introduce una fuerza ordenadora capaz de orientar los dipolos magnéticos. Como consecuencia aparece una magnetización resultante. Cuando desaparece el campo externo la agitación térmica genera el estado inicial nuevamente, (ya que supusimos que no hay ningún tipo de interacción entre los dipolos magnéticos). Dicho de otro modo es una competencia entre la fuerza ordenadora, magnética y la acción desordenadora de la temperatura. De aquí inferimos que la magnetización depende de la temperatura. La idea es hallar el momento magnético resultante del material al introducir el campo.

#### 3.1.1. Energía del dipolo

La energía de un dipolo magnético en un campo, cuyo vector inducción es  $B$  está dada por, donde observamos que el valor mínimo de la energía se obtiene cuando  $\theta = 0$  razón por lo cual se orientan los dipolos.

$$E_\mu = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} - |\vec{\mu}| |\vec{B}| \cos(\theta) = -\mu_0 \mu H \cos(\theta) \quad (3.1)$$

Sumando las proyecciones, en la dirección del campo, de todos los momentos magnéticos de los átomos o moléculas obtendríamos el momento magnético total de la sustancia. Es razonable suponer que no todos los átomos reaccionaran de igual manera, luego estamos en presencia de un problema estadístico, con un gran número de partículas (átomos). El momento magnético resultante será un equilibrio estadístico entre la acción orientadora del campo externo y la desorientadora debido al movimiento térmico. El valor medio de las proyecciones de los momentos magnéticos individuales será la magnetización.

$$M = \langle \mu \cos(\theta) \rangle = \mu \langle \cos(\theta) \rangle \quad (3.2)$$

Donde  $N$  es el número de partículas por unidad de volumen, resta encontrar  $\langle \cos(\theta) \rangle$  por ser un problema clásico podemos utilizar la distribución de Boltzmann que nos da la probabilidad de que el momento magnético este en un ángulo comprendido entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$  o lo que es equivalente dentro del ángulo sólido  $\Omega$  como se observa en la figura. El ángulo sólido esta delimitado por la intercepción de dos conos sobre la esfera de radio  $r$ . El área de este sector es la longitud de la circunferencia cuyo radio es  $2\pi r \sin(\theta)$  por la altura del sector  $rd\theta$  o sea:

$$dS = 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta \quad \text{luego, tomando } r = 1 \text{ nos queda: } dS = 2\pi \sin(\theta) d\theta = d\Omega$$

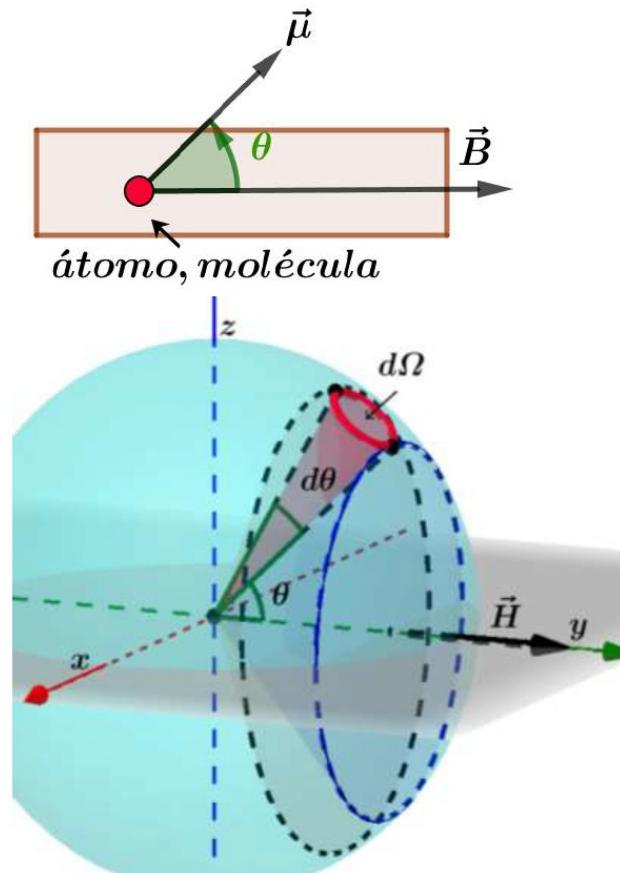


FIGURA 3.1. Momento magnético

la probabilidad de una orientación para una dada energía es,

$$P(E) = \frac{1}{A' \exp\left(\frac{E}{kT}\right)} \quad (3.3)$$

donde  $T$  es la temperatura en grados Kelvin,  $k$  la constante de Boltzmann y  $A'$  es una constante de normalización. No hay restricción sobre el número de partículas que pueden ocupar un dado estado. Esta distribución es para partículas idénticas pero distinguibles. Luego:

$$P(E) = A' \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) = A' \exp\left(-\frac{\mu\mu_0 N H \cos(\theta)}{kT}\right) = Ae^{\beta\cos(\theta)} \quad (3.4)$$

Con  $\beta = -\frac{\mu\mu_0 N H}{kT}$  luego el valor medio será:

$$M = \mu \langle \cos(\theta) \rangle = \mu \frac{\int \cos(\theta) \exp(\beta \cos(\theta)) d\Omega}{\int \exp(\beta \cos(\theta)) d\Omega} \quad (3.5)$$

Extendida a todos los ángulos sólidos

$$\begin{aligned} M &= \mu \frac{\int_0^{2\pi} 2\pi \cos(\theta) \exp(\beta \cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} 2\pi \exp(\beta \cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta} \\ &= \mu \frac{\int_0^{2\pi} \cos(\theta) \exp(\beta \cos(\theta)) d(\sin(\theta))}{\int_0^{2\pi} \exp(\beta \cos(\theta)) d(\sin(\theta))} \\ &= \mu \frac{\int_{-1}^1 u \exp(\beta u) du}{\int_{-1}^1 \exp(\beta u) du} = \mu \frac{d}{d\beta} \left[ \ln \left( \int_{-1}^1 \exp(\beta u) du \right) \right] \\ &= \mu \left[ \frac{e^\beta + e^{-\beta}}{e^\beta - e^{-\beta}} - \frac{1}{\beta} \right] \\ &= \mu \left[ \coth(\beta) - \frac{1}{\beta} \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

La última expresión entre corchetes es llamada  $L(\beta)$  función de Langevin.

Para valores pequeños de  $\beta = -\frac{\mu\mu_0 N H}{kT}$ , o sea para  $\mu\mu_0 H < kT$  pequeños campos y temperaturas elevadas, podemos desarrollar la  $\coth(\beta) = \frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{3} + \frac{\beta^3}{45} + \dots$ , luego si nos quedamos con los dos primeros términos queda:

$$M = \mu \langle \cos(\theta) \rangle = \mu \left[ \coth(\beta) - \frac{1}{\beta} \right] = \mu \frac{\beta}{3} = \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} \quad (3.7)$$

luego la susceptibilidad paramagnética será

$$\chi_p = \frac{M}{H} = \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} \quad (3.8)$$

Esta expresión concuerda con la ley experimental llamada de Curie que nos indica que  $\chi_p = \frac{c}{T}$

$$\text{Langevin aplica} \rightarrow \begin{cases} \text{Bien en: vapores y gases paramagnéticos} \\ \text{Bien en: sales y metales a altas temperaturas} \\ \text{Mal en: metales paramagnéticos sólidos} \end{cases}$$

Es razonable pensar que los resultados en los sólidos metálicos no sean adecuados, puesto que unas de las premisas supuestas es que no existía interacción entre las partículas, cosa que evidentemente no es así. La suposición de un gas sin interacción entre partículas deja de ser válida. Pero, si la temperatura es elevada, la energía de las partículas supera a la de interacción entre ellas y modelo de gas es válido.

En la figura 3.2 se observa representada la función de Langevin y la recta que se le aproxima para pequeños valores de  $\beta$ . La zona rayada indica su límite. Las deducciones anteriores se realizaron para la región donde rige la aproximación  $\mu\mu_0H < kT$ . Si contrariamente nos ubicamos donde vale  $\mu\mu_0H \gg kT$  entonces,  $\beta \rightarrow \infty$  o sea, un valor muy grande, entonces, la ecuación

$$M = \mu \left[ \coth(\beta) - \frac{1}{\beta} \right] \approx \mu$$

Por tanto a temperaturas muy bajas la susceptibilidad paramagnética disminuye a medida que aumenta el campo.

$$\chi_p = \frac{M}{H} \approx \frac{\mu}{H} \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

Con el objeto de contemplar la interacción atómica existente en los sólidos metálicos, Weiss introdujo la idea de que a consecuencia de la interacción entre los momentos magnéticos se genera un nuevo campo interno. O sea los átomos individuales interactuaban entre sí a través de un campo interno. Weiss lo llamó “campo molecular” y lo supuso igual a:  $\alpha M$ .

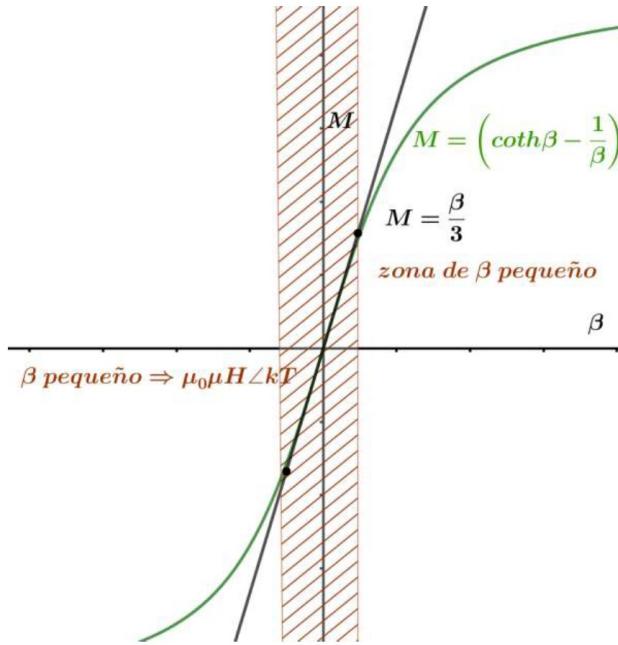


FIGURA 3.2. Función de Langevin

Luego, si al campo externo  $H$  le sumamos el interno, nos da el efectivo o total  $H_{ef} = H + \alpha H$  si esta expresión la reemplazamos en:

$$\begin{aligned} M &= \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} H = \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} (H + \alpha M) \\ &= \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} H + \alpha \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} M = M \left( 1 - \alpha \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Por lo que resulta que:

$$\chi_p = \frac{M}{H} = \frac{\frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT}}{\left( 1 - \alpha \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3kT} \right)} = \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3k \left( T - \alpha \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3k} \right)} = \frac{\alpha}{T - \theta} \quad (3.11)$$

Que es la ley de Curie Weiss donde  $\alpha = \frac{\mu^2 \mu_0 N}{3k}$  y  $\theta = \alpha^2$  llamada temperatura de Curie  $T_c$  y marca el límite entre el estado paramagnético y ferromagnéticos del material. Este desarrollo muestra que un sólido paramagnético con momentos atómicos localizados pero interactivos tendrá una susceptibilidad que obedece a la ley de Curie-Weiss.

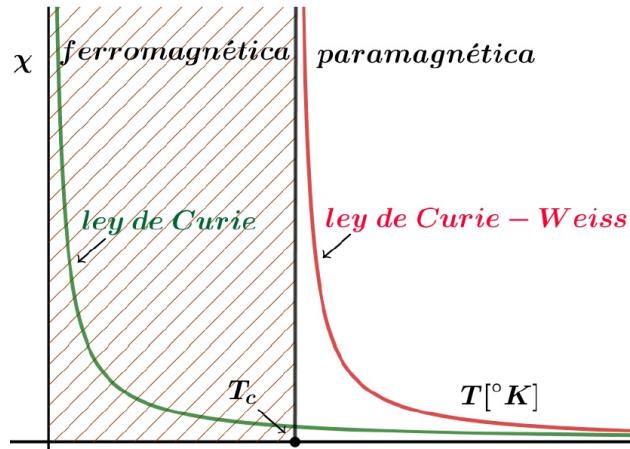


FIGURA 3.3. Ley de Curie-Wiess

## Capítulo 4

# Ferromagnetismo

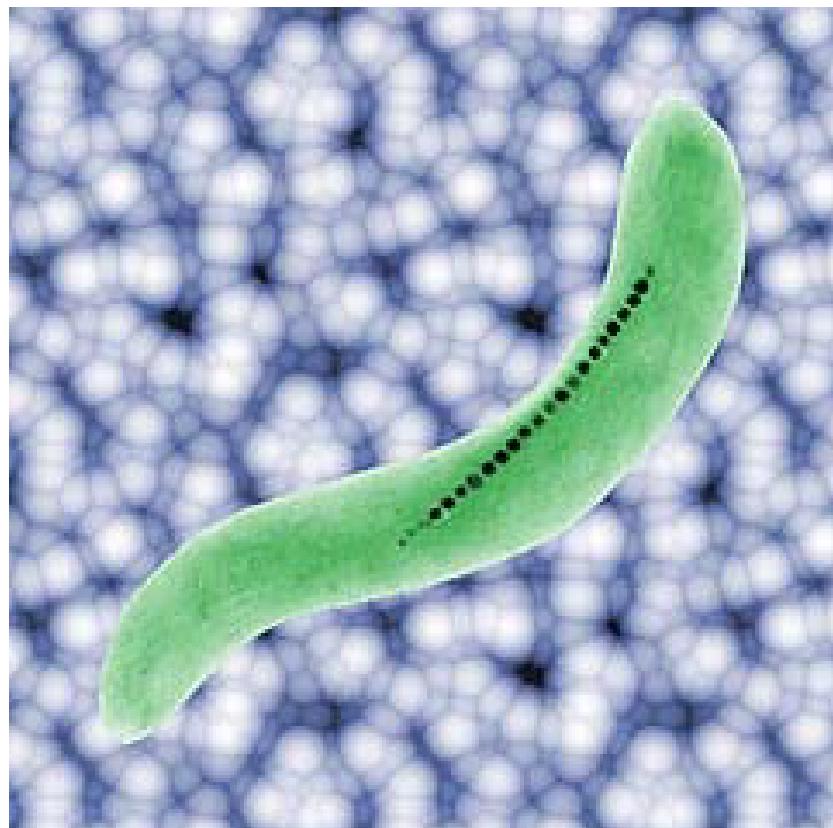


FIGURA 4.1. bacteria Magnética

Fue de casa en casa arrastrando dos lingotes metálicos, y todo el mundo se espantó al ver que los calderos, las pailas, las tenazas y los anafes se caían de su sitio, y las maderas crujían por la desesperación de los clavos y los tornillos tratando de desenclavarse, y aun los objetos perdidos desde hacía mucho tiempo aparecían por donde más se les había buscado, y se arrastraban en desbandada turbulenta detrás de los fierros mágicos de Melquíades. "Las cosas tienen vida propia -pregonaba el gitano con áspero acento-, todo es cuestión de despertarles el ánima".

Cien años de soledad  
Garcia Márquez

## 4.1. Concepto de Ferromagnetismo

El ferromagnetismo es un fenómeno social, no existe el ferromagnetismo en átomos aislados, solo se da, cuando los átomos de la sustancia pueden interactuar entre ellos.

- El ferromagnetismo es el ordenamiento magnético de todos los momentos magnéticos atómicos en una dada dirección y sentido espontáneamente. Hay varios materiales cristalinos que presentan esta propiedad.
- El ferromagnetismo no es una propiedad inherente del hierro. Hay aleaciones que no contienen hierro y son ferromagnéticas (aleaciones **Heusler**, por ejemplo  $Cu_2MnAl$ ), por el contrario, tenemos aleaciones de hierro que no son ferromagnéticas (inoxidables austeníticos), incluso, bajo ciertas condiciones el hierro no es ferromagnético.
- En los elementos de transición encontramos tres que poseen propiedades ferromagnéticas  $Fe(d^6)$ ,  $Co(d^7)$ ,  $Ni(d^8)$  y en los de transición interna el Gadolinio  $Gd(f^8)$  y el Disprosio  $Dy(f^{10})$ .
- En los materiales compuestos hay varios casos más.

Antes de comenzar con el tema en cuestión aclaremos algunas ideas Entendemos por fase de una sustancia el cuerpo macroscópico homogéneo. En los puntos de solidificación o ebullición pueden coexistir dos fase, o sea, hay presentes dos tipos de materia homogénea. Algunos metales, por ejemplo el hierro, estando presentan alotropía o polimorfismo, cristalizan en varias estructura cada una de ellas es una fase. Estas fase se ponen de manifiesto con los cambios de temperatura y son llamados cambios de fase en estado sólido El caso que nos interesa es el hierro puro en particular. El comportamiento de este elemento es particular tiene dos estados sólidos la ferrita o hierro alfa de fase cúbica de cuerpo centrado bcc) fase de baja temperatura Posteriormente pasa a otra fase sólida de estructura cubica centrada en el las caras fcc a mayor temperatura llama hierro gama. Si aumentamos mas la temperatura tenemos otra transformación, también de estructura bcc, luego de la cual funde. En la figura 4.2 se observa el comportamiento indicado La zona de rallado oblicuo indica la zona ferromagnética y la de rallado horizontal, la zona paramagnética. En un tiempo se pensó que el hierro tenía tres fases de estado sólido, posteriormente se vio que el cambio que se produce a la temperatura  $T_c$  no es un cambio de fase de primer orden como los mencionados Se debe a la transformación ferromagnética paramagnética Dicho de otro modo la transformación magnética ocurre dentro de la fase alfa Vemos que una misma fase puede ser ferromagnética o paramagnética.

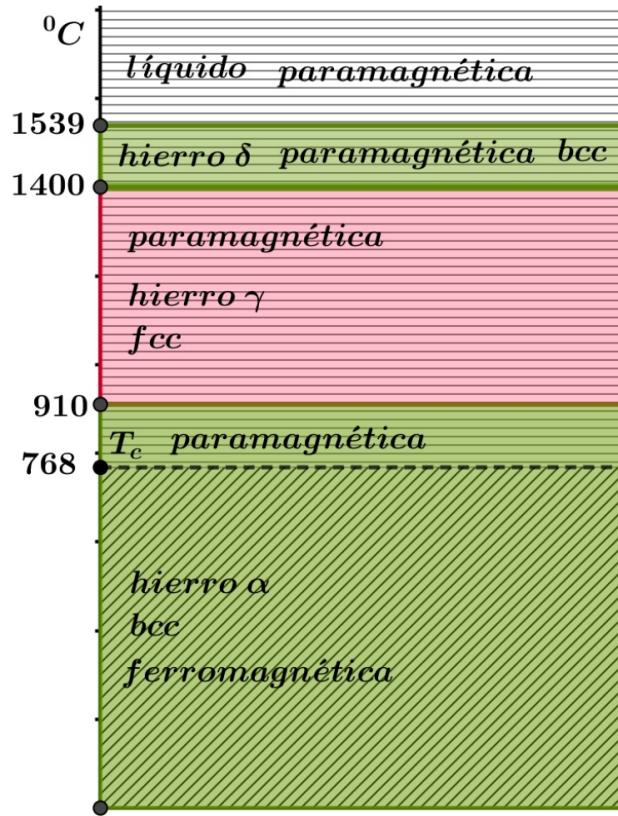


FIGURA 4.2. Estados del Hierro

Tratemos de explicar el comportamiento particular de hierro. Recordemos que la propiedad adecuada para definir el equilibrio de un sistema metálico, que nos ofrece la termodinámica es la energía libre  $F$ , que en el equilibrio tiene un mínimo  $F = E - TS$ . Se trata de expresar estas variables en función de datos medibles. En un proceso lento, reversible a presión constante Es este el procedimiento formal para encontrar la energía libre. Veámoslo con un poco mas de detalle, sabemos que

$$dE = dQ + dW = dQ = C_p dT \quad \text{si prescindimos del trabajo } dW \quad (4.1)$$

ya que en los metales es pequeño, recordamos que  $dS \frac{dQ}{T} = C_p \frac{dT}{T}$ . La variación de la  $F$  sera:

$$dF = dE - TdS - SdT = C_p T - T C_p \frac{dT}{T} - SdT = -SdT \quad (4.2)$$

Integrando  $F = F_0 - \int_0^T SdT$  siendo  $F_0 = E_0$  (energía interna de interacción más energía de vibración a 0°K. también tenemos que  $S = S_0 + \int_0^T C_p \frac{dT}{T}$ , donde  $S_0$  es la entropía a 0°K, (a esa temperatura no existe desorden y las vibraciones son mínimas) entonces  $S_0 = 0$  por lo tanto:

$$F = E - 0 - \int_0^T SdT = E_0 - \int_0^T \left[ \int_0^T C_p \frac{dT}{T} \right] dT \quad (4.3)$$

Vemos que al aumentar  $T$  la energía libre disminuye y más aun, cuando mayor es  $C_p$ , el balance entre  $E_0$  y  $C_p$  determinarán en el caso de dos fases, cual tendrá menor energía libre, o sea cual será la estable.

## 4.2. Particularidad del hierro

Generalmente cuando se baja la temperatura se pasa a una estructura más compacta con un volumen menor. Vemos que no es el caso de la transformación  $\gamma \rightarrow \alpha$ . Donde el  $Fe\alpha$  tiene el 68 % del volumen total de la celda unitaria ocupada por átomos de hierro. El  $Fe\gamma$  el 74 % del volumen total está ocupado por átomos de hierro. Podemos concluir, pues, que el  $Fe\gamma$  es más denso que el  $Fe\alpha$  (para una misma cantidad de volumen, habrá más masa de Fe).

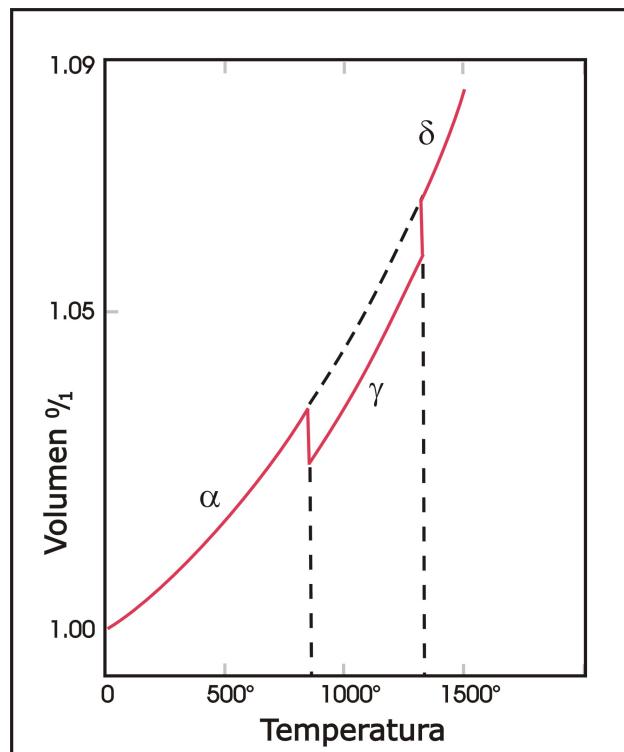
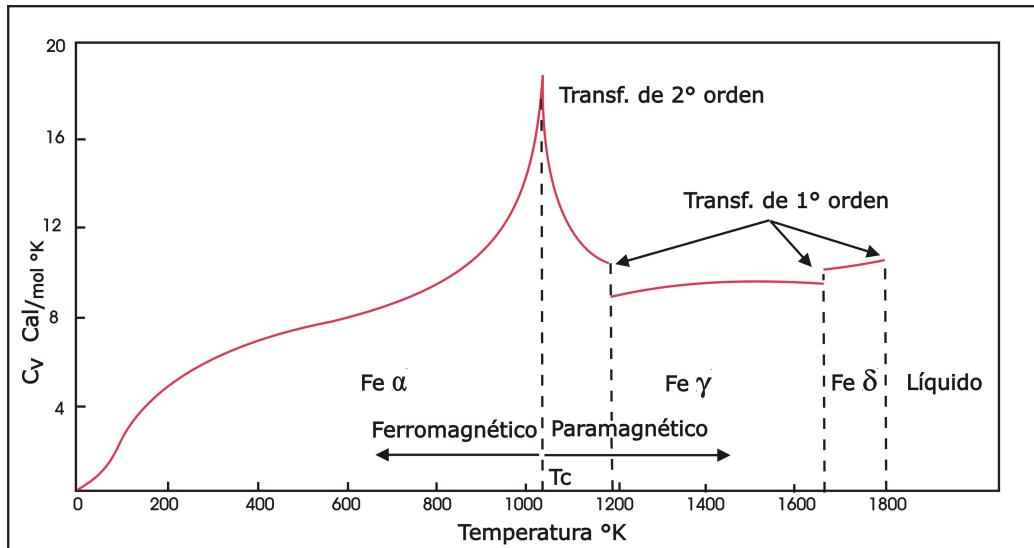


FIGURA 4.3. Densidades relativas  $Fe\alpha - \gamma - \delta$

En general la fase estable a baja temperatura es la de menor energía interna o bien, la que tenga estructura más compacta. A temperaturas altas el valor de la entropía y la temperatura son más importantes, dando posibilidad a estructuras menos compactas.

El hierro puro tiene un comportamiento particular, la energía interna y la entropía por la presencia de la transformación de segundo orden (transformación paramagnética - ferromagnética) modifican esta situación. El esquema de la figura 4.4 muestra los cambios en el calor específico de cada una de las fases [1].

FIGURA 4.4. Transiciones de estado  $Fe\alpha - \gamma - \delta$ 

#### 4.2.1. Ferromagnetismo en el hierro

- Para la explicación siguiente tomemos en particular el caso del hierro, la conclusión no solo será inherente a él.
- En la figura 4.4 se observa que por debajo de la temperatura  $T_C$  llamada temperatura de Curie el hierro con la misma estructura cristalográfica pasa a ser ferromagnético. Esa misma temperatura define una transformación, en estado sólido, de segundo orden, llamada también, de orden-desorden. Bajo ciertas circunstancias y con determinados elementos (en nuestro caso átomos) que constituyen un conjunto, el espacio determinado por los elementos se puede estructurar, ¿qué significa estructurar?, que se subdivide en celdas (zonas espaciales) que tienen características (propiedades) similares, apareciendo una estructura emergente que adquirió cierto orden. Para que el sistema se estructure los individuos que lo forman deben notar la presencia del otro, esto implicaría algún tipo de interacción entre ellos, por lo cual les convenga estructurarse. Este fenómeno requiere un tiempo que es característico del sistema.
- Por debajo de  $T_c$  se genera una estructura llamado orden magnético que implica la existencia de zonas de varias distancias atómicas con momento magnético paralelo, llamados dominios magnéticos. Esto se genera espontáneamente sin que haya existido ninguna acción externa.
- Veamos que sucede por arriba de  $T_c$ : sabemos que cada átomo de hierro posee un momento magnético determinado por los electrones no apareados, luego debe existir una interacción entre ellos aparte de la que los mantiene unidos.
- También sabemos que las estructuras cristalinas de los sólidos metálicos son consistentes con una imagen de ellos como esferas duras empaquetadas y que la energía térmica está asociada con la vibración de estos en suposición de equilibrio. A mayor temperatura mayores el rango de oscilación, cumpliendo con los momentos magnéticos que por arriba de  $T_c$  no logran generar

un orden magnético, por tanto el sólido no presenta un momento magnético total. Si se acerca un imán se logra un momento magnético.

- Al bajar la temperatura comienza a generarse un orden coincidiendo con las afirmaciones de **Gnedenko Kolmogoroff** que escribieron: los fenómenos aleatorios considerados en su acción colectiva a gran escala, crean una regularidad no aleatoria.
- Toda acción colectiva posee al menos un aspecto que es en el límite, regular y no aleatorio.

### 4.3. Interacción de canje

La interacción de canje fue descubierta independientemente por Heisenberg y Dirac en 1926 y está íntimamente relacionada con el principio de exclusión de Pauli, 1925. Surge de forma natural al considerar la indistinguibilidad de algunas partículas. En mecánica clásica las partículas son distinguibles y se describen con la estadística de Maxwell Boltzmann en la mecánica cuántica no existe un procedimiento físico para distinguirlas o decir si una partícula observada en un instante es la misma que otra observada en un instante posterior. Esta circunstancia hace que el tratamiento cuántico adecuado de las partículas idénticas requiera la estadística Bose Einstein. El Ferromagnetismo es consecuencia del alineamiento de los espines de átomos adyacentes

Las fuerzas de canje dependen fundamentalmente de las distancias atómicas y no de posiciones atómicas la cristalinidad no es condición para el ferromagnetismo

La anisotropía magnética es la no homogeneidad de las propiedades magnéticas.

El ferromagnetismo no es particularidad de un tipo de estructura cristalina, como vemos en la tabla. Lo que es característico de estos materiales es la presencia de capas *d* o *f* parcialmente llenas.

#### 4.3.1. Fuerza de canje:

- Tanto el diamagnetismo como el paramagnetismo se pudieron explicar, como fue visto anteriormente, pero no puede explicar el ferromagnetismo. Para que exista el ferromagnetismo debe existir algún tipo de fuerza que genere este ordenamiento.
- Weiss en 1907, antes de la aparición de la Mecánica Cuántica, sugirió la existencia de un "campo molecular" responsable del ordenamiento. Era una explicación fenomenológica, puesto que no se la podía explicar analíticamente.
- Posteriormente Frenkel y Heisenberg demuestran que existe una interacción electrostática intensa entre los electrones que energéticamente favorece que los espines se ubiquen de manera paralela
- Esto se logró colocando en la ecuación de la energía, además del término clásico coulombiano, otro netamente cuántico que depende de la orientación mutua de los spines. Este término se lo llamó **energía de canje o de intercambio** representándolo con la letra  $J_{ij}$ . Dando una explicación a la propuesta de Weiss.

- El signo de  $J_{ij}$  es fundamental para la explicación del ferromagnetismo.
  - 1 En el caso de la molécula de hidrógeno  $J_{ij} < 0$ , el estado de menor energía es aquel en el que los espines son antiparalelos  $S = 0$ .
  - 2 En el caso de algunos sólidos  $J_{ij} > 0$  y los estados de menor energía son aquellos en los que el valor del espín  $S$  es máximo (reglas de Hund).
- $J_{ij}$  puede tomar valores positivos o negativos dependiendo del caso en particular.
- Energía total asociada será  $E = - \sum_{ij} J_{ij} S_i S_j$
- Si  $J_{ij} > 0$  entonces  $E$  es mínima si los  $S$  son paralelos.
- Si  $J_{ij} < 0$  entonces  $E$  es mínima si los  $S$  son antiparalelos (moléculas).
- Esta conclusión aparentemente contradictoria, la explica Heisemberg (1928); diciendo que en la molécula de hidrógeno solo tenemos dos electrones y poca influencia del resto, mientras que en los sólidos, cada electrón atómico no es solo perturbado por otros electrones, sino por también por el efecto de todos los átomos vecinos, de manera que las contribuciones a la integral de canje  $J_{ij}$  son variadas.
- El cálculo de  $J_{ij}$  para un sistema de  $n$  átomos es complejo. Se supone que la  $J_{ij}$  es distinta de cero solo para los átomos  $i,j$  vecinos y próximos de la red, mientras que para los lejanos  $J_{ij} \rightarrow 0$ , luego  $J_{ij} = J$

En la figura 4.5 se observa que tienen energía de canje positiva el Fe, Co, Ni. Los tres son ferromagnéticos mientras que Mn tiene energía de canje negativa, o sea, sus espines son antiparalelos dando origen a los materiales antiferromagnéticos

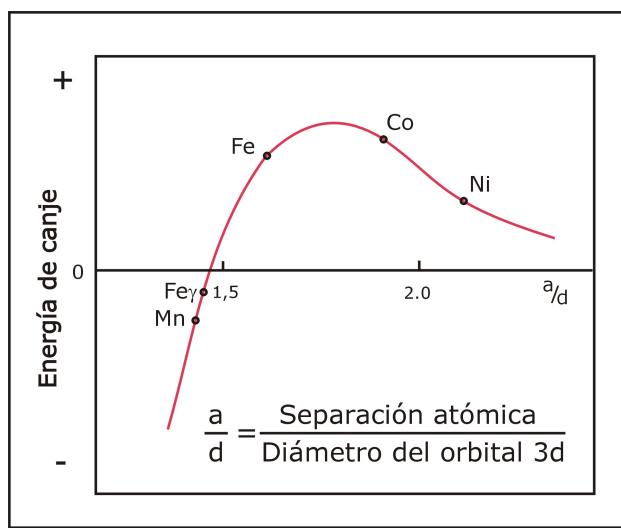
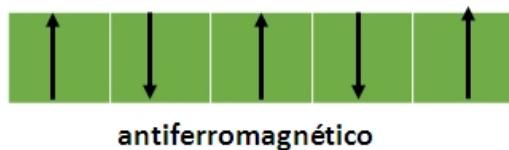


FIGURA 4.5. Energía de canje para distintos elementos

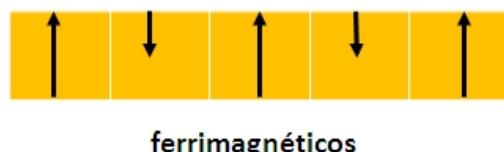
#### 4.4. Antiferromagnéticos y Ferrimagnéticos

- Cuando los átomos solapan sus funciones de onda, esto es, cuando están relativamente próximos, interactúan alineando sus spines si  $J > 0$  da origen

al ferromagnetismo. Por el contrario si  $J < 0$  el material es antiferromagnético con magnetización neta cero. Las espines de los átomos adyacentes son opuestos. En este caso también a una temperatura, llamada de **Neel** se vuelven paramagnéticos. Ejemplos de estos materiales son  $MnF$ ,  $MnO$ ,  $FeO$ .



- Hay una situación intermedia entre ferromagnéticos y los antiferromagnéticos cuando hay varios elementos con diferente número de electrones despareados. En este caso aunque se dispongan de forma antiparalela el momento magnético resultante es diferente de cero ya que un elemento tienen mayor momento magnético que otro, estos compuestos se conocen como ferrimagnéticos.



- De otro modo si tenemos una sustancia formada por dos subredes ferromagnéticas de momentos ferromagnéticos antiparalelos tenemos un material ferrimagnético.
- El ejemplo más común es la ferrita pudiente tener un momento magnético importante, la primera ferrita que se conoció fue la magnetita  $Fe_3O_4$  ya que tiene la posibilidad de presentarse magnetizada de un modo natural. En los años 50 se observó que este tipo de óxidos presentan una elevada resistividad eléctrica, propiedad que evita las corrientes parásitas que implican pérdidas de energía cuando se los utiliza como núcleos . Resultan, por tanto, útiles en dispositivos que trabajan con elevadas frecuencias.

#### 4.4.1. Susceptibilidad y Temperatura

En la figura D.1 se representa la variación de la  $\chi$  susceptibilidad magnética para varios ordenamientos magnéticos, recordando que:  $\chi = \frac{M}{H}$  donde  $M$  es la magnetización del material o sea la respuesta del material al campo  $H$ . Observamos que salvo los diamagnéticos los otros ordenamientos disminuyen  $\chi$  con el aumento de la temperatura. También vemos que después de las temperaturas  $T_N$  o  $T_C$  el comportamiento es como el de los paramagnéticos. ¿Por qué?

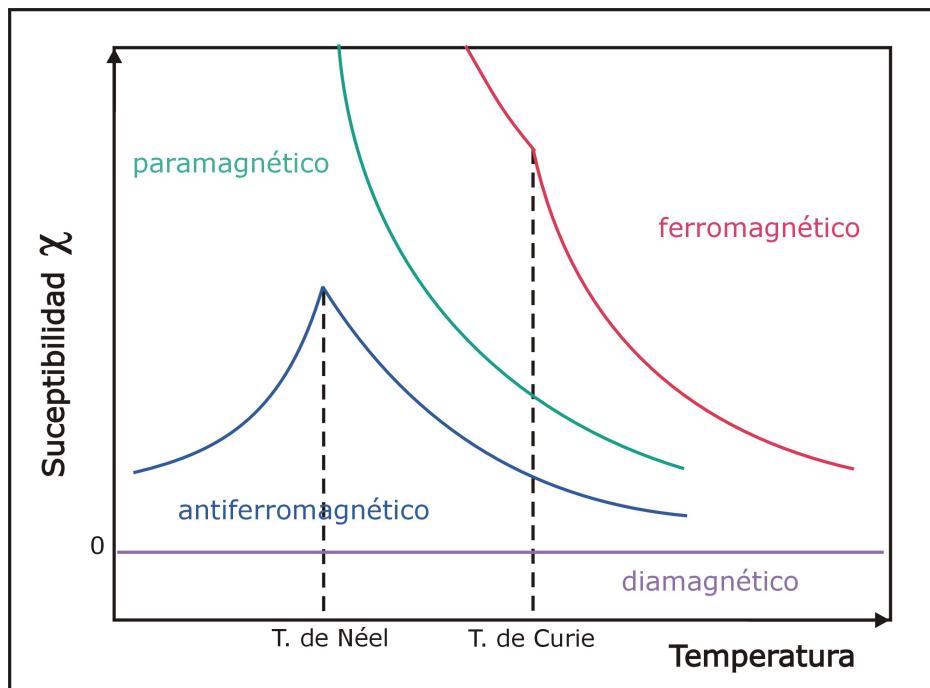
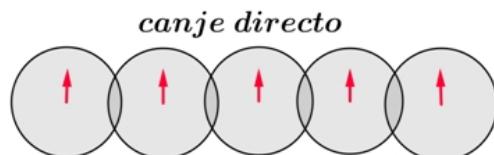


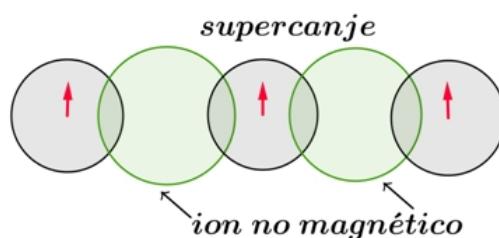
FIGURA 4.6. Susceptibilidades y temperaturas de transición

#### 4.4.2. Canje y Supercanje

- Vimos que los átomos con capas  $d$  o  $f$  incompletas, que interactúan formando una estructura ferromagnética o antiferromagnética, deben estar próximos uno del otro. Esta interacción se llama de canje directo.



- Pero en muchos compuestos químicos los iones magnéticos están separados por otro no magnético (diamagnético), en estos casos la interacción es realizada por los electrones del ion no magnético y es llamada de supercambio o superintercambio. Este mecanismo fue propuesto en 1934.



- Un caso típico de supercambio es el  $MnO$  que se analiza seguidamente.

#### 4.4.3. Desdoblamiento del campo cristalino

##### Posiciones octaédrica y tetraédrica:

Cuando tenemos átomos iguales que se unen para establecer un enlace metálico, se forman los empaquetamientos densos que se describen como un agrandado de esferas duras. Estas esferas constituyen principalmente dos tipos de estructuras cristalinas compactas; cubica centrada en las caras (FCC) y hexagonal (HCP).

Existen empaquetados de orden superior que no comentaremos. Estas estructuras poseen una característica muy importante, al formarse el sólido quedan huecos entre los átomos que se llaman intersticios, los hay de varios tipos, pero aquí solo estudiaremos dos: tetraédrica (coordinación 4) y octaédrica (coordinación 6).

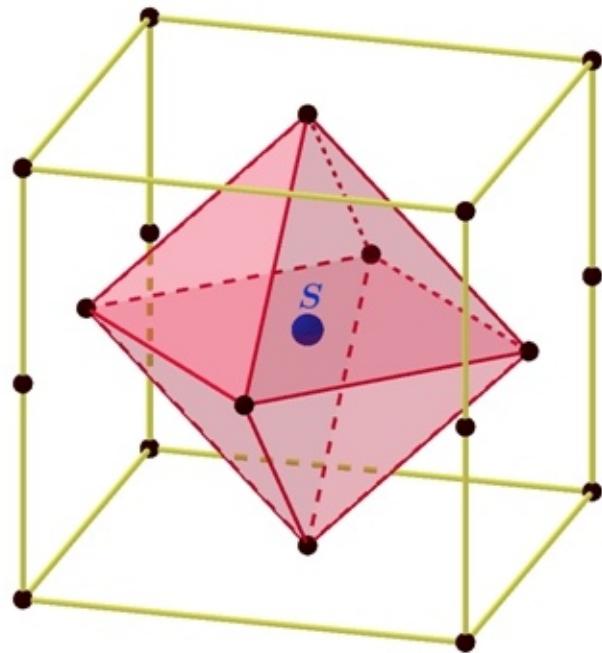


FIGURA 4.7. Mn S posición octaédrica.

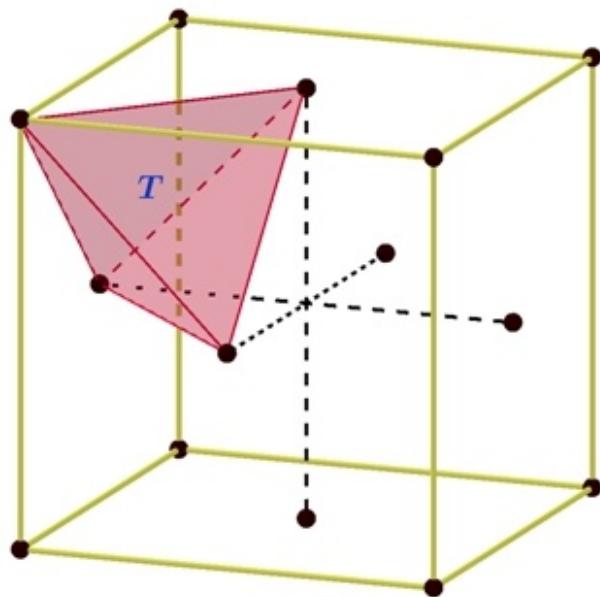


FIGURA 4.8. Mn T posición tetraédrica.

- En el esquema octaédrico, anteriormente mostrado, el lugar designado con S (octaédrico) es ocupado por un átomo de la misma especie. Sin embargo es común que el sitio octaédrico sea ocupado por catión metálico, que se enlaza a otras entidades moleculares que lo rodean llamadas ligandos.
- Recordemos que los elementos de transición tienen 5 orbitales *d* con diferente orientación en el espacio. Si el núcleo se encuentra en el centro de coordenadas, los tres orbitales  $d_{xz}$ ,  $d_{xy}$  y  $d_{yz}$  tienen cuatro lóbulos cada uno dirigido entre los ejes de coordenadas, los dos restantes  $3d_{z^2}$ ,  $3d_{x^2-y^2}$ , tienen sus lóbulos dirigidos a lo largo de los ejes. En un átomo aislado o campo esférico estos cinco orbitales tienen la misma energía (degenerados). No sucede lo mismo en un sólido.
- Observemos que cada ion metálico está rodeado por seis Iones ligantes. Estos modifican los cinco orbitales (degenerados) *d* del metal central (en el caso de los elementos de transición), alterando sus energías. Luego los cinco orbitales *d* se separan en dos grupos de diferente energía. El acercamiento de los ligandos perturban los orbitales *d*, cambiando su estado de degeneración.
- Se originarán diferentes tipos de estructuras básicas si están ocupados total o parcialmente por cationes.
- Según su carácter los ligantes pueden ejercer una interacción (campo cristalino) fuerte o débil. Esto es muy importante si hay dos estados próximos de energía, lo que se conoce como estados de baja y alta espín. Si es posible pasar de uno a otro por cambios en la presión, temperatura o iluminación tenemos un sistema de dos fases magnéticas. La teoría del campo cristalino ha tenido éxito en la explicación de varios fenómenos, color, propiedades magnéticas, etc.

En el caso del campo octaédrico los orbitales de los ligandos se extienden casi hasta los orbitales  $d_{z^2}$  y  $d_{x^2-y^2}$ , pudiendo tener contacto directo entre ellos.

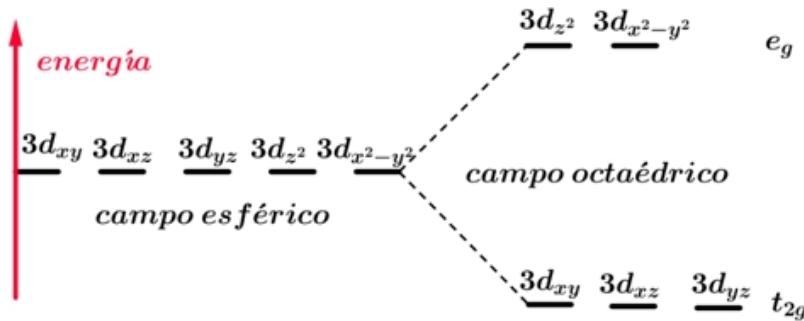


FIGURA 4.9. Campo esférico - octaédrico

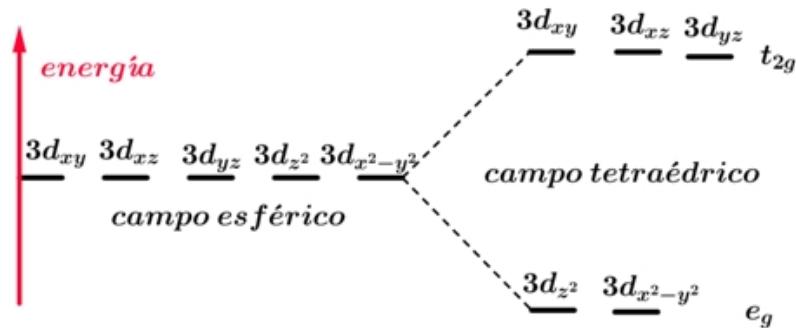
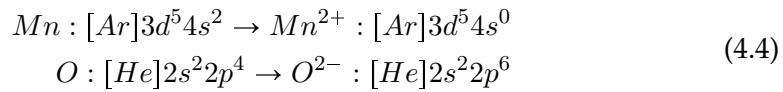


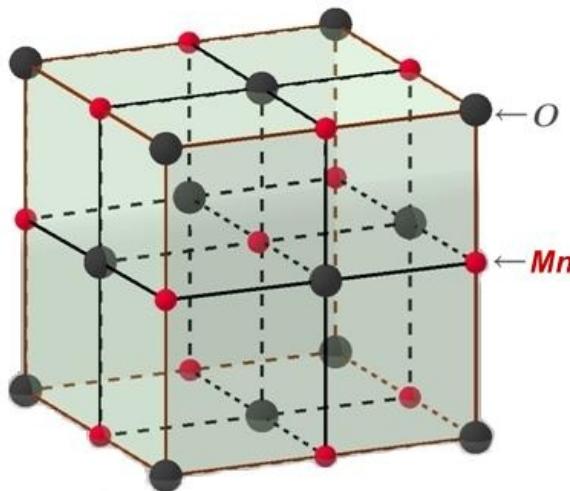
FIGURA 4.10. Campo esférico - tetraédrico

Esto produce la repulsión electrón-electrón deformando los orbitales, con el consiguiente aumento de la energía de los orbitales  $d_{x^2}$  y  $d_{x^2-y^2}$ . No pasa lo mismo con los otros tres orbitales  $d_{xy}, d_{yz}$  y  $d_{xz}$ . A esta partición de los orbitales cuando el campo no es esférico se lo conoce como desdoblamiento del Campo cristalino. Esta diferencia de energía suele simbolizarse con la letra  $\Delta$ . Los orbitales  $d$  pueden ser llenados de varias maneras. Si la energía  $\Delta$  es menor que la energía de canje  $J$  el llenado de los orbitales se hace de acuerdo a la regla de Hund, luego el espín del sistema debe ser máximo.

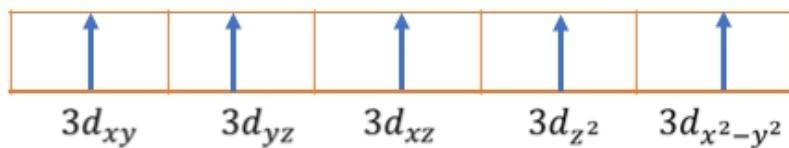
Vemos en la estructura del  $MnO$ , material antiferromagnético, que se trata de un material cerámico de características iónicas  $Mn^{2+}$  y  $O^{2-}$ .



El oxígeno al ionizarse completa sus orbitales por lo que el momento magnético es nulo. Por el contrario el  $Mn$  tiene electrones desapareados y por tanto un momento magnético.

FIGURA 4.11. Antiferrimagnetismo  $MnO$ 

Analicemos la configuración electrónica del  $[Mn^{2+}]$ :  $[Ar]3d^54s^0$ : Los niveles  $3d$  del átomo de  $Mn$  en su estado normal tienen igual energía. Esta estructura puede pensarse como formada por dos redes cúbicas centradas en las caras interpenetradas, una formada por los  $Mn$  y la otra por los  $O$ , estos últimos de mayor tamaño. Ver figura 4.12:

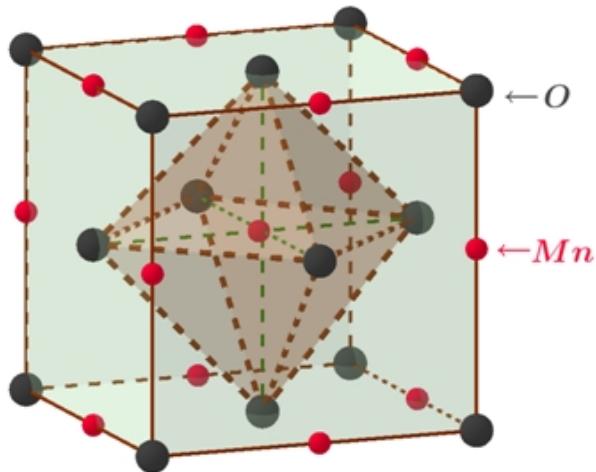
FIGURA 4.12. Alineacion de los niveles  $3d$ 

#### 4.4.4. Estructura del $MnO$ , campo cristalino

Observamos en esta estructura cubica, que los huecos octaédricos están todos ocupados por iones de  $Mn$ .

La red es una alternancia de dos estructuras cada una de ellas contiene iones de un solo signo. Es una alternancia de iones a lo largo de las direcciones cristalográficas  $[100]$  , $[010]$  y  $[001]$ .

En la figura 4.13 vemos que cada ion de  $Mn$  está rodeado por 6 Iones de  $O$  llamados ligantes, estos modifigan los cinco orbitales (degenerados)  $d$  del metal central, alterando sus energías. Luego los cinco orbitales  $d$  se separan en dos grupos de diferente energía, como vimos anteriormente.

FIGURA 4.13. Estructura del  $MnO$ 

El llenado de los orbitales será diferente dependiendo de que el campo cristalino sea fuerte o débil. Es claro que si el campo cristalino es débil o muy débil no debería haber degeneración y si la hay el llenado de los orbitales será como lo predice las reglas de Hund. No se requiere de mucha energía para que un electrón de los orbitales inferiores pase a los orbitales superiores. Por el contrario, cuando el campo cristalino es importante, se requiere más energía para llevar dos electrones de los orbitales inferiores a los superiores y es más conveniente energéticamente aparearlos con otro electrón de la órbita inferior.

En la figura 4.14 siguiente se observa las distribuciones de  $Mn$  (rojo) y  $O$  (negro) en la estructura cristalina, mientras que en la figura 4.15 se representa solo el plano (azul) del cubo. También se ve que los dos  $Mn$  que se encuentran a la distancia (a) interactúan y tienen la misma dirección del momento magnético por el contrario los que se encuentran a una distancia mayor (b) es opuesto.

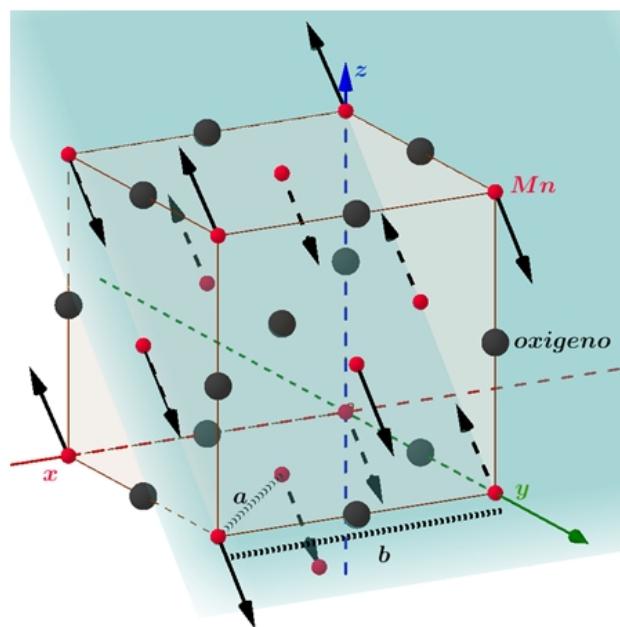


FIGURA 4.14. Elementos de transición interna

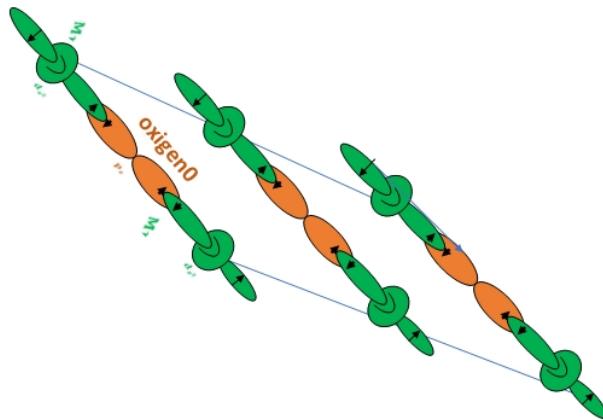


FIGURA 4.15. Elementos de transición interna

En la figura 4.16 vemos que si el campo es débil se distribuyen los electrones de acuerdo a Hund, mientras que si el campo cristalino es fuerte figura 4.17 es preferible aparear dos electrones y no llevarlos al orbital superior.

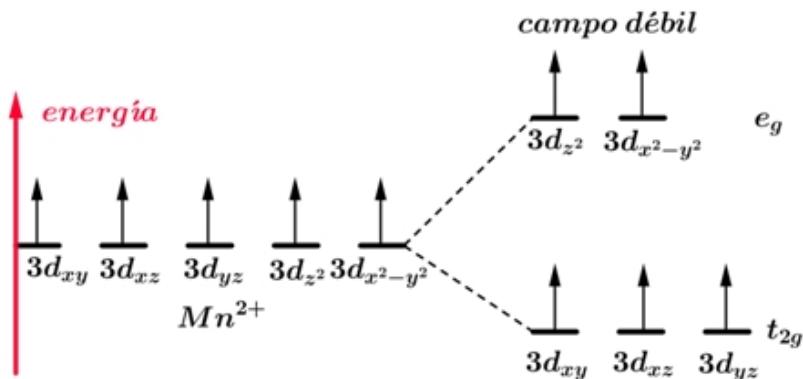


FIGURA 4.16. Campo débil

Comportamientos similares se observan en los distintos elementos de transición, por ejemplo en el  $Fe^{3+}$  que también es del tipo  $d^5$ , similarmente con el  $FE^{2+}$  y el  $Co^{3+}$  que son del tipo  $d^6$ , etc.

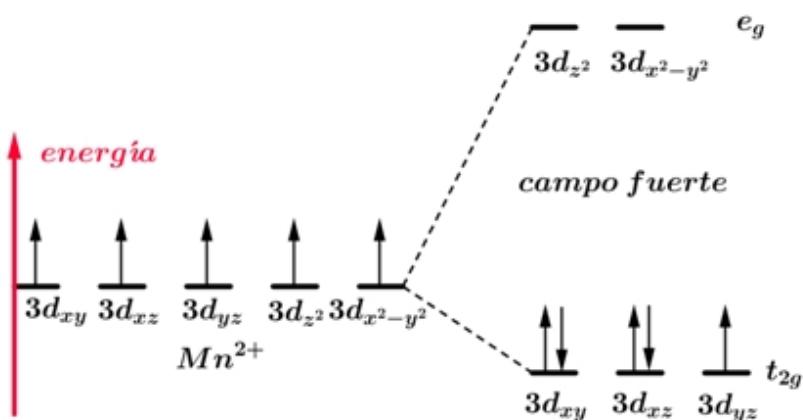


FIGURA 4.17. Campo fuerte

Fue posible establecer un orden relativo entre algunos ligandos que indican la fortaleza del campo cristalino por ellos generados. Como se indica en la figura 4.18.

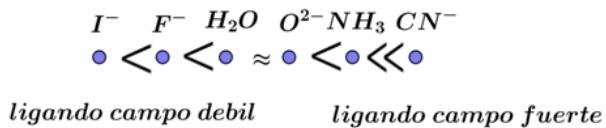


FIGURA 4.18. Campo cristalino

#### 4.4.5. Low espín y High espín

Vemos en la figura 4.19 los elementos en rojo, que pueden tener low o high espín en posiciones octaédricas.

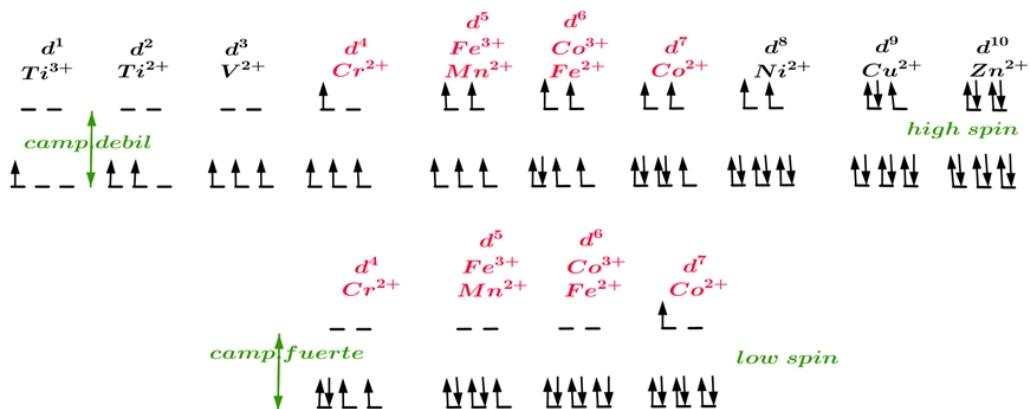


FIGURA 4.19. Posiciones de low espín y High espín

Algunas sustancias pueden exhibir transición de espín inducida térmicamente, conocida como *crossover* de espín, dependiendo de la naturaleza del ligando. La transición de espín en tales compuestos también ocurre bajo presión e irradiación con luz. Los estados obtenidos tienen diferentes propiedades magnéticas y ópticas, con posibles aplicaciones como interruptores o memorias.

El esquema anterior mostraba los elementos en posición octaédrica, de esa manera, se trato el caso del  $MnO$ . El otro elemento que es de interés es el hierro por tal razón se agrega el  $Fe^{3+}$  y el  $Fe^{2+}$  en sitios tetraédricos.

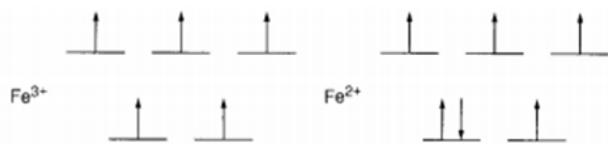
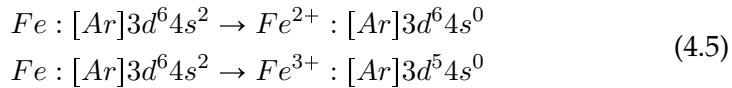


FIGURA 4.20. Posiciones de low espín y High espín

#### Caso del hierro, Magnetita

- Veamos con un poco mas de detalle el caso del hierro, los estados de oxidación más comunes son  $Fe^{2+}$  y  $Fe^{3+}$ , mientras el átomo neutro, como ya

vimos, tiene la configuración electrónica  $[Ar]3d^64s^2$ , y los iones las siguientes:



- La magnetita se conoce como imán desde la antigüedad ( $Fe_3O_4$ ), fue muy estudiada en la década de 1940.
- La magnetita pertenece al grupo de la espinela, su fórmula puede ser escrita como  $MFe_3O_4$  donde  $M$  es un catión divalente  $M_{2+}$ , cristaliza en una estructura cubica compacta, es un cerámico y se la fabrica por sinterizado. Los intersticios tetraédricos (A) y octaédricos (B) son ocupados por los cationes  $M^{2+}$  y  $Fe^{3+}$ , pudiendo también ser  $Zn^{2+}$ ,  $Fe^{2+}$ ,  $Mg^{2+}$ ,  $Cd^{2+}$ , etc. En general hay dos tipos de espinelas la normal y la inversa, la figura 4.21 las ilustra:

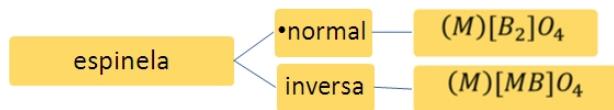


FIGURA 4.21. Espinelas Nomal e inversa

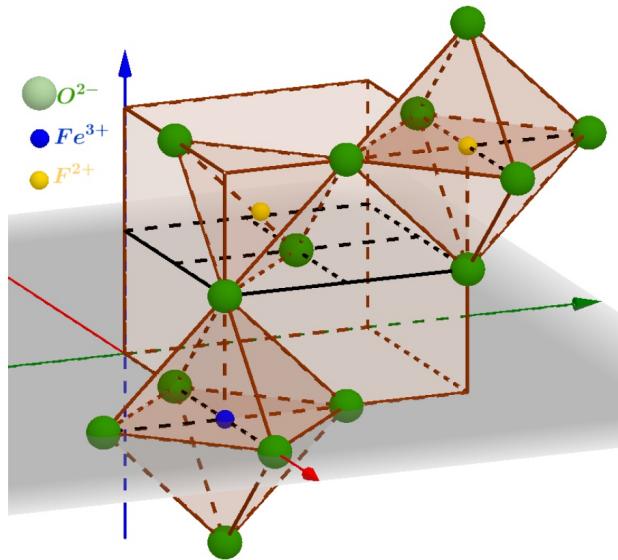
- Dando lugar a la representación  $M[B_2]O_4$  donde ( ) indica posición tetraédrica y [ ] posición octaédrica. La magnetita es una espinela inversa luego la podemos escribir  $(Fe^{2+})[Fe^{2+}Fe^{3+}]O_4$  lo que indica que tanto  $Fe^{2+}$  como  $Fe^{3+}$  se encuentran en posiciones octaédricas, como se observa en la figura 4.23.

En la figura 4.22 se muestran las propiedades magnéticas y estructurales de los óxidos de  $Fe$ , con  $M_s$ : magnetización de saturación,  $K$ : constante de anisotropía magnética

Oxido	Estado de Oxidación	Estructura Cristalina	Parámetro de celda	Orden Magnético	$M_s$ Am <sup>2</sup> /kg	$K$ J/m <sup>3</sup>
$Fe_3O_4$	$Fe^{2+}; Fe^{3+}$	Espinela cúbica invertida	a=8.394	Ferrimagnético	90	$\approx 10^5$
$\gamma$ - $Fe_3O_4$	$Fe^{3+}$	Espinela cúbica invertida	a=8.394	Ferrimagnético	60	$\approx 10^5$
$\alpha$ - $Fe_3O_4$	$Fe^{3+}$	Hexagonal	a=b=5.034 c=13.752	Anti ferromagnético	0.4	$\approx 3 \times 10^4$
$\varepsilon$ - $Fe_3O_4$	$Fe^{3+}$	Rómbica	a=5.087 b=8.784 c=9.469	Ferrimagnético	15	$\approx 5 \times 10^5$

FIGURA 4.22. Tabla de óxidos del  $Fe$

- Las ferritas con estructura de espinela, tienen la configuración de "espinela normal" o "espinela inversa".
- Aquellas con estructura de espinela normal son antiferromagnéticas, donde el momento magnético de los átomos que están en huecos octaédricos se anulan; entre ellas se encuentran la ferrita de cinc y cadmio ( $A^{2+})[Fe_2^{3+}\uparrow\downarrow]O_4$ .



- Las que poseen estructura de espinela inversa son ferrimagnéticas, el momento magnético de un átomo situado en posición tetraédrico está alineado de forma antiparalela al momento magnético del sitio octaédrico. Aquí se encuentran ferritas de magnesio, manganeso, cobre, níquel, hierro, entre otros;  $(Fe^{3+} \downarrow)[A^{2+} \uparrow Fe^{3+} \uparrow]O_4$ .

$\mu_{total}$ para una formula química = $9\mu_B - 5\mu_B = 4\mu_B$	
mitad de $Fe^{3+}$ tetraédral	mitad de $Fe^{3+}$ y todos $Fe^{2+}$ octaédral
5 $\mu_B$ : $Fe^{3+}$	5 $\mu_B$ : $Fe^{3+}$ 4 $\mu_B$ : $Fe^{2+}$

FIGURA 4.24.  $\mu_{total}$  de la Espinela inversa

## 4.5. Dominios magnéticos

- La importante interacción entre átomos vecinos genera una orientación espacial, estableciendo un ordenamiento llamados dominios magnéticos.
- Un dominio magnético es una región dentro de un material magnético que tiene magnetización uniforme. Esto significa que los momentos magnéticos de los átomos individuales están alineados uno con el otro y que apuntan en la misma dirección. Esto minimiza la energía de intercambio, pero, se ha creado un imán poderoso, con una energía magnetoestática muy alta. Se debe llegar a una configuración que haga mínimo ambas, por esta razón se crean los dominios. Véase la figura 4.26
- La dirección de alineación varía de dominio a dominio de una manera más o menos aleatoria.

- En 1906 Pierre Weiss sugirió la existencia de dominios magnéticos en materiales ferromagnéticos.
- Dentro de un monocrystal las direcciones de magnetización son pocas y dependen de las propiedades de simetría de la estructura cristalina (ver figura 4.25). Estas propiedades definen una anisotropía, es decir, direcciones fáciles para la magnetización para las cuales la energía es mínima. Pequeñas partículas de tamaño entre  $10^{-9}$  y  $10^{-7}$  m presentan dominios únicos.

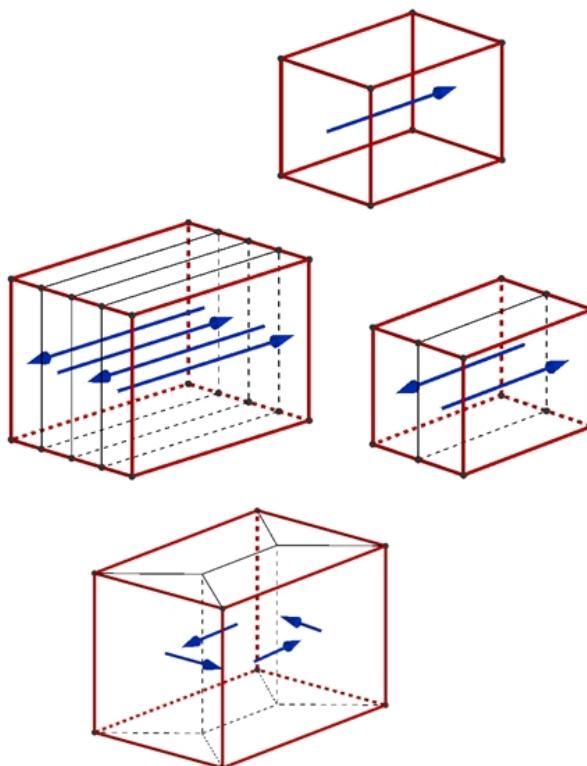


FIGURA 4.25. Dominios magnéticos

Una gran región de material ferromagnético con una magnetización constante, creará un gran campo magnético que se extiende en el espacio fuera de sí mismo. Esto requiere una importante cantidad de energía magnetostática almacenada en el campo. Para reducir esta energía, la muestra se puede dividir en dos dominios, con la magnetización en direcciones opuestas en cada dominio, reduciendo el campo fuera del material. Para reducir la energía del campo aún más, cada uno de estos dominios puede dividir también, lo que resulta dominios más pequeños con magnetización en direcciones alternas. Los ferrimagnéticos también están compuestos por dominios, cada uno de estos posee una magnetización en una cierta dirección. El cambio de la dirección de  $M$  en una partícula macroscópica necesita del desplazamiento de las paredes de los dominios. Este movimiento puede lograrse con campos magnéticos externos, como veremos más adelante. A medida que disminuye el tamaño de la partícula disminuye el dimensión y número de dominios magnéticos hasta llegar a un valor crítico  $r_c$  por debajo del cual es energéticamente imposible crear dominios y la partícula queda con un solo dominio en el cual todos los momentos están alineados en la dirección de fácil magnetización, es decir estado de saturación magnética (se completará la idea más adelante).

#### 4.5.1. Tamaño de Dominios

Un dominio que es demasiado grande es inestable, y se dividirá en dominios más pequeños. Este tamaño depende del equilibrio de varias energías (energía de intercambio y de anisotropía). Cada vez que una región del sólido se divide en dos dominios, crea una “pared de dominio”.

Los primeros resultados para ver los dominios fueron en 1931 realizados por P.A. Thiessen en Alemania y F. Bitter en USA. Ver figura 4.26

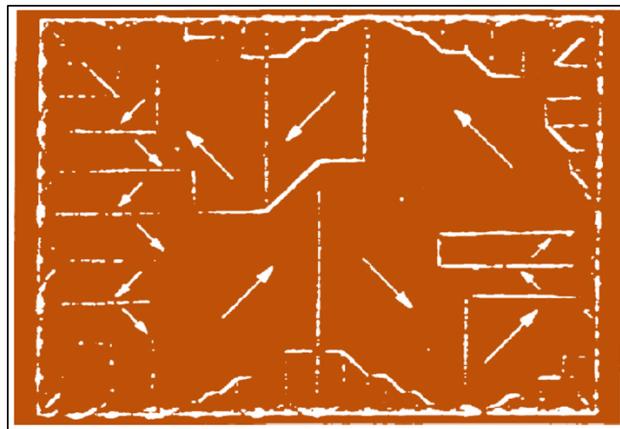


FIGURA 4.26. Dominios magnéticos

#### 4.5.2. Estructura de grano

Lo anterior describe la estructura del dominio magnético en una red cristalina perfecta, tal como se encontraría en un único cristal de hierro. Sin embargo los materiales magnéticos son policristalinos (granos). Estos granos no son los mismos que los dominios. En la mayoría de los materiales, cada grano es lo suficientemente grande como para contener varios dominios. Ver figura 4.27

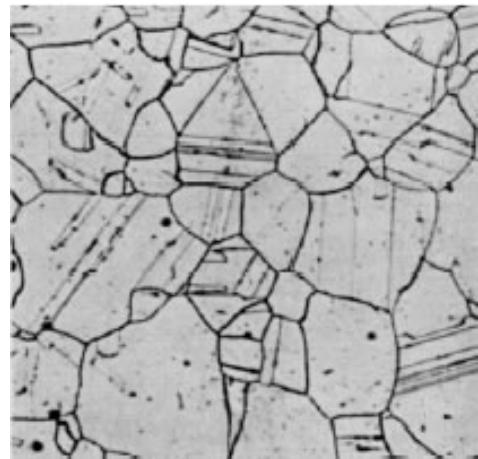


FIGURA 4.27. Bordes de grano

#### 4.5.3. Paredes de Bloch

- En el esquema se observa una representación de cómo cambian los momentos magnéticos de los átomos ( $M$ ), al pasar de un dominio (A) a otro (B).
- Los dominios están separados por paredes, llamadas de Bloch, en las cuales la orientación de los momentos magnéticos atómicos cambia gradualmente de uno a otro dipolo. En el esquema el cambio de orientación es de  $180^\circ$ , hay también cambios de  $90^\circ$  en los momentos magnéticos. Ver figura 4.28

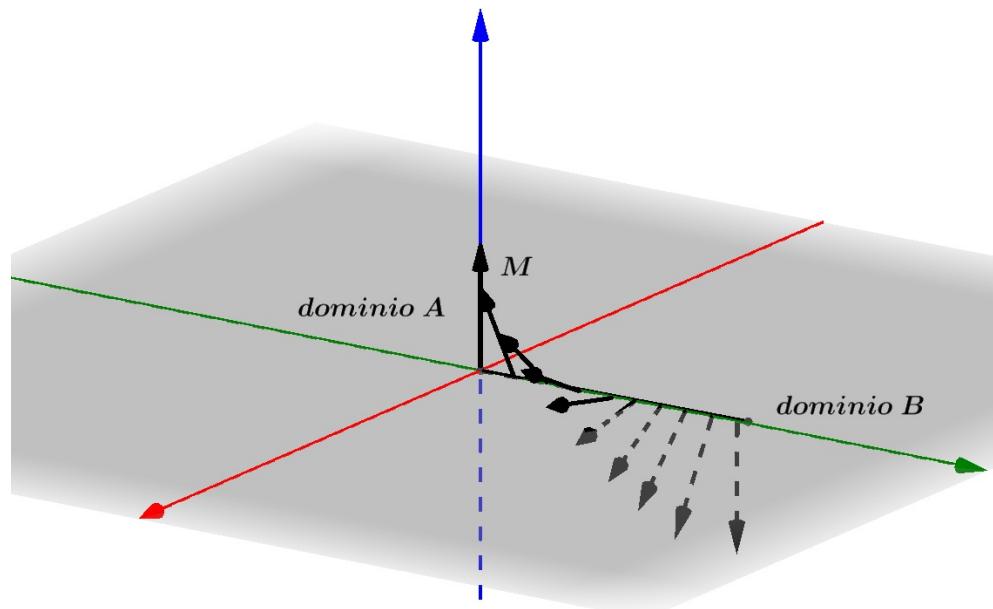
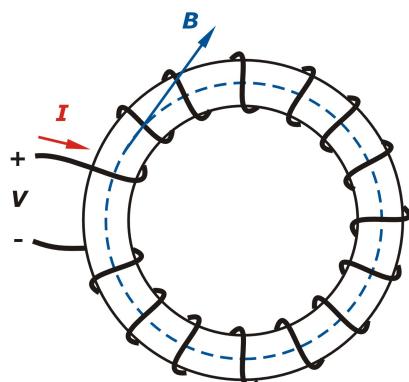


FIGURA 4.28. Transición de la pared de Bloch

- Las dimensiones de los dominios son de aproximadamente  $10 - 100\mu m$ .
- La dimensiones de las paredes es de aproximadamente  $100nm$ , unos 300 diámetros atómicos.
- La magnetización dentro de los dominios magnéticos está en la dirección de los ejes cristalográficos.

#### 4.5.4. Histéresis Magnética, movimiento de dominios



Como vimos los materiales ferromagnéticos y los ferrimagnéticos están constituidos por dominios y cada uno posee una magnetización espontánea en una dada dirección, pero la magnetización total sigue nula. Para cambiar las dirección de  $M$  en un sólido con varios dominios se deben desplazar las pared de los dominio.

Este movimiento de los dominios se logra aplicando un campo exterior  $H$ . Ver figura 4.29

FIGURA 4.29. I y  $B$  en un toroide

Supongamos que queremos magnetizar una barra toroidal como la de la figura 4.29, a una dada temperatura de un material ferromagnético originalmente desmagnetizado. Para tal fin medimos  $M$  en función del campo magnético aplicado  $H$ , siendo el campo magnético función de la corriente eléctrica  $I$ . Graficando  $M$  en función de  $H$  obtendremos una curva como la de la figura 4.30

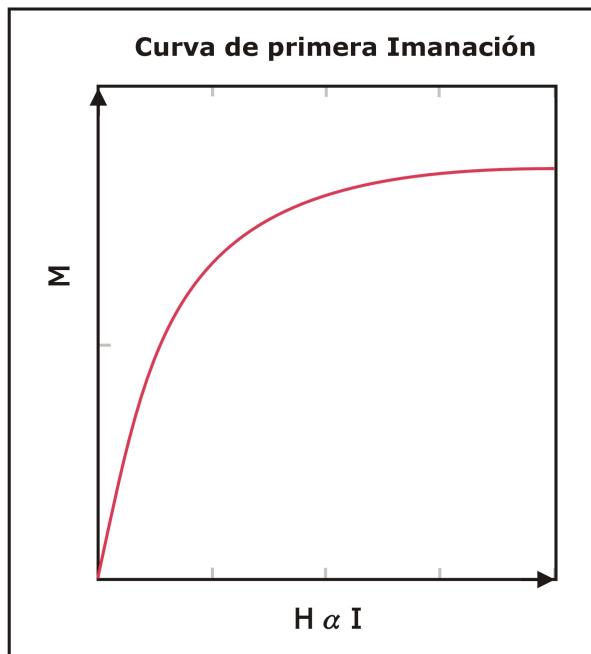


FIGURA 4.30. Curva de primera imanación

## 4.6. Ciclo de Histéresis

La magnetización de saturación  $M_s$  es el valor máximo que puede alcanzar la magnetización en el material, por mas que continuemos aumentando  $M$ .

Cuando disminuimos el campo  $H$  y llegamos a cero la magnetización no es cero por el contrario permanece una magnetización  $M_R$ , magnetismo remanente. Para poder llevar la magnetización a cero debemos invertir el sentido del campo hasta  $-H_c$ , llamado **Campo coercitivo**.

Durante el crecimiento del campo  $H$  los dominios magnéticos favorecidos por el campo crecen a costa de los más desfavorables. Solo rotan en la última etapa próxima a la saturación.

El giro completo de los momentos magnéticos atómicos de un dominio al vecino no es realizado en un único plano, sino que debe ser realizado a través de varias distancias atómicas. Como fue esquematizado en la pared de Bloch.

Si de alguna manera logramos que muchos dominios tengan permanentemente una componente de magnetización en una dirección común, estaremos en presencia de un imán permanente.

### 4.6.1. Pérdidas por Histéresis

En los materiales magnéticos sometidos a la acción de campos variables,(corrientes alternas) hay fundamentalmente dos tipos de pérdida de energía, una de ellas es por histéresis, que veremos ahora, y la otra es por **corrientes parásitas**.

Sabemos que la *fem* inducida en un solenoide es

$$\varepsilon = -N S \frac{dB}{dt} \quad \text{donde } N \text{ es el número de espiras y } S \text{ el área} \quad (4.6)$$

luego la potencia será

$$P = \varepsilon i = -N S i \frac{dB}{dt} \quad (4.7)$$

también sabemos que  $i = \frac{HL}{N}$ , siendo  $L$  la longitud del solenoide (ver figura 4.29)

$$\begin{aligned} P &= S L H \frac{dB}{dt} = V H \frac{dB}{dt} = \frac{dW}{dt} \\ dW &= VH dB \Rightarrow W = V \oint H dB \end{aligned} \quad (4.8)$$

Si integramos en un ciclo y por unidad de volumen las perdidas están dadas por el área del ciclo de histéresis. Esta pérdida de energía por unidad de volumen de material, puede ser expresada por una fórmula aproximada llamada fórmula de Steinmetz.

$$P_h = K f B_{max}^\alpha \left[ \frac{\text{erg}}{\text{segcm}^3} \right] \quad (4.9)$$

Donde  $K$  y  $\alpha$  son parámetros característicos del material mientras que  $f$  es la frecuencia y  $B_{max}$  la inducción máxima.

Donde  $K$  y  $\alpha$  son parámetros característicos del material mientras que  $f$  es la frecuencia y  $B_{max}$  la inducción máxima. El valor de  $K$  para el hierro dulce es  $\approx 54 \times 10^{-5}$ , para el acero  $\approx 337 \times 10^{-4}$ .

Generalmente  $\alpha = 1, 6$ . Para mediciones más precisas, especialmente a inducciones relativamente bajas  $\alpha \rightarrow 2$ . Estas pérdidas generan un aumento de temperatura del sistema.

#### 4.6.2. Pérdidas por Corrientes parásitas

Si el campo magnético  $H$  es alterno produce otro tipo de pérdida que debemos sumar a las pérdidas por histéresis. Según la Ley de Lenz se genera una *fem* y si el material es conductor se crean corrientes eléctricas (corrientes turbillonarias o de Foucault) ocasionando pérdidas de energía a través del efecto Joule también llamadas corrientes parásitas o de Eddy. Ver figura 4.31

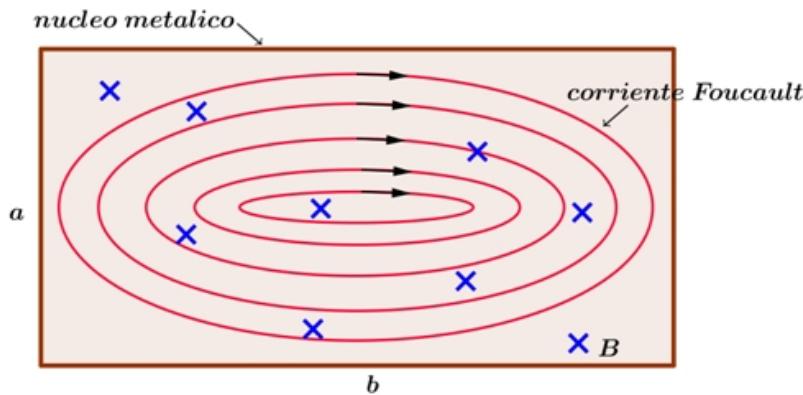


FIGURA 4.31. Flujo de corrientes Eddy

Analicemos la figura 4.32 y supongamos que el campo magnético es  $B = B_0 \sin(\omega t)$ . Calculemos la resistencia eléctrica de una espira ideal de la chapa suponiendo que  $\alpha \ll b$  siendo el espesor  $dx$  a una distancia  $x$  y largo  $c$

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2b}{cdx} \quad (4.10)$$

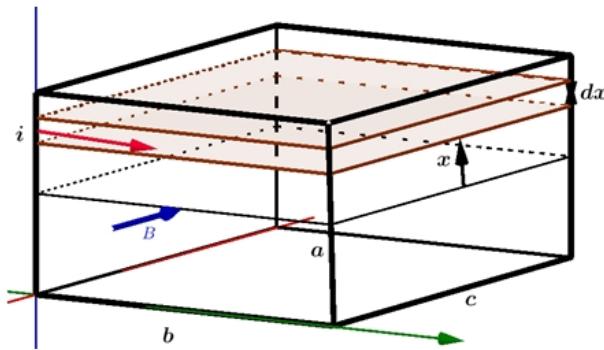


FIGURA 4.32. Elemento de Resistencia

Y el flujo será:  $\Phi = B(t)S = 2bxB_0 \sin(\omega t)$

Mientras que la fem inducida será:  $e = \frac{d\Phi}{dt} = 2bxB_0 \cos(\omega t)$

Luego, la corriente será:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{2bxB_0 \cos(\omega t)dx}{2bp} = \frac{c\omega xB_0 \cos(\omega t)}{\rho} \quad (4.11)$$

Calculemos la potencia media en un período  $T$  y en toda la chapa:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{2bcB_0^2 \omega^2 \cos^2(\omega t)}{\rho} dx = \frac{2bcB_0^2 \omega}{\rho T} \int_0^T \cos^2(\omega t) d(\omega t) \int_0^{\frac{a}{2}} x^2 dx = \\ &\frac{2bcB_0^2 \omega}{\rho T} \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^3 \right] \left[ \frac{\omega T}{2} \right] = \frac{bca^3 B_0^2 \omega^2}{24\rho} = \frac{a^2 B_0^2 \omega^2}{24\rho} \end{aligned} \quad (4.12)$$

En la última expresión se pasó a densidad ( $\delta$ ) , luego las unidades de potencia estarán dada en  $\left[ \frac{Watt}{Kg} \right]$

Observemos que: las pérdidas por corrientes parásitas son proporcionales al cuadrado de la inducción máxima y de la frecuencia, ambas dos dependen de la excitación. Del material dependen la resistividad y la densidad, vemos que cuando más elevada es la resistividad menor serán las perdidas. Hay una magnitud de carácter geométrico  $\alpha$ , en la expresión anterior, que se encuentra elevada al cuadrado, es el espesor de la chapa. Cuanto menor sea el espesor de la chapa tanto más pequeñas serán las pérdidas.

### 4.6.3. Comentarios sobre las corrientes de Foucault

Esta es la razón por la cual los equipos eléctricos que funcionan con corriente alterna están constituidos por chapas muy delgadas, aisladas entre sí, para disminuir lo más posible estas pérdidas. Vimos que estas corrientes dependen de la resistividad del núcleo, o bien, podemos usar un material ferromagnético elevada resistividad caso de la ferrita o bien agregando un aliante: *Si al hierro que eleve la resistividad sin modificar apreciablemente las propiedades magnéticas.*

Al no poder los electrones atravesar la capa aislante entre las chapas, se acumulan en los extremos de la laminado como se observa en la figura 4.33 en forma similar al efecto Hall, la fuerza responsables es:

$$\vec{f}_m = e \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.13)$$

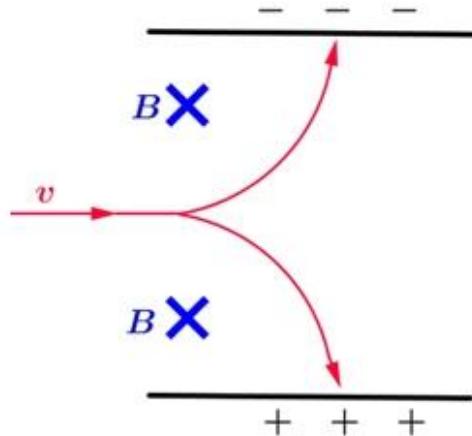


FIGURA 4.33. Cargas en los extremos del laminado

la acumulación de cargas produce un campos eléctricos  $\vec{E}_m$  que se oponen a una mayor acumulación de cargas, la fuerza generada por este campo eléctrico es:

$$\vec{f}_m = e \vec{E}_m \quad (4.14)$$

si son iguales ambas fuerzas tendremos:

$$e \vec{E}_m = e \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{E}_m = e \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.15)$$

de donde podemos calcular la diferencia de potencial. ¿Qué magnitud tendrá, esta diferencia de potencial en un transformador común? y ¿en qué la podríamos utilizar?.

Las corrientes de Foucault son también la causa del efecto pelicular en conductores de corrientes alternas.

#### 4.6.4. Materiales magnéticos duros y blandos

El fundamento de la clasificación de los materiales magnéticos en blando(dulces) y duros se debe a las distintas aplicaciones de uno y otro Un material magnético blando es fácilmente magnetizable y desmagnetizable, mientras que uno duro tiene propiedades totalmente distintas. Como sabemos estas propiedades están íntimamente ligadas al ciclo de histéresis de cada material. Un acero blando de hierro silicio 3-4 % *Si* es utilizado en núcleos de transformadores, motores, generadores y tiene un ciclo de histéresis con baja fuerza coercitiva y un área pequeña, mientras que un material magnético duro posee un amplio ciclo de histéresis con una importante fuerza coercitiva Su uso es frecuente en imanes permanentes

**Hierro silicio (fines 1800).** La utilización de aleaciones de hierro silicio 3-4 % *Si* trae aparejado los siguientes beneficios en las maquinas eléctricas.

- \* El agregado de silicio al hierro de bajo carbono, disminuye las perdidas por corriente parasitas.
- \* Aumenta la permeabilidad magnética y disminuye la anisotropía magnética bajando las perdidas por histéresis.
- \* También disminuye la magnetostricción bajando el clásico zumbido

El efecto negativo del agregado de silicio es que disminuye la ductilidad de la ferrita y disminuye la temperatura de Curie. Es posible mejorar la característica del hierro silicio logrando la aleación con grano orientado. La presencia del C en el Fe lo endurece mecánica y magnéticamente, ya que genera cementita, *Fe<sub>3</sub>C*, que impide el movimiento de paredes de dominios.

**Permalloy (1914).** Es el nombre comercial de una aleación de aproximadamente 80 % *Ni* y 20 % *Fe*. Existen otras aleaciones, por ejemplo el permaloy 45 que contiene 45 % *Ni* y 55 % *Fe*, o bien el permalloy molibdeno es una aleación con el 81 % *Ni*, 17 % *Fe* y 2 % *Mo*. Su uso es en transformadores, reactancias, etc.

**Mumetal 1923.** Es una aleación de aproximadamente 75 % *Ni*, 15 % *Fe* y 10 % *Cu* o *Mo*, tiene una permeabilidad muy alta, por lo cual es usada como pantalla para brindar campos magnéticos estáticos o de baja frecuencia. Su primera aplicación fue en los cables telegráficos submarinos

**Superpermalloy o supermalloy (inicios década 40).** Es una aleación de 75 % *Ni*, 5 % *Mo* y 20 % *Fe*, con permeabilidad magnética alta y baja coercitividad. Algunas de sus propiedades son comparables con el Mumetal. Esta aleación requiere tratamientos térmicos a temperatura de 1300 °C en atmósfera de hidrógeno.

**Vidrio metálico (1960 no magnético).** Estos materiales son metales pero no tienen una estructura cristalina determinada, son amorfos. Se destacan por sus propiedades mecánicas al no poseer dislocaciones son hasta tres veces más duros que los aceros La ausencia de bordes de grano, conduce a una mayor resistencia al desgaste y a la corrosión. Son realmente vidrios auténticos, al calentarse se ablandan y fluyen. La primera aleación magnética fue llamada Metglas 2605 (década de 1980 con 80 % *Fe* y 20 % *Bo* con una temperatura de Curie de 373°C y una magnetización de saturación de 1,56 Tesla. Sus propiedades magnéticas, como materiales magnéticamente blandos, son de baja coercitividad, elevada permeabilidad o alta magnetización de saturación. Esto permite aplicaciones en núcleos de transformadores eléctricos. También son utilizados como biomateriales para implantes óseos o recubrimientos dentales, pues, no se oxidan fácilmente. Están

confeccionados en base a un material ferromagnético (hierro, cobalto o níquel), aleados con boro silicio, fosforo, entre otros.

Como hemos dicho, por la forma del ciclo de histéresis es posible clasificar a los materiales magnéticos, en principio en dos grandes grupos: magnéticamente blandos y magnéticamente duros.

Los que tienen bajo valor de coercitividad  $H_c < 800A/m$  son los blandos y en aquellos donde la coercitividad es  $H_c > 5000A/m$  son los duros. Los blandos son utilizados en núcleos de maquinas eléctricas y transformadores.

En los materiales blandos se desea ciclos de histéresis muy estrechos y altos. Los materiales duros son usados como imanes permanentes. Las propiedades más importantes de los material magnéticamente duro son su elevado campo coercitivo y su importante inducción de saturación. También por la forma del ciclo de histéresis es posible caracterizar metalúrgicamente al material, como veremos más adelante.

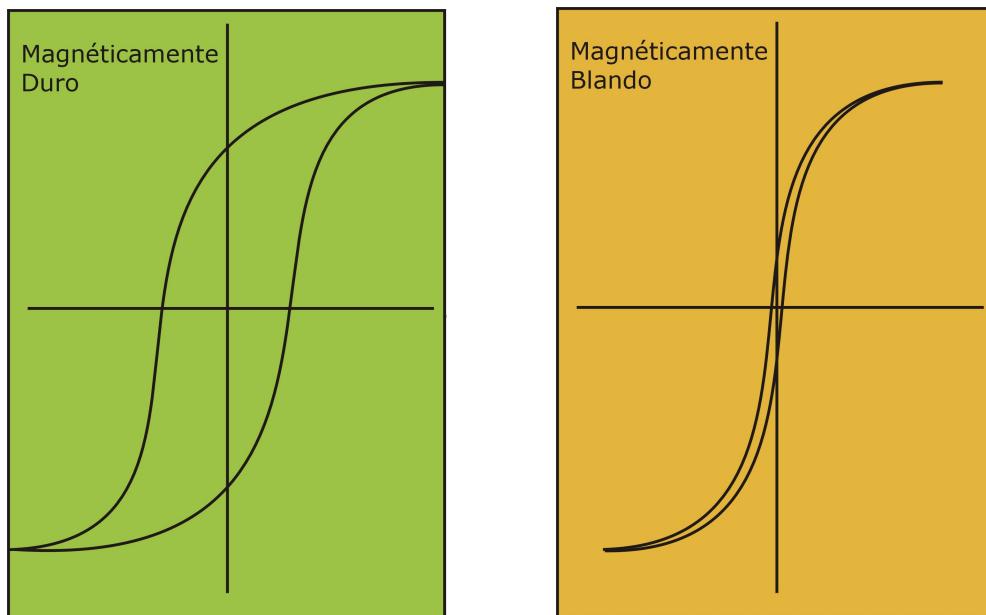


FIGURA 4.34. Materiales duros y blandos

#### 4.6.5. Imanes permanentes

Haremos un breve resumen de los principales materiales para los imanes permanentes.

Estos materiales deben poseer la particularidad de mantener el campo magnético luego de ser magnetizado. El desarrollo de estos materiales se da por la necesidad de obtener importantes cantidades de energía magnética almacenada en pequeños volúmenes.

**Alnico(1931).** Es una aleación formada principalmente por Al Ni Co de donde deriva su nombre, generalmente tienen la siguiente composición 8-12 %Al, 15-26 %Ni, 5,24 %Co, ≈ 6 %Cu, ≈ 1 %Ti, resto Fe. Se lo fabrica por sinterizado o fundición y requiere un tratamiento térmico posterior. La temperatura de Curie

es la mas alta hasta el momento  $\approx 800^{\circ}C$ , puede estar al rojo y sigue siendo magnético. Los imanes de Alnico son conductores eléctricos, a diferencia de los imanes cerámicos. Hay una gran variedad de estas aleaciones, con distintos nombres comerciales generalmente tienen una alta coercitividad, solo los imanes de tierras raras tienen mayor coercitividad. Algunas de la aleación son isótropas y pueden ser magnetizados en cualquier dirección. Otros, tales como Alnico 5 y Alnico 8 son anisotrópicas, y tiene una dirección preferente de magnetización. Las Aleaciones anisotrópicas generalmente tienen mejores propiedades magnéticas en la dirección elegida.

#### **Imanes de tierras raras (lantánidos):**

Recordemos que algunos cristales no presentan las mismas propiedades magnéticas según las distintas direcciones en que se las mida, o sea son anisótropos magnéticamente hablando. La anisotropía magnética es fundamental para construir imanes permanentes. En 1966 se descubre que una aleación de itrio cobalto  $YCo_5$  tenía una constante de anisotropía

magnética mucho mayor que los materiales conocidos a la fecha, dicho de otro modo son fácil de magnetizar en una dirección pero muy difícil en las otras. Los lantánidos son generalmente ferromagnéticos, pero con un serio inconveniente para su uso industrial, tienen una temperatura de Curie que está por debajo de la ambiente. Este inconveniente puede ser solucionado formando compuestos con elementos de transición, como ser el hierro, níquel, cobalto, etc; logrando de este modo temperaturas de Curie mayor que la ambiente.

Unos años después (se desarrollan los primeros imanes permanentes de tierras raras Hasta el momento los más conocidos son dos los de samario cobalto y los de neodimio

\* **Samario cobalto década del 70** Existen dos tipos de aleaciones  $SmCo_5$  y  $Sm_2Fe_{17}$ . Fueron los primeros de los imanes de tierras raras desarrollados. Tienen una alta coercitividad, son resistentes a la corrosión y tienen una temperatura de Curie relativamente alta. Se los fabrica por sinterizado, pero el mayor inconveniente es que son relativamente frágiles. La alta coercitividad es lograda con el agregado de impurezas que anclan los dominios e impiden su movimiento, evitando la desmagnetización.

\* **Neodimio 1980**  $Nd_2Fe_{14}B$  Hasta el momento es el imán más intenso construido con lantánidos, posee una temperatura de Curie más baja que los confeccionados con samario cobalto, por otro lado, deben ser protegidos contra la corrosión, se oxidan fácilmente

#### **4.6.6. Otras características del Fe**

**Ferrita:** Este material cerámico es un caso exclusivo, por su diversidad y cualidades particulares. Las ferritas, en general son ferrimagnéticas y no ferromagnéticas o sea sus momentos magnéticos tienden a acoplarse antiparalelamente sin producirse cancelación entre ellos. Al igual que ocurre con los materiales ferromagnéticos, se producen ciclos de histéresis cuando se aplica un campo externo. Se basan en óxidos de hierro. Su constitución es la siguiente ( $FeO \cdot Fe_2O_3$ ) esta expresión nos indica que la ferrita contiene iones ferrosos ( $Fe^{2+}$ ) e iones férricos ( $Fe^{3+}$ ) en la proporción (1:2) o aleado con pequeñas cantidades de bario, magnesio, níquel, zinc. Debido a que estos iones tienen aproximadamente el mismo tamaño que el

ion  $Fe^{2+}$  es posible realizar importantes sustituciones sin cambios de la estructura cristalina. Es un material barato, resistente a la corrosión y estables. Se elaboró por primera vez en 1930. Generalmente no contiene elementos en forma metálica, pero cumple con todas las propiedades que poseen los metales ferromagnéticos. Es muy utilizado por tener dos propiedades que no se encuentran en los materiales ferromagnéticos comunes: gran resistencia eléctrica e importantes propiedades magnéticas. Tienen una temperatura de Curie de aproximadamente  $650^{\circ}C$ . Este material presenta, según su composición, los dos tipos de comportamientos magnéticos de los materiales blandos y duros.

$$\begin{array}{ll} \text{Ferritas} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Óxidos de magnesio, zinc e hierro } MnO, ZnO, Fe_2O_3 \\ \text{Óxidos de níquel, zinc e hierro } NiO, ZnO, Fe_2O_3 \\ \text{Óxidos de níquel, cobre, zinc e hierro } NiO, CuO, ZnO, Fe_2O_3 \end{array} \right. \\ \text{blandas} & \rightarrow \\ \text{tipicas} & \end{array}$$

Las ferritas duras, generan campos magnéticos intensos y permanentes, tienen estructura hexagonal en vez de la cubica o espinela que es la mas común en las ferritas. Posiblemente lo mas novedoso de este material es que sin ningún tratamiento especial, desarrollaba un ciclo rectangular de histéresis, puesto que los métodos para lograr ciclos rectangulares en los metales requieren introducir artificialmente una intensa anisotropía unidireccional.

$$\begin{array}{ll} \text{Ferritas duras} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Óxidos de bario e hierro } BaO, 6Fe_2O_3 \\ \text{Óxidos de plomo e hierro } PbO, 6Fe_2O_3 \end{array} \right. \\ \text{tipicas} & \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Estructura} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Espinela:} \text{ tienen estructura cubica, son materiales blandos,} \\ \text{ciclos de histéresis estrecho, transformadores, reactancias, etc.} \\ \text{Granate:} \text{ la resistencia eléctrica es muy grande} \\ \text{suele ser usada en transformadores de microondas.} \\ \text{Hexagonales:} \text{ son materiales duros, imanes permanentes} \end{array} \right. \\ \text{de las} & \rightarrow \\ \text{Ferritas} & \end{array}$$

## 4.7. Dependencia de la magnetización con el número y tipo de defectos

- Si aumentamos el campo  $H$  muy poco desde cero (campo débil), observamos un crecimiento de los dominios que son favorecidos por el campo externo a costa de los otros, con una particularidad importante, si eliminamos el campo  $H$  exterior los dominios recobran su forma y dimensión. Luego el movimiento de los dominios a campo débil es reversible. Si aumentamos más el campo, comienzan los defectos de la estructura cristalina, a oponerse, lo que requiere mayor energía. Si a continuación el campo se elimina, los defectos impiden el regreso de los dominios a su estado inicial y deja de ser reversibles el proceso.
- Si el dominio no puede regresar a su estado inicial, entonces la magnetización permanece. La magnitud de esta magnetización depende del número y tipo de defectos. De otro modo: Estableciendo un paralelismo simple con las propiedades mecánicas, puede decirse que si éstas están gobernadas por

el movimiento de dislocaciones, las propiedades magnéticas están gobernadas por la movilidad de las paredes de Bloch. Existen varios factores estructurales que dificultan el libre movimiento de las paredes de Bloch. Entre estos factores que provocan una reducción notable en la permeabilidad y un aumento de las pérdidas por histéresis cabe citar los siguientes:

- 1 Precipitados de segundas fases, inclusiones, o impurezas intersticiales.
- 2 Dislocaciones, Bordes de grano, Tensiones internas

#### 4.7.1. Deformación mecánica y resistividad

En la figura 4.35 vemos como se modifica el ciclo de histéresis para un mismo material con y sin deformación. En la medida que aumenta el endurecimiento mecánico disminuye la permeabilidad y se incrementa  $H_c$ .

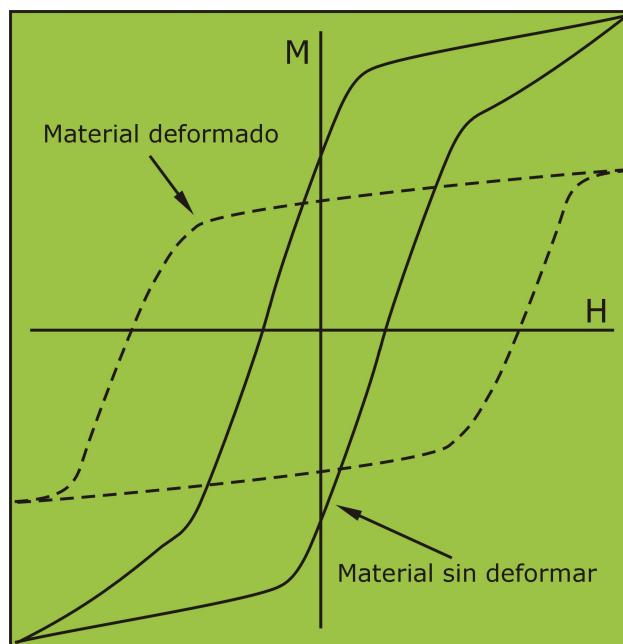


FIGURA 4.35. Ciclo de histéresis para estados normal y deformado

Mientras que en la figura 4.36 observamos el cambio de la resistividad a  $20C^o$  con el por ciento de aleante en el hierro, donde se destaca que el agregado de silicio disminuiría las corrientes parásitas.

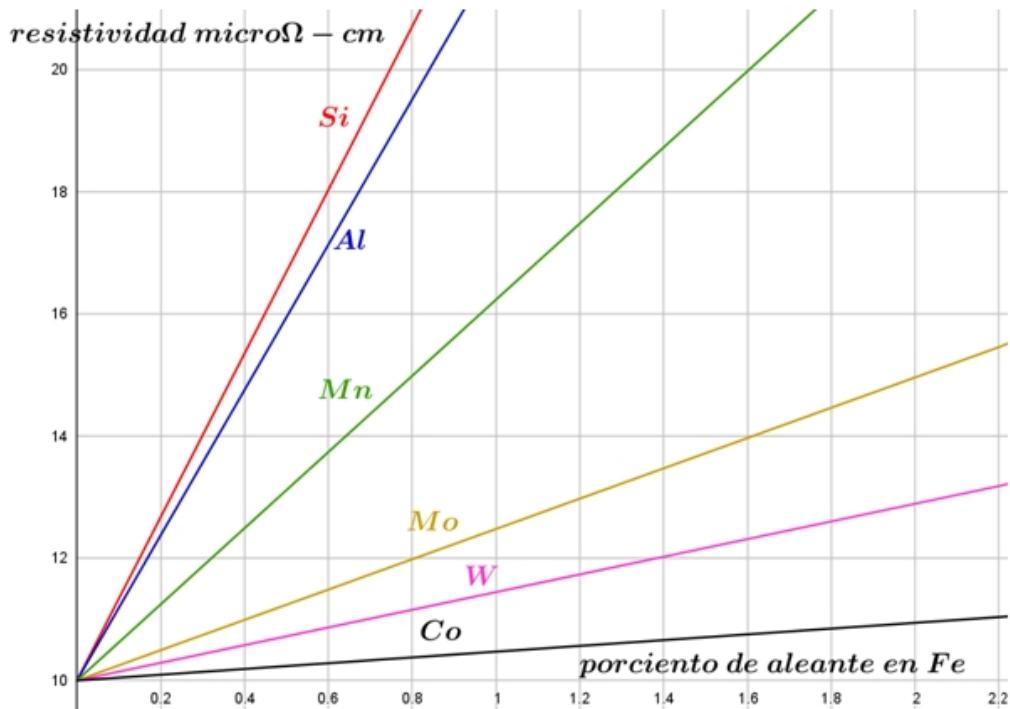
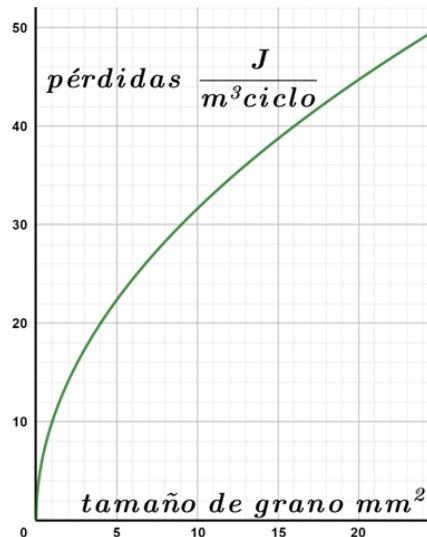


FIGURA 4.36. Ciclo de histéresis para estados normal y deformado

#### 4.7.2. Efecto del tamaño de grano del acero en las características magnéticas:

Existen expresiones aproximadas que me permiten calcular las pérdidas en el hierro (alta pureza y  $B = 1T$ ) en función del tamaño de grano del mismo (atención se trata del grano, no del dominio). El borde de grano actúa como zona de acumulación de impurezas y precipitados.



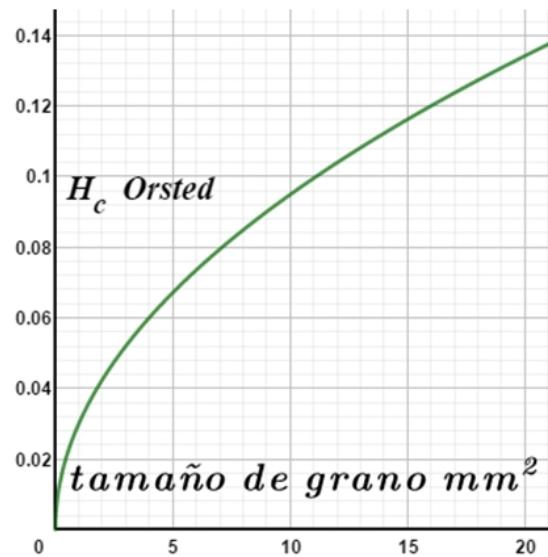
Por tanto es posible trabajar sobre los precipitados y tamaño de grano para obtener los resultados deseados. Si el material es fácilmente magnetizable estamos en presencia de un material magnéticamente blando, esto significa que los dominios magnéticos se pueden mover fácilmente. Por el contrario, si es difícil mover los límites de los dominios magnéticos, el material es magnéticamente duro y posee una fuerza coercitiva elevada. En algunos casos las paredes pueden estar totalmente inmovilizadas.

De igual manera tenemos una expresión que permite estimar  $H_c$  en función del

tamaño de grano de la aleación, para un acero de alta pureza y  $B = 1T$ . Similares relaciones se encuentran con el contenido de otros elementos, como azufre, oxígeno, etc. En definitiva encontramos parámetros, (para un dado material)

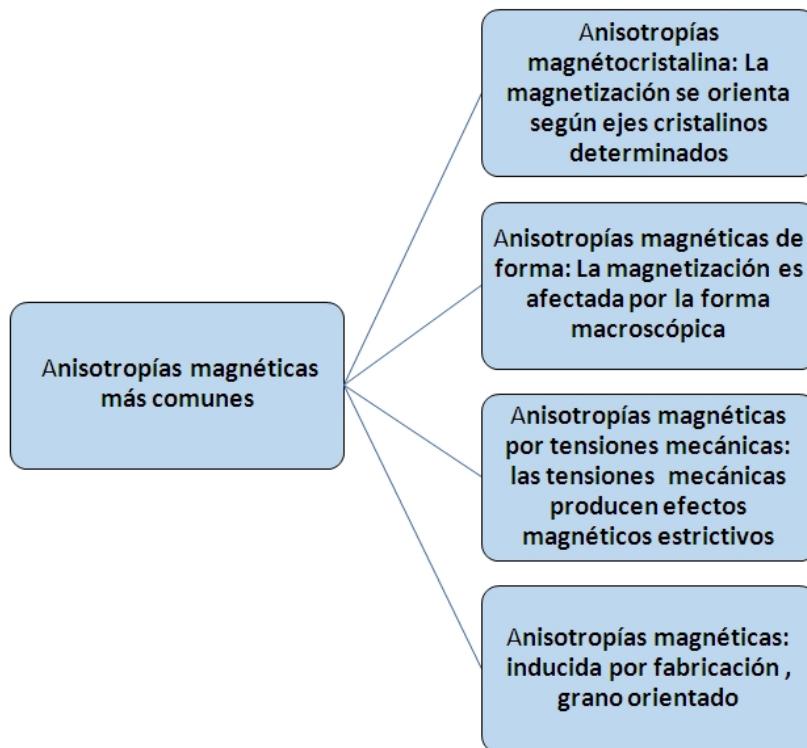
del ciclo de histéresis que son efectivamente afectados por las propiedades metalúrgicas del material y otro parámetros que no lo son: Son insensibles al cambio de la estructura la inducción de saturación y la temperatura de Curie, puesto que dependen básicamente de la composición química del material.

Son sensibles a la estructura la fuerza coercitiva, la inducción remanente, permeabilidad y también el área del ciclo o sea la energía, prácticamente todos los parámetros que afectan el comportamiento duro o blando de un material.



## 4.8. Anisotropías magnéticas

Se llama anisotropía magnética a la inhomogeneidad de alguna propiedad magnética, por ejemplo que la susceptibilidad magnética al ser medidas en diferentes direcciones del espacio sea distinta.



### 4.8.1. Anisotropías magnétocristalinas

- Del estudio de la magnetización de materiales monocrystalinos ferrosos se concluye que existen direcciones en las cuales es fácil magnetizar al monocrystal y otras es más costoso (energéticamente hablando) hacerlo. Así, por ejemplo, en el hierro la dirección [100] es de fácil magnetización, mientras que la [111] es de difícil magnetización.
- La naturaleza de esta anisotropía puede ser entendida de la siguiente manera: la interacción de canje es culombiana y por tanto, isótropa, sin embargo, los momentos magnéticos no lo son necesariamente. La causa principal de anisotropía en el momento magnético es la relación entre el momento magnético de espín y el momento magnético orbital.
- En el esquema de la figura se observa la variación de la magnetización con el ángulo.

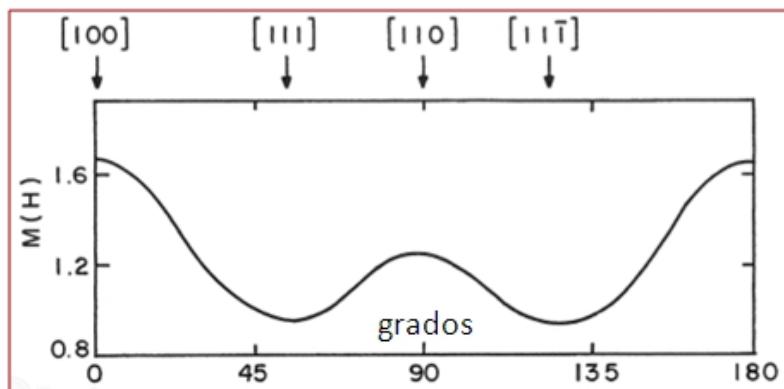


FIGURA 4.37. Anisotropía magnetocristalina

- La dependencia de las propiedades magnéticas con la direcciones cristalográficas se llama anisotropía magnétocristalina.

En el esquema anterior, las seis direcciones equivalentes, se representan por la notación [100]. La dirección cristalográfica en la que se alcanza la saturación con el menor  $H$  son las direcciones de fácil magnetización. Las direcciones de fácil magnetización son los ejes de magnetización espontánea de los dominios en ausencia de  $H$ .

Tomemos un simple ejemplo:

Supongamos un dipolo magnético en un metal y que sobre él actúa un campo  $\vec{B}$ , sabemos que el campo interactúa con el dipolo ( $\vec{m}$ ) y producirá una variación de la energía:

$$\Delta E = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (4.16)$$

Luego la variación de la energía será:

$$\Delta E = -\mu_0 \vec{m} \cdot (\vec{B} + \vec{M}) = -\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{B} - \mu_0 \vec{m} \cdot \vec{M} \quad (4.17)$$

Vemos que la variación de energía depende del campo externo  $H$  y de  $M$  o sea del material. Esta última expresión puede ser desarrollada como:

$$-\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{M} = -\mu_0 m M \cos(\theta) = -\mu_0 m M \left(1 - 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (4.18)$$

Vemos que hay un término que depende del ángulo que forma  $m$  con  $M$ , esto nos indica que hay direcciones preferenciales de la estructura donde la energía será mínima  $\theta = 0$ . Este desarrollo elemental se verá ampliado más adelante.

En los materiales ferromagnéticos policristalinos, los dominios con desiguales orientaciones llegan a saturación a diferentes intensidades de campo. En el  $Co$ , ver figura ?? todas las direcciones del plano basal normal al eje de fácil magnetización son direcciones de difícil magnetización.

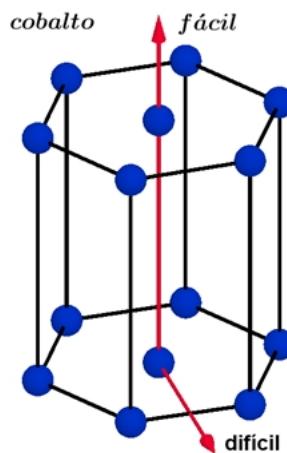
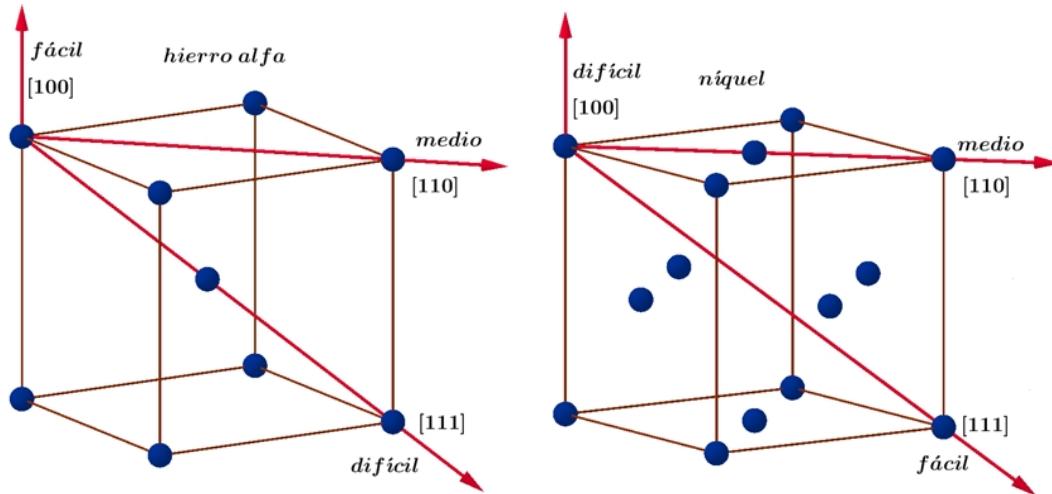


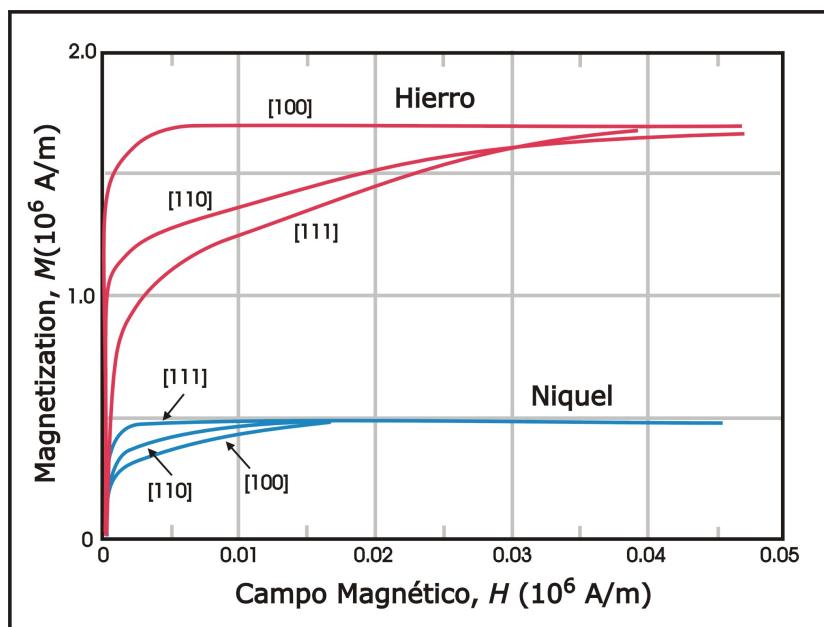
FIGURA 4.38. Cobalto

Hay direcciones cristalinas donde es fácil llegar a saturación, estas son las dirección de fácil magnetización, saturando a bajos campos, mientras que los dominios orientados en las direcciones difíciles alcanzarán la saturación a campos mucho más altos. En los esquemas se observa las direcciones de fácil y difícil magnetización para los tres materiales ferromagnéticos más comunes.

FIGURA 4.39. Direcciones preferenciales Hierro  $\alpha$  y Níquel

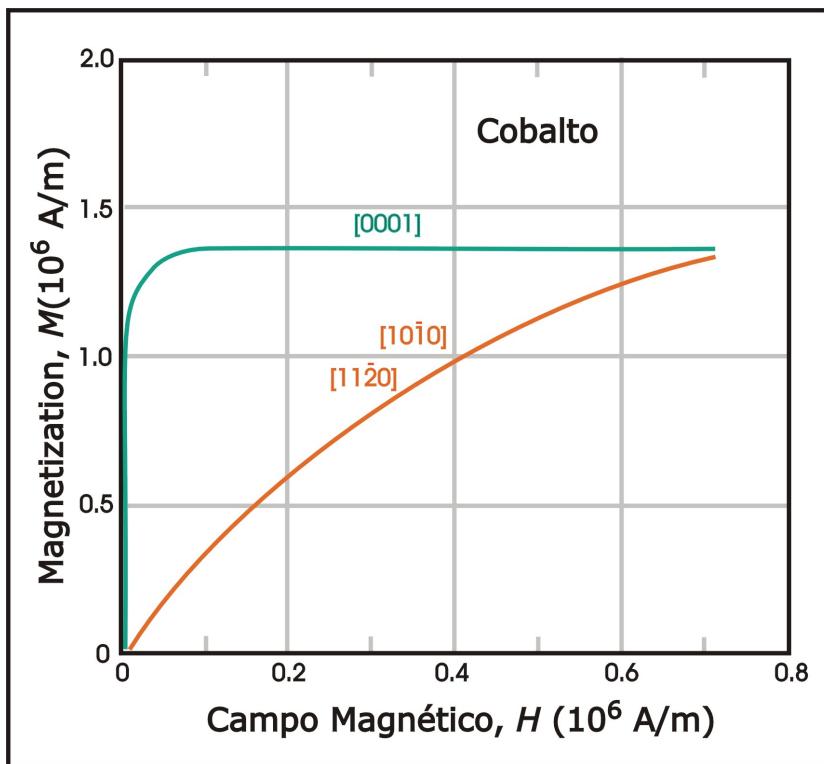
#### 4.8.2. Curvas de magnetización en función del campo

En los graficos se observa la magnetización en función del campo magnético  $H$ , para tres elementos de transición  $Fe$ ,  $Ni$  y  $Co$ .

FIGURA 4.40.  $Fe$  y  $Ni$  Magnetización para direcciones preferenciales

Destacándose, en los de estructura cubica las tres direcciones de magnetización fácil [100] para el hierro y [111] para el níquel.

y en el cobalto que cristaliza como hexagonal, las dos direcciones de fácil (verde) y difícil (marrón) magnetización.

FIGURA 4.41. *Co* Magnetización para direcciones preferenciales

#### 4.8.3. Energía de anisotropía

Está claro que para magnetizar un material en una dirección se requiere una determinada energía. El trabajo realizado para rotar los dominios se denomina energía de anisotropía magnétocristalina. **Akulov** en 1936 postuló una expresión para la energía de anisotropía, por unidad de volumen, para **cristales cúbicos**, cuando la magnetización de saturación  $M - s$  forma ángulos  $\alpha, \beta, \gamma$  con los ejes cristalinos, de la forma:

$$E = K_0 + K_1(\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta) + \cos^2(\beta)\cos^2(\gamma) + \cos^2(\gamma)\cos^2(\alpha)) + k_2\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta)\cos^2(\gamma) \quad (4.19)$$

generalmente se desprecian los términos mayores a cuarto grado.

donde  $K_0, K_1$  y  $K_2$ , son constantes que dependen del material y de la temperatura y están expresadas en  $\left[\frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}\right]$ .

Para el  $Fe$ :  $K_1 = 44,8 \cdot 10^5$  y  $K_2 = 0,5 \cdot 10^5$ , mientras que para el  $Ni$ :  $K_1 = -0,5 \cdot 10^5$  y  $K_2 = -0,2 \cdot 10^5$ .

$K_0$  es independiente del ángulo y como interesa la variación de la energía generalmente se lo desprecia.

La expresión de la energía cambia para el caso de cristales hexagonales, para el  $Co$  y es:

$$E = K_0 + K_1(\sin^2(\theta) + K_2\sin^4(\theta) + \dots) \quad (4.20)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo que  $M_s$  forma con el eje de fácil magnetización. Donde  $K_1 = 4,8,10^6$  y  $K_2 = 1,5,10^6$

En el esquema de la figura 4.42 vemos para un sistema cúbico la densidad de energía de anisotropía. En la figura de la Izquierda los ejes de coordenadas son ejes de fácil magnetización, si  $K_1$  y  $K_2$  son positivos (caso del *Fe*) se nota que la menor energía (azul) seis direcciones se obtiene cuando  $M_s$  es paralelo a la dirección fácil [100] y mayor en la dirección difícil [111]. Por el contrario, cuando  $K_1$  y  $K_2 < 0$  (caso del *Ni*) surge una situación más compleja. Hay ocho mínimos (azul) a lo largo de las direcciones de los vértices del cubo (dirección [111]) y las direcciones de los ejes de coordenadas se convierten ahora en ejes de difícil magnetización.

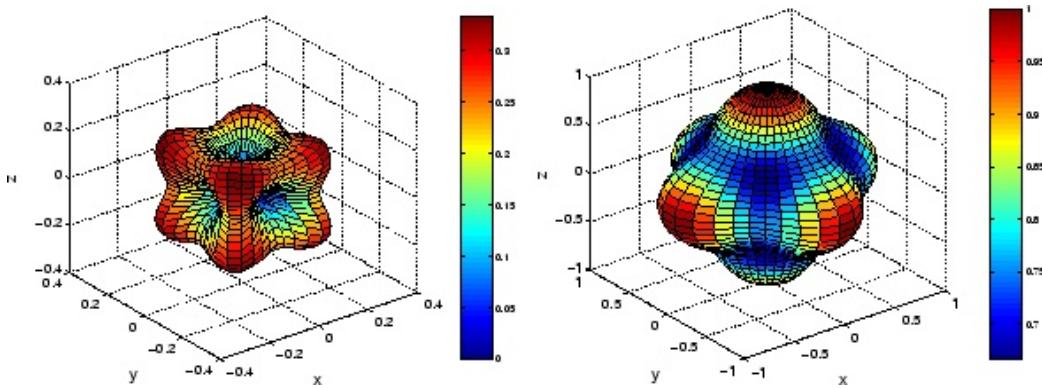


FIGURA 4.42. Densidad de energía *Fe*

Veamos en la figura 4.43 el caso del *Co*, en la literatura científica se lo denomina anisotropía uniaxial.

En el *Co* comportamiento anisotrópico depende del signo de la constante  $K_1$  cuando  $K_1 > 0$ , la energía de anisotropía admite dos mínimos en  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi$ , es decir cuando la magnetización se encuentra en la dirección  $z$  positiva o negativa sin orientación preferencial (esquema de la izquierda). Este caso a menudo se conoce como anisotropía de fácil magnetización. Por el contrario, cuando  $K_1 < 0$  la energía se minimiza para  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , lo que significa un plano de fácil magnetización (esquema de la derecha).

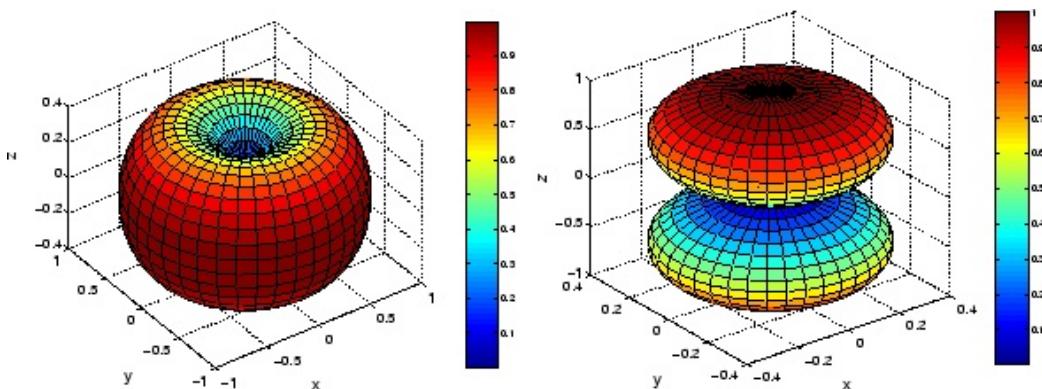


FIGURA 4.43. Densidad de energía *Co*

## 4.9. Algo más sobre dominios magnéticos

- Con los conocimientos adquiridos, hasta aquí, podemos avanzar un poco más sobre los dominios magnéticos. La energía necesaria para formar un dominio de cierre es la energía de anisotropía cristalina que trata de alinearlos según las direcciones de fácil magnetización. Se requiere mayor energía si la dirección es un eje arbitrario.
- Como se vio el cobalto tiene un solo eje de fácil magnetización mientras que en el hierro, que es cubico, las aristas son los ejes de fácil magnetización, en el níquel que también tiene una estructura cubica, los ejes de fácil son las diagonales del cubo, luego en el Co si los dominios mayores están magnetizados en la dirección de fácil magnetización los de cierre deberán estar obligatoriamente en la dirección de difícil magnetización. En el caso del hierro es posible que ambos dominios de cierre y mayores estén magnetizados en direcciones, diferentes, de fácil magnetización.

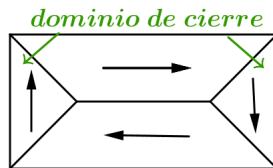
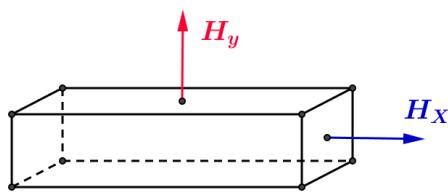


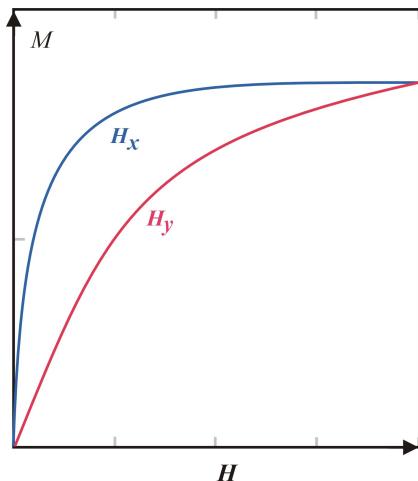
FIGURA 4.44. Cierres magnéticos

### 4.9.1. Campo desmagnetizante

- Supongamos que tenemos una barra de un material ferromagnético, y que esta tiene una longitud mayor que las otras dos dimensiones, ver figura ??

- Supongamos también que aplicamos un campo  $H_y$  y otro perpendicular  $H_x$ , luego calculamos la magnetización en función del campo aplicado, ver figura. Se observa que no son iguales, luego la forma de la curva de no solo depende de las propiedades magnéticas del mismo si no también de la forma de la muestra, algo similar sucede con la susceptibilidad.





- Cuando el campo se aplica en la dirección de  $x$ , los polos inducidos están más separados y el campo desmagnetizante es menor. Cuando el mismo campo externo se aplica a lo largo de  $y$ , los polos estarán más cercanos y el campo desmagnetizante será mayor.

#### 4.9.2. Anisotropías magnéticas de forma

La magnetización se ve afectada por la forma macroscópica del sólido. Muestras policristalinas, sin una orientación preferida de los granos, no tienen ninguna anisotropía magneto-cristalina, su comportamiento es magnéticamente isotrópico solamente para una forma esférica. Si se magnetiza una muestra se formaran polos en los extremos que provocan un campo, como ya fue visto, desmagnetizante dentro del material. El campo desmagnetizante es proporcional a la magnetización que lo origina:

$$\vec{H}_d = -N\vec{M} \quad (4.21)$$

Siendo  $N$  el tensor desmagnetizante.

El cálculo es bastante complicado en su forma general, por lo que se lo hace para geometrías regulares:

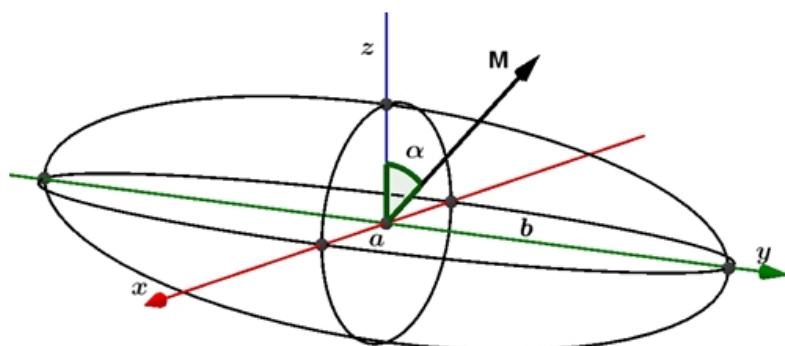


FIGURA 4.45. Anisotropias de forma

$$E = K_0 + K_1 \sin^2(\alpha) \quad (4.22)$$

Donde  $K_0 = M^2 \frac{N_b}{2}$  y  $K_1 = (N_a - N_b) - \frac{M^2}{2}$ ,  $E$  es la energía de anisotropía,  $N_a$  y  $N_b$  son las constantes de desmagnetización para los ejes  $a$  y  $b$

## 4.10. Anisotropía magnéticas por tensión, Magnetostricción

- Es la propiedad que tienen los materiales ferromagnéticos de cambiar de tamaño en presencia de un campo magnético. Por ejemplo el *Ni* al colocarlo en campo magnético se contrae en la dirección del campo y se dilata en la dirección Transversal.
- **Joule** observó la magnetostricción por primera vez en 1842, por eso es llamada magnetostricción de joule.
- Un material magnetostrictivo modifica sus dimensiones si el campo cambia. También es un fenómeno reversible, si aplicamos una tensión mecánica cambia su estado magnético, llamado efecto **Villari** o efecto magnetostrictivo inverso.
- Dos procesos pueden explicar la magnetostricción: la migración de las paredes del dominio dentro del material en respuesta a campos magnéticos externos y la rotación de los dominios. Estos dos mecanismos permiten que el material cambie la orientación del dominio, lo que a su vez provoca un cambio dimensional. Permaneciendo el volumen constante, luego la otra dimensión del cuerpo debe tener una contracción.

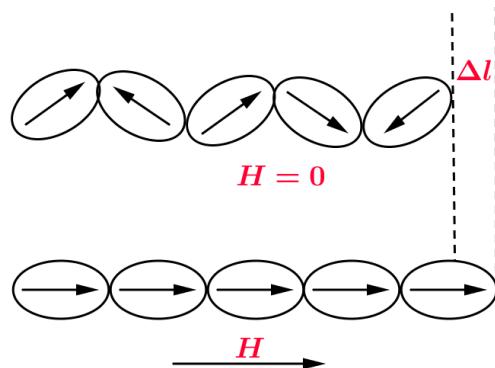


FIGURA 4.46. Magnetostriccion

- Se llama constante de magnetostricción a  $\lambda$  cuyo valor es:  $\lambda = \frac{\Delta l}{l}$  El cambio relativo  $\lambda$  puede ser  $\lambda > 0$  o  $\lambda < 0$  donde  $\Delta l$  es la variación de la longitud y  $l$  la longitud inicial. Ver en la figura ?? la reorientación de los dominios. Hay dos tipos de magnetostricción: espontaneo y forzado. El primero ocurre cuando enfriamos el material por debajo de  $T_c$  y la segunda cuando tratamos de reorientar los dominios que se generados espontáneamente.

### 4.10.1. Magnetostricción en saturación

El valor de  $\lambda$  medido en saturación lo llamamos  $\lambda_s$  (magnetostricción en saturación), en el gráfico se muestra la variación de  $\lambda$  en función del campo  $H$  para un material con  $\lambda > 0$ , observamos que cuando el campo es pequeño  $\lambda$  aumenta poco, posteriormente se incrementa  $\lambda$  llegando a saturación  $\lambda_s$ . Los valores de  $\lambda$  mayores a  $\lambda_s$  se llama magnetostricción forzada  $\lambda_f$  y son muy bajos.

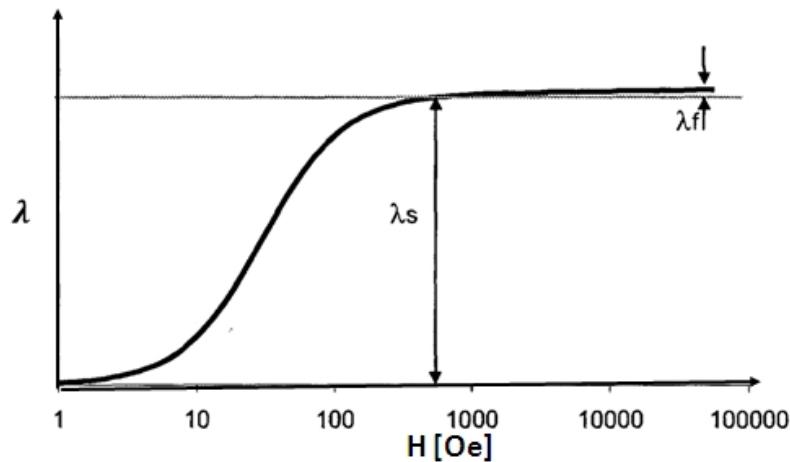


FIGURA 4.47. Saturación en magnetoestricción

Como el volumen del material permanece constante durante el aumento de  $H$  se puede pensar que la magnetostricción longitudinal es:

$$\lambda_t = \frac{-\lambda}{2} \quad (4.23)$$

Si observamos la figura ?? vemos que una parte importante de la gráfica puede aproximarse a una recta, esto significa que una variación de  $H$  generara una  $\lambda$  proporcional, estamos frente al principio de un traductor magnetostrictivo reversible. El estado de saturación se encuentra perfectamente definido, consiste de un solo dominio con un  $M_s$  en la dirección del campo aplicado, por el contrario, el estado desmagnetizado inicial no está bien definido.

#### 4.10.2. Magnetostricción en monocristales cúbicos

El mecanismo de magnetostricción es la deformación entre el estado desmagnetizado y el de saturación. Se observa que el estado de saturación es único (bien definido) y se accede cuando todos los dominios están en la misma dirección. En contraposición el estado inicial desmagnetizado no es único hay varias maneras de obtener un estado de desmagnetización. El caso de monocristales cúbicos: la ecuación que veremos se basa en una definición arbitraria del estado inicial desmagnetizado “todos los posibles tipos de dominios tienen igual volumen” y otras arbitrariedades. Estas diferencias generan arbitrariedades en distintos trabajos, los mismos no parten de iguales condiciones Iniciales.

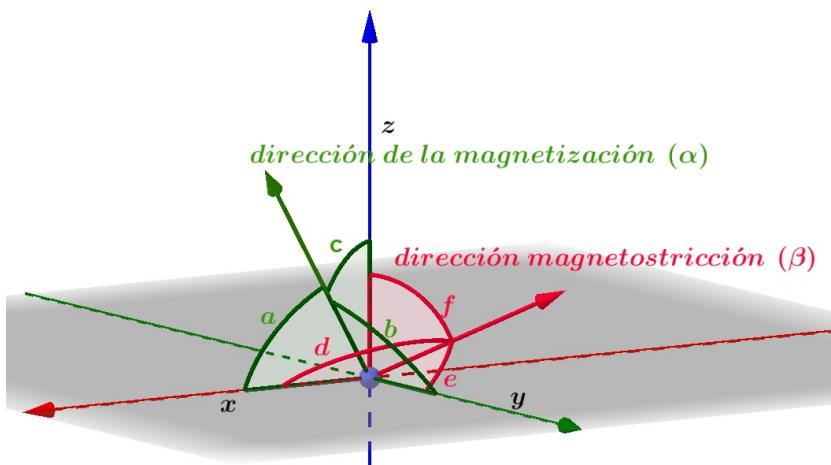


FIGURA 4.48. monocristalesCubicos

En la ecuación ?? tenemos la expresión de la constante de magnetostricción  $\lambda_s$  para un mono cristal cúbico, téngase en cuenta que es aproximada, no obstante las aproximaciones no son significativas. Si tenemos un mono cristal saturado en una dada dirección, donde  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , son los cosenos directores de esa dirección, respecto a los ejes de la estructura cúbica. Se puede conocer la deformación en otra dirección, dada por los cosenos directores  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , mientras que  $\lambda_{100}$  y  $\lambda_{111}$ , representan el cambio de longitud en saturación en las direcciones [100] y [111], respectivamente.

$$\lambda_s = \frac{\Delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3}) + 3\lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_1 \alpha_3 \beta_1 \beta_3 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3) \quad (4.24)$$

#### 4.10.3. Magnetostricción y estado inicial

- Veamos un ejemplo donde queda clara la dependencia de la magnetostricción, con el estado inicial desmagnetizado. Esto de alguna manera justifica las diferencias encontradas por distintos investigadores al realizar un mismo ensayo, ya que no podemos establecer fehacientemente las condiciones iniciales. Existen una infinidad de estados desmagnetizados.
- Los dominios vecinos con magnetización opuesta no poseen energía elástica, puesto que en ellos  $\lambda$  es igual. Por tanto el movimiento de las paredes de  $180^\circ$  no implica cambios en las dimensiones. Por el contrario el movimiento de las paredes de  $90^\circ$  si implica cambios en las dimensiones

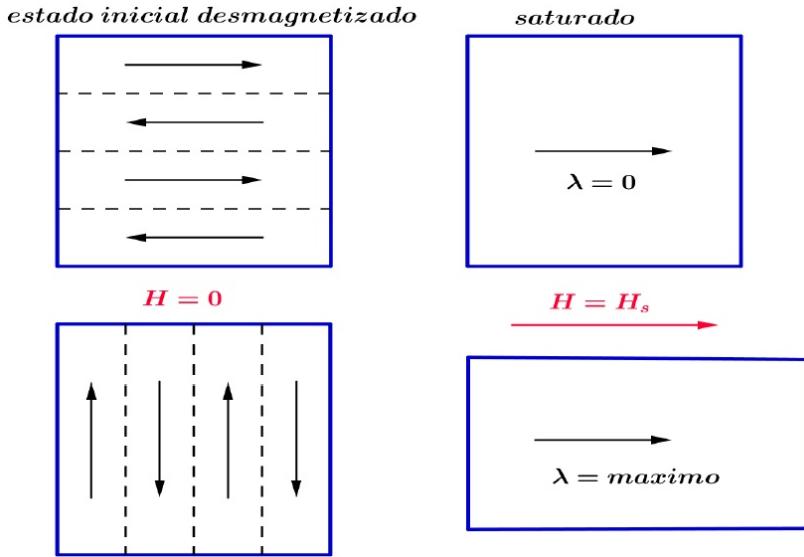


FIGURA 4.49. Magnetostricción y estado inicial

#### 4.10.4. Magnetostricción en monocrstales cúbicos

Veamos el caso en que se desea hallar la deformación cuando esta coincide con la dirección de la magnetización, luego los ángulos son iguales, por tanto  $\alpha_1 = \beta_1$ ,  $\alpha_2 = \beta_2$ ,  $\alpha_3 = \beta_3$ .

$$\begin{aligned} \lambda_s = \frac{\Delta l}{l} &= \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3}) + \\ &3\lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_3 \alpha_2 \beta_3 \beta_2 + \alpha_1 \alpha_3 \beta_1 \beta_3) = \\ &\frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 - \frac{1}{3}) + 3\lambda_{111} (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) \quad (4.25) \end{aligned}$$

Como:  $(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^2 = 1 = (\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4) + 2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2)$ , reemplazando y operando llegamos a que:

$$\lambda = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) \quad (4.26)$$

**Otro caso:** si bien la ecuación que nos da  $\lambda_s$  es empírica y depende del estado inicial, generalmente incierto, es de utilidad como una primera aproximación. La podemos utilizar para calcular el cambio de dimensión de un mono dominio debido a la rotación de su vector  $M_s$  fuera de la dirección de fácil magnetización. Si calculamos el valor de  $\lambda_s$  para dos orientaciones diferentes de  $M_s$ , en saturación, entonces la diferencia de dichos valores es la deformación. Supongamos que  $M_s$  rota alrededor del eje [001] un ángulo  $\delta$  estado en el plano [010]. Entonces, los cosenos directores de  $M_s$  serán por tanto  $\alpha_1 = \cos(90^\circ \delta) = \sin(\delta)$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_3 = \cos(\delta)$ , y como queremos conocer la deformación en la dirección [001] los cosenos directores quedan,  $\beta_1 = 0$ ,  $\beta_2 = 0$ , y  $\beta_3 = 1$  reemplazando queda:

$$\lambda(\delta) = \frac{\Delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\cos^2(\delta) - \frac{1}{3}), \text{ que es la deformación a lo largo [001]} \quad (4.27)$$

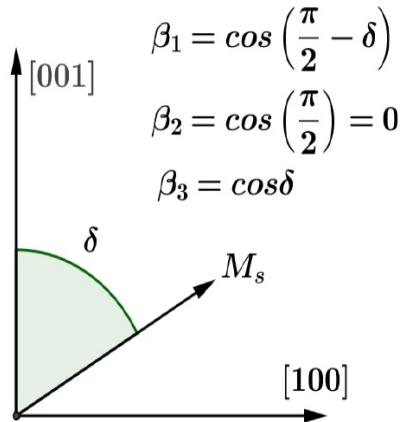


FIGURA 4.50. Magnetoestriccion cristales cúbicos

La expresión se reduce cuando  $\delta = 0$  a  $\lambda(\delta = 0) = \lambda_{100}$ . Si tomamos el estado de saturación a lo largo de [001] como estado inicial, luego

$$\begin{aligned}\lambda_s = \frac{\Delta l}{l} &= \lambda(\delta) - \lambda(0) = \frac{3}{2}\lambda_{100}\left(\cos^2(\delta) - \frac{1}{3}\right) - \lambda_{100} = \\ &\frac{3}{2}\lambda_{100}\cos^2(\delta) - \frac{1}{2}\lambda_{100} - \lambda_{100} = \frac{3}{2}\lambda_{100}\left(\cos^2(\delta) - 1\right) = \\ &- \frac{3}{2}\lambda_{100}\sin^2(\delta)\end{aligned}\quad (4.28)$$

Cuando  $M_s$  rota un ángulo de  $90^\circ$  alejándose de la dirección de fácil magnetización el dominio se contrae  $\frac{3}{2}\lambda_{100}$ . El resultado muestra que las constantes de magnetostricción se pueden determinar experimentalmente sin importar el estado magnético inicial, que como se comentó existen infinidad de estados. La idea es efectuar medidas de deformación con galgas extensiométricas, cuando  $M_s$  rota de una orientación a otra en condiciones de saturación.

Otro caso: Si el campo magnetizante está en la dirección de  $x$  y medimos  $\lambda$  en la dirección  $z$ ,  $\alpha_1 = \beta_3$  y  $\alpha_2 = \beta_2 = \alpha_3 = \beta_1 = 0$ , luego:

$$\frac{3}{2}\lambda_{100}\left(-\frac{1}{3}\right) = -mfrac{\lambda_{100}}{2}\quad (4.29)$$

Como se indica en la figura 4.51 el signo – menos indica contracción.

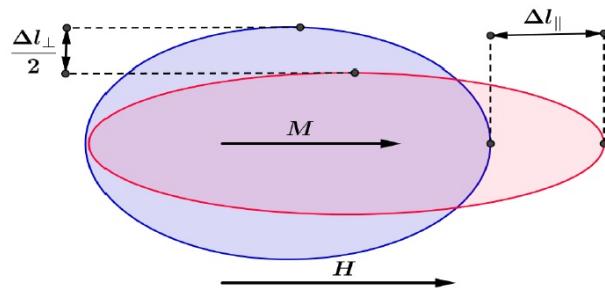


FIGURA 4.51. Magnetoestriccion cruzada

#### 4.10.5. Magnetostricción de un material isótropo

Supongamos que tenemos una partícula de estructura cúbica e isótropa lo cual significa que:

$$\lambda_{100} = \lambda_{111} = \lambda_s \quad (4.30)$$

tendremos que la ecuación 4.25 se convertirá en:

$$\lambda_s = \frac{\Delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda_s [(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3)^2 - \frac{1}{3}] \quad (4.31)$$

La expresión de la ecuación 4.31 es la del trinomio al cuadrado. Luego tenemos los productos de los cosenos directores de dos vectores con el mismo punto de aplicación, esto es igual al coseno del ángulo que forman los vectores  $\text{Cos}(\theta) = (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3)$ . Dicho de otro modo  $\theta$  es el ángulo que forma la dirección en la que se quiere medir la magnetostricción ( $\lambda_\theta$ ) y la dirección de magnetización.

$$\lambda_\theta = \frac{3}{2} \lambda_s ((\text{Cos}^2(\theta) - 1) \quad (4.32)$$

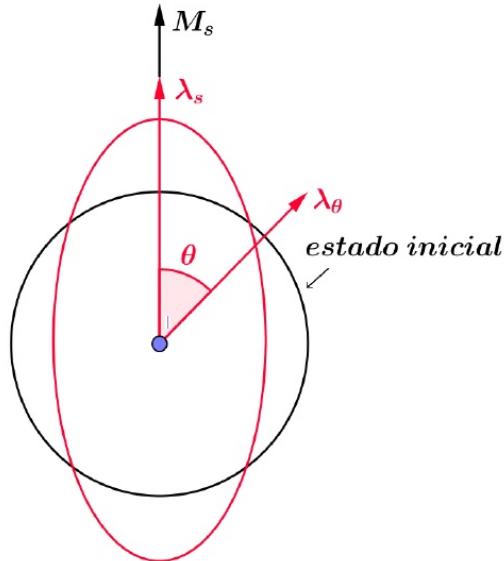


FIGURA 4.52. Cristales cúbicos, dirección  $\theta$

#### 4.10.6. Magnetostricción en cristales uniaxiales, (hexagonal)

En este caso la expresión para un cristal hexagonal (cobalto) es:

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda_A [(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)^2 - (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)\alpha_3\beta_3] + \\ \lambda_B [(1 - \alpha_3^2)(1 - \beta_3^2) - (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)^2] + \\ \lambda_C [(1 - \alpha_3^2)\beta_3^2 - (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)\alpha_3\beta_3] + \\ 4\lambda_D (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)\alpha_3\beta_3 \quad (4.33) \end{aligned}$$

Los coeficientes en la ecuación 4.33 son:  $\alpha_i$ : cosenos directores de la dirección de saturación respecto a los ejes de coordenadas.  $\beta_i$ : cosenos directores de la dirección en la que se mide la magnetostricción respecto a los ejes de coordenadas.  $a_1, a_2, a_3, c$ : son los ejes que habitualmente se utilizan en el sistema hexagonal. Esta expresión es una primera aproximación e involucra a cuatro constantes y solamente es válida para cristales donde el eje de fácil magnetización es  $c$

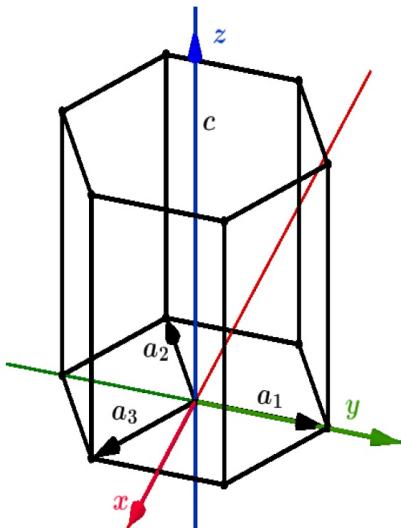


FIGURA 4.53. Sistema de coordenadas, cristal hexagonal

El eje de fácil coincide con la coordenada  $z$  y con  $c$ . Para el cobalto las constantes valen:

$$\begin{aligned}\lambda_A &= -45,10^{-6} & \lambda_B &= -95,10^{-6} \\ \lambda_A &= +110,10^{-6} & \lambda_B &= -100,10^{-6}\end{aligned}\quad (4.34)$$

Generalmente las constantes de magnetostricción decrecen en valor absoluto cuando la temperatura se incrementa y son 0 a la temperatura de Curie.

- Veamos el caso en que la magnetostricción es medida en la misma dirección que la magnetización, o sea

$$\alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2, \alpha_3 = \beta_3 \quad (4.35)$$

En este caso, como  $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$  tomando la ecuación 4.33 trabajando sobre cada sumando tenemos que:

Queda entonces:

$$\lambda = \lambda_A [(1 - \alpha_3^2)^2 - (1 - \alpha_3^2)\alpha_3] + 4\lambda_D(1 - \alpha_3^2)\alpha_3 \quad (4.36)$$

Observamos que la expresión para la magnetostricción depende solo de  $\alpha_3$  independientemente de la dirección que elijamos en el plano basal, consecuencia de la simetría hexagonal.

#### 4.10.7. Anisotropías magnéticas por tensión: Magnetostricción

El esquema que se visualiza más abajo nos muestra, el resultado experimental, de la variación de  $\lambda$  con la magnetización para un monocrystal de *Fe*, cortado en forma de rodaja cilíndrica.

- Caso [100] campo en dirección [100]. En monocrstales, generalmente los dominios están imanados en la dirección de fácil magnetización, hasta saturación. Debido a la magnetostricción, y como  $\lambda > 0$ , estos dominios están alargados según esta dirección. Si el campo  $H$  coincide con [100], entonces deben estar comprimidos en las direcciones transversales [010] y [001]. Como muestra la figura ?? la magnetostricción en esa dirección es siempre una expansión (marrón). Por esta razón podemos suponer que los dominios magnéticos en un material desmagnetizado están espontáneamente magnetizados en las direcciones [100]. Muestra también que con campos pequeños se logra movimientos de dominios.

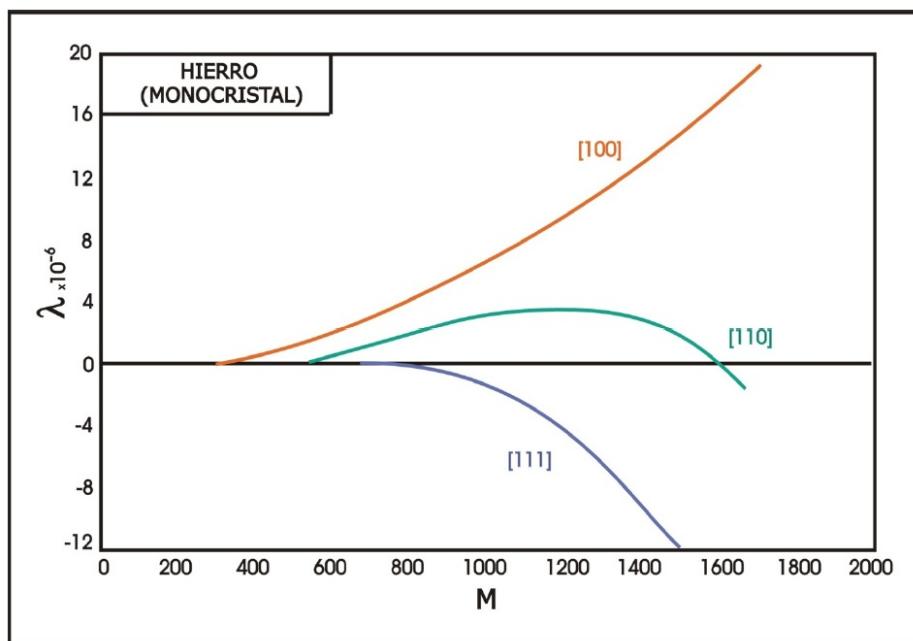


FIGURA 4.54. Magnetostricción *Fe* monocrystal

- Caso [110] campo en dirección [110]. En este caso el cristal primero se expande y luego se contrae.
- Caso [111] campo en dirección [111]. Primero crecen los dominios [100], [010] y [001] a expensas de los [100], [010] y [001] respectivamente, aquí el movimiento de las paredes es de  $180^\circ$ , por tanto no altera las dimensiones. En este estado  $M_s$  en cada dominio forma un ángulo de  $54,74^\circ$  con el campo. El aumento ulterior del campo produce rotaciones de los vectores magnetización hacia la dirección del campo lo cual da como resultado una contracción del cristal en la dirección [111] (azul). Tratemos de justificar el comportamiento de estos tres casos, primero con un esquema para visualizarlo y luego formalmente, comencemos por:
- Caso [111]: En los esquemas observamos como se modifica los dominios al crecer el campo externo, no se representa cambio de longitud con el aumento del campo externo. El grupo de vectores en el origen simbolizan los vectores de fácil magnetización en el inicio, en cada dominio.

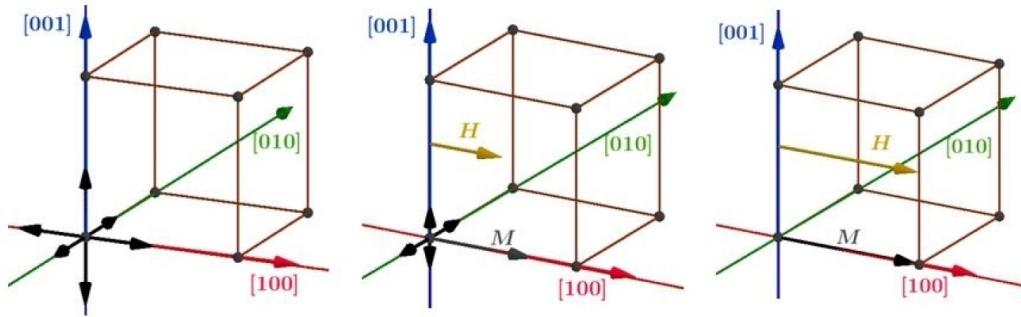


FIGURA 4.55. Anisotropias por tension [111]

- Caso [110]: El esquema que utilizamos aquí es distinto al anterior, representa un trozo del monocrystal con forma de disco, en el suponemos cuatro dominios iniciales. En el plano  $[001]=0$ , suponiendo también que cada dominio se encuentra espontáneamente magnetizados en las direcciones  $[100]$ . El campo magnético externo está en la dirección  $[110]$ .

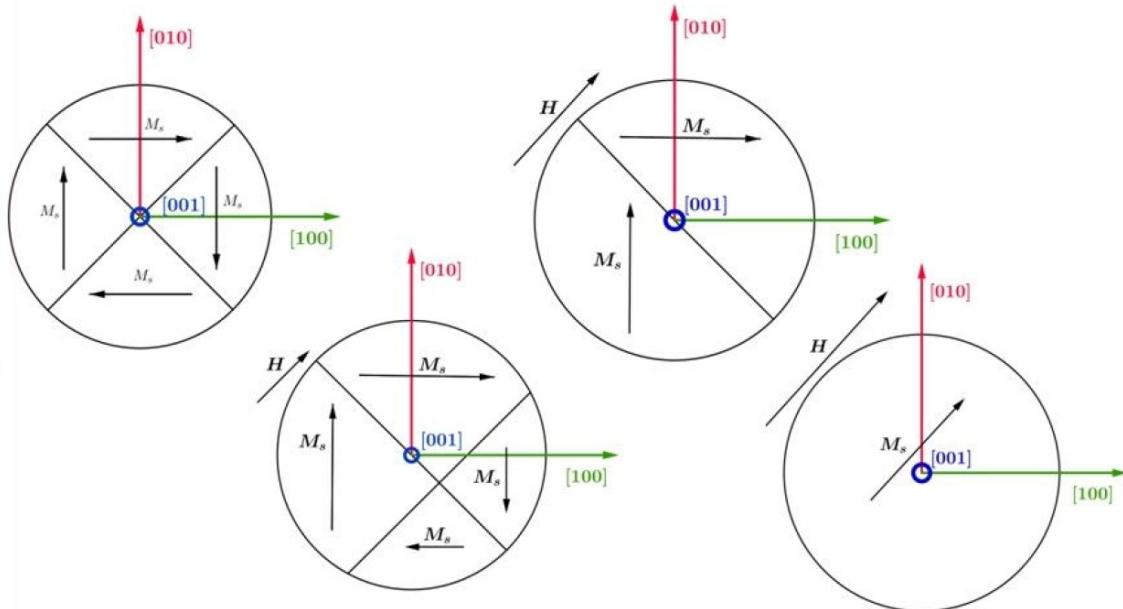


FIGURA 4.56. Anisotropias por tension [110]

- Caso [111]: En este caso la representación es un cubo donde la diagonal es la dirección de  $H$ ,  $[111]$ , que forma un ángulo de  $57,74^\circ$  con las aristas del cubo, se observa también la dirección de  $M_s$  en ese dominio. Los diferentes colores de los planos identifican a los que pasan por la base y el perpendicular a este que pasa por la diagonal y contiene a  $M_s$  y a  $H$ .

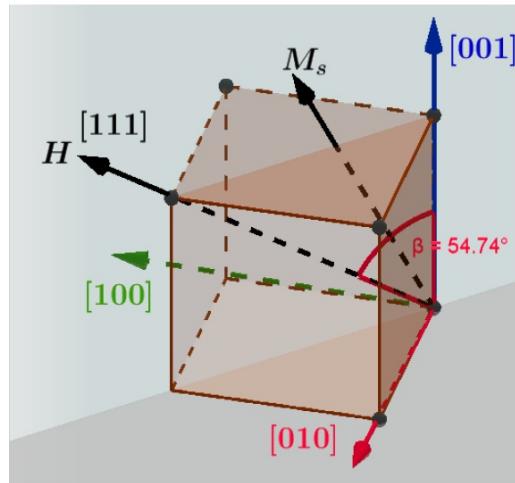


FIGURA 4.57. Anisotropias por tension [111]

Calculemos el  $\lambda$  en cada uno de los casos anteriores, para ello utilizamos la expresión:

$$\lambda_s = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) \quad (4.37)$$

- Caso [100]: Aquí salvo  $\alpha_1$  el resto vale cero luego queda  $\lambda_s = \lambda_{100} = +21,10^{-6}$
  - Caso [110]: En este caso los vectores se encuentran en el plano y solo es cero  $\alpha_3$  quedando:

$$\begin{aligned}\lambda_s &= \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})(\alpha_1^2 \alpha_2^2) = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})\alpha_1^4 = \\ &\quad \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \lambda_{100} + \frac{3}{4}(\lambda_{111} - \lambda_{100}) \quad (4.38)\end{aligned}$$

Pero  $\lambda_{111} = -\lambda_{100}$  por lo tanto

$$-\frac{1}{4}\lambda_{111} + \frac{3}{4}\lambda_{111} = -\frac{\lambda_{111}}{2} = -10, 5, 10^{-6} \quad (4.39)$$

que da negativo y menor como se puede ver en la figura 4.56

- Caso [111]: En este caso, como se puede ver nuevamente en la figura 4.56, el ángulo vale  $57,74^\circ$ , luego la expresión queda:

$$\lambda_s = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})(3\alpha_1^4) \quad (4.40)$$

Pero  $\alpha = \sin(57,74^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  por tanto:

$$\lambda_s = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \quad (4.41)$$

Dando negativo como se observó experimentalmente

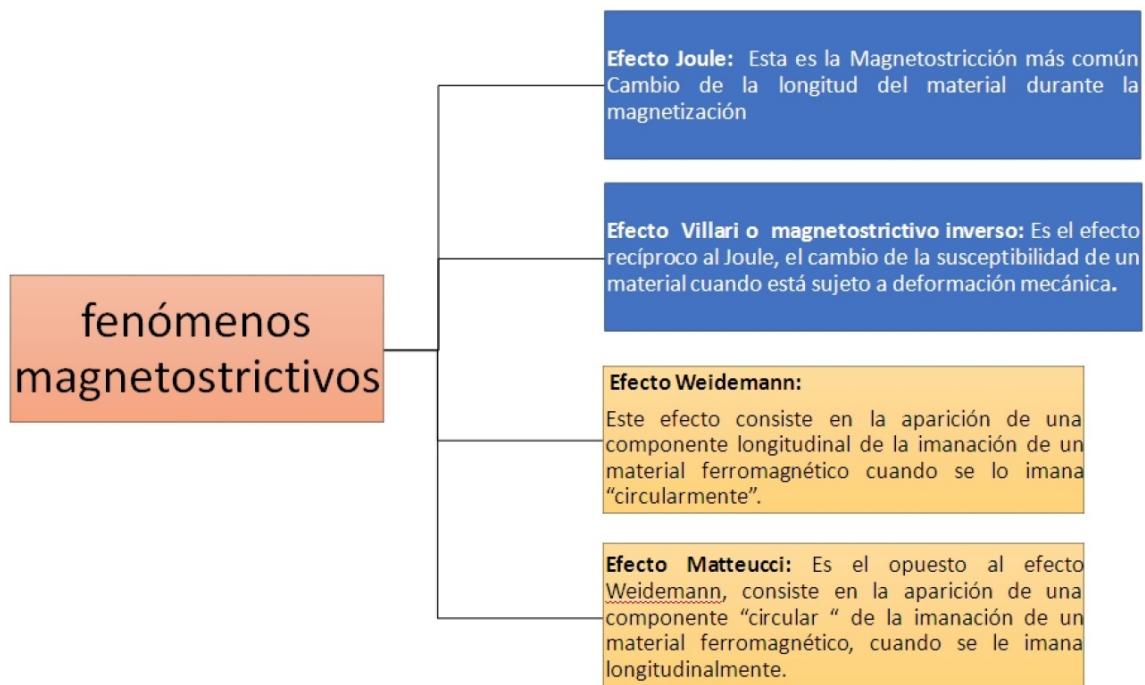


FIGURA 4.58. Síntesis de fenómenos magnetoestRICTIVOS

#### 4.10.8. Breve historia de la magnetoestricción

- 1847 el escocés **James Joule** descubre la magnetoestricción en el Fe. También describió el fenómeno inverso de la magnetostricción, una verdadera hazaña en aquella época, pues la deformación es de pocas partes por millón.
- 1865 **Villari** caracteriza el fenómeno inverso (cambio del estado de magnético cuando se le aplica un esfuerzo mecánico. (efecto Villari)).
- 1862 **Wiedemann** descubre el efecto que lleva su nombre, torsión de un material magnetoestritivo al aplicarle simultáneamente un campo axial y otro circunferencial.
- 1882 **Barret** observó que, al contrario del Fe, el Ni se contrae al aplicarle un campo magnético. También observó cambios de volumen.
- 1886 **Bidwell** encontró que a campos muy intensos el Fe también se contrae.
- 1925 Webster describe el comportamiento magnetoestritivo para cristales puros.
- 1935 Se construye el primer sonar operativo con barras de Ni.
- 1963 Se descubren deformaciones magnetoestritivas de 3000 partes por millón en el Terbio y de 6000 ppm en el Disprosio a bajas temperaturas  $77^{\circ}K$ , (el Co a temperatura ambiente es el que exhibe la mayor magnetoestricción 60ppm. Llamadas **Giant Magnetostrictive Materials (GMM)**).
- En los años 70 se desarrolla el **Terfenol-D** ( $Tb_0.3Dy_0.7Fe_1.9$ ) en EE UU. Aleación compuesta de Terbio, dispropósito e hierro. Este material es el de mayor magnetostricción a temperatura ambiente llegando hasta 1200ppm en su parte lineal. La Tecnología para su producción fue desarrollada recién en la década del 80.

- 1998 se crea el **GALFENOL** es el más reciente de los materiales magnetostriktivos descubiertos, aunque su Magnetostricción es solamente  $1/3$  ó  $1/4$  de la del Terfenol-D es mucho más robusto que éste y permite su utilización en ambientes mecánicamente muy agresivos.

### Comparación con los Piezoeléctricos

Compararemos el fenómeno piezoeléctrico con el piezomagnético. Veremos como una deformación del cristal PZT, modifica la distribución geométrica de las carga eléctricas del cristal, generando una polarización eléctrica. Este fenómeno presenta, también ciclos de histéresis y dominios ferroeléctricos. En el esquema inferior, se ejemplifica el fenómeno de magnetostricción ya comentado

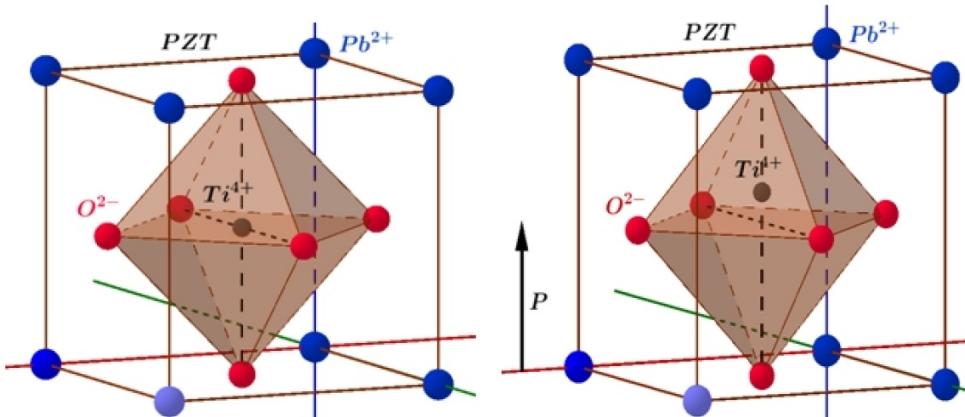


FIGURA 4.59. Efecto piezoeléctrico

Si se compara el fenómeno piezoeléctrico con el magnetostriktivo o piezomagnéticos, vemos que ambos tienen orígenes distintos pero comportamientos macroscópico similares, como puede observarse en la figura 4.59

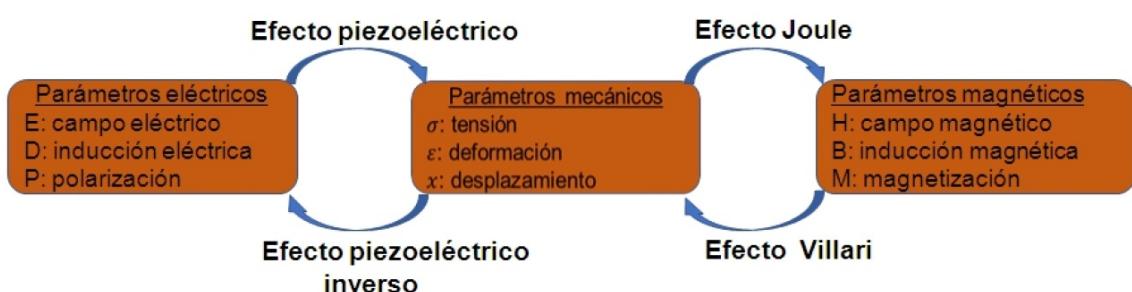


FIGURA 4.60. Efectos piezoeléctrico y piezomagnético

Se puede pensar como que el piezoeléctrico trabaja con dipolos eléctricos y el piezomagnético con dipolos magnéticos

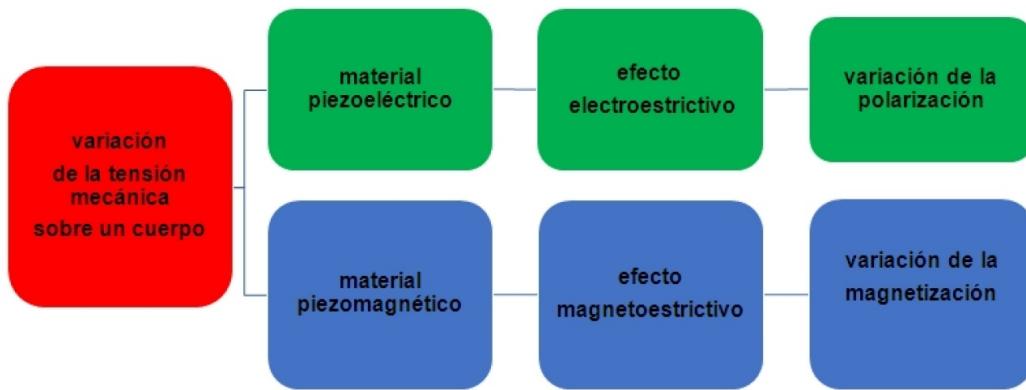


FIGURA 4.61. Efectos piezoelectrónico y piezomagnético

#### 4.10.9. Efecto Wiedemann

- Cuando una corriente eléctrica pasada a través de un conductor se genera un campo magnético axial, si el cable es ferromagnético y se acerca otro campo perpendicular al cable ferromagnético, se produce una torsión en la zona del campo magnético, llamado, efecto **Wiedemann** (1858).
- La torsión es causada por la interacción del campo magnético axial y el campo generalmente de un imán permanente. En los casos prácticos la corriente es un pulso de corta duración de  $1 \text{ o } 2\mu\text{s}$ .
- Recordemos que la densidad de corriente mínima circula por el centro del cable (dependiendo del diámetro del mismo) y la máxima en la superficie efecto pelicular. Como se puede ver en el esquema siguiente este fenómeno es utilizado como medidor de nivel y distancias.
- El sensor de desplazamiento magnetostrictivo tiene las ventajas de poseer alta precisión en la medición, gran rango de medición y alta confiabilidad. Es ampliamente utilizado en el control del desplazamiento y medición de nivel petroquímico.
- En el esquema se observa la corriente que pasa por el cable ferromagnético, los dominios y el cambio que genera la proximidad de otro campo, en este caso generado por un imán permanente. El movimiento de los dominios genera una onda elástica que se propaga por el tubo hasta el extremo del mismo. Si conocemos la velocidad de propagación de la onda elástica podemos determinar la posición exacta del imán permanente, hemos construido un medidor de nivel. La detección de la onda elástica (eléctrica) en el extremo de la barra puede realizarse con un piezoelectrónico como se puede observar en la figura 4.63 o bien con una bobina. la primera responde al fenómeno de Emisión Magneto Acústica y la segunda a ruido **Barkhausen** que discutiremos más adelante

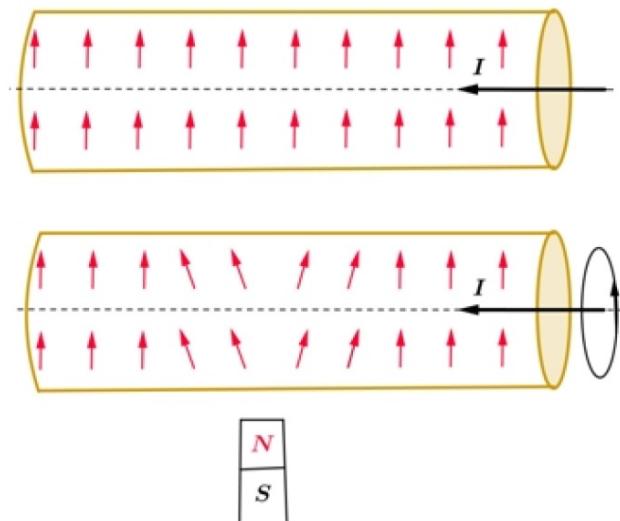


FIGURA 4.62. Efecto Wiedemann

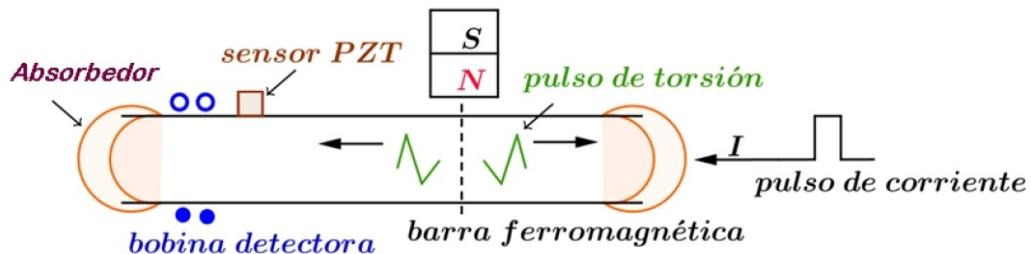


FIGURA 4.63. Efecto Wiedemann II

#### 4.10.10. Ecuación de Estado

En 1980 A. Clark propuso un par de ecuaciones que relaciona parámetros mecánicos y magnéticos y que bien podría ser una ecuación de estado. Las variables mecánicas son: tensión ( $\sigma$ ), deformación ( $\varepsilon$ ) y modulo de Young a campo constante ( $E^H$ ). Siendo las magnéticas: campo aplicado ( $H$ ), inducción magnética ( $B$ ) y permeabilidad a tensión mecánica constante ( $\mu^\sigma$ ) y dos coeficientes magneto-mecánicos llamados

$$d = \frac{\partial \varepsilon}{\partial H} \Big|_\sigma \quad \text{y} \quad d^* = \frac{\partial B}{\partial H} \Big|_H \quad (4.42)$$

Las magnitudes cumplen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial H} \Big|_\sigma H + \frac{\sigma}{E^H} = dH + \frac{\sigma}{E^H} \\ B &= \frac{\partial B}{\partial \sigma} \Big|_H \sigma + \mu^\sigma H = d^* \sigma + \mu^\sigma H \end{aligned} \quad (4.43)$$

En estas ecuaciones vemos que  $\varepsilon$  y  $B$  dependen de  $H$  y  $\sigma$  los cuales son aplicados desde afuera. La aplicación de una tensión ( $\sigma$ ) causa un cambio en  $B$  como se destaca en la segunda expresión. Esto también puede ser visto de la expresión  $B = \mu H$ . En esta expresión el efecto de la tensión ( $\sigma$ ) está incluido en el cambio

en la permeabilidad y puede ser monitoreado a través de  $B$  y  $H$ . La figura 4.64 muestra lo comentado:

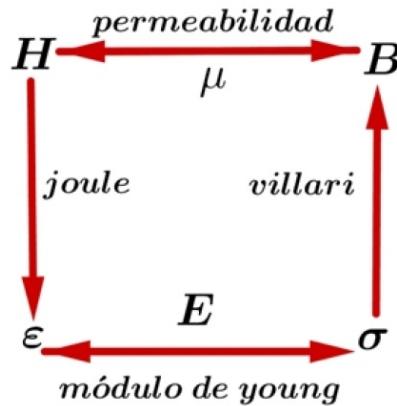


FIGURA 4.64. Relaciones de estado

### Aplicaciones del efecto Wiegand

- Estos fenómenos magnéticos que estamos describiendo dieron origen a una gran cantidad de instrumentos y sensores de los cuales algunos ya fueron comentados. En particular, estos se generan, por la complementación de dos disciplinas la magnética y la metalúrgica como veremos posteriormente.
- Con anteriormente se vio como se modifica el ciclo de histéresis de un mismo material cuando es deformado, luego se amplió el fenómeno que llamamos efecto Joule y Villari. Esta modificación del ciclo de histéresis es debida,(en un mismo material), al aumento de la densidad de defectos (dislocaciones, etc.) cuando el material es deformado, impidiendo este aumento el crecimiento y movimiento de los dominios magnéticos y esto modifica el ciclo de histéresis. Si el campo es constante debe cambiar la permeabilidad por acción de la fuerza mecánica.
- En algunos materiales la relación entre la tensión mecánica y la permeabilidad magnética es lineal, si la deformación es elástica, y dada por la expresión siguiente

$$\sigma = \frac{1}{\mu_r} k \quad (4.44)$$

Donde  $\mu_r$  es la permeabilidad relativa y  $k$  una constante que depende del material. Es claro que este fenómeno puede ser usado para la construcción de celdas de carga.

- Existe otro método, con el mismo principio pero, más complejo que permitiría medir cuplas.
- **John R. Wiegand** en 1970 creó un aleación ferromagnética de cobalto, hierro y vanadio, llamada VICALLOY, con la que fabricó alambres de aproximadamente 1mm de sección.

En el Vicalloy se logra, por tratamientos termomecánicos, que el núcleo y la periférica del alambre tengan diferentes características metalúrgicas, esto conlleva a propiedades magnéticas distintas con distintos ciclos de histéresis. Obteniéndose un núcleo magnéticamente blando y una superficie endurecida con mayor coercitividad magnética. En presencia de un campo magnético y a medida que

el campo se intensifica, el núcleo del cable Wiegand cambia la polaridad y genera un importante impulso de voltaje, en una bobina próxima. A medida que el campo se fortalece aún más, la parte exterior del cable Wiegand sigue el comportamiento del núcleo y también cambia la polaridad, produciendo un pulso pero más pequeño con la misma polaridad. En definitiva se ha construido un interruptor magnético (inversión de polaridad) de la zona central de un material ferromagnético.

Observemos la figura 4.65

#### Efecto Wiegand:

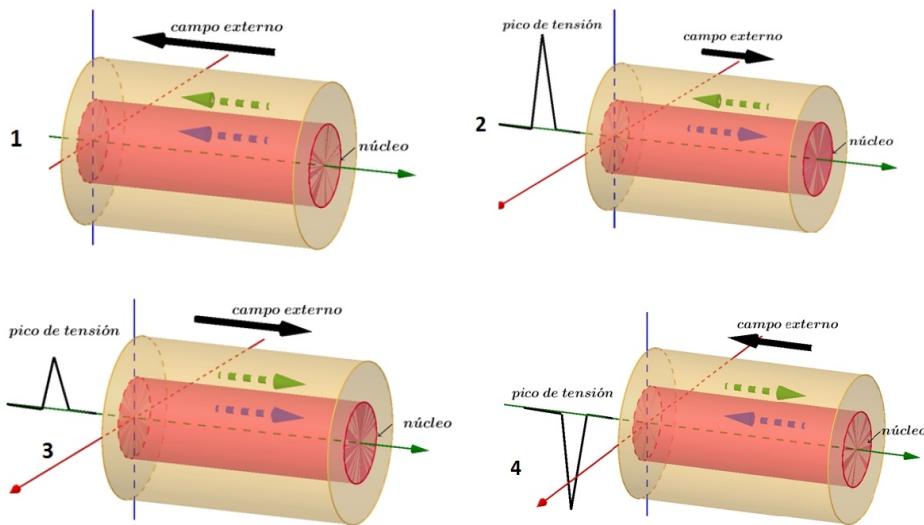


FIGURA 4.65. Efecto Wiegand

- En la figura 4.65 se observa de izquierda a derecha en la parte superior que el cable tiene la polarización del campo exterior (1).
- Al cambiar la dirección del campo exterior se modifica la polarización del núcleo y esto induce una tensión en el cable (2).
- Aumentando un poco más el campo exterior (3), se modifica la polarización de la parte externa y produce un nuevo pico de tensión pero menor al anterior.
- Modificamos nuevamente el campo, cambia la polarización del núcleo y nuevamente se genera un pulso de tensión importante pero de sentido contrario (4).

El cable Wiegand, a veces llamado cable magnético, cambia rápidamente a una magnetización más alta cuando se aumenta el campo magnético aplicado, y vuelve a un nivel más bajo cuando se reduce el campo. El alambre ferromagnético ordinario no exhibe tales eventos.

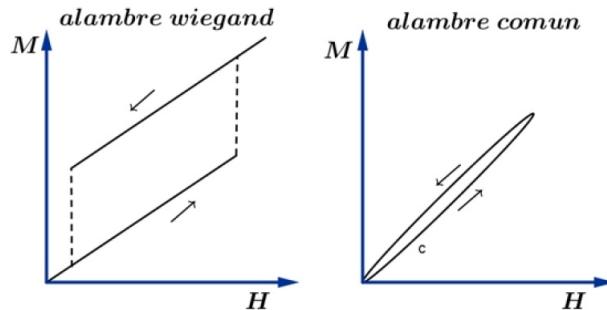
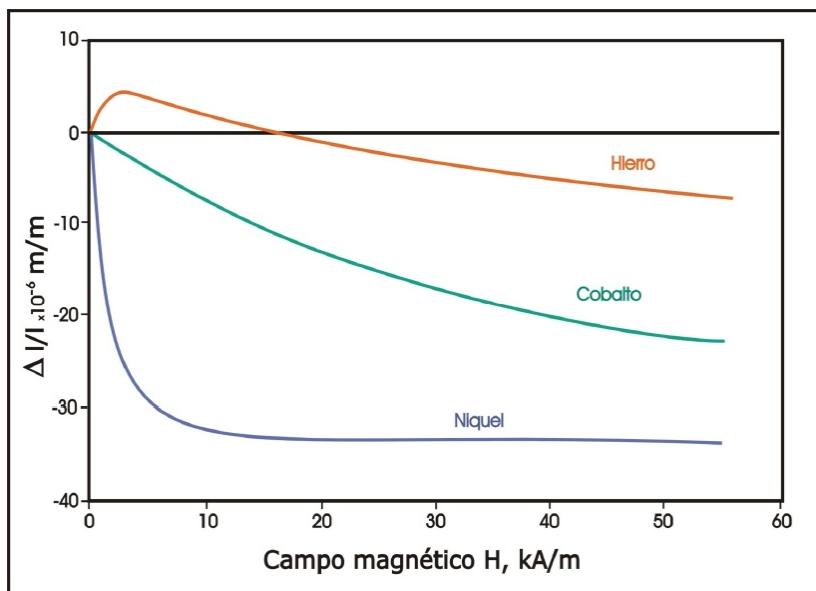


FIGURA 4.66. Alambre Wiegand

### Variación de $\lambda$ con el campo

En la figura 4.67 observamos el comportamiento de tres metales ferromagnéticos. Se manifiesta el comportamiento peculiar del hierro, el cual, si el campo es pequeño manifiesta una magnetostricción positiva, por el contrario, a campos mayores ésta se hace negativa. También se destaca la importante variación relativa del níquel.

FIGURA 4.67. Variacion de  $\lambda$ 

### Aleaciones Invar o Nivarox

Es interesante comentar el comportamiento de las aleaciones llamada Invar o Nivarox, son aleaciones de hierro 64 % y níquel 36 %, con algo de magnesio y carbono. Esta aleación presentan propiedades magnetostriktivas opuesta.

Si bien no se tiene totalmente en claro porque, estas aleaciones presentan un coeficiente de dilatación bajo comparado con la mayoría de los metales. Por arriba de su temperatura de Curie ( $230^\circ\text{C}$  aproximadamente), el Invar se dilata de manera normal, y su coeficiente de dilatación térmica adopta un valor mucho mayor.

En 1896, Charles-Edouard Guillaume, hizo un descubrimiento interesante que le mereció el premio Nobel de física de 1920; una aleación de hierro-níquel que tiene

un coeficiente de dilatación térmica muy bajo (cercano a cero) entre la temperatura ambiente y  $230^{\circ}\text{C}$  aproximadamente. Este material se convirtió en el precursor de una familia de aleaciones metálicas de “baja dilatación”, y se le ha dado el nombre de “Invar”. Su coeficiente de dilatación térmica cerca de la temperatura ambiente es  $\alpha_l = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C}^{-1}$

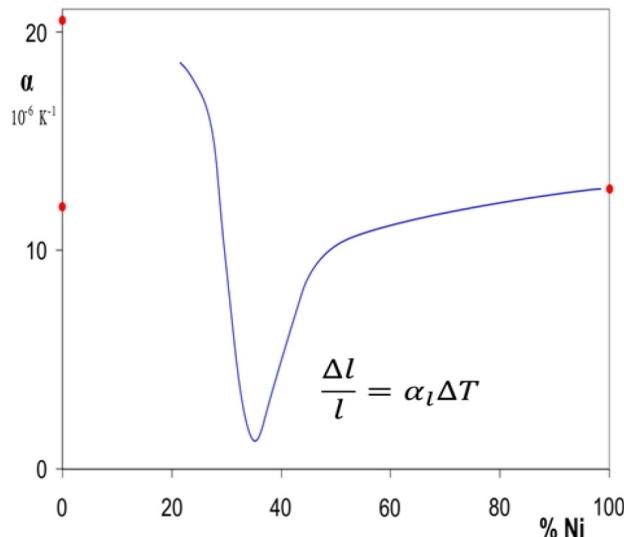


FIGURA 4.68. Invar Nivarox

Podría suponerse que esta dilatación cercana a cero se explica con una curva simétrica de energía potencial versus distancia interatómica. Esto no es así, este comportamiento se relaciona con las características magnéticas del Invar. A medida que se calienta una probeta de Invar, su tendencia a dilatarse es contrarrestada por sus propiedades ferromagnéticas “magnetostricción”. Por tanto, el Invar es utilizado en aplicaciones donde se requiere una alta estabilidad dimensional, como en instrumentos de precisión, pero también en materiales compuestos para la industria aeroespacial.

### Ferromagnéticos Amorfos

Hasta ahora, todas las propiedades magnéticas se han presentado haciendo referencia a cristales, pero los amorfos exhiben también orden magnético largo alcance (ferromagnéticos), en una matriz metálica que carece de orden de largo alcance (cristalino).

Como sabemos el ferromagnetismo no es consecuencia del orden estructural (crystal). Existen muchas aleaciones amorfas (vidrios metálicos) con propiedades magnéticas, las que revisten mayor interés son las aleaciones metálicas con elementos de transición ( $Mn$ ,  $Fe$ ,  $Co$ ,  $Ni$ ) y de tierras raras con metales.

A temperaturas altas, estas aleaciones se comportan como paramagnéticas. Cuando la temperatura desciende, se produce una ordenación magnética que puede ser: ferromagnético, antiferromagnético o ferrimagnético.

Las aleaciones amorfas más usadas son las que tienen al hierro y cobalto como elementos de transición. Son materiales magnéticamente blandos, de alta susceptibilidad y bajo campo coercitivo.

Hay varias técnicas que pueden ser utilizadas para preparar materiales amorfos: evaporación térmica, pulverización catódica, deposición electrolítica. Una de las más comunes es la del enfriamiento ultrarrápido, que consiste en enfriar la aleación metálica a velocidades superiores a  $105\text{K/s}$ .

Si enfriamos un líquido puede ocurrir que solidifique cristalizando o bien que se enfrié por debajo de la temperatura de fusión sin que cristalice (sobre enfriado), siendo cada vez más denso hasta lograr un vidrio. Los átomos o moléculas no pueden moverse libremente como en los líquidos ya que la viscosidad es elevada. Como podemos observar en el esquema.

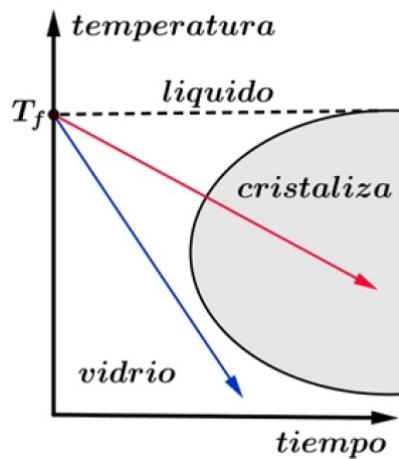


FIGURA 4.69. campoDesmagnetizante1

Generalmente no es fácil lograr estos enfriamientos rápidos, dependiendo del tipo de aleación. La recta de la velocidad de enfriamiento debe ser tal que no entre en la zona de color gris del esquema, donde se produciría la cristalización.

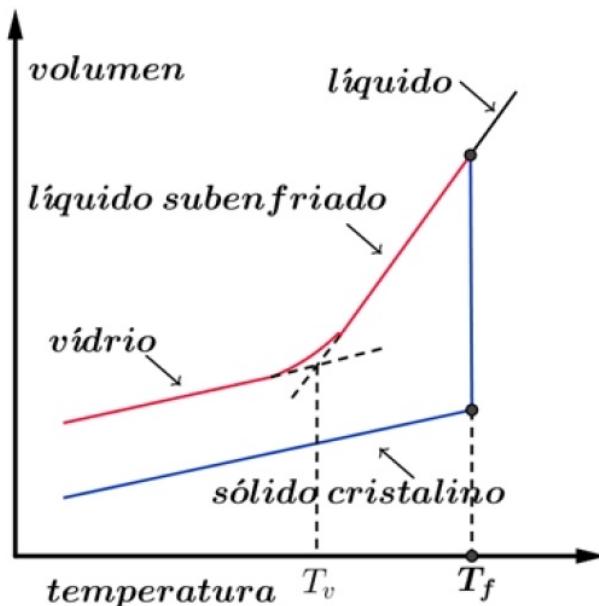


FIGURA 4.70. campoDesmagnetizante1

#### 4.10.11. Anisotropías magnéticas Inducidas: chapa de grano orientado

Si se solidifica un hierro con un campo magnético aplicado es posible inducir las direcciones de fácil magnetización en la dirección que queremos. Por medio de tratamientos termomecánicos, también es posible lograr que la dirección de fácil magnetización tenga la orientación que dispongamos. Lo importante es obtener un hierro en el cual los granos tengan mayormente las direcciones 100 coincidente con el sentido en que se va a magnetizar. De esta manera el costo energético disminuye. Dicho de otro modo es obtener un hierro con una determinada textura metalúrgica.

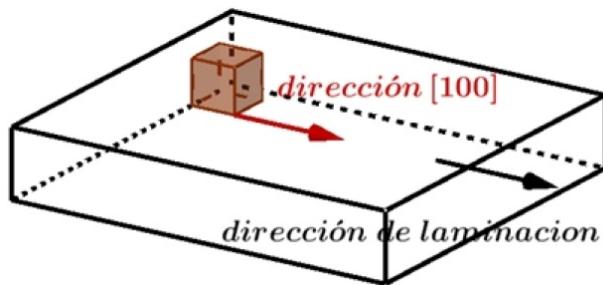


FIGURA 4.71. campoDesmagnetizante1

Al igual que ocurre con las propiedades mecánicas, las propiedades magnéticas van a depender tanto de la composición como de la microestructura del material. No bastará con utilizar una composición determinada, siendo necesario también seleccionar la estructura adecuada para obtener finalmente las propiedades magnéticas deseadas en el material.

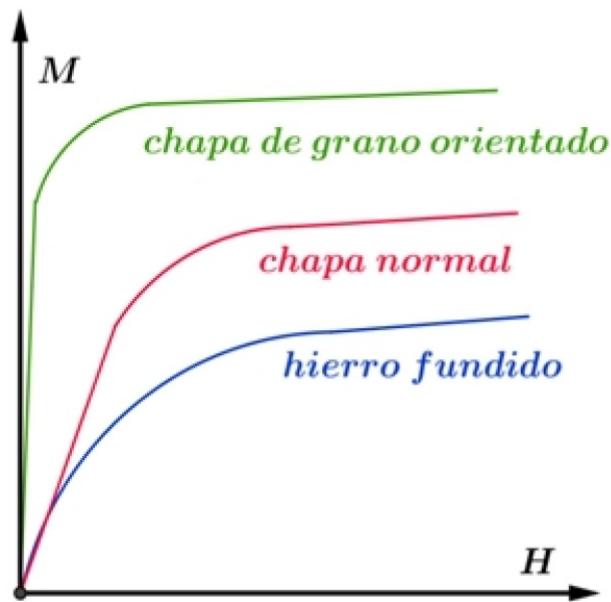


FIGURA 4.72. Chapa de grano orientado

#### Acero eléctrico o acero magnético

Son aceros especialmente fabricados, para que posean un ciclo de histéresis de pequeña área (poca disipación de energía por ciclo), baja resistividad eléctrica

(hierro-silicio) y confeccionado con chapas de grano orientado, lo mencionado equivale a bajas perdidas en el núcleo y una alta permeabilidad magnética. Estos materiales se los llama aceros eléctricos. La histéresis magnética de los materiales es extremadamente sensibles a la microestructura. Los aspectos relevantes de la misma son la composición, la estructura cristalina, las fases presentes y si estas son monocrystalinas o policristalinas. Las propiedades de una dada pieza o dispositivo construido con este material dependerán además del tamaño de la pieza y de su forma. La forma, por su parte, determina la geometría del campo interno desmagnetizante y puede llegar a imponer una marcada anisotropía en la magnetización, según se aplique un campo externo en una u otra dirección. Como se ve, el magnetismo es un tema realmente complicado.

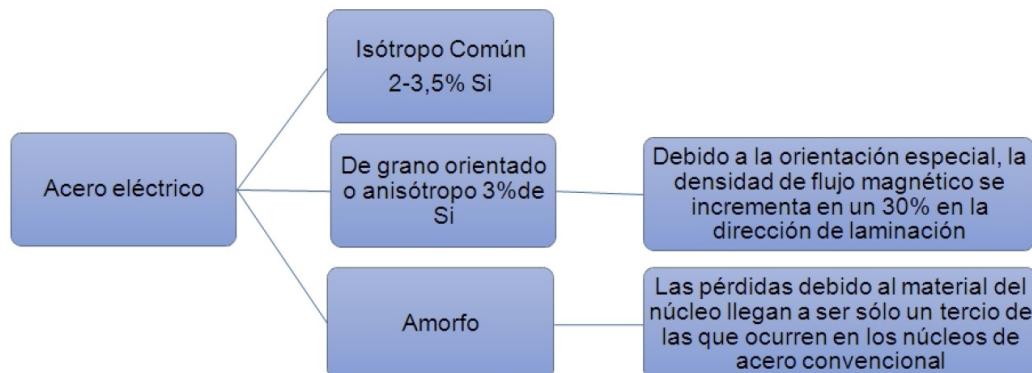


FIGURA 4.73. Acero eléctrico

#### 4.10.12. Ruido en transformadores

Como el material ferromagnético se contrae y alarga en un campo variable sin diferenciar el sentido del campo. La frecuencia de vibración fundamental es el doble de la frecuencia del sistema (120 Hz para sistemas de 60 Hz).

La línea roja muestra el cambio de longitud del núcleo cada medio ciclo de la onda de densidad de flujo en el núcleo. Muchas veces se desea que la vibración posea la misma frecuencia que la tensión aplicada, esto se logra haciendo pasar una corriente continua por la bobina – polarizando- y eligiendo adecuadamente la tensión continua. De esta manera el ferromaterial oscila siempre en la misma dirección. Es también posible polarizar con un imán permanente.

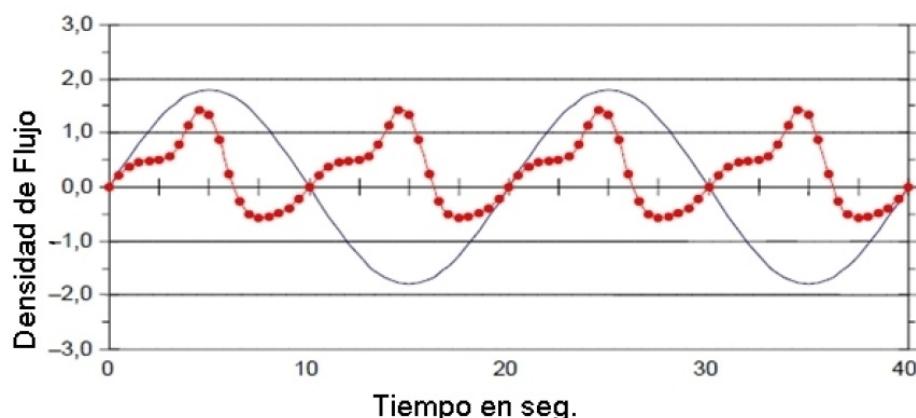


FIGURA 4.74. Ruido en transformadores

Veamos un ejemplo de aplicación: en la figura 4.75 tenemos un generador de ondas elás ticas construido con una barra de Ni.

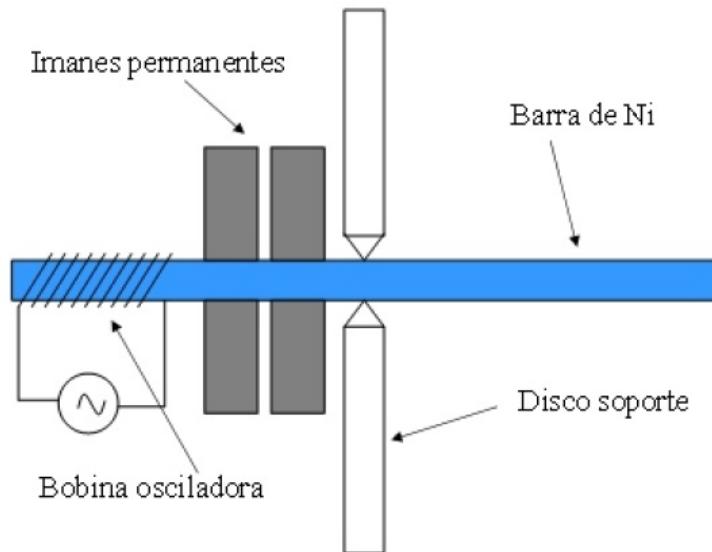


FIGURA 4.75. Ni Oscilando

¿Qué longitud debe tener una barra de níquel para que oscile a  $120Khz$ ?,

La frecuencia de resonancia es:  $f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ , siendo  $l$  la longitud,  $Y$  el módulo de Young y  $\rho$  la densidad del Ni

por lo tanto el largo será de  $l \approx 2cm$

#### 4.10.13. Ciclo descripto por un material magnetostrictivo

Observamos en la figura 4.76 la variación relativa de longitud ( $\lambda$ ) del material magnetostrictivo con el cambio del campo magnético ( $H$ ). Se ve una zona de la curva que puede ser ajustada por una recta. Zona en la cual la variación relativa de longitud es proporcional al campo, pudiendo ser usada como emisor o detector de ondas elásticas.

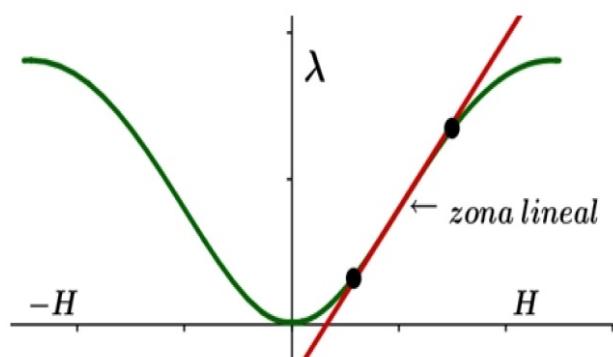


FIGURA 4.76. Ciclo magnetoestrictivo

En la práctica, la histéresis del material deformará el ciclo tal como se ve en la figura 4.77

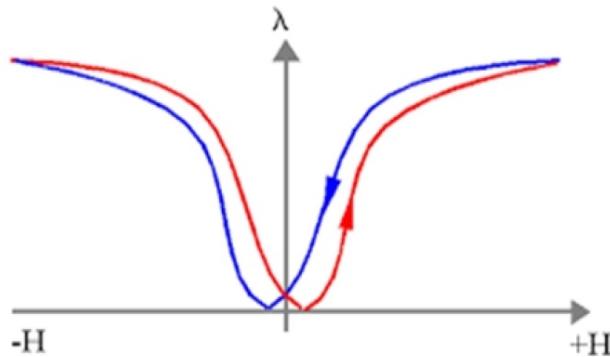


FIGURA 4.77. Ciclo de histéresis magnetoestrictiva

### Reactancias no lineales

Generalmente en las bobinas con núcleos de hierro para tensiones sinusoidales, en la entrada, aparecen corrientes no sinusoidales y para corrientes sinusoidales se generan armónicas superiores en la tensión. Supongamos una tensión  $U = U_0 \cos(\omega t)$  y admitamos que: la resistencia y el flujo disperso se los puede despreciar como también las corrientes parasitas, luego entre el flujo y la tensión se establece la expresión siguiente

$$U = U_0 \cos(\omega t) = -n \frac{d\varphi}{dt} = -nA \frac{dB}{dt} \quad (4.45)$$

Con  $n$  el número de espiras de la bobina y  $A$  el área, luego  $\varphi = \frac{U_0}{n\omega} \sin(\omega t)$

Si la tensión es armónica el flujo también lo es. En la figura 4.78 se representa medio ciclo de la tensión o el flujo. Para conocer la corriente en la bobina debemos hacer intervenir el ciclo de histéresis que relaciona los valores instantáneos de flujo y corriente, luego vemos que la corriente no es armónica. Los máximos de corriente y flujo coinciden en el tiempo. En este ejemplo se ve claramente la influencia del ciclo de histéresis del material. Se modelizó el lazo de histéresis con una función cubica:

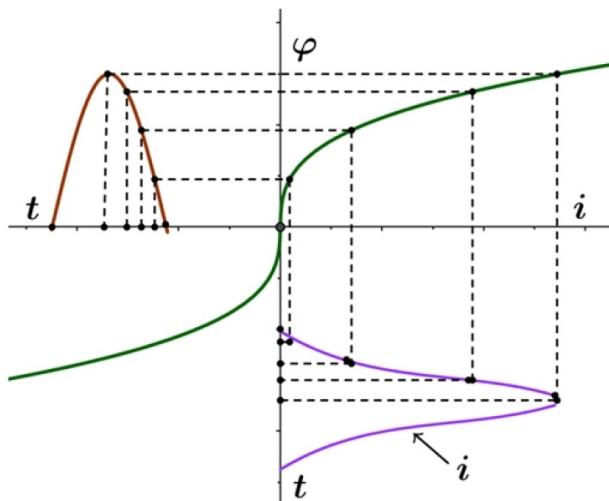


FIGURA 4.78. Reactancia no lineal

### Histéresis en magnetostricción

- Observemos la curva típica que muestra la histéresis de la curva de magnetostricción en la figura 4.79

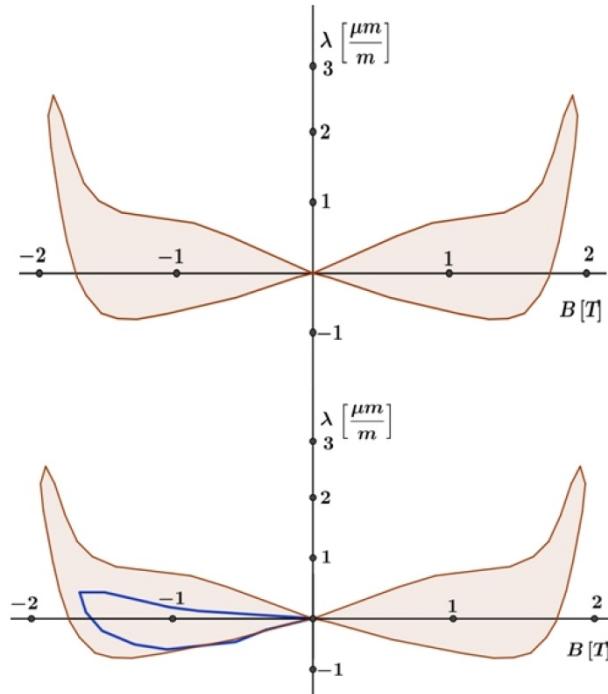


FIGURA 4.79. Histéresis de magnetoestricción

- Cuando existe una componente continua en la corriente de excitación, la curva de magnetostricción se vuelve asimétrica, como se observa en la imagen inferior,(trazo azul). Esto incrementa el nivel de armónicos en el ruido generado.



## Capítulo 5

# Sistemas Magnéticos Nanoscópicos

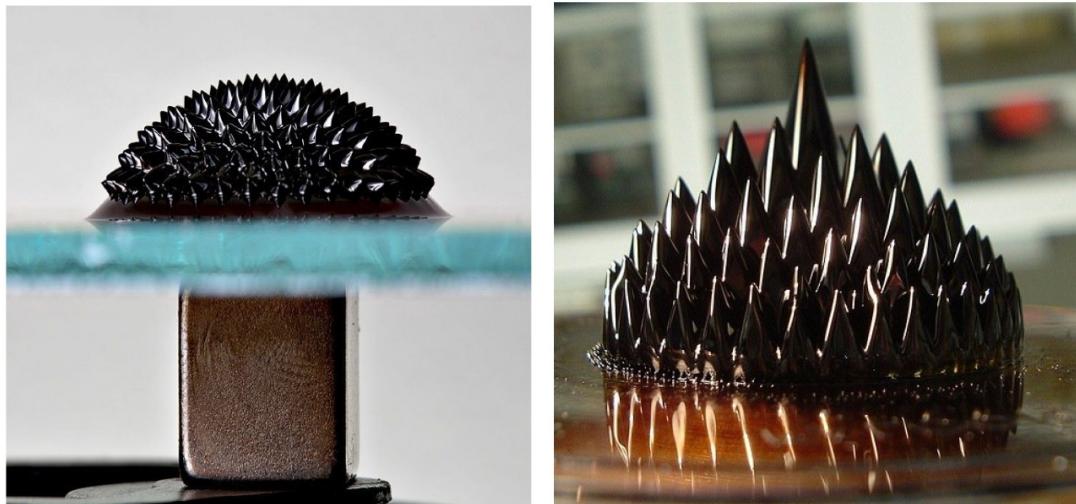
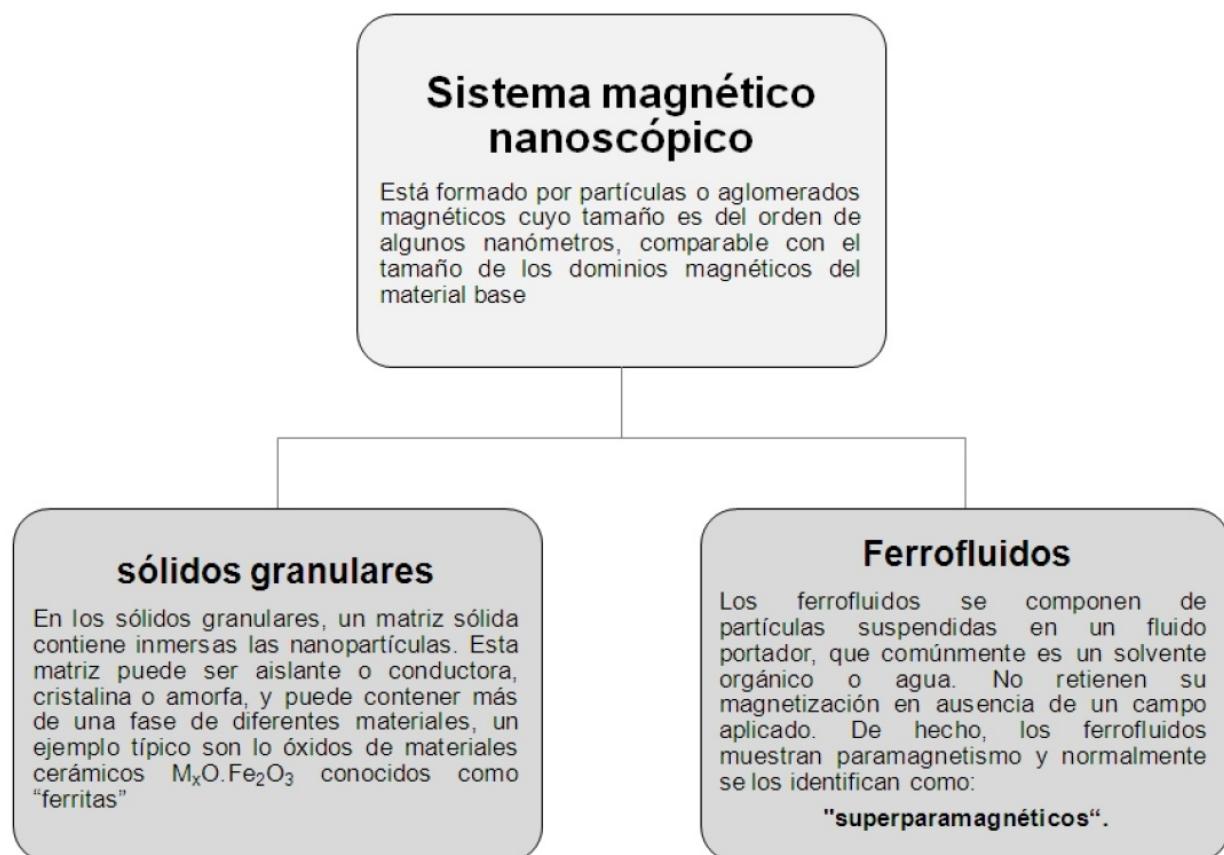


FIGURA 5.1. Ferrofluidos en campos magnéticos

Caminábamos en  
direcciones opuestas  
Hasta encontrarnos cada vez  
Más juntos  
Atraídos por el magnetismo  
de nuestras  
Incompatibilidades

Magnetismo  
Rubén Sampietro



## 5.1. Superparamagnetismo

- Una propiedad notable de los materiales ferromagnéticos y ferrimagnéticos no es tanto que tengan una magnetización espontánea, sino que su magnetización puede verse influenciada por la aplicación de campos magnéticos muy bajos. Incluso el campo de la tierra ( $20 - 50\mu T$ ) puede causar cambios de magnetización a pesar de que las fuerzas de intercambio interatómicas responsables de la magnetización espontánea son equivalentes a un campo de aproximadamente  $1000T$ , casi 100 millones de veces más que el campo de la tierra. Lo que permite que esto ocurra es el hecho de que la muestra está compuesta de pequeñas regiones, que son los dominios magnéticos, dentro de cada una de las cuales la magnetización local está saturada pero no necesariamente paralela. Los dominios son pequeños ( $1 - 100\mu m$ ), pero mucho más grandes que las distancias atómicas. Este fenómeno se pone de manifiesto en el superparamagnetismo.
- El Superparamagnetismo es un tipo de magnetismo que ocurre en materiales ferromagnéticos o ferrimagnéticos, cuando estos están formados por partículas muy pequeñas, de escala nanométrica (rango de 1-100 nm). Dependiendo del material, estas nanopartículas poseen dominio magnético simple o mono dominio. En estos casos se hace comparable el tamaño de la partícula con el dominio. Estas nanopartículas se magnetizan en la dirección de fácil magnetización. Es importante destacar que cualquier partícula mono dominio se encuentra en un estado de magnetización uniforme en cualquier campo magnético, este comportamiento de la magnetización es idéntico al paramagnetismo frente a un campo externo. La diferencia es que el momento magnético de las nano partículas es mucho mayor,

a este fenómeno con momentos magnéticos grandes aún en presencia de campos pequeños, se lo conoce como Superparamagnetismo

- Los materiales superparamagnéticos tienen una alta magnetización de saturación y nula coercitividad y remanencia, por lo que se distingue de los ferromagnéticos y paramagnéticos, no hay área bajo el ciclo de histéresis, como se muestra en la gráfica de la figura 5.2.

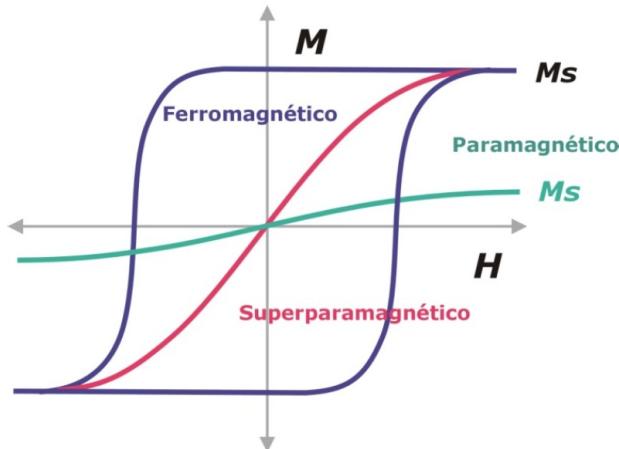


FIGURA 5.2. Ferro, Para y Superpara magnéticos

- El superparamagnetismo es un efecto de tamaño del material ferromagnético. Como se ve en el esquema inferior, que muestra la influencia del tamaño de partícula magnética sobre las propiedades magnéticas. La coercitividad cambia con el tamaño de partícula y, a un tamaño lo suficientemente pequeño, la coercitividad se vuelve cero.

En el gráfico de la figura 5.29 se observa el comportamiento cualitativo de la coercitividad de las partículas magnéticas en función del tamaño. El comportamiento magnético de las nanopartículas superparamagnéticas se demuestra mediante la línea roja, mientras que las partículas ferromagnéticas (FM) se presentan mediante líneas verdes y azules.

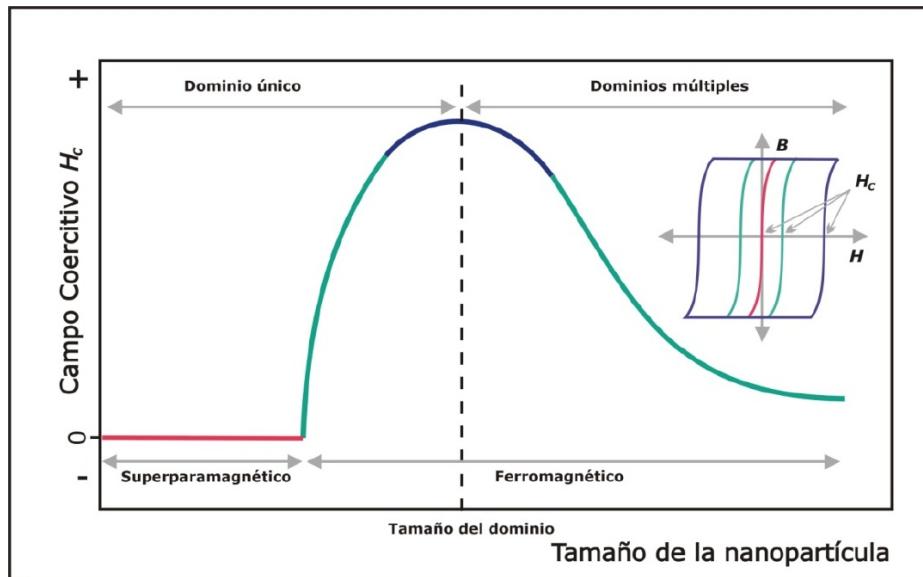


FIGURA 5.3. Comportamiento cualitativo

- El superparamagnetismo ocurre en partículas con tamaños más pequeños que el límite superparamagnético, este límite es menor que el tamaño medio de dominio tal como se ve en la figura 5.4. Observemos que este fenómeno se da por debajo de la temperatura de Curie, sin embargo el material continúa manteniendo una alta susceptibilidad magnética como en el caso ferromagnético.

Material	Tamaño de dominio nm.
Óxido de Hierro ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ )	128
Níquel Ni	55
Hierro Fe	15
Cobalto FCC	7

FIGURA 5.4. Comportamiento cualitativo

- En 1959, Bean y Livingston plantean que el momento magnético en el interior de cada partícula se lo puede pensar como  $\mu = N\mu_{at}$ , donde  $N$  es el número de átomos magnéticos en la partícula y  $\mu_{at}$  es el momento magnético atómico. Una vez que se retira el campo magnético exterior la magnetización describe una ley

tipo Arrhenius:

$$M(t) = M_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.1)$$

Donde  $M$  es la magnetización,  $M_0$  es la magnetización inicial,  $t$  tiempo después de suspendido el campo magnético y  $\tau$  es el tiempo de relajación (el tiempo característico de la partícula es función de la barrera de energía y de la temperatura), esta dado por

$$\tau(t) = \tau_0 e^{\frac{E_B}{kT}} \quad (5.2)$$

Donde  $\tau_0$  es el tiempo característico del sistema,(está asociado a la frecuencia de tentativas de saltos del momento magnético de la partícula entre los sentidos opuestos del eje de fácil magnetización),  $T$  temperatura,  $k$  constante de Boltzmann.  $E_B$  es la barrera de energía que separa a los dos estados de equilibrio. El factor  $e^{\frac{E_B}{kT}}$  llamado de Arrhenius aparece en muchos procesos activados térmicamente, donde un sistema pasa de un estado a otro por agitación térmica, luego de sobrepasar una barrera de energía  $E_B$ .

En el esquema de la figura 5.5 tenemos la energía para una partícula de simetría uniaxial. La anisotropía magnética puede ser escrita como  $E_\theta = E_B \sin^2(\theta)$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre la magnetización y el eje de fácil magnetización y  $E_B = K_a V$ ,  $K_a$  constante de anisotropía magnética,  $V$  es el volumen de la partícula. La energía magnética tiene dos mínimos 1 y 2, como se muestra en el esquema, que corresponden a 0 y 180 grados. Si aplicamos un campo magnético  $H$  en la dirección de eje  $z$ , se modifica la energía magnética como

$$E(\theta) = E_B \sin^2(\theta) - \mu H \cos(\theta) \quad (5.3)$$

Donde  $\mu$  es el momento magnético de la partícula

En el pozo 1 el momento magnético está alineado  $\theta = 0$  con la dirección del eje fácil y en el pozo 2 es el opuesto  $\theta = 180^\circ$ . a medida que aumentamos el campo aplicado  $H$  el pozo 1 comienza a hacerse más notorio mientras que el pozo 2 tiende a desaparecer. Cuanto más intensa la energía, más asimétrico queda el pozo.

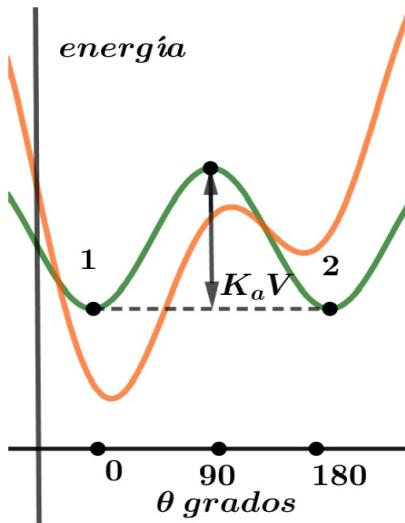


FIGURA 5.5. Proceso activado térmicamente

Planteando el modelo de Bean y Livingston para el Superparamagnetismo, tenemos en la figura 5.6, el eje de asimetría (línea verde) de una partícula con un solo dominio y el vector de magnetización En estos sistemas el comportamiento magnético observado depende del valor del tiempo típico de medición  $\tau_m$  que emplea la técnica usada, respecto al tiempo de relajación  $\tau$  propio del sistema.

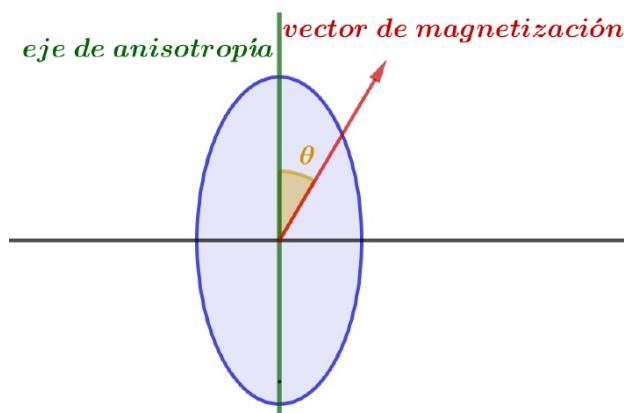


FIGURA 5.6. modelo de Bean y Livingston

- Si  $\tau_m \gg \tau$  la relajación ocurre más rápido que la medición, dejando que el sistema llegue al equilibrio termodinámico. Se observa es que el conjunto de partículas se comporta de modo análogo a un sistema paramagnético.
- Si  $\tau_m \ll \tau$  la relajación del sistema resulta muy lenta y se observan propiedades cuasiestáticas como en los sistemas magnéticamente ordenados. Este régimen se denomina bloqueado.

La temperatura que divide estos dos regímenes se denomina temperatura de bloqueo  $T_B$  y depende del tiempo característico de medición  $\tau_m$ . La temperatura de bloqueo se define como aquella en la que  $\tau_m = \tau$  y está asociada a la barrera de

energía,. Si  $\tau_m = \tau$  entonces:

$$\tau(t) = \tau_0 e^{\frac{E_B}{kT}} \quad \text{por lo tanto} \quad T_B = \frac{E_B}{k \ln\left(\frac{\tau}{\tau_m}\right)} \quad (5.4)$$

### 5.1.1. Sistemas magnéticos amorfos

- Son varias las direcciones en las que avanzaron las investigaciones y/o desarrollos en magnetismo. En esta presentación solo destacaremos algunas. Se destaca de manera especial el descubrimiento de la magnetoresistencia gigante. El caso de los cables magnéticos no es de menor importancia, dio origen a innumerables aplicaciones, ampliando aun más sus posibilidades al introducir los materiales amorfos. En la actualidad se conjugan la nanotecnología con los hilos magnéticos y las cintas amorfas. Donde surgió interés debido al descubrimiento de los fenómenos de magnetoresistencia gigante en multicapas, magnetoresistencia colosal en manganitas y la magnetoimpedancia gigante en aleaciones magnéticamente blandas en forma de hilos, cintas, películas y multicapas, en el estado amorfó, monocrystalino y cristalino. Existen diferentes aplicaciones tecnológicas, principalmente en el área de la sensorística y de grabación magnética. Solo mencionamos algunos casos no diciendo nada sobre aplicaciones, de gran relevancia, en biología y medicina.
- En general, como ya hemos manifestado, hay tres grupos de sistemas magnéticos; **Cintas Amorfas, Hilos Amorfos y Microhilos Recubiertos**. De los cuales comentaremos los dos últimos. Es conveniente recordar algunas definiciones que ya fueron comentadas: Los materiales magnetostrictivos son aquellos que se deforman bajo un campo magnético aplicado. La razón de este fenómeno es el acoplamiento entre la órbita de los electrones y su estado de espín, que provoca una elongación de la órbita en la dirección del spin. Macroscópicamente, todas las órbitas están elongadas pero en distintas direcciones del espacio. Cuando actúa un campo magnético todos los orbitales se orientan en la misma dirección y cambia de dimensión el cuerpo. Estos materiales deben sus propiedades fundamentalmente por la anisotropía magnetoelástica, que está determinada por las tensiones (mecánicas, temperatura, corrientes eléctricas) inducidas por la fabricación y la magnetostricción ( $\lambda_s$ ) propia del material.

### 5.1.2. Materiales magnetostrictivos

La capacidad de deformación de los materiales magnetostrictivos, sin necesidad de contactos eléctricos los hace especialmente atractivos para fabricar microsensores y actuadores. Si bien en mayor o menor medida muchos materiales son magnetostrictivos, elementos puros como el hierro, cobalto y níquel son especialmente usados, presentan valores de  $\lambda_s$  bajos del orden de  $10 ppm$ , Alrededor de 1960 algunas tierras raras como el *Tb* o *Dy* demostraron tener extraordinarias propiedades magnetostrictivas ( $\frac{3}{2}\lambda_s \sim 10000 ppm$ ) pero sólo a bajas temperaturas por su temperatura de Curie. En los últimos años se destaca la creación del **Terfenol-D** que oscila entre 1000 y 2000  $ppm$ , desarrollado para generar ondas elásticas en el agua, Sonar. En 1999 se descubre una nueva aleación capaz de soportar grandes tensiones ( $\sim 500 MPa$ ). La aleación recibió el nombre de **Galfenol**. Aunque su magnetostricción resulta menor que las de las aleaciones anteriores, algunas

de sus propiedades como: gran permeabilidad, baja histéresis, ductilidad, resistencia a impactos, y la posibilidad de ser soldados, hicieron que este material expandiera ampliamente su utilización, formando parte de sensores y actuadores. El impulso magnético debe actuar sobre el material llevándolo a saturación o próximo a ella, luego este tipo de aplicación requiere materiales con elevados valores de  $\lambda_s$ . Por otro lado, para aplicaciones en tecnologías MEMS, por ejemplo para medir campos magnéticos bajos no solo se requiere valores altos de  $\lambda_s$  si no, también contar con alta valores de

$$\frac{d\lambda}{dH} \quad (5.5)$$

además de sensibilidad y una histéresis muy pequeña y reversible. Por tanto hablamos de lo que llamamos: materiales magnéticamente blandos.

### 5.1.3. Hilos magnéticos Amorfos

La presencia de tensiones (mecánicas) residuales generadas en el proceso de fabricación crean, por intermedio de la magnetostricción, anisotropías magnéticas que orientan la magnetización. Las aleaciones más comunes se observa a continuación. En general los metales amorfos en forma de hilos presentan excelentes propiedades elásticas e importante resistencia mecánica. Son generalmente materiales magnéticamente blandos. En estas aleaciones se originan la anisotropía magnética por medio del acoplamiento magneto elástico, que es proporcional a la constante de magnetostricción de saturación  $\lambda_s$  cuando actúa una tensión  $\sigma$  (mecánica). Con  $\lambda_s > 0$  (aleaciones ricas en  $Fe$ ) la magnetización espontánea tiende a girar hacia la tensión, pudiéndose describir por la expresión de la anisotropía :

$$K_\sigma = \frac{3}{2} \lambda_s \sigma (\sin(\beta))^2 \quad (5.6)$$

La representación de este fenómeno se puede ver en la figura 5.7

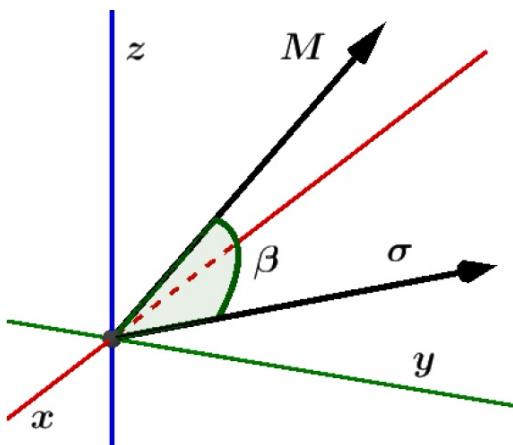
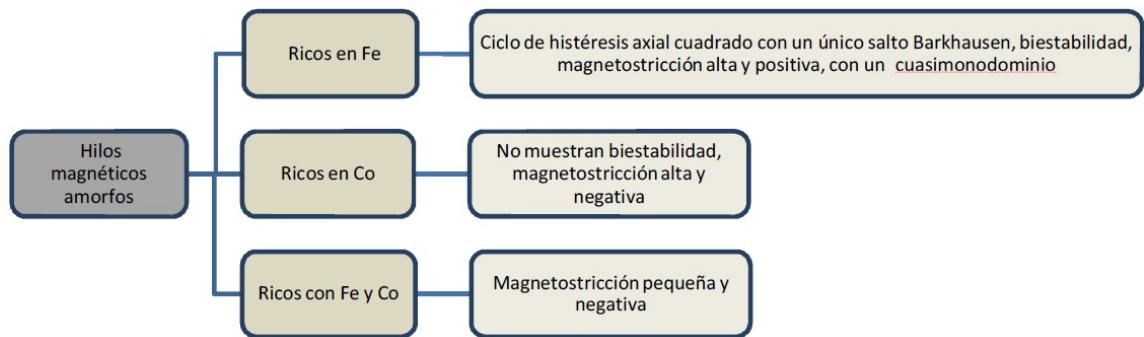


FIGURA 5.7. Hilos magnéticos Amorfos

Las propiedades magnéticas de un material magnetostriactivo dependen de las tensiones mecánicas a las que está sometido



### Aleaciones ricas en Fe

Como fue comentado las aleaciones ricas en Fe presentan un ciclo de histéresis axial cuadrado, como se observa en la figura 5.8. El eje axial es el de fácil imanación. La inversión de la imanación o “switching” ocurre a través de un único salto Bakhausen cuando se alcanza el valor de inversión. En este caso la estructura de dominios es compuesta, por un único dominio en el núcleo con imantación axial y una corteza con varios dominios radiales. Como se observa en el esquema de la figura 5.9.

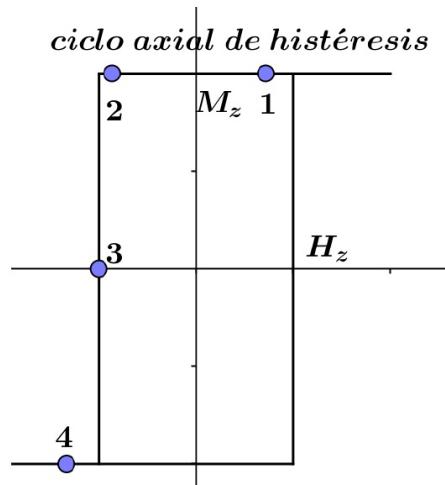


FIGURA 5.8. Ciclo de histéresis

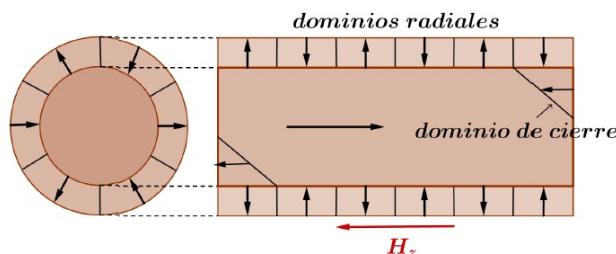


FIGURA 5.9. Distribución radial de dominios

### solo núcleo y dominios de cierre

La inversión de magnetización se realiza por medio del desenganche y propagación de uno de los dominios de cierre. Se observa en la figura ?? la variación de los dominios del núcleo cuando se aplica un campo magnético axial y opuesto a la magnetización inicial. En la etapa 2 se observa cómo se desengancha uno de los dominios de cierre.

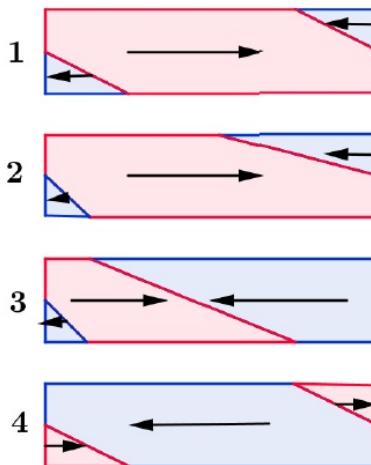


FIGURA 5.10. Inversión de magnetización

En estas aleaciones ricas en *Fe*, el fenómeno de desenganche, puede observarse en la secuencia de imágenes tomadas por medio del efecto Kerr de la inversión de la magnetización. Trabajo realizado por T. Reininger, H.Kronmüller, C. Gómez-Polo, M. Vázquez, en un hilo metálico *FeSiB* de  $125\mu\text{m}$  de diámetro. El campo magnético aumenta de izquierda a derecha. En la imagen se aprecia el crecimiento de la pared del dominio del núcleo y la zona de la corteza. El proceso de inversión (*switching*), de estos hilos, depende fuertemente de la longitud del hilo, lo que estaría indicando una influencia del factor desimanador asociado a la variación de la longitud del hilo.

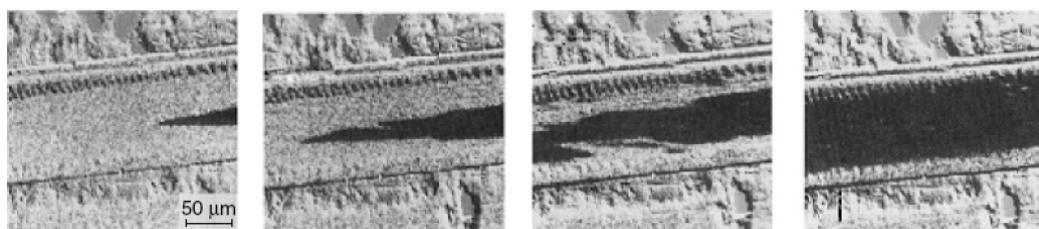


FIGURA 5.11. "Desenganche", efecto Kerr

Un fenómeno similar se da en los hilos ferromagnéticos amorfos recubiertos con vidrio (común).

Recordemos que la única fuente de anisotropía proviene del proceso de fabricación del metal amorfo por causa del ultrarrápido enfriamiento del mismo, debido al gradiente de temperatura generado en el proceso. Las tensiones generadas también dependerán de las constantes elásticas del metal.

#### 5.1.4. Otros ciclos de histéresis

Algo más sobre la susceptibilidad magnética Recordando que la magnetización o imanación  $\vec{M}$  se relaciona con el campo  $\vec{H}$  por medio de la expresión  $\vec{M} = \chi \vec{H}$

donde  $\chi$  es la susceptibilidad magnética. La  $\chi$  depende del material, (estructura electrónica, densidad, temperatura), si el material es isótropo no depende del campo aplicado (lineal, paramagnéticos y diamagnéticos) y es un escalar; en pocas palabras significa que son colineales  $\vec{M}$  y  $\vec{H}$ . Por el contrario si el medio es anisótropo las dos magnitudes son tensores, que en nuestro caso se representan como matrices de 3x3.

La su susceptibilidad magnética puede ser pensada como una medida de la facilidad que tiene el material a ser magnetizado por un campo magnético.

- Medio isótropo  $\vec{M} = \chi \vec{H}$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi) \vec{H} \quad (5.7)$$

- Medio anisótropo  $M_i = \chi_{ij} H_j$

$$\begin{aligned} B_i &= \mu_0(H_i + M_i) = \mu_0(H_i + \chi_{ij} H_j) \\ &= \mu_0(H_j \delta_{ij} + \chi_i H_j) = \mu_0(\delta_{ij} + \chi_{ij}) H_j \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \chi_{11} & \chi_{21} & \chi_{31} \\ \chi_{12} & 1 + \chi & \chi_{32} \\ \chi_{13} & \chi_{23} & 1 + \chi_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

El tensor  $\chi_{ij}$  es simétrico lo que implica que  $\chi_{ij} = \chi_{ji}$  y de coeficientes reales por tanto el tensor puede ser diagonalizado y ser escrito como

$$\begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

Donde  $\chi_n$  son las componentes principales del tensor. Como todo tensor de segundo orden puede ser representado por una cuádrica.

En general, la magnetización  $\vec{M}_s$  formará unos ángulos  $\alpha, \beta, \theta$  con los ejes de coordenadas, si trabajamos en cilíndricas los vectores unitarios son  $u_r, u_\varphi, u_z$ , respectivamente. Las componentes de la magnetización respecto a esos ejes son:  $M_r = M_s \cos(\alpha)$ ,  $M_\varphi = M_s \cos(\beta)$  y  $M_z = M_s \cos(\theta)$ .

Generalmente hay dos tipos de campos magnéticos externos que pueden  $H_z$  y  $H_\varphi$  son los campos axial y circular. Veamos este caso con el tensor aplicado a una muestra:

- Axial  $\vec{H}_z = H u_z$ , por medio de un solenoide. Si la muestra es un hilo el campo es constante a lo largo del hilo.
- Circunferencial  $\vec{H}_\varphi = H u_\varphi$ . Producido por una corriente eléctrica que circula a lo largo de la muestra, por ejemplo de un hilo. En este caso el campo no es constante en la sección del hilo, aumenta linealmente con  $r$ , de acuerdo a la expresión:

$$H = \frac{I r}{2\pi R^2}$$

Siendo  $R$  el radio del hilo e  $I$  la corriente. De acuerdo a como coloquemos el campo magnético y que  $M$  midamos tendremos distintos ciclos de histéresis, por ejemplo:

- 1 Axial,  $M_x$  en función de  $H_z$
- 2 Circunferencial,  $M_\varphi$  en función de  $H_\varphi$ .
- 3 Término no diagonal del tensor del tensor de susceptibilidad  $M_\varphi$  en función de  $H_z$  o  $M_z$  en función de  $H_\varphi$ .

En los hilos de simetría cilíndrica y amorfos la magnetización tiene componentes radial, circular y axial. Si solo tomamos en cuenta las componentes radial y circular  $M_z$  y  $M_\varphi$ . Si:

$$\begin{pmatrix} M_z \\ M_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{zz} & \chi_{z\varphi 1} \\ \chi_{\varphi z} & \chi_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_z \\ H_\varphi \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

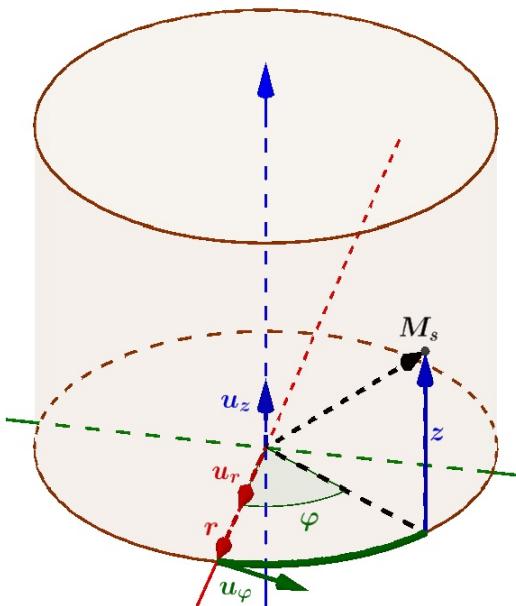


FIGURA 5.12. Coordenadas cilíndricas

**Luego el campo axial puede influir sobre las componentes axial y circular de la magnetización,** esta influencia está dada por los términos no diagonales de la matriz. A este respecto, hay dos efectos, que comentamos anteriormente que se encuentran relacionados con los términos no diagonales de la matriz estos son; el **efecto Matteucci** y el **efecto Wiedemann inverso**. Para lograr estos efectos debe existir una anisotropía cuya dirección forme un ángulo entre la dirección del campo y la de la dirección de magnetización. Una forma de lograr esto es sometiendo al cable a torsión. Esta deformación logra direcciones de fácil magnetización helicoidales, o sea a 45° con la dirección axial y circular.

### Aleaciones ricas en Co

Estas aleaciones tienen magnetostricción negativa y alta, del orden de  $-10^{-6}$ , su ciclo de histéresis axial se puede observar en la figura 5.13. La estructura de dominios en estos microhilos rico en cobalto es circular, como observamos en la figura 5.14. Tanto la estructura de dominios como el ciclo de histéresis depende del proceso de fabricación. Al incrementar el campo aplicado rota la magnetización de manera cuasireversible desde la dirección circunferencial hasta la axial, generando el ciclo de histéresis particular que se observa en la figura.

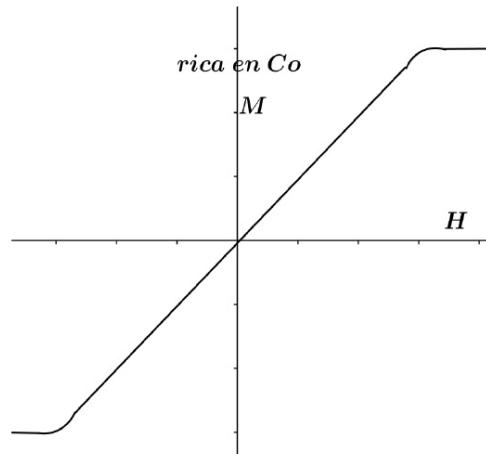


FIGURA 5.13. Histéresis axial

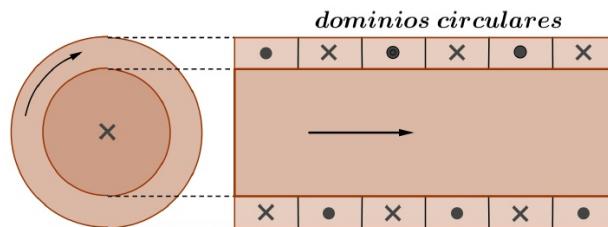


FIGURA 5.14. Estructura del microhilo

## 5.2. Magnetoresistencia (MR)

Es la propiedad que posee algunos materiales por la cual cambian su resistencia eléctrica cuando actúa sobre ellos un campo magnético externo.

### 5.2.1. MR Anisótropa

En 1856-1857 que Thomson (Lord Kelvin) descubrió un fenómeno, denominado Magnetoresistencia Anisotrópica, al medir la resistencia eléctrica de *Fe* y *Ni* en presencia de un campo magnético. Kelvin informó un incremento en la resistencia de 0.2 %, cuando el campo magnético era aplicado en la dirección de la corriente y un decrecimiento de 0.4 %, cuando el campo era aplicado en la dirección transversal. Posteriormente, esto fue explicado en términos de la interacción espín-órbita. Puesto que el electrón poseía un momento magnético cuyo vector buscaría alinearse o antialinearse con la dirección del campo magnético aplicado. Los orbitales de los átomos de la red son centros de dispersión para los electrones de conducción. Como también las impurezas, defectos estructurales y otros electrones.

Al aplicarse un campo magnético externo se reorientan los spines variando los procesos de dispersión y por tanto cambia la resistencia. Cuanto mayor es la sección que opone el átomo de la red mayor será la dispersión y por tanto, mayor la resistencia. Recordemos, en la figura 5.15, uno de los orbitales  $3d^6$  para el *Fe*.

En general este efecto es observado en metales de transición  $3d$  y sus aleaciones y responden, en la mayoría de los casos, a la siguiente expresión:

$$\rho(\theta) = \rho_{\perp} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp})\cos^2(\theta) \quad (5.11)$$

Donde  $\rho_{\perp}$  y  $\rho_{\parallel}$  son las resistencias a  $\theta = 90^{\circ}$  y  $\theta = 0^{\circ}$ , siendo  $\theta$  el ángulo entre el campo y la corriente.

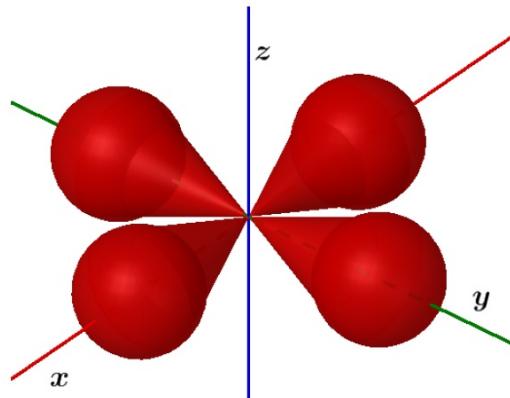


FIGURA 5.15. Orbitales  $3d$

Las investigaciones recientes han permitido descubrir materiales que presentan magnetoresistencia gigante (*Giant Magnetoresistance Effect*, o GMR), magnetoresistencia colossal (*Colossal Magnetoresistance* o CMR) y magnetoresistencia de efecto túnel (*Tunnel Magnetoresistance Effect* o TMR). Tanto la MR como la GMR se basan en el espín de los electrones y por eso forman parte de la espintrónica.

Magnetoresistencia(MR)	material	Cambios en la resistencia
MR anisótropa	ferromagnéticos	5%
MR gigante	ferromagnéticos multicapas	50%
MR túnel	ferromagnéticos Multicapas	1%
MR colossal	óxidos de perovskita de magnesio	600%

### 5.2.2. Conductividad eléctrica

Comentaremos un poco más el fenómeno de la Magnetoresistencia Anisotrópica. Queremos llegar a demostrar elementalmente que

$$\frac{R(H) - R(0)}{R(0)} \approx Cta(H^2) \quad (5.12)$$

o sea, que la variación relativa de la resistencia depende del campo aplicado al cuadrado.

Supongamos que en un metal tenemos  $n$  electrones por unidad de volumen. En ausencia de campo eléctrico exterior la velocidad media de los electrones es cero  $\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{v}_i$ , el mismo número de electrones se mueve en una dirección como en la opuesta. Cuando aplicamos un campo eléctrico la velocidad media deja de ser cero y los electrones se mueven libremente hasta que colisionan con algún centro de dispersión. El tiempo que transcurre entre colisiones se llama tiempo de relajación  $\tau$ . Llamamos  $\vec{J}$  a la densidad de corriente que es la carga eléctrica transportada por unidad de tiempo y área  $\vec{J} = n e \bar{v}$ . La ecuación de movimiento de los electrones es:

$$m \left( \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} \right) = e \vec{E} \quad (5.13)$$

Si la velocidad de traslación no varía con el tiempo, la solución será:

$$\vec{v} = \frac{e\tau}{m} \vec{E} = \mu \vec{E} \quad (5.14)$$

Calculemos la densidad de corriente en función de la velocidad media  $\vec{J} = n e \bar{v} = n e \mu \vec{E}$ , que es la ley de Ohm, por tanto  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  siendo  $\sigma$  la conductividad eléctrica y  $\rho = \sigma^{-1}$  la resistividad.

Recordando que  $E = \frac{V}{L}$ , donde  $L$  es longitud y  $V$  la diferencia de potencial, como  $J = \frac{I}{A}$  con  $I$  corriente y  $A$  área, luego la resistencia eléctrica la podemos escribir, reemplazando:

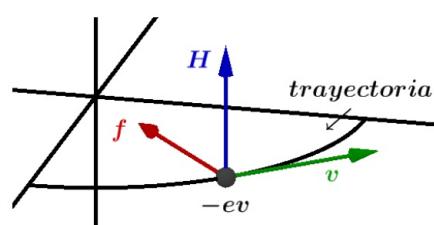
$$R = \frac{V}{I} = \frac{El}{JA} = \frac{EL}{\sigma EA} = \frac{L}{\sigma A} \quad (5.15)$$

Veamos el caso para Conductividad Eléctrica y Magnetoresistencia "normal":

Si introducimos un campo magnético externo, los electrones viajan de manera individual en trayectorias onduladas. La componente magnética de la fuerza de Lorentz ( $\vec{f} = e \vec{v} \wedge \vec{H}$ ) provoca este comportamiento de los electrones haciendo que viajen una distancia mayor y a su vez, incrementando la cantidad de eventos de dispersión.

Sabemos de mecánica que:

$$\begin{aligned} \vec{f} &= -e \vec{v} \wedge \vec{H} \therefore f = evH = ma = m\omega^2 r \\ \omega^2 r &= \frac{evH}{m} = \frac{ewrH}{m} \\ \omega &= \frac{eH}{m} \\ \theta &= \omega\tau = \frac{eH}{m}\tau = \frac{e\tau}{m}H = \mu H \end{aligned}$$



Continuando el análisis de la figura 5.16 se deduce que:

$$L_1 = 2r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx 2r\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\theta^3}{8}\right), \text{ luego será:}$$

$$\frac{L_0 - L_1}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \approx \theta^2$$

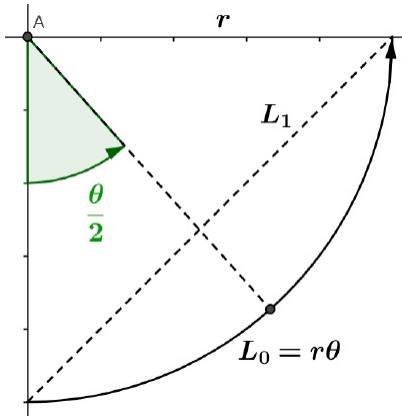


FIGURA 5.16. Momento angular

Por otro lado tenemos que  $R = \frac{L}{\sigma A}$  y entonces será:

$$\frac{R(H) - R(0)}{R(0)} = \frac{\Delta L}{L_0} \approx (\mu H)^2 \quad (5.16)$$

Expresión esta última que es la magnetoresistencia “normal”, de acuerdo con los datos experimentales.

### 5.2.3. MR por magnetización espontánea

En metales no magnéticos, la resistencia eléctrica decrece suavemente a medida que disminuye la temperatura. Este comportamiento es debido a la disminución de las vibraciones térmicas de los átomos. Como consecuencia de esto, la dispersión de los electrones es menor.

Si el metal es ferromagnético, existe una reducción adicional en la resistencia, debida a la alineación de los momentos magnéticos, (en ciertas circunstancias), a medida que se reduce la temperatura, que resulta en una disminución de la dispersión de los electrones de conducción, esto se representa en la figura 5.17

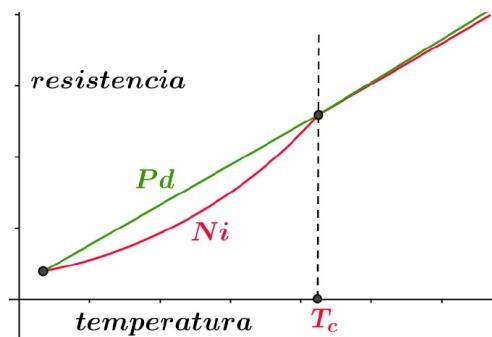


FIGURA 5.17. Resistencia - temperatura

### 5.2.4. MR Gigante

Es en 1988 la fecha en que Albert Fert y Peter Grünberg demuestran por separado, la existencia de un fenómeno llamado magnetoresistencia gigante, por lo cual les dieron el premio Nobel de física en el año 2007. La magnetoimpedancia gigante se observa en materiales ferromagnéticos blandos y consiste en una gran variación de la impedancia alterna,  $Z = R(\omega, H_{cc}) + iX(\omega, H_{cc})$ , cuando se hace pasar, por el material ferromagnético, una corriente alterna  $I_{ac}$  de frecuencia  $\omega$  en presencia de un campo magnético continuo  $H_{cc}$ . Fundamentalmente esta causada por la distribución no uniforme de la corriente alterna, efecto pelicular o "skin" el cual fue mencionado anteriormente y se describe en términos de la penetración  $\delta$  del campo electromagnético en el conductor:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad (5.17)$$

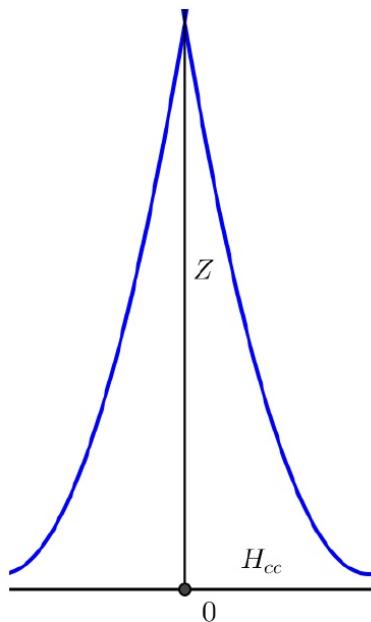
Siendo  $\mu$  la permeabilidad magnética y  $\sigma$  la conductividad. Vemos que la penetración al cuadrado es inversamente proporcional a  $\omega$ , la frecuencia, conductividad y permeabilidad magnética. Este fenómeno tiene una influencia directa sobre la impedancia, ya que, está no dependerá del área total del conductor, sino solo de la región donde circula la corriente, que es menor, dependiendo como vimos, de  $\delta$ . Si la frecuencia del campo no varía y  $\sigma$  la conductividad permanece constante, la impedancia solo dependerá de la permeabilidad magnética. Aquí, debemos ser cuidadosos al mencionar la permeabilidad, ya que sabemos de su carácter tensorial, luego si la probeta es plana la permeabilidad debería ser la transversal, mientras que si hablamos de hilos debería ser la permeabilidad circunferencial, que controlara a la impedancia. Pero, recordemos que la permeabilidad magnética depende del campo magnético exterior.

La variación típica de la impedancia en micro-hilos es de dos tipos según que el material sea:

- Rico en *Fe* con anisotropía magnética axial.
- Rico en *Co* con anisotropía magnética transversal.

Veamos el primer caso: Rico en *Fe*, con anisotropía magnética axial (longitudinal, paralela al eje del hilo,  $\lambda_s > 0$  ).

En este caso la impedancia presenta un solo pico, como es observado en la figura ??, con un máximo de la impedancia cuando  $H_{cc}$  es cero. El material posee una anisotropía magnética en la dirección de circulación de la corriente y coincide con la dirección del campo magnético. En este caso la muestra ya se encuentra saturada axialmente con  $H_{cc} = 0$  luego un aumento  $H_{cc}$  de fijara más  $M$  desplazando las paredes de los dominios hasta que solo prevalezca un solo dominio y la permeabilidad circunferencial solo puede disminuir.



Tendremos dos estados:

El estado inicial con  $H_{cc} = 0$  con dos dominios

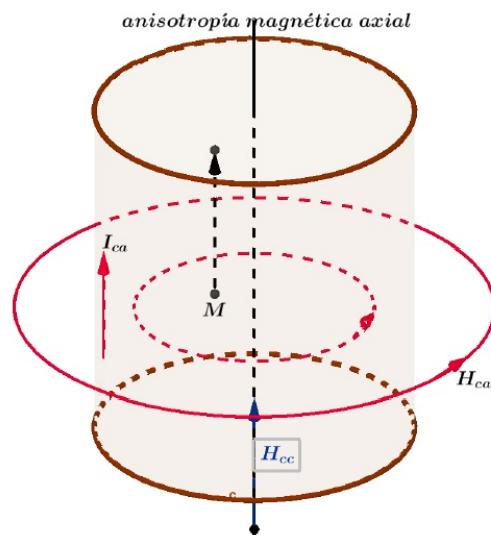


FIGURA 5.18. Un solo dominio

y el estado final con un solo dominio

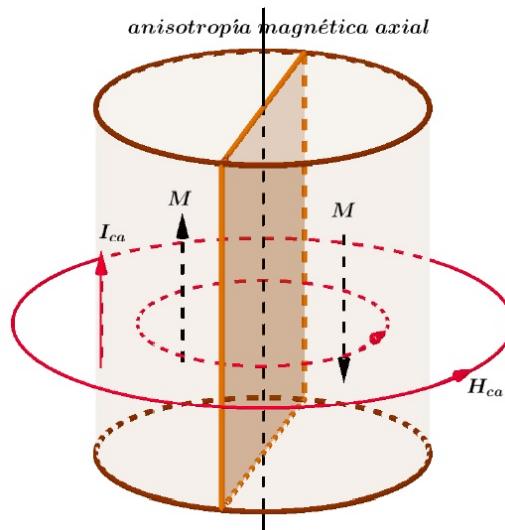
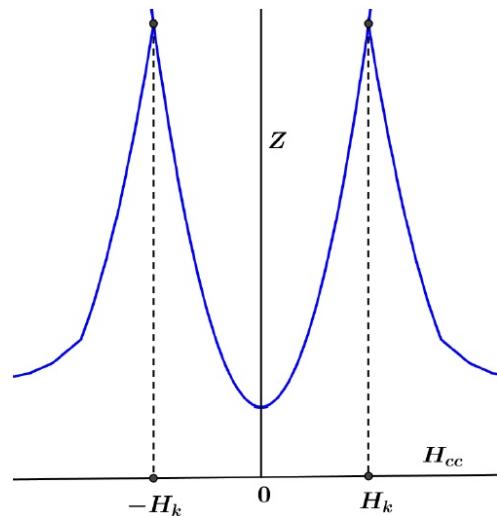


FIGURA 5.19. Dos dominios

El segundo caso: Rico en  $Co$ , con anisotropía magnética transversal  $\lambda_s < 0$  será:

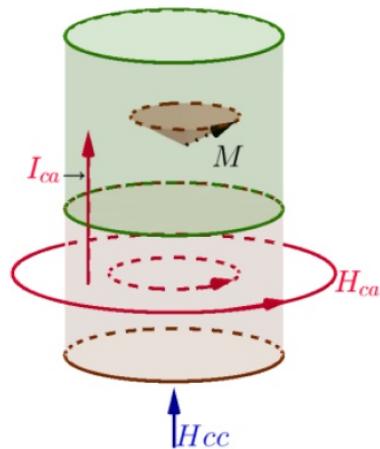
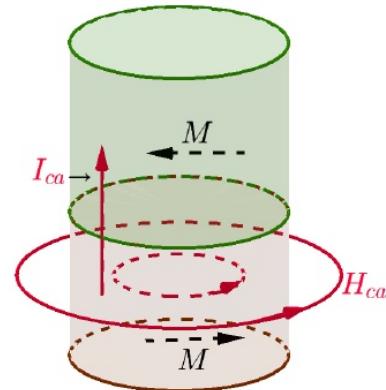
Sin campo continuo  $H_{cc} = 0$  las variaciones de  $H_{ca}$  tienen muy poca influencia sobre la magnetización  $M$  transversal. Si se aplica un campo  $H_{cc}$  pequeño la posición de equilibrio de se modifica y la magnetización oscilara de acuerdo a la corriente alterna incrementando  $\mu_t$ . En la medida que aumenta  $H_{cc}$ ,  $M$  se aproxima mas a la dirección axial y aumenta  $\mu_t$ . Cuando es igual al campo de anisotropía  $\pm H_k$  se produce el máximo de  $\mu_t$  y cualquier aumento posterior de  $H_{cc}$  produce una disminución de  $Z$ .



### 5.2.5. Anisotropía Magnética Transversal

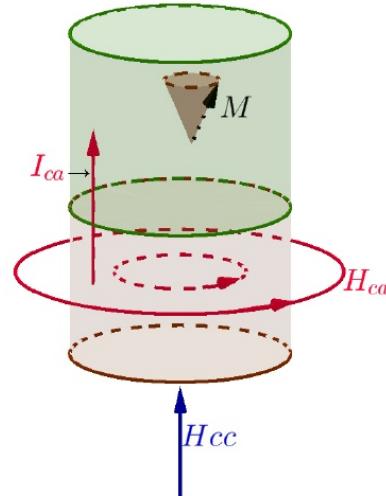
Se observan en los esquemas dos dominios magnéticos con anisotropía trasversal.

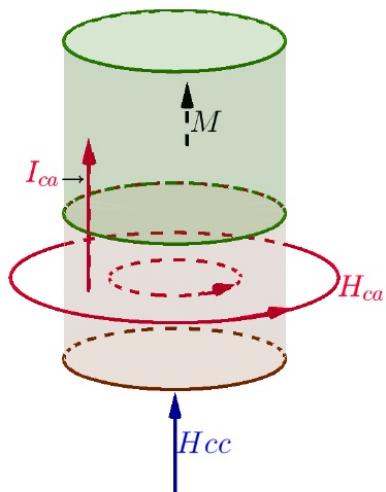
Vemos que al aumentar el campo  $H_{cc}$  el campo  $H_{ca}$  hace oscilar el momento magnético  $M$  alrededor de  $H_{cc}$



Cuando  $H_{cc}$  llega a valer  $H_k$  el momento magnético es colineal con el campo exterior.

Llamamos a  $H_k$  campo de anisotropía y es el campo efectivo con magnitud tal que ejerce la misma rotación sobre  $M$  que la anisotropía del material.





A partir de  $H_k$  la impedancia comienza a disminuir.

A los efectos de una mejor comprensión de los temas siguientes, conviene hacer aquí un pequeño paréntesis y desarrollar los temas de resonancia ferromagnética y corriente de espín.

### 5.3. Resonancia Ferromagnética

La resonancia ferromagnética, observada por primera vez por Griffiths en 1946, ocurre cuando un material ferromagnético es puesto en presencia de un campo magnético. Recordemos que los átomos ferromagnéticos poseen un momento magnético neto dado por sus electrones no apareados. Si sobre un átomo ferromagnético actúa un campo magnético exterior  $H_{cc}$  continuo, los momentos magnéticos de los electrones comienzan a precesar alrededor del campo (ver figura 5.20) con una frecuencia dada por la expresión de Larmor, como ya fue comentado. La posición de equilibrio del momento magnético de un átomo  $\vec{\mu}$  en el campo magnético externo es la dirección paralela al campo, como lo muestra la expresión:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{M} \quad (5.18)$$

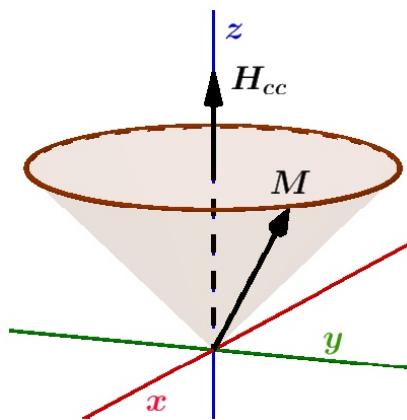


FIGURA 5.20. Campo perpendicular

En presencia de un campo perpendicular o por agitación térmica, el momento magnético  $\vec{\mu}$  comenzará a precesar en torno a  $H_{cc}$  (ver figura 5.21) saliendo del equilibrio. Luego, el torque  $\vec{\tau}$ , genera una variación del momento angular (ojo, momento angular del electrón).  $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$  o bien como  $\vec{L} = \hbar\vec{S}$ , reemplazando:

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \vec{H}_{cc} = \frac{-g\mu_B}{\hbar} \vec{S} \wedge \vec{H}_{cc} \quad (5.19)$$

Y haciendo  $\frac{-g\mu_B}{\hbar} = \gamma$  queda:

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \gamma \vec{S} \wedge \vec{H}_{cc} \quad (5.20)$$

Expresión que indica cómo el spin precesa en torno al campo magnético.

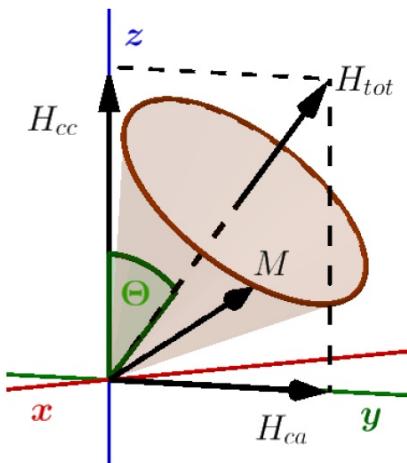


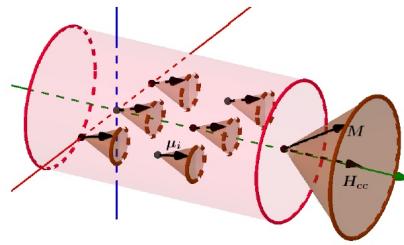
FIGURA 5.21. Precesión alrededor de  $H_{tot}$

Lo expuesto es solo para un electrón pero un material ferromagnético posee gran cantidad de átomos con las características expuesta. Dicho de otro modo, todos los momentos magnéticos alineados en torno al campo aplicado. Es posible calcular la magnetización macroscópica  $\vec{M}$ , será

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{\forall i} \vec{\mu}_i \quad (5.21)$$

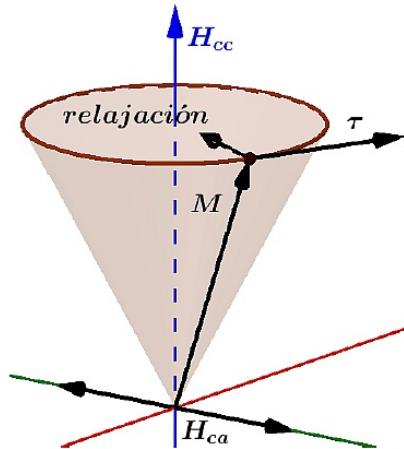
Donde  $V$  es el volumen de la muestra. Luego la ecuación de movimiento de la magnetización será:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \wedge \vec{H}_{cc} \quad (5.22)$$

FIGURA 5.22. Precesión de la  $M$  total alrededor de  $H_{tot}$ 

Si ahora se introduce un nuevo campo magnético, pero alterno  $H_{ca}$  y perpendicular a  $H_{cc}$  (ver figura 5.23), la magnetización precesará alrededor de la suma de ambos campos  $H_{tot}$ , formando un ángulo  $\theta$  con  $H_{cc}$ . Si aumentamos la frecuencia de  $H_{ca}$ , el ángulo  $\theta$  se incrementa. Cuando nos aproximamos a  $\omega_0$ , frecuencia de Lamor,  $H_{tot}$  es perpendicular a  $H_{cc}$ . Este fenómeno se llama **Resonancia Ferromagnética**.

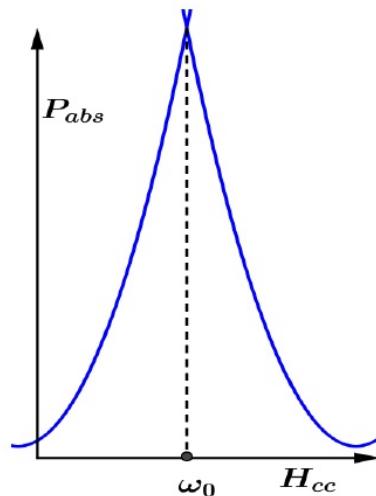
Calculemos el valor de  $\omega_0 = \gamma H_{cc}$ , como  $\gamma = \frac{g\mu_b}{\hbar}$  para  $g = 2$  es  $2\pi 2,8 \frac{\text{GHz}}{\text{KOe}}$ , luego para un campo de algunos KOe,  $1\text{Oe} = \frac{1000}{4\pi} \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$  la frecuencia estaría en la zona de las microondas.

FIGURA 5.23. Relajación de la  $M$  total

El problema de determinar la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  es un poco más complicado de lo aquí expuesto, pues, existe según la forma de la muestra un campo de desmagnetización que se opone al campo aplicado, también la anisotropía lo modifica. Luego la frecuencia depende de varios factores, en general los mecanismos mencionados son de perdidas o relajación y son descritos fenomenológicamente. Por tanto la expresión de la ecuación de movimiento de la magnetización se debe modificar agregando un segundo término, sin entrar en detalles.

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \wedge \vec{H}_{cc} + \text{términos de relajación}$$

Esta expresión es conocida con el nombre de Landau-Lifshitz-Gilbert. La potencia de la señal de microonda absorbida por la muestra.  $P_{abs}$  se mide en función del campo de continua  $\vec{H}_{cc}$  presentando un máximo en resonancia, como se observa en la figura.



### 5.3.1. Corriente de espín

Los electrones se caracterizan por sus propiedades intrínsecas: **masa, carga eléctrica y espín**, (nunca dejan de tenerlas). La carga eléctrica es la que se ha dado origen a la electricidad y electrónica convencional. Hasta hace pocos años no se tenía en cuenta el espín en una corriente eléctrica. Tampoco era necesario preguntarse por el espín cuando los conductores eran el cobre o la plata. Si el conductor es un material ferromagnético hay una interacción entre el espín y el campo magnético del conductor dando origen a la corriente de espín. Esta nueva área de la Física es llamada espintrónica o magnetolectrónica.

La corriente de espín tiene encuentro la orientación del espín pero también puede estar asociada con la corriente de carga, se puede tener un flujo de corriente de carga con espines polarizados, como se verá en posteriores desarrollos. La corriente de espín se puede pensar como la diferencia entre el flujo de los espines hacia arriba y los espines hacia abajo. Como se observa en el esquema.

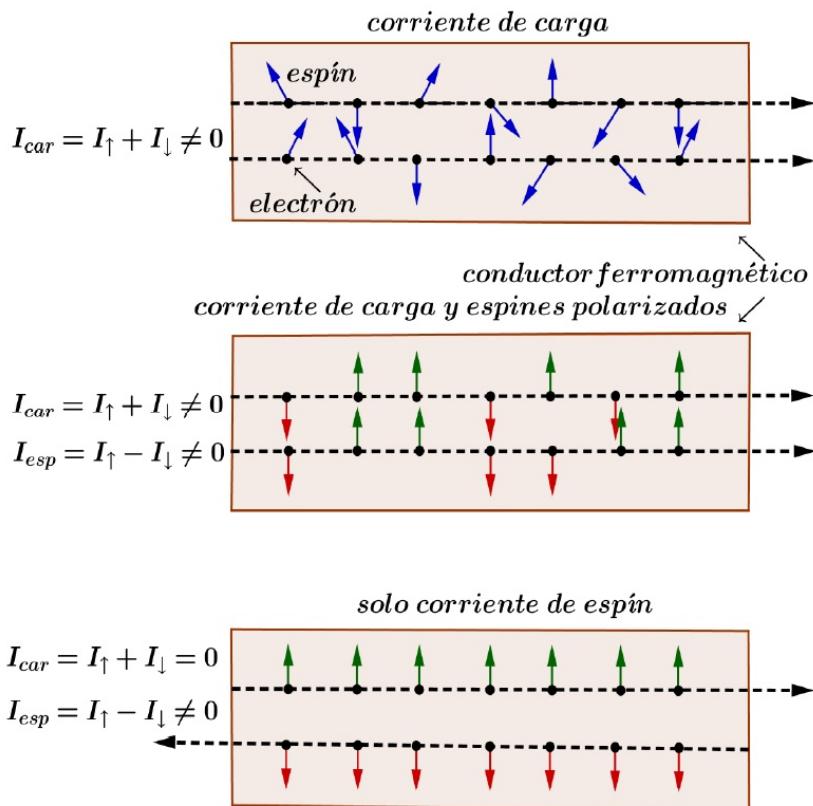
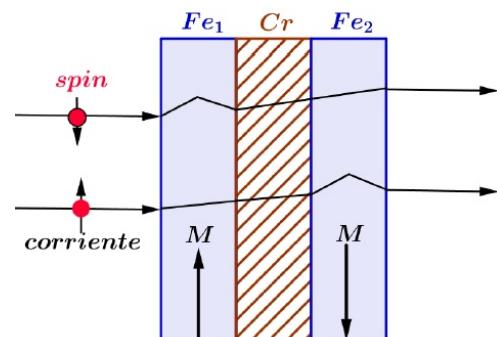


FIGURA 5.24. Corriente de espín

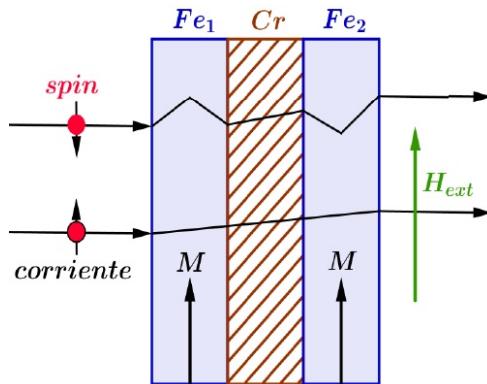
### 5.3.2. Válvula de espín(ferromagnéticos multicapas)

Antes de pasar a la magnetoresistencia de efecto túnel veremos la denominada **válvula de espín**.

Estas están formadas por dos capas ferromagnéticas separadas por un material metálico que no es ferromagnético de un espesor de aproximadamente  $1nm$ , por ejemplo  $FeCrFe$ . La capa ferromagnética de la izquierda la llamamos  $Fe_1$  y a la de la derecha  $Fe_2$ . Una de las capas presenta una magnetización fija mientras que la otra la podemos variar con el campo externo  $H_{ext}$ . Obsérvese que dibujamos la corriente que incide sobre  $Fe_1$  como si fueran dos, cada una con un tipo de espín. Estas corrientes cuando atraviesan el material se separan.



Cada electrón, dependiendo de la orientación de su espín, tomará caminos diferentes al recorrer el sistema. Se observa que cuando el espín está alineado con la magnetización las desviaciones o choques son mínimas. Lo que indica que los electrones al dejar el material  $Fe_1$  mayoritariamente estarán orientados en una dirección, esto es llamado polarizador. En el esquema superior observamos que una dirección de espín no sufrirá choques al atravesar el sistema, lo cual genera un flujo alto de corriente. En el esquema inferior ambas direcciones sufrierán choques ocasionando un bajo flujo de corriente. El cambio en la magnetización es comandada por el campo exterior  $H_{ext}$ . De ahí el nombre de válvula de espín.



A los diagramas anteriores se puede agregar dos circuitos de la figura 5.25 que lo complementan indicando  $R$  la de mayor resistencia y con  $r$  la de menor. Donde los vectores en  $R_{\uparrow\uparrow}$  indican igual sentido de la magnetización.

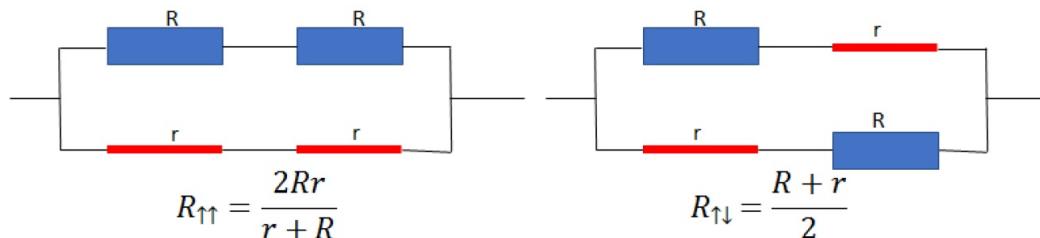
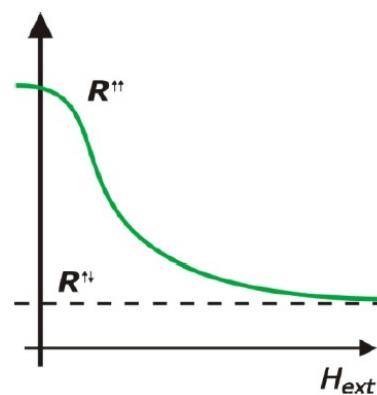


FIGURA 5.25. Válvula de espín

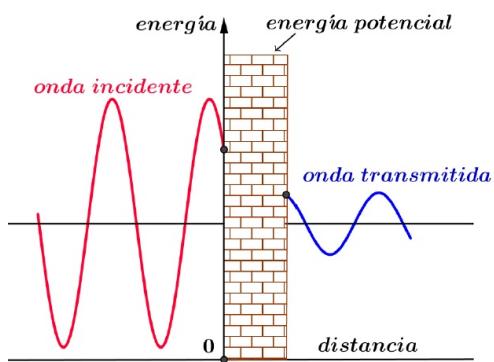
El siguiente esquema muestra la variación de la resistencia según el campo externo. Esta variación de la impedancia es grande comparada con la hallada por L. Kelvin y es lo que llamamos válvulas de espín. Este hallazgo produjo inmediatamente aplicaciones en los cabezales de lectura de discos duros. Posteriormente hace su aparición un fenómeno más poderoso basado en el efecto túnel.



### 5.3.3. MR de efecto túnel I

Parecería que la forma más simple de acceder a la Magnetoresistencia de efecto túnel es por medio de los **ferromagnéticos multicapas** que veremos posteriormente, o bien, como acabamos de ver, por las válvulas de espín

El sistema para desarrollar la magnetoresistencia de efecto túnel es similar al descripto para la válvula de spin, salvo que la zona intermedia entre los dos ferromagnéticos es reemplazada por un aislante no magnético. En el 2001 se encontró que usando hierro como material ferromagnético y  $MgO$  como aislante, se podría producir grandes variaciones en la resistencia. Es conveniente, antes de seguir, aclarar el significado del efecto túnel. Es un fenómeno cuántico por el cual una partícula atómica viola un principio de la mecánica clásica y atraviesa una barrera de potencial mayor que la energía cinética de la partícula.



Las primeras aplicaciones de este fenómeno fueron realizadas en física nuclear, pero luego se extendió a otras áreas que se rigen cuánticamente como, cosmología, semiconductores, microscopio, etc. En el esquema se ejemplifica el fenómeno, no está representada parte de la onda incidente que es refleja. La barrera, representada por la pared, al ser delgada permite que la onda la atraviese y emerja en la capa de la derecha para continuar propagándose. Otra propiedad importante del efecto túnel es que el electrón conserva su orientación durante una determinada distancia de viaje llamada, "longitud de difusión del espín,  $\lambda_{sd}$ ". Pasada esta distancia el electrón sufre dispersión y olvida la orientación que tenía. Las distancias típicas están comprendidas entre  $1\text{nm}$  hasta  $1\mu\text{m}$  dependiendo del camino libre medio. Continuaremos con Magnetoresistencia Túnel, pero antes debemos presentar algunos temas vinculados que ayudarán a su comprensión, estos son: Bandas de Conducción, Aisladores semiconductores y conductores y Electrones libres en un campo magnético.

### 5.3.4. Bandas de conducción

Con anterioridad comentamos, (ver paramagnetismo de Pauli) la estadística que siguen los electrones cuando se encuentran libres, formando lo que se conoce como un gas de electrones. Las partículas con espín cero y con espín entero se denominan bosones (por el físico Bose) y la de espín semientero fermiones (por Fermi). Siempre a cualquier temperatura los electrones de un metal pueden ser considerados como un gas de electrones, siguiendo la estadística de Fermi. Esta idealización tan simple permite no pensar en los iones del metal, que retienen a los electrones, sino considerar a los electrones que se encuentran en un metal como si estuvieran en un cajón. Pese a su simplicidad en muchos casos se encuentra una buena coincidencia con la realidad.

Veamos cómo se llega a las bandas de conducción en los sólidos y atreves de ellos explicar la conducción térmica, eléctrica. Para ello retomemos el modelo de los orbitales moleculares y en particular en el metal  $Li$  que tiene  $Z = 3$  luego, la configuración electrónica será  $1s^2 2s^1$ , por tanto el orbital molecular para dos átomos será el indicado en la figura 5.26

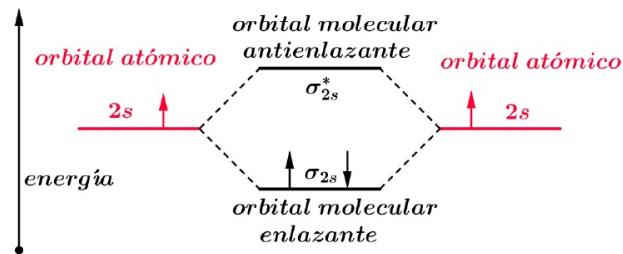


FIGURA 5.26.  $Li_2$

Para poder generalizar la idea a un sólido se lo representa, como en la figura 5.27:

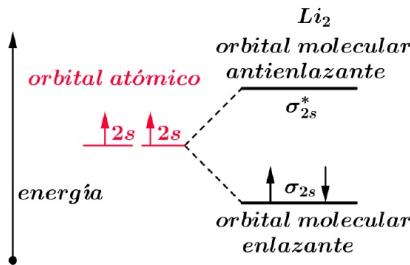


FIGURA 5.27. Metal<sub>2</sub>

Vemos que al ir aumentando la cantidad de átomos crece el número de niveles hasta llegar a un continuo. En algunos metales se solapan ambas bandas. Es simple comprender que con un aumento de temperatura algunos electrones fácilmente pasan a la banda de conducción (ver figura 5.28). Al aumentar el número de átomos que interaccionan, aumenta la diferencia de energía entre el orbital molecular más enlazante y el más antienlazante. La mitad de los orbital molecular son esencialmente enlazantes y la otra mitad son antienlazantes. Vemos que al aumentar la cantidad de átomos en el sólido, crece el número de niveles hasta llegar a un continuo. En algunos metales se solapan ambas bandas. Es simple comprender que con un aumento de temperatura algunos electrones fácilmente pasan a la banda de conducción. Banda de valencia es la ocupada por los electrones de mayor energía, mientras que la banda de conducción tiene niveles vacíos de menor energía.

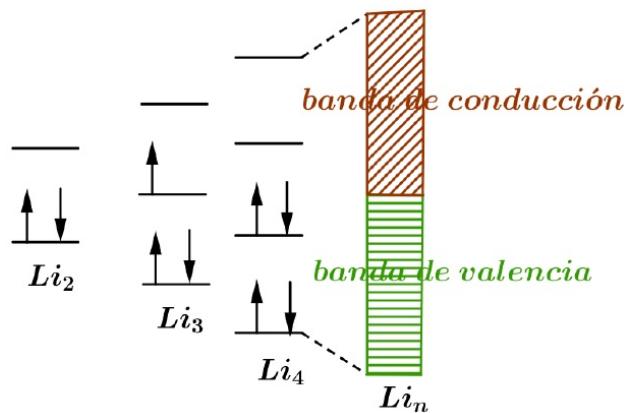


FIGURA 5.28. Bandas de valencia y de conducción

La energía de Fermi  $E_F$  es la máxima energía ocupada por un electrón a  $0^{\circ}K$ , esta energía es importante para el comportamiento de electrones. Los electrones son partículas con espín semientero que verifican el principio de Pauli luego, dos electrones no pueden ocupar simultáneamente el mismo estado cuántico. De esta manera, cuando un sistema posee varios electrones, estos ocuparán niveles de energía mayores a medida que los niveles se llenan, de esta forma se llenan las capas.

En la banda de conducción a  $0^{\circ}K$ , no hay electrones aunque hay muchos estados disponibles. A altas temperaturas, pueden estar pobladas.

Si se combinan  $n$  orbitales atómicos para formar un sólido metálico se forman  $n$  orbitales moleculares. Si  $n$  es grande, la separación de los niveles es pequeña, de manera que tenemos un continuo de niveles y la diferencia de energía entre niveles es pequeña. En este caso los electrones se pueden excitar fácilmente y pasar de un nivel lleno a los vacíos inmediatos, explicando de esta manera la conductividad eléctrica y térmica.

La importante cantidad de niveles en la banda permite la absorción de radiación de cualquier longitud de onda y también su emisión, explicación su alta reflectividad y también su alta conductividad térmica.

Para que un electrón sea libre debe ser promovido a uno de los estados de energía vacíos de la banda de conducción. Un conductor, necesita muy poca energía para que sus electrones accedan a la banda de conducción, basta una pequeña diferencia de potencial. Por el contrario los aisladores no tienen unidas las capas de valencia y conducción con lo cual resulta complejo que los electrones accedan a la banda de conducción.

El carbono  $C$  (en su forma de diamante) es un aislante eléctrico, la banda de valencia está completamente llena y la banda de conducción está muy alejada como para que los electrones accedan por excitación térmica. El  $Si$  y el  $Ge$  tienen una diferencia menor entre ambas bandas, por eso son semiconductores. Compuestos como  $TiO_2$  o  $CdS_2$  tienen un salto entre bandas pequeño de tal manera que iluminándolos se convierten en conductores.

### 5.3.5. Conductores, semiconductores y aisladores

Las propiedades eléctricas de los sólidos dependen directa de la estructura de bandas en, véase la figura ??

- 1 El litio tiene la banda de conducción parcialmente ocupada, luego es un conductor.
- 2 El berilio tiene ocupada totalmente la banda de conducción y solapa con la banda de conducción, es conductor.
- 3 Si entre la banda de valencia y la de conducción hay una diferencia de energía de aproximadamente  $1\text{eV}$ , los electrones pueden saltar a la banda de conducción cuando de alguna manera adquieren esa energía. Estamos en presencia de un semiconductor.
- 4 Si la energía para acceder a la banda de conducción es elevada y la banda de valencia está llena, estamos en presencia de un aislador.

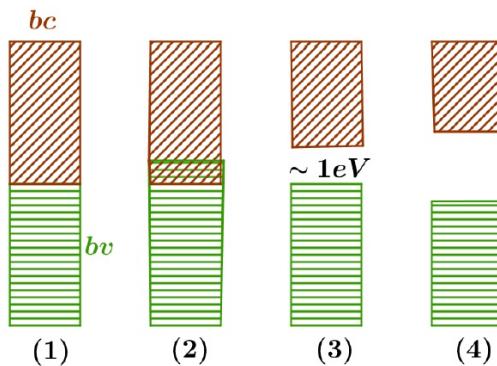


FIGURA 5.29. Conductores, semiconductores y aisladores

Obsérvese en la figura ?? los distintos casos. La conductividad depende de la separación de las bandas.

Con respecto a la conductividad es frecuente en fase sólida. En algunos líquidos la mezcla de orbitales les confiere conducción eléctrica, caso mercurio. En fase gaseosa el comportamiento metálico deja de existir.

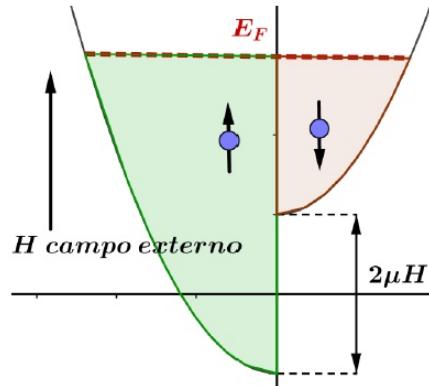
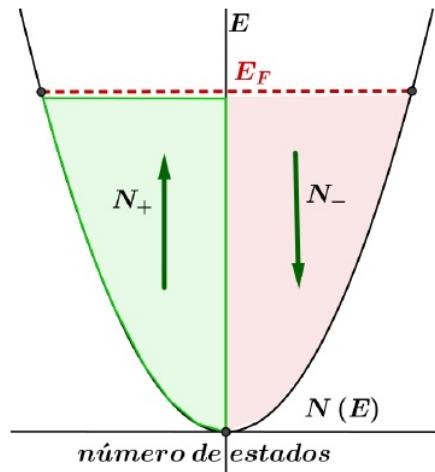
La cantidad de energía disponible como resultado de elevar la temperatura del sólido es del orden de  $kT = 0,026\text{ eV}$  a  $300^\circ\text{K}$ , que resulta pequeña si la comparamos con la energía de Fermi que es  $7\text{eV}$  para el cobre. Esto quiere decir que la energía térmica solo puede interactuar con pocos electrones, ya que la mayoría de los electrones están alejados de la energía de Fermi. Sin embargo estos pocos electrones dan lugar a fenómenos como la aparición de gradientes de potencial al calentarse a diferentes temperaturas los extremos de un conductor dando lugar al efecto Seebeck; complementarios de este último son los efectos Peltier y Thomson.

### 5.3.6. Electrones libres en un campo magnético

Como fue visto cuando se presentó el paramagnetismo de Pauli, los electrones poseen una pequeña susceptibilidad paramagnética de volumen.

En el esquema se muestra la distribución de electrones. El comportamiento de los electrones libres tiene consecuencias cuando sobre dicho material se aplica un campo magnético  $H$  externo. Si un espín se alineado con el campo externo tienen menos energía que los antialineados y la energía conjunta de todos los electrones será aproximadamente la  $E_F$ .

Luego, en un metal, mantener esa energía constante implica que algunos electrones anti-alineados deben alinearse con el campo  $H$ . Sin campo las poblaciones de espines alineados y anti-alineados es más o menos la misma, pero en presencia de campo debe aumentar el número de alineados y decrecer el número de desalineados, superando el número de momentos magnéticos alineados a los anti-alineados. Esto ya fue comentado.



### 5.3.7. MR de efecto túnel II

Los electrones viajan a la sub-banda que presentan la misma orientación de espín, ya que conservan la orientación durante el efecto túnel. Esto es efectivo cuando se aplica un voltaje y los electrones viajan de izquierda a derecha, dependiendo de la disponibilidad de estados libres. Por tanto si  $Fe_1$  y  $Fe_2$  poseen la misma orientación de sus momentos magnéticos (caso de la izquierda) los electrones encontrarán los mismos estados de orientación en el otro, ocasionando una importante corriente túnel (véase la figura 5.30).

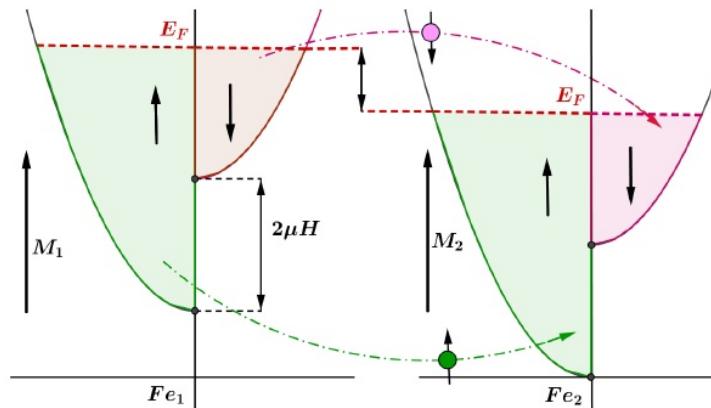


FIGURA 5.30. Efecto túnel On

Pero, si los momentos magnéticos son antiparalelos ambas direcciones tendrán dificultades, siendo la corriente túnel pequeña (véase la figura 5.31).

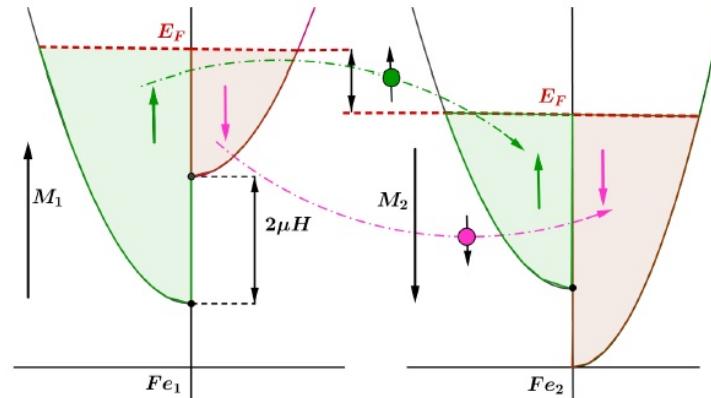
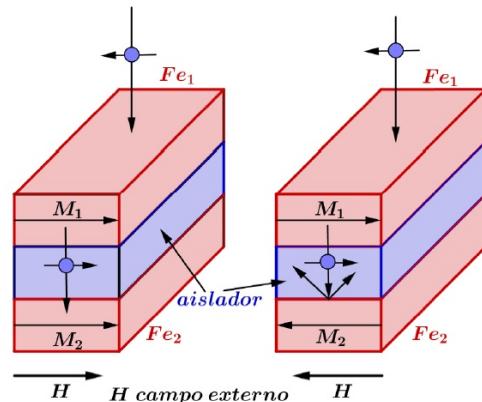


FIGURA 5.31. Efecto túnel Off

Dicho de otro modo: La corriente que pasa a través del efecto túnel, por el aislador que conecta los dos ferromagnéticos, depende de la dirección de la magnetización. Si la magnetización de los dos ferromagnéticos es paralela entre sí, entonces la corriente del túnel es alta. Luego, una alineación antiparalela de magnetización de los dos ferromagnéticos disminuye el flujo de corriente. Esta magnetización es comandada por un campo externo  $H$ .

luego hacemos pasar una corriente perpendicular a las capas mencionadas. Los electrones al pasar por la primera placa gruesa, (generalmente llamada "capa fija") se polarizaran según  $M_1$ , entonces en la segunda placa tenemos una corriente polarizada de espín. Esta corriente de espín polarizada accede a la tercera placa ferromagnética, más delgada (la "capa libre"), el momento angular puede transferirse a esta capa, cambiando su orientación, normalmente habrá un cierto ángulo entre la polarización de los espines y la magnetización local  $M_2$ . Si esta suposición es correcta los electrones precesan. Los efectos generalmente solo se ven en dispositivos a escala nanométrica.



### 5.3.8. Consecuencias de la transferencia de espín

Los estados magnéticos de un sólido son controlados y manipulados clásicamente a través de campos magnéticos aplicados. En 1996 J.C. Slonczewski y I. Berger, predijeron teóricamente el fenómeno de la transferencia de torque de spin. La transferencia de torque por el spin es un efecto en el cual la orientación de una capa magnética en una unión de túnel magnético o válvula de spin puede modificarse usando una corriente de spin polarizada. Vimos que una corriente eléctrica generalmente no está polarizada, consiste en un 50 % de spin-up y un 50 % de spin-down. Una corriente polarizada tiene mayormente los electrones en una sola dirección. Al pasar una corriente (no polarizada) a través de una capa magnética gruesa (en espesor, generalmente llamada "capa fija"), se produce una corriente polarizada. Si esta corriente se dirige a una segunda capa magnética más delgada ("capa libre"), el momento angular se transfiere a esta capa, cambiando la orientación magnética. Esto puede usarse para excitar oscilaciones o incluso cambiar la orientación del imán. Los efectos generalmente solo se ven en dispositivos a escala nanométrica. Para describirlo consideramos el esquema formado por dos capas de material ferromagnético separados por un conductor no magnético como en el caso de válvula de spin.

Como fue comentado, son dos las posibles acciones de la corriente de spin:

- 1 Una importante corriente puede, en principio, generar un torque lo suficientemente grande como para cambiar la dirección de magnetización del material que está atravesando.
- 2 La teoría muestra que, en ciertas situaciones, el par de transferencia de spin puede provocar que la magnetización de una capa ferromagnética gire alrededor, en precesión, a una frecuencia controlada por la corriente. Esta técnica hace posible los osciladores en el orden de los gigahercios con una amplia gama de usos electrónicos.

Considere el esquema de la figura 5.32 donde la capa fija tiene su magnetización  $M_1$  permanente y la capa libre tiene una dirección de magnetización arbitraria  $M_2$ . Una corriente eléctrica no polarizada que pasa de izquierda a derecha se polarizaría después de pasar por capa libre. A medida que se inyectan en la capa libre, los espines de electrones se realinean hacia la dirección de  $M_2$ . Sin embargo, debido a la conservación del momento angular, el impulso de los spin también se transfiere a  $M_2$ . Por lo tanto, la magnetización  $M_2$  siente un par con la misma dirección de  $M_1$ .

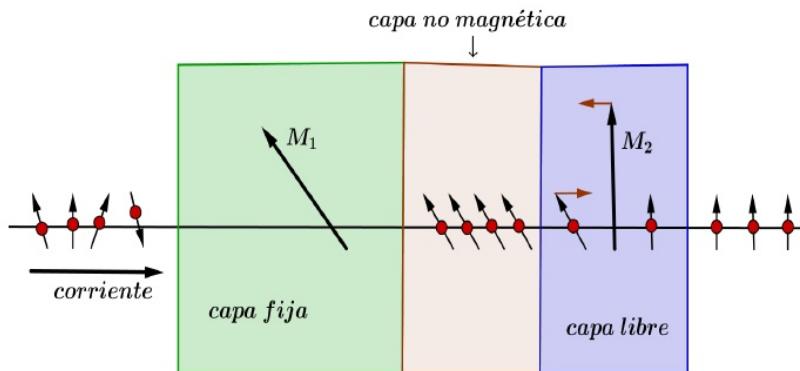


FIGURA 5.32. Realineación de espines

### 5.3.9. Estados magnéticos del sólido

Los estados magnéticos de un sólido son controlados y manipulados clásicamente a través de campos magnéticos aplicados. En 1996 J.C. Slonczewski y I. Berger, predijeron teóricamente el fenómeno de la transferencia de torque de espín. La transferencia de torque por el espín es un efecto en el cual la orientación de una capa magnética en una unión de túnel magnético o válvula de spin puede modificarse usando una corriente de spin polarizada. Vimos que una corriente eléctrica generalmente no está polarizada, consiste en un 50 % de spin-up y un 50 % de spin-down. Una corriente polarizada tiene mayormente los electrones en una sola dirección. Al pasar una corriente (no polarizada) a través de una capa magnética gruesa (en espesor, generalmente llamada "capa fija"), se produce una corriente polarizada. Si esta corriente se dirige a una segunda capa magnética más delgada ("capa libre"), el momento angular se transfiere a esta capa, cambiando la orientación magnética. Esto puede usarse para excitar oscilaciones o incluso cambiar la orientación del imán. Los efectos generalmente solo se ven en dispositivos a escala nanométrica. Para describirlo consideraremos el esquema formado por dos capas de material ferromagnético separados por un conductor no magnético como en el caso de válvula de espín.

Como fue comentado, son dos las posibles acciones de la corriente de spin:

- 1 Una importante corriente puede, en principio, generar un torque lo suficientemente grande como para cambiar la dirección de magnetización del material que está atravesando.
- 2 La teoría muestra que, en ciertas situaciones, el par de transferencia de espín puede provocar que la magnetización de una capa ferromagnética gire alrededor, en precesión, a una frecuencia controlada por la corriente. Esta

técnica hace posible los osciladores en el orden de los gigahercios con una amplia gama de usos electrónicos.

**Repetimos con otras palabras lo antes dicho:**

### 5.3.10. Filtro de espín

Un material ferromagnético actúa como un filtro de espín absorbiendo las componentes transversales del momento del spin y dejando una corriente polarizada. Cuando esta corriente se inyecta en otro material ferromagnético se produce el mismo efecto de filtrado de espín. Los componentes de la polarización del espín transversal a la magnetización del segundo ferromagnético se absorben y aplican un par a la magnetización que es el par de transferencia de spin. Por lo tanto, la corriente de espín polarizada aplicaría un par a la magnetización del segundo ferromagnético si la corriente de polarización y la magnetización no son colineales. Ver esquema. Tenga en cuenta que el efecto de transferencia de torque también está presente cuando los electrones pasan a través de la capa fija. sin embargo, dado que capa fija es de mayor tamaño, el efecto es insignificante.

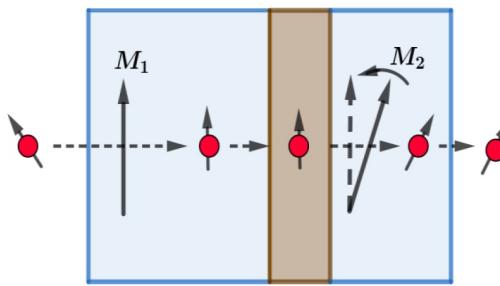


FIGURA 5.33. Transferencia del momento



## Capítulo 6

# Introducción a la Superconductividad

El descubrimiento de que algunos materiales perdían su resistencia eléctrica a temperaturas muy bajas se realizó en 1911 y hasta 1986, las temperaturas críticas para todos los superconductores conocidos no superaron los 23 Kelvin ( $23^{\circ}K$  o  $-250^{\circ}C$ ). En 1986, se produjo un gran avance en la superconductividad cuando dos científicos, el Dr. K. Alex Muller y el Dr. J. Georg Bednorz, en un laboratorio de IBM en Zurich, Suiza, identificaron una cerámica compuesto de óxido que se demostró que era superductora a  $36^{\circ}K$ , ( $-237^{\circ}C$ ). Este descubrimiento les valió el Premio Nobel de Física de 1987, (uno de los cuatro Premios Nobel que se han otorgado por trabajos en superconductividad). Posteriormente se descubrió una serie de compuestos de óxidos cerámicos relacionados que tienen temperaturas críticas más altas

Antes del descubrimiento y desarrollo de materiales de HTS (Alta Temperatura de Superconducción), el uso de la superconductividad no había sido práctico ni económico para aplicaciones comerciales, excepto para las aplicaciones de imágenes de resonancia magnética (MRI) y de almacenamiento de energía magnética superductora (SMES), principalmente porque los superconductores disponibles comercialmente de LTS (Baja Temperatura de Superconducción) se hacen superconductores solo cerca del 0K. Aunque es tecnológicamente posible enfriar materiales LTS a una temperatura a la que se vuelven superconductores, la comercialización de materiales LTS no ha sido exitosa debido al alto costo asociado con el proceso de enfriamiento. Por ejemplo, el helio líquido, que se puede usar para enfriar materiales a aproximadamente  $4^{\circ}K$  ( $-269^{\circ}C$ ), y que se ha usado comúnmente para enfriar materiales LTS, es caro y sumamente costoso de mantener.

En la actualidad el superductor HTS de mayor temperatura es el  $gBa_2Ca_2Cu_3O_8$  o más sintéticamente  $Hg - 1223$ , de estructura cristalina tetragonal y de temperatura de superconductividad de  $134^{\circ}K$  ( $-139^{\circ}C$ ) temperatura fácilmente alcanzable con aire líquido (punto de fusión:  $-216,2^{\circ}C$ , punto de ebullición:  $-194,35^{\circ}C$ )

### 6.1. Conductividad clásica

#### 6.1.1. Resistencia residual

Un electrón libre puede moverse en un cristal perfecto sin pérdidas de energía. cualquier irregularidad en la estructura genera dispersión en los electrones produciendo una resistencia. Aún a  $0^{\circ}K$  hay una variedad de defectos que generan

resistencia eléctrica.

La discrepancia entre los valores calculados teóricamente y los medidos experimentalmente debe a que la estructura cristalina real difiere de la ideal, de esta manera aparecen dos resistividades: una térmica ( $\rho_T$ ) y otra residual ( $\rho_R$ ) la segunda es ocasionada por defecto reticulares. el trabajado en frío del metal agrega otro término que es determinado experimentalmente. La resistividad aumenta linealmente con la temperatura:

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha\delta T) = \rho_R + \rho_T \quad \text{Regla de Güneisen} \quad (6.1)$$

Para la mayoría de los metales puros a excepción de los de transición  $\alpha$  vale aproximadamente  $4,0 \cdot 10^{-3}$ , los de transición y en particular los ferrosos tienen valores más altos:  $\alpha \approx 10^{-2}$

Para temperaturas muy bajas se demuestra que la resistividad es proporcional a  $T^5$ .

$$\rho(T) = \rho_0 + \alpha T^5 \quad \text{Regla de Mathiessen} \quad (6.2)$$

La medición experimental de la resistividad es un método cómodo y preciso para determinar indirectamente propiedades de los metales y aleaciones, tales como transformaciones envejecimiento, transformaciones magnéticas etc, usando un alambre de platino puede confeccionarse un termómetro patrón. Existe una gran cantidad de trabajo sobre la resistividad de aleaciones y otras propiedades, por ejemplo: variación de la resistividad con el endurecimiento del metal, daño por radiación, etc.

### 6.1.2. Conductividad y aleaciones

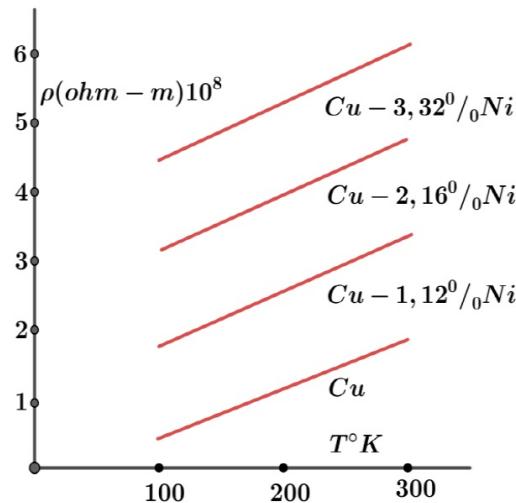
Los aleantes, invariablemente aumentan la resistividad. Este efecto es diferente en los semiconductores. En el esquema se observa Cómo varía la resistividad del cobre con el agregado de una impureza en función de la temperatura. La dependencia de la resistividad residual ( $\rho_R$ ) en el caso de un solo tipo de impureza está dada por:

$$\rho_R = AX(1 - X) \quad \text{Regla de Nordheim} \quad (6.3)$$

Donde  $S$  es la concentración y  $A$  es una constante que depende del solvente si  $X \ll A$ , solución diluida, entonces:

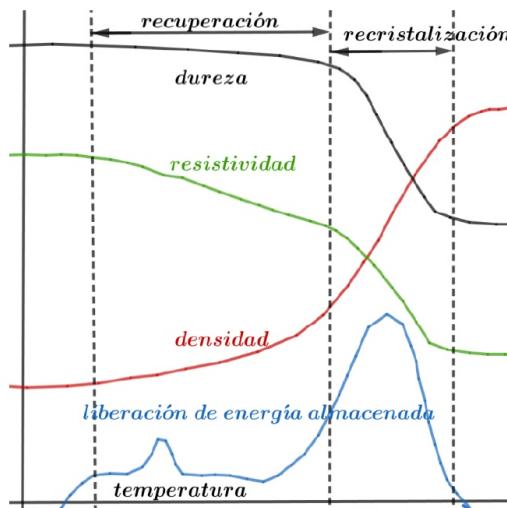
$$\rho_R \approx AX$$

El aumento lineal de la resistividad depende de  $\rho_R$  ya que  $\rho_T$  permanece constante.

FIGURA 6.1.  $\rho$  del  $Cu$  para distintas concentraciones de  $Ni$ 

### Conductividad y trabajo mecánico

En el esquema de la figura ?? se puede observar la curva de un recocido anisotérmico para níquel trabajado en frío, se ve la curva correspondiente a la recuperación y recristalización del material (curva en azul), también se trazaron la dureza (negro) y densidad (rojo), donde queda de manifiesto la importancia del trabajo mecánico y restauración del material sobre la resistividad del mismo. Vemos que el cambio fundamental en la dureza ocurre simultáneamente con la recristalización de la matriz. Se comprueba que el aporte de las dislocaciones es muy pequeño comparado con lo que aportan los defectos puntuales.

FIGURA 6.2. Recocido anisotérmico para  $Ni$ 

### Aleaciones para conductores y aisladores

De lo estudiado previamente se infiere que los materiales para conductores deben ser fabricados con metales lo más puro posibles. Por otro lado, los materiales para resistencia necesariamente deben ser aleaciones (soluciones sólidas).

- **Conductores:** Los metales más usados para conductores son el *Cu* y el *Al*. Con el fin de aumentar su resistencia mecánica en el caso del *Cu* se introducen impurezas de *Cd*, *Sn*, *Al*, *P*, *Cr*, *Be*, por supuesto que disminuyendo la conductividad eléctrica. La aleación más difundida es *Cu* – 0,9*Cd*, cuya conductividad es de hasta 90 % de la del cobre. La conductividad eléctrica del aluminio es un 65 % de la del *Cu*, con el fin de aumentar la resistencia mecánica se agrega magnesio y silicio. Véase la figura 6.3

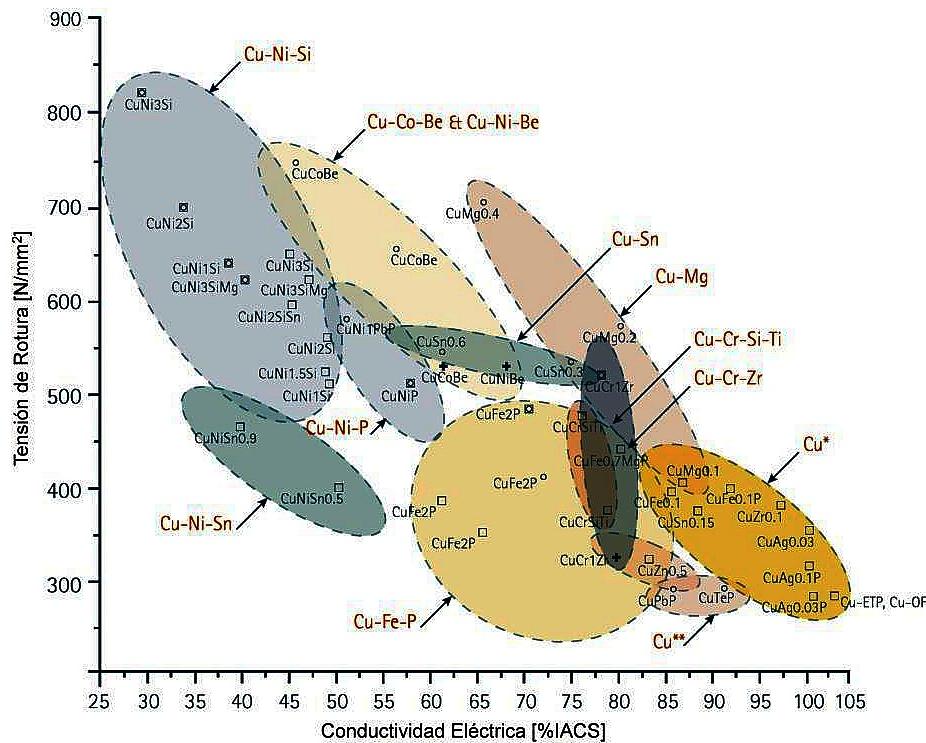


FIGURA 6.3. Conductividad y tensión de rotura

En la figura 6.4 Podemos ver cómo influye cada elemento agregado al Cu en su conductividad total. El más favorecedor es la Plata, seguido por el Oxígeno. Cuando el Cobre no será sometido a esfuerzos mecánicos, de alea libre de Oxígeno constituyendo lo que se conoce como cobre libre de oxígeno (OFC) o el cobre libre de oxígeno de alta conductividad térmica (OFHC); un grupo de aleaciones de cobre forjado de alta conductividad que se han refinado electrolíticamente para reducir el nivel de oxígeno a 0,001 % o menos.

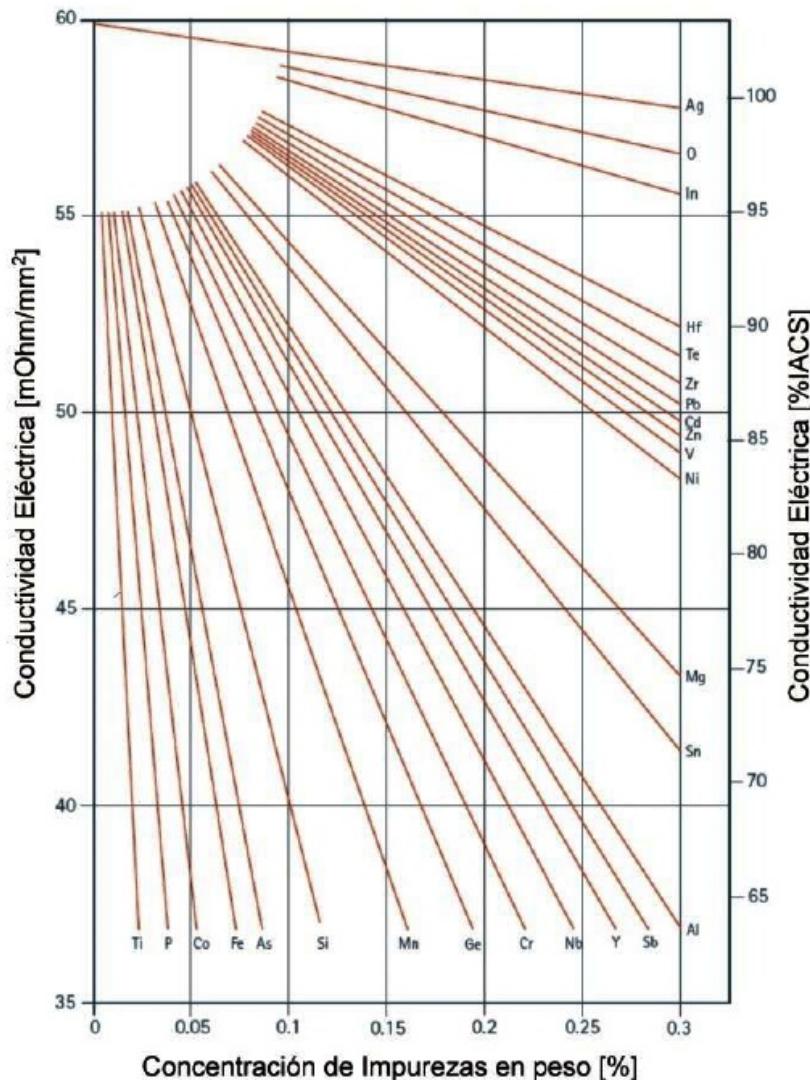


FIGURA 6.4. Conductividad y concentración de impurezas

- **Resistores:** En estos casos se requiere alta resistencia eléctrica y pequeño coeficiente de temperatura y refractarias, por tanto, generalmente se usan aleaciones de hierro con impurezas que forman soluciones sólidas. El carácter refractario está dado por el agregado de cromo y aluminio.

## 6.2. Superconductividad

En un comienzo se pensó que era un fenómeno particular de algunos metales, hoy, el número de aleaciones, elementos y compuestos con propiedades superconductoras es enorme y nos deberíamos preguntar ¿cuáles sustancias no son superconductoras?

La superconductividad ofrece una oportunidad única para observar fenómenos cuánticos macroscópicos. La razón de esto es que los circuitos superconductores cerrados (como se verá) solo pueden contener unidades discretas de flujo magnético.

Es una de las áreas más atractivas y particulares de la física.

La superconductividad fue observada por primera vez en 1911 por Gilles Holst quien trabajaba en el laboratorio de Kamerlingh Onnes, el mismo que tres años antes en 1908 había obtenido la licuefacción del Helio. El notó que la resistividad del mercurio se anulaba de repente debajo de los 4,2 Kelvin. Este fenómeno recibe el nombre de superconductividad. Cómo fue visto sabemos que la resistencia eléctrica se debe a que los electrones que forman la corriente sufren colisiones con las impurezas y defectos de la estructura cristalina, la energía cinética de los electrones se pierde en forma de calor. La teoría de la conducción eléctrica en los metales establece que si la muestra no tiene defectos impurezas resistividad debería tender a cero cuando  $T \rightarrow 0$ . Sin embargo existe un amplio número de sustancias, metales, aleaciones, compuestos intermetalicos, etc cuya resistencia desciende a cero antes del cero grado Kelvin. La temperatura a la cual se hace 0 a la resistencia eléctrica de una sustancia llama temperatura crítica  $T_c$ . Entre los elementos puros se pueden encontrar más de 30 superconductores. La superconductividad no es un fenómeno clásico, normalmente se trata a los electrones en un metal como un gas de Fermi, la superconductividad difiere de este caso y es una consecuencia esencialmente mecánico cuántico de las interacciones entre electrones las cuales se ignoran en el modelo de partículas libres. **Lo interesante de estos materiales es que nos permite observar fenómenos cuánticos a nuestro nivel, sin microscopio.**

Fórmula	Notación	$T_c$ (K)	Nº de planos de Cu-O en la celda unitaria	Estructura Cristalina
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_6$	Bi-2201	20	1	Tetragonal
$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_6$	Tl-2201	80	1	Tetragonal
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$	Bi-2212	85	2	Tetragonal
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	Y-123	92	2	Ortorombica
$\text{HgBa}_2\text{CuO}_4$	Hg-1201	94	1	Tetragonal
$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$	Tl-2212	108	2	Tetragonal
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	Bi-2223	110	3	Tetragonal
$\text{TlBa}_2\text{Ca}_3\text{Cu}_4\text{O}_{11}$	Tl-1234	122	4	Tetragonal
$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	Tl-2223	125	3	Tetragonal
$\text{HgBa}_2\text{CaCu}_2\text{O}_6$	Hg-1212	128	2	Tetragonal
$\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$	Hg-1223	134	3	Tetragonal

FIGURA 6.5. Diversos superconductores cerámicos

En el esquema se observan los resultados obtenidos por Onnes. Si  $T < T_c$  la resistencia del conductor es cero. Notablemente, los buenos conductores a temperatura ambiente como el cobre y la plata no presentan superconductividad. Tampoco la mayoría de los metales ferromagnéticos. La temperatura crítica depende de la ubicación del elemento en la tabla periódica. Desde que se descubrió la superconductividad hasta las primeras explicaciones del fenómeno pasarán más de 50 años.

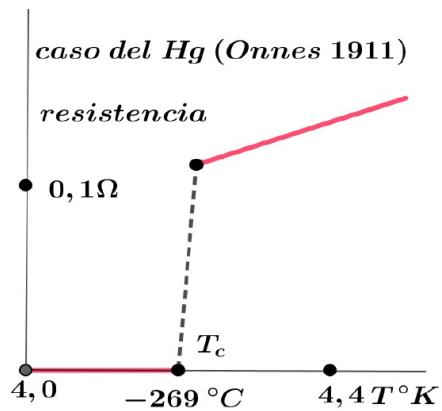


FIGURA 6.6. Superconductividad del  $Hg$

En la figura 6.7 vemos en el caso general el comportamiento a bajas temperaturas de un material normal y un superconductor.

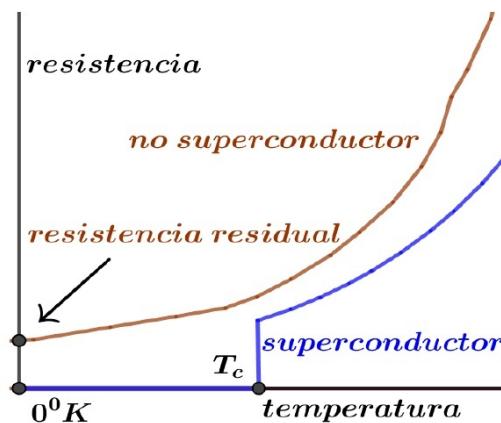


FIGURA 6.7. Comportamientos a bajas temperaturas

### 6.2.1. Propiedades de la superconductividad

Se ha observado experimentalmente que:

- Si por un anillo superconductor se hace pasar una corriente, ésta se ha conservado por más de 2 años.
- Aunque existan cantidades importantes de impurezas en una sustancia no modifica la temperatura crítica tal como vemos en la figura 6.8

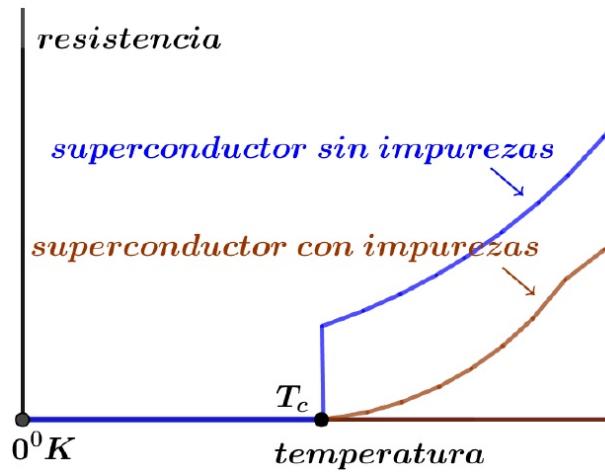


FIGURA 6.8. Efecto de las impurezas

- Podría pensarse que el paso a la superconductividad se debe algún cambio en la estructura cristalina del metal. Sin embargo distintos estudios dieron resultados negativos se sabe que los electrones libres en un metal aportan el calor específico a temperatura ambiente este aporte es despreciable contrario a bajas temperaturas el calor específico debido a las vibraciones de la red decrece cubicamente, mientras que la debida al gas de electrones lo hace linealmente. La dependencia del calor específico de un metal no superconductor en la zona de bajas temperaturas tiene la expresión siguiente:

$$C = AT^2 + BT \quad (6.4)$$

el primer término es debido a la red y el segundo a los electrones. El aporte de la estructura (vibración de la red) al calor específico en un superconductor sigue siendo el mismo, que en un material normal, esto indica que no hay calor latente durante la transformación. Lo que significa que la transición a la superconductividad es una transformación de segundo orden, el calor específico no es discontinuo. Necesariamente los cambios se deben al calor específico de los electrones que responde a la siguiente expresión

$$C = AT^3 + De^{-\frac{b}{kT}} \quad (6.5)$$

- Probetas hechas con isótopos de un mismo elemento poseen temperaturas críticas diferentes. Este resultado muestra que si bien la estructura cristalina no se modifica al pasar al estado superconductor, si desempeña un papel importante en la variación de las propiedades del gas electrónico (interacción de los electrones con las vibraciones de la red).
- La temperatura crítica depende de la masa isotrópica ( $M$ ) a través de la siguiente expresión:

$$M^\alpha = const \quad (6.6)$$

- No habría ninguna razón para pensar que  $T_c$  dependa de número de neutrones del material salvo por el hecho, que las vibraciones de la red si dependen de la masa del núcleo atómico.
- La dependencia del calor específico con la temperatura sigue una relación como la ilustrada en la figura 6.9, lo cual indica que estamos frente a una transformación de segundo orden

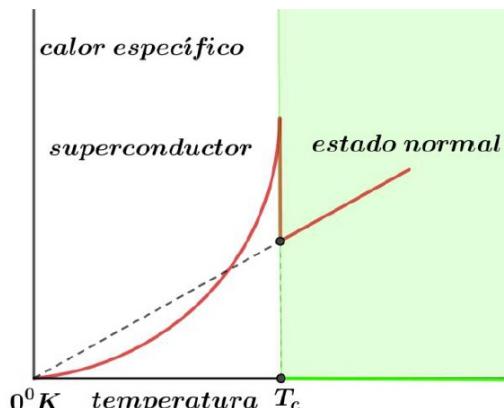


FIGURA 6.9. Transformación de segundo orden en el calor específico

- Se esperaba que la superconductividad poder crear campos magnéticos intensos sin disipación, pero se comprobó que campos magnéticos muy intensos hacen desaparecer la superconductividad. El campo magnético al cual desaparece la superconductividad se lo llama campo crítico  $H_c$ . Luego se vio que existe una relación entre la temperatura crítica y el campo crítico  $H_c = f(T_c)$ . En estados donde el campo  $H$  es mayor que el crítico  $H_c$  no se logra superconductividad nunca.
- En el esquema de la figura 6.10 se observa la variación del campo crítico en función de la temperatura crítica. Este gráfico nos muestra que la transición de estado normal a superconductividad es reversible. Para un campo y temperatura dados, existe un estado de equilibrio único que puede ser interpretado como una curva de transición de fase y por tanto puede ser aplicada a la termodinámica. En ausencia de campo magnético vimos que la transiciones de segundo orden cuando existe un campo magnético externo es de primer orden (esto se verá ampliado cuando tratemos el calor latente de la transformación).

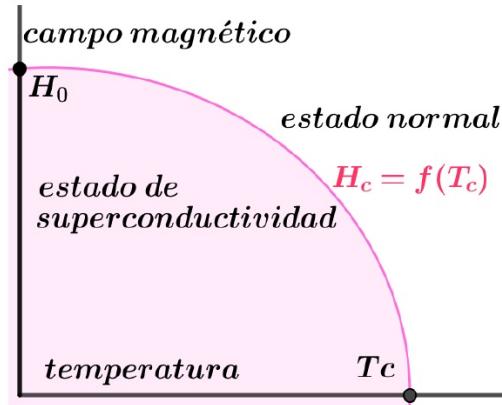


FIGURA 6.10. Superconductividad y estado normal

Observamos que la curva  $H_c = f(T_c)$  divide al plano  $H, T$  en dos regiones: superconductor y normal, de manera similar a una curva de cambio de fase en un diagrama  $p, T$ . La mayoría de los superconductores cumplen con la siguiente expresión que nos da el campo crítico en función de la temperatura:

$$H_c = f(T_c) = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \quad (6.7)$$

### Superconductores clasificación de acuerdo al comportamiento magnético

#### Campo externo

##### Tipo I

##### Tipo II

No permiten que penetre un campo magnético externo, perfectamente diamagnético, efecto Meissner

Campo débil lo repele perfectamente

Si aumenta el campo, el sistema se vuelve inestable e introducir vórtices para disminuir su energía

Si el campo es muy intenso, el número de defectos es muy grande y el material deja de ser superconductor. Éste es el campo crítico que hace que un material deje de ser superconductor.

FIGURA 6.11. Características Superconductores tipo I y II

#### 6.2.2. Superconductores tipo I

El Efecto Meissner consiste en la desaparición total del campo magnético constante en el interior de un superconductor desafiado por debajo de su temperatura crítica las líneas de inducción  $B$  son zonas del interior del cuerpo. Por tanto el material se comporta como un diamagnético perfecto con susceptibilidades muy

superiores a las de los materiales diamagnéticos estándar puesto que no permite que ingrese en él un campo.

$$B = 0 \text{ como } B = \mu_0(M+H) \text{ entonces } M = -H \text{ luego } \chi = \frac{M}{H} = -1 \text{ en el sistema SI}$$

(6.8)

Un material superconductor tipo 1 es perfectamente diamagnético en la figura ?? está representado este comportamiento:

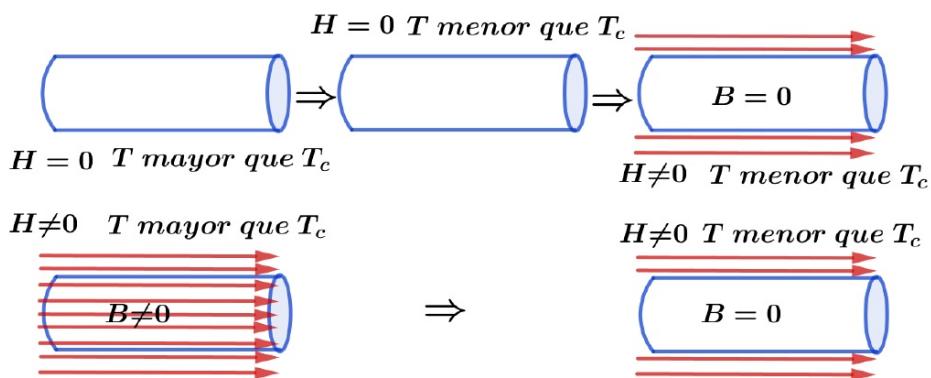
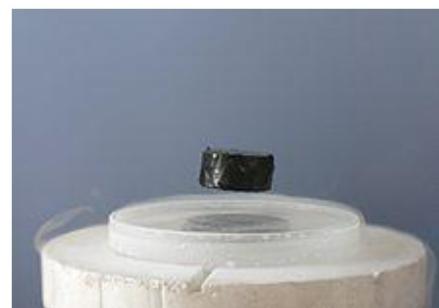


FIGURA 6.12. Superconductor tipo I

Este comportamiento singular se debe macroscópicamente a la circulación de una corriente cerca de la superficie del material, llamada supercorriente , o corriente persistente que da lugar a un campo magnética interno igual y opuesto al externo, creando una pantalla magnética.

Efecto Meissner: un magneto levitando sobre un superconductor (enfriado por nitrógeno líquido)



Efecto Meissner: un superconductor (previamente enfriado por nitrógeno líquido) levitando sobre un grupo de magnetos

### 6.2.3. Conductor Perfecto

En este punto desarrollo, uno se podría preguntar: ¿es un superconductor un conductor perfecto?. La respuesta es ¡no!! Por supuesto, hay muchas similitudes entre los dos conceptos, principalmente porque ambos son tipos de conductores especiales, pero hay una clara delimitación en lo que respecta a sus principios operativos. Los superconductores realmente existen, pero un conductor perfecto es un concepto, asumido por los físicos. En realidad, no hay nada como un conductor perfecto, de la misma manera que no hay nada como un gas ideal. Los conductores perfectos son perfectos a cualquier temperatura, los superconductores sólo existen por debajo de la temperatura crítica del material. Estudiemos Qué sucede con el campo magnético en distintos casos.

¿Qué pasaría si el conductor es real?, supongamos un conductor que introducimos en un campo magnético y por lo tanto en un flujo  $\phi$

$$\varphi = \iint_{Sup} \vec{B} \cdot d\vec{s} \text{ y por la ley de Lenz se genera una fem } \varepsilon = \frac{d\phi}{dt} \quad (6.9)$$

Creando una corriente  $i$  que genera un campo que se opone al cambio del campo original, luego:

$$-\varepsilon = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (6.10)$$

Con  $R$  y  $L$  representamos la resistencia y la inductancia del circuito. Resolviendo la ecuación diferencial a que la corriente inducida se extingue con una constante de tiempo  $\tau = \frac{R}{L}$  cuando menor es  $R$  más rápidamente se alcanzará el estado estacionario.

Entendemos por conductor perfecto, un material que obedece a la ley de Ohm pero con resistencia despreciable. Suponemos un conductor perfecto por el que circula una densidad de corriente finita  $J$ , y puesto que cumple con la ley de Ohm:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Como el conductor es perfecto cuando  $\sigma \rightarrow \infty$  Entonces el campo  $\vec{E}$  tiende a 0 pues, de lo contrario la densidad de corriente sería infinita. Por la ley de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{B} = Cte \quad (6.11)$$

En el interior de un conductor perfecto  $\vec{B} = Cte$  Veamos en qué se diferencia un conductor perfecto de un superconductor.

#### Enfriamiento con y sin campo $B$

En un primer caso enfriamos el material sin la presencia de campo magnético. Tenemos el material a muy baja temperatura, y colocamos un campo externo, el campo no puede ingresar al metal ya que la variación del campo (por la ley de Lenz) genera corriente que se opone a que ingrese (si el campo en un comienzo fue cero debe seguir siendo cero). Por otro lado, si tenemos un campo  $\vec{B}$  en el

interior del conductor y enfriamos, no puede dejar de estar este campo. Esto se observa en la figura 6.13:

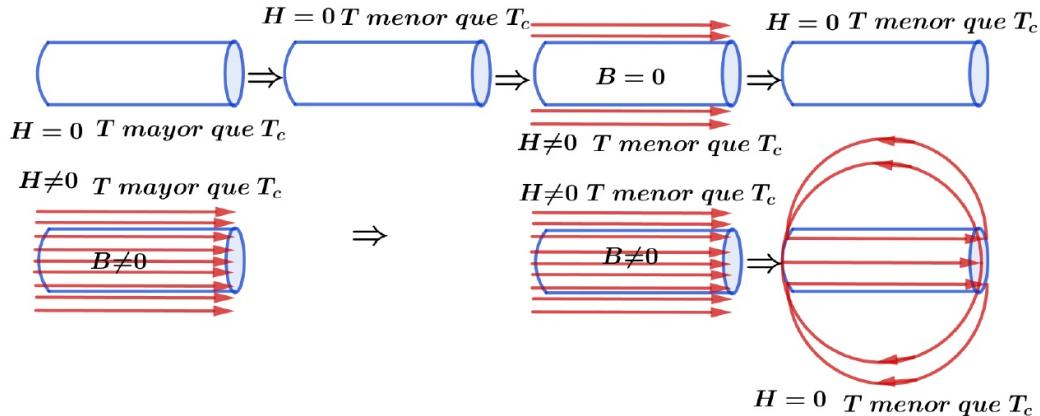


FIGURA 6.13. Conductor perfecto y superconductor 1

Luego vemos que los superconductores son algo más que materiales con conductividad perfecta, tienen algo más que un conductor perfecto. Un superconductor tipo I nunca deja que exista un campo en si interior. Dicho de otro modo, su característica principal es que son diamagnéticos perfectos. Observemos que el comportamiento de un superconductor no depende de la historia, si el conductor perfecto.

#### 6.2.4. Superconductor y conductor perfecto

Un material en el estado superconductor tiene dentro  $B = 0$  independientemente de si el campo magnético externo se aplicaba antes o después del enfriamiento por debajo de la temperatura crítica. Este efecto de expulsión del campo magnético externo distingue a un material superconductor de un material perfectamente conductor y toma el nombre de efecto Meissner.

Las corrientes de protección o apantallamiento de la superficie también están presentes en un conductor perfecto y explican la falta de penetración en el material del campo magnético aplicado después del enfriamiento, véase la figura 6.14.

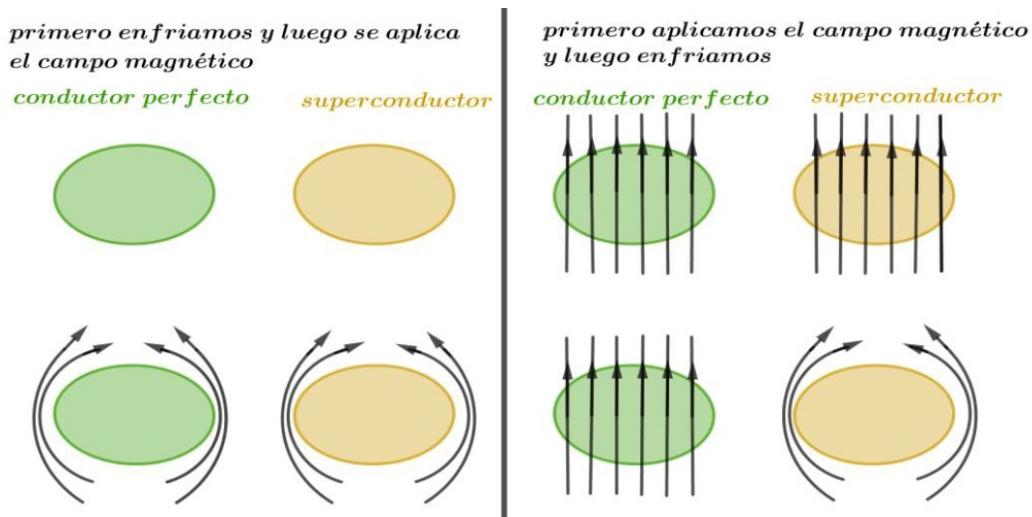


FIGURA 6.14. Conductor perfecto y superconductor 2

### Preguntas

- Razonando sobre el esquema de los cilindros superconductores, vimos que en cualquiera de los dos casos; colocando el campo antes o después de enfriar el campo es cero ( $B = 0$ ) en el superconductor. La explicación por la aparición de una súper corriente que anula el campo aplicado en el interior del metal. Si ahora anulamos el campo aplicado siempre a ( $T < T_c$ ) la súper corriente tendría que oponerse a esta modificación y Eternamente tendríamos un campo y una corriente en el superconductor, ¿es correcto?.
- Pasemos el diagrama del conductor perfecto. Vimos que un conductor real tarda un tiempo igual a  $\tau = R/L$  para extinguir la corriente inducida, ¿En un conductor perfecto tardaría un tiempo infinito en desaparecer?. ¿Luego, nunca se extinguiría? y ¿Cuánto tiempo tardaría en establecerse la corriente de apantallamiento?
- ¿Por qué el comportamiento de un superconductor no depende de la historia?, ¿Qué importancia tiene este comportamiento?.
- ¿Es correcta esta afirmación?: Todo superconductor es un conductor perfecto pero no todo conductor Perfecto es un superconductor.

#### 6.2.5. Superconductores blandos (tipo I)

Aquellos materiales que cumplen con  $M = -H$  se llaman superconductores de tipo I o **superconductores blandos**. En general los valores de  $H_c$  son demasiado bajos como para que estos materiales tengan aplicaciones técnicas útiles. Mantener el estado superconductor y el diamagnetismo ideal, el campo magnético aplicado induce en la superficie del material una corriente. Esta corriente circula de manera que anula el campo en el interior del conductor. Para esto el campo magnético exterior penetra en el superconductor una profundidad muy pequeña. Aumenta el campo magnético exterior las corrientes generadas en la superficie deben aumentar. Si el campo lo suficientemente intenso las corrientes llegan a un límite (corriente crítica) el material pasa a comportarse normalmente perdiendo la superconductividad. Las corrientes desaparecen y el campo penetra en la sustancia. Si la profundidad de penetración es pequeña (se extingue bruscamente el

campo magnético próximo la superficie), el superconductor es blando o tipo I. En la figura 6.15 se observa la variación de  $M$  y  $B$  en función del campo aplicado.

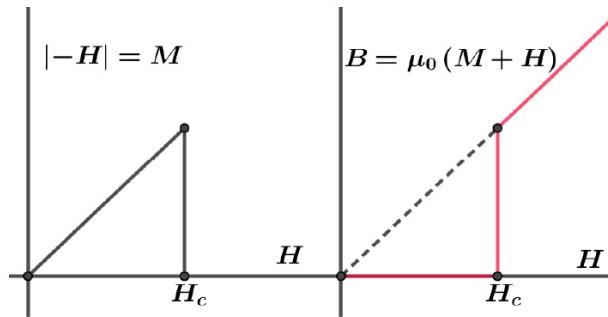


FIGURA 6.15. Relación entre  $M$  y  $H$

La primera limitación de los superconductores tipo I fue no solo debida a las bajas temperaturas, sino también al restringido rango en la densidad de corriente y el campo magnético, que era especialmente limitado en los primeros superconductores. Ejemplos son  $Al$ ,  $Ag$ ,  $Hg$

Cómo fue visto existe una relación entre el campo magnético crítico y la temperatura crítica a la que podemos agregar la densidad crítica de corriente. Las tres variables forman la superficie crítica, observamos en la gráfica. Estando la densidad crítica de corriente limitada a una capa superficial aproximadamente una décima de micrón. Siendo el campo máximo el que pueden operar aproximadamente 0,1 T. Hasta el momento estas restricciones limitan las posibles aplicaciones tecnológicas de los superconductores tipo I. Ver figura 6.16

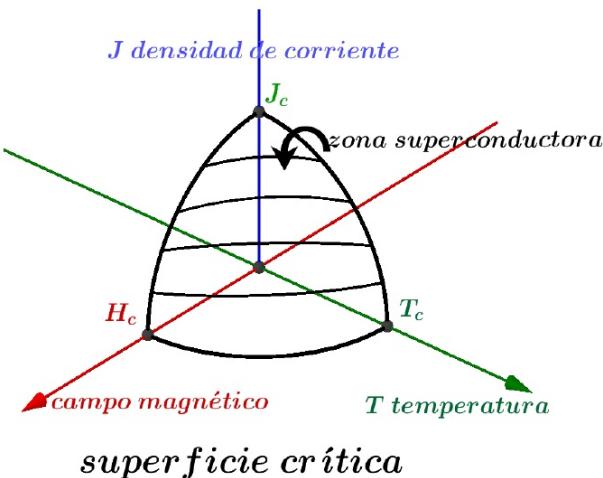


FIGURA 6.16. Relación entre  $J$ ,  $M$  y  $H$

Existen también superconductores duros o tipo II. Se caracterizan por valores muy altos de los campos críticos y por una temperatura crítica mayor. Veamos alguna aclaración sobre energía superficial; la gran mayoría de los materiales tiene una energía superficial positiva, esto quiere decir, qué se debe invertir energía para formar una nueva superficie del material. Por el contrario si la energía superficial fuera negativa sería muy simple partir un material. Un estudio de Abrikosov (1957) sugirió que podría existir un tipo de superconductor con energía

superficial negativa lo cual indicaría bajo ciertas condiciones espontáneamente se formarían superficies que separarían la parte normal de la superconductora en el material. De esta manera se la aparición del Estado mixto en un superconductor tipo II. Luego, el material superconductor se subdivide en una sucesión de regiones normales y superconductores cuyas fronteras son paralelas al campo magnético aplicado.

#### 6.2.6. Superconductores duros (tipo II)

La diferencia fundamental entre ambos superconductores es que en el tipo II es posible la aparición de dos zonas. Dicho de otro modo; un superconductor tipo II es una mezcla de zonas (mixta) de conducción normal y superconductores. La intensidad del campo externo en el cual se conserva el estado mixto se denomina  $H_{c2}$ . Si  $H_{c1} < H < H_{c2}$  el flujo magnético penetra en el interior para formar regiones de flujo individual llamados vórtices. En la zona entre  $H_{c2}$  y  $H_{c1}$  el superconductor puede conducir corriente eléctrica dentro del material, de esta forma esta región del campo magnético puede ser usada para superconductores de alto campo y alta corriente. En este estado mixto de los superconductores tipo II no tiene lugar el efecto Meissner.

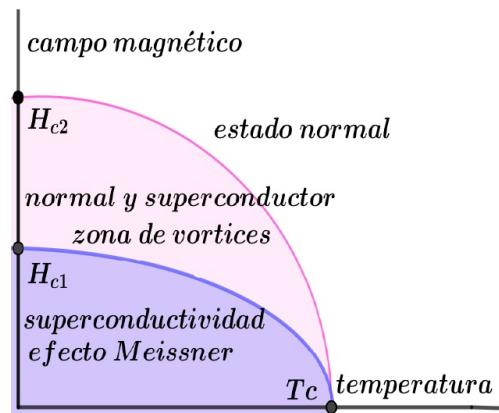


FIGURA 6.17. Superconductores tipo II

El superconductor tipo II, en el estado mixto; está atravesado por tubos de material en estado normal que son paralelos al campo magnético aplicado. Los tubos se distribuyen regularmente la estructura, dando a las propiedades del superconductor una regularidad equivalente. En cada tubo en estado normal hay una corriente que circula alrededor del tubo. La intensidad de vórtice aumenta al aumentar la intensidad de campo.

Estos materiales son diamagnéticos, luego, al campo magnético aplicado se le opone otro campo magnético generado por una corriente superficial que circula en el perímetro de la muestra. En cada tubo dentro del material hay un flujo magnético que es generado por el vórtice de corriente que circula alrededor de cada tubo, el sentido es opuesto al de la corriente perimetral. En estos superconductores el campo magnético penetra solo en los tubos. Estas afirmaciones se observan en el esquema, en él, por simplicidad se dibujaron dos tubos. Observemos que los vórtices pueden ser interpretados como electroimanes con polaridad igual, lo cual indicaría que deberían repelerse entre ellos, este hecho determina la cantidad de vórtices existente en el material.

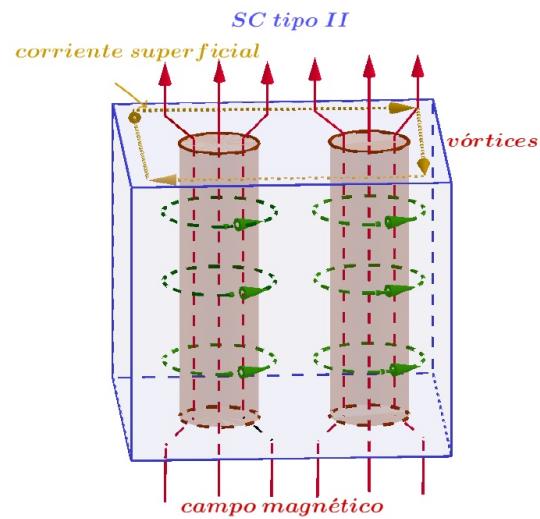


FIGURA 6.18. Vórtices en superconductores tipo II

Estos superconductores también presentan ciclo de histéresis, no pareciéndose en nada a los tradicionales. Los ciclos de histéresis se exteriorizan, cuando el material presenta defectos de distintos tipos: puntuales, lineales y volumétricos que impiden el movimiento de los vórtices, anclándolos. La visualización, por microscopia, de los vórtices muestra que no se ubican en el superconductor al azar, por el contrario, si el metal no tiene defectos los vórtices forman una estructura perfecta de simetría triangular. Si el sólido tiene defectos la red de los vórtices se verá distorsionada. Al aumentar el campo magnético crece el número de tubos de flujo, sobre los tubos actúa fuerzas de Lorentz que los hace migrar. Cada tubo se mueve con su flujo, esto implica una disipación de energía y por ende una resistencia eléctrica. La forma de evitar este movimiento es introduciendo defectos en el metal que anclan los vórtices, impidiendo su movimiento.

### 6.2.7. Vórtices

Aclaremos un poco más el comportamiento de los vórtices. Vórtice es sinónimo de Torbellino, vorágine da idea de un movimiento circular rápido. En la naturaleza se observan en distintas áreas y dimensiones, nuestro interés es en los vórtices microscópicos y que se producen a baja temperatura, no teniendo en cuenta los que son generados en fluidos cuánticos o superfluidos, caso del helio líquido. Nos ceñimos a aquellos que dan en la superconductividad.

Vimos anteriormente que en el estado mixto o de vórtices existen zonas no superconductoras donde penetra el campo y se encuentran delimitadas por vórtices generados por la circulación de electrones superconductores que encierran al campo magnético. En el centro del vórtice los electrones se encuentran en el estado normal. Hay dos longitudes que caracterizan el vórtice y que dependen del material superconductor:  $\zeta$  la longitud coherencia que define la longitud de la zona central del vórtice y la longitud de penetración  $\lambda$  (la calcularemos más

adelante) que nos indica la penetración del campo fuera del tubo, (el campo y el flujo se encuentran en la zona normal, dentro del tubo) pasando este valor de  $\lambda$  el campo es pequeño.

En la figura 6.19 se representa la estructura de un tubo de flujo y el vórtice superconductor. Vemos también la curva de densidad de electrones superconductores en función de la distancia al centro del tubo, cero en el núcleo, (solo electrones normales en el núcleo). En azul el campo magnético con su longitud de penetración.

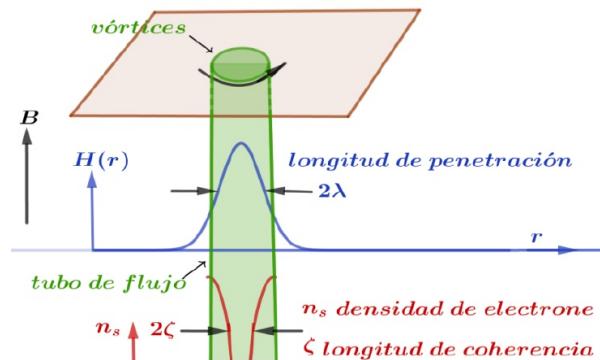


FIGURA 6.19. Vórtices en superconductores tipo II

En la figura 6.20 se observa la magnetización en función del campo, para los dos tipos de semiconductores, también vemos los vórtices, (en verde), indicando el aumento de estos hasta el final, cuando el material está en estado normal (totalmente verde indicando la penetración del campo).

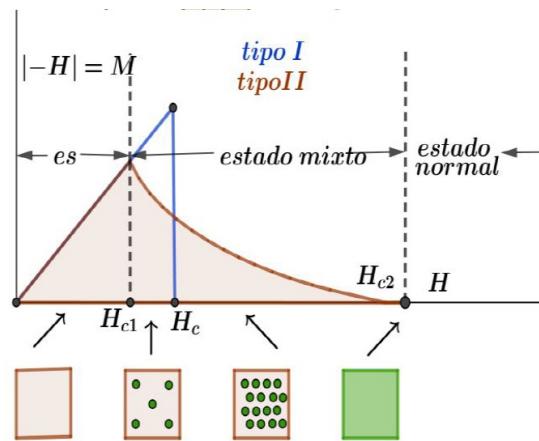


FIGURA 6.20.  
Megnetización en función del campo  $H$

Este tipo de superconductor está hecho de aleaciones metálicas o de óxidos cerámicos complejos. Los más utilizados en imanes superconductores  $Nb - Ti$  y  $Nb_3 - Sn$ , el campo crítico es  $13T$  y  $27T$  respectivamente y la densidad de corriente  $> 10^5 \frac{A}{cm^2}$ , comparada con  $\sim 10^3 \frac{A}{cm^2}$  para el hilo de cobre común.

las temperaturas críticas para  $NbTi$  y  $Nb_3Sn$  es de  $10^{\circ}K$  y  $18^{\circ}K$  respectivamente. el helio líquido puede enfriar a  $42^{\circ}K$  a presión atmosférica, y tan bajo como  $1,8^{\circ}K$  a presión reducida.

### 6.2.8. Termodinámica de la superconductividad

El estudio de un sistema puede hacerse de dos maneras macroscópicamente y microscópicamente, en muchos casos se complementan ambas descripciones. La termodinámica de un sistema es una descripción macroscópica del mismo. Si el

sistema realiza un trabajo distinto de  $p dV$ , (eléctrico o magnético) debemos modificar las fórmulas. Sea  $x_j$  e  $y_j$  pares de magnitudes extensivas e intensivas acopladas. Puede en otros casos usarse otras variables equivalentes.

sistema	$x_j$	$y_j$
Mecánico	volumen $\nu$	presión $p$
Eléctrico	polarización $\mathbf{P}$	campo eléctrico $\mathbf{E}$
Magnético	magnetización $\mathbf{M}$	campo magnético $\mathbf{B}$

Luego la variación de energía interna la escribimos

$$dU = dQ + dW_M + dW_e + dW_{mag} = TdS - pdV + edP + BdM \quad (6.12)$$

Los distintos potenciales termodinámicos serán:

$$F(T, x_j), \quad G(T, y_j) \quad (6.13)$$

Energía libre de Helmholtz  $dF = -Sdt + BdM$

Entalpía  $d\Xi = TdS - BdM$

Energía libre de Gibbs (magnética)  $dG = -SdT - MdB$  o bien  $dG = -SdT - BdH$

Luego resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_j} &= y_j, \quad \frac{\partial G}{\partial y_j} = x_j \quad \text{o sea} \\ \frac{\partial F}{\partial M} &= B, \quad \frac{\partial G}{\partial B} = M \quad \text{Ecuación de Clausius} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Estamos considerando sistemas en el que los efectos de las variaciones de presión y volumen son despreciables. Esto no siempre es así: un sistema puede cambiar su estructura cristalina con la temperatura y presión. También supondremos que el trabajo químico es cero.

Siguiendo la deducción tradicional de la ecuación que gobierna los cambios de fase convencionales, tratamos de hallar la equivalente para la transformación superconductora normal.

En los cambios de fase se cumple la igualdad de la función de Gibbs en la curva Límite

$$G_S(H_c, T) = G_n(H_c, t) \quad (6.15)$$

Con la Gráfica de la figura 6.21, se puede interpretar perfectamente el significado de lo que realizaremos.

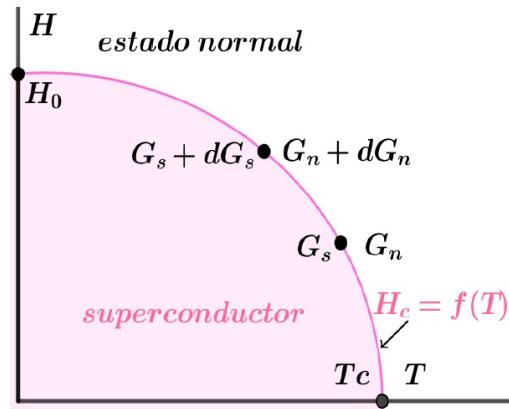


FIGURA 6.21. Separación de estados normal y superconductor

Partiendo de un estado donde coexisten las dos fases  $G_s = G_n$  si el sistema evoluciona a lo largo de la curva  $H_c = f(T)$  diferencialmente se cumple de nuevo la igualdad de las energías de Gibbs:

$$G_S(H_c, T) + dG_S(H_c, T) = G_n(H_c, t) + dG_n(H_c, t)$$

Luego:

$$dG_S(H_c, T) = dG_n(H_c, t) \quad (6.16)$$

por lo tanto tendremos:

$$\begin{aligned} dG_s(H_c, T) &= -S_s dT - B_s dH_c \\ dG_n(H_c, T) &= -S_n dT - B_n dH_c \\ -S_s dT - B_s dH_c &= -S_n dT - B_n dH_c \\ (B_n - B_s) 0 dH_c &= (S_s - S_n) dT \\ \frac{dH_c}{dT} &= \frac{(S_s - S_n)}{(B_n - B_s)} \end{aligned} \quad (6.17)$$

1. Suponiendo que la mayoría de los metales son paramagnéticos  $M_n$  es despreciable, entonces  $B_n = \mu_0 H_c(T)$

2. Cómo  $B_n = \mu_0(H_c + M_s)$ , pero  $B_s = 0$  por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{dH_c}{dT} &= -\frac{(S_n - S_s)}{(B_n - B_s)} = -\frac{(S_n - S_s)}{\mu_0 H_c(T)} \\ S_n - S_s &= \mu_0 H_c(T) \frac{dH_c}{dT} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Qué es la ecuación de **Clausius-Clapeyron** para un material superconductor, esta ecuación permite caracterizar un cambio de fase de primer orden. El tercer principio de la termodinámica nos pide que  $S_n - S_s$  se anulen en el cero absoluto, luego la derivada  $\frac{dH_c}{dT}$  debe ser Cero en  $T = 0^\circ K$  y  $\frac{dH_c}{dT} \neq 0$  para  $T = T_c$ . Por otra

parte, si  $T = 0^{\circ}K$ ,  $H_c(T) = H_0$  como no podemos llegar a  $T = 0^{\circ}K$  para llegar a  $H_0$  se debe extrapolar.

Teniendo en cuenta que  $l = T(S_n - S_s)$  donde  $l$  es el calor latente de la transformación, este calor latente representa una discontinuidad en la entropía durante la transición (Cambio de fase de primer orden). Es también el calor necesario para realizar la transformación, aunque no nos movamos del punto.

$$l = T(S_n - S_s) = \mu_0 T H_c(T) \frac{dH_c}{dT} \quad (6.19)$$

Como Generalmente pasa en las transformaciones de primer orden el calor latente depende de la temperatura.

A presión y temperatura constante la energía libre para el super conductor en función del campo magnético la hallamos de:

$$dG = -Sdt - BdH \quad \text{integrando desde } H = 0$$

$$G_s(H, T) - G_s(0, T) = - \int_0^H B_s dH$$

De igual manera para el medio normal:

$$G_n(H, T) - G_n(0, T) = - \int_0^H B_n dH$$

Entonces  $G_s(H, T) - G_n(H, T)$  sobre la curva  $H_c(T)$  será:

$$\begin{aligned} [G_s(H, T) - G_s(0, T)] - [G_n(H, T) - G_n(0, T)] &= - \int_0^H B_s dH + \int_0^H B_n dH \\ &= \int_0^H (B_n - B_s) dH \\ G_s(0, T) - G_n(0, T) &= \int_0^H (B_n - B_s) dH \end{aligned} \quad (6.20)$$

Como  $B_n = \mu_0 H_c(T)$  suponemos que la mayoría de los metales son paramagnéticos y  $M_n$  es despreciable y  $B_s = \mu_0(H + M_s)$  pero  $B_s = 0$  en toda la muestra, luego:

$$G_s(0, T) - G_n(0, T) = \int_0^H M_s dH = -\frac{\mu_0}{2} H_c^2 \quad (6.21)$$

Que es el área bajo la curva  $M, H$ . Tan solo para comprender los realizados se puede observar la figura 6.22.

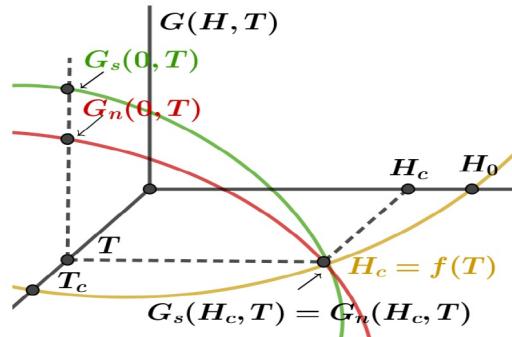


FIGURA 6.22. Equilibrio de estados en un superconductor

Como:  $-S_s dT - B_s dH_c = -S_n dT - B_n dH_c$  en la curva  $H_c = f(T)$  de coexistencia  $B_0 = 0$  y  $B_n = \mu_0 H_c(T)$  despreciando  $M_n$  entonces:

$$S_n - S_s = -\mu_0 H_c(T) \frac{dH_c}{dT} \quad (6.22)$$

Que es la ecuación de Clausius-Clapeyron para un material superconductor, la ecuación de Clausius-Clapeyron es una manera de caracterizar un cambio de fase de primer orden. Vemos que la derivada  $\frac{dH_c}{dT}$  (ver figura 6.21) es siempre negativa entonces  $S_n > S_s$  luego el estado superconductor es más ordenado que el normal.

Puesto que conocemos la función:

$$H_c = f(T_c) = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \quad (6.23)$$

efectuando la derivada y multiplicando por  $T$  hallamos el calor latente de la transformación  $l = \Delta_{ns}$

$$\frac{dH_c}{dT} = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right)$$

$$l = \Delta_{ns} = (S_n - S_s)T = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) H_c(T) = \frac{2\mu_0 H_0^2 T^2}{T_c^2} \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \quad (6.24)$$

Como  $l = \Delta_{ns} = (S_n - S_s)T$  es el calor que se intercambia para pasar del Estado normal al superconductor ( $n \rightarrow s$ ) y como  $S_n > S_s$ , entonces se cede al entorno calor al pasar del normal al superconductor. Por el contrario se absorbe calor cuando ( $n \leftarrow s$ )

### Calor específico

Como vimos que  $S_n - S_s = -\mu_0 H_c(T) \frac{dH_c}{dT}$  derivando ambos miembros respecto a  $T$  y multiplicando por  $T$

$$T \frac{dS_n}{dT} - T \frac{dS_s}{dT} = -\mu_0 T \left[ \left( \frac{dH_c(T)}{dT} \right)^2 + H_c(T) \frac{d^2 H_c(T)}{dT^2} \right] \quad (6.25)$$

Luego resulta:

$$C_s - C_n = \mu_0 T \left[ \left( \frac{dH_c(T)}{dT} \right)^2 + H_c(T) \frac{d^2 H_c(T)}{dT^2} \right] \quad (6.26)$$

Y si el campo aplicado es cero  $H_c(T) = 0$

$$C_s - C_n = -\mu_0 T \left( \frac{dH_c(T)}{dT} \right)_{T=T_c}^2 \quad (6.27)$$

Expresión que nos da la diferencia en el calor específico durante el Cambio de fase del estado superconductor al normal con campo 0, o sea, durante la transformación de segundo orden llamada **fórmula de Rutgers**.

También si recordamos que:  $H_c = f(T_c) = H_0 \left( 1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right)$  será:

$$C_s - C_n = \mu_0 T \left( \frac{dH_c(T)}{dT} \right)_{T=T_c}^2 = \mu_0 T_c H_0^2 \left( \frac{-T_c^2}{T_c^2} \right)^2 = 4\mu_0 T_c H_0^2 \quad (6.28)$$

De donde podríamos hallar  $H_0$  si conociéramos la diferencia de los calores específicos.

### Transformaciones de segundo orden

vimos qué  $S_n - S_s = -\mu_0 H_c(T) \frac{dH_c}{dT}$  y como  $S_n - S_s = \frac{l}{T}$  por lo tanto:

$$l = -\mu_0 T H_c(T) \frac{dH_c(T)}{dT} \quad (6.29)$$

De esta última ecuación observamos claramente que sí  $H_c(T) = 0$  el calor latente también es cero y la entropía es continua  $S_n = S_s$  lo cual indica que la transformación es de segundo orden.

En la figura 6.23 Se observa el cambio de la entropía en una transformación de segundo orden, siendo similar a una transformación tipo Lambda. La ecuación de Clausius-Clapeyron no es aplicable a las transformaciones de segundo orden.

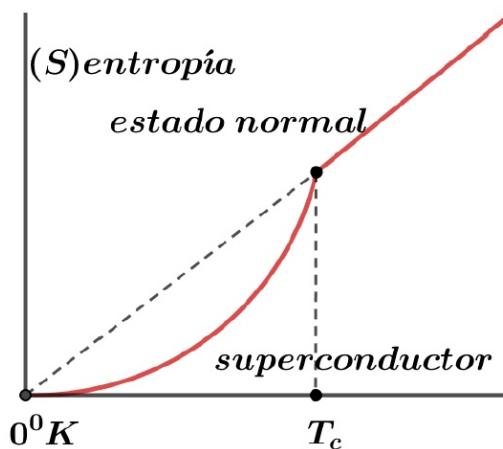


FIGURA 6.23. Transformación de 2º orden

### Transformaciones de fase

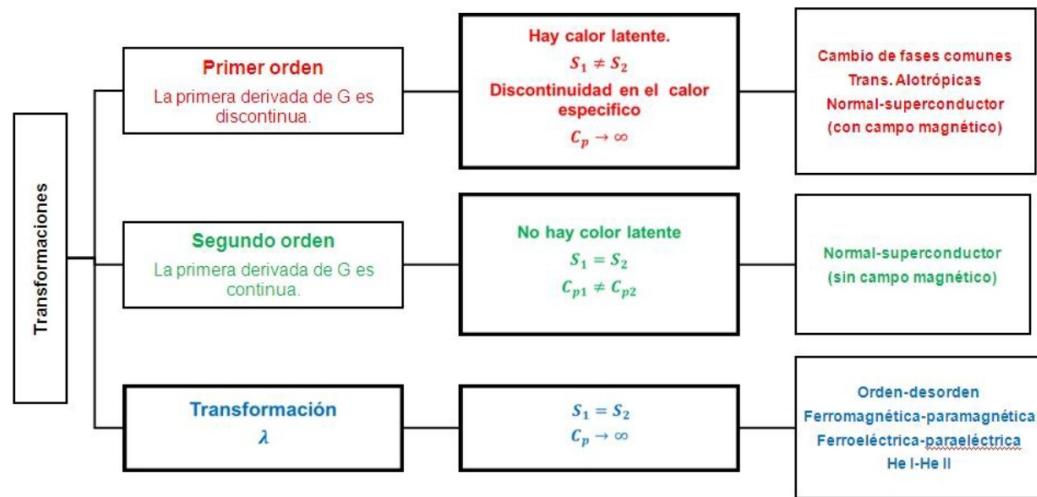
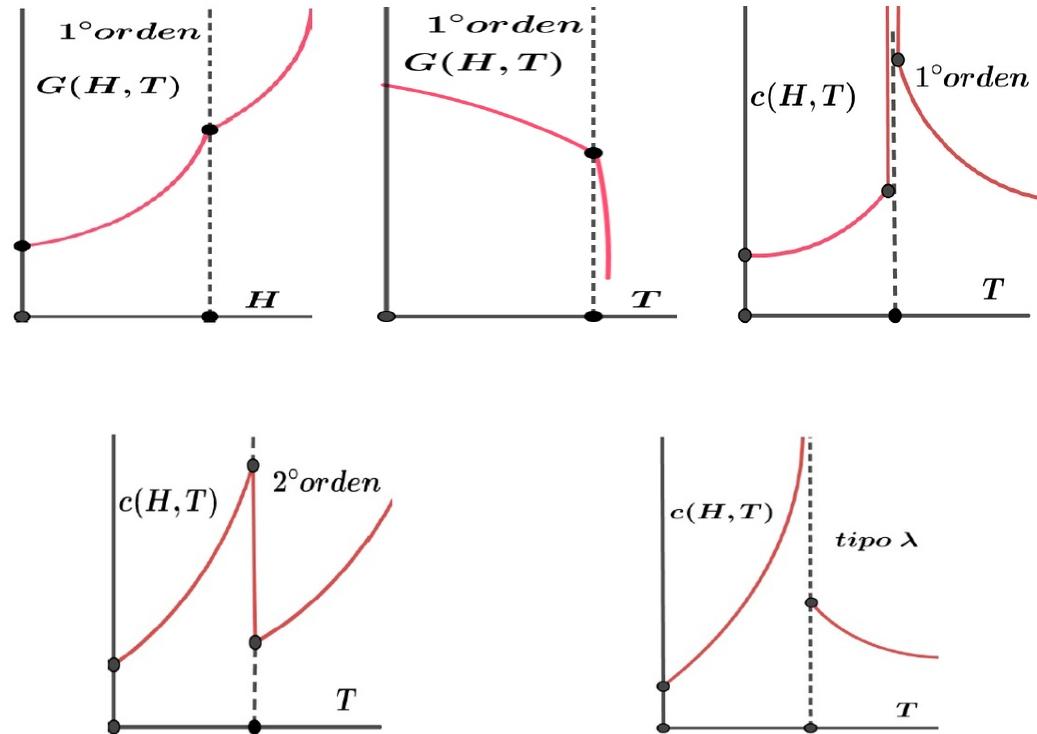


FIGURA 6.24. Transformación de fase

Estos gráficos, no pretenden ser más que esquemas donde se muestran el comportamiento teórico de la energía libre y el calor específico en la zona de cambio de fase. Los cambios reales difieren en alguna medida, por razones que no son analizadas.



#### 6.2.9. Frecuencia crítica

Vimos en más de una oportunidad que a la temperatura crítica, sin campo magnético, hay una transformación de 2º orden y el calor específico presenta un pico, este comportamiento y estudios del aporte electrónico a la capacidad calórica, lleva a pensar en la existencia de una banda prohibida de energía. En la figura se

observa el esquema de bandas de energía para un metal común y para un superconductor. Los valores típicos de  $E_g \approx 10^{-4} eV$  (bandas exageradas en la figura 6.25). Se vio anteriormente que existe la temperatura crítica, el campo crítico y la corriente crítica. Estamos ahora en condiciones de introducir la frecuencia crítica  $F_c$ . Si un superconductor se encuentra en un campo electromagnético variable mantiene sus propiedades sólo hasta las frecuencias inferiores a  $10^{11} Hz$ , llamada frecuencia crítica. Luego de la cual su resistencia aumenta, volviéndose normal. Este comportamiento es también explicable por la teoría los dos fluidos, sabemos que los Súper electrones tienen menor energía que los electrones normales. luego, si la frecuencia de los fotones de la onda electromagnética tienen la energía suficiente para excitar a los Súper electrones y pasarlo a electrones normales, el material dejaría de ser superconductor. De otro modo; los fotones con energía  $> E_g$  provocarían la transición de electrones a niveles energéticos desocupados por encima de la banda prohibida.

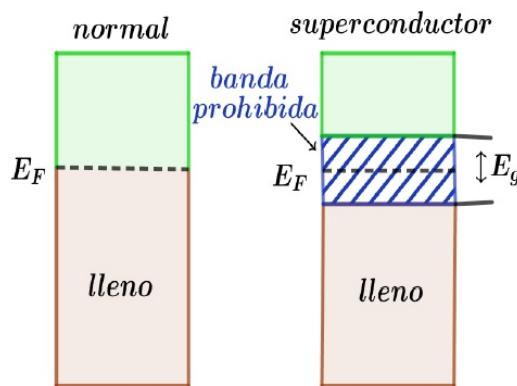


FIGURA 6.25. Conductor normal y superconductor

Este comportamiento no crea inconvenientes en las aplicaciones comunes de los superconductores, ya que las frecuencias de estos casos son muchos menores.

### 6.2.10. Teoría de los dos fluidos

En 1908 Heike K. Onnes Pudo licuar helio, aunque no consiguió solidificarlo, hecho que sucedió en 1926, en 1911 descubre la superconductividad. Si los avances experimentales para obtener bajas temperaturas No se podría haber descubierto la superconductividad. La primera descripción teórica (clásica) sobre el tema fue propuesta en 1935 por los hermanos London. Interesante destacar la esencia de estos hechos: una realización experimental permite el descubrimiento de un nuevo fenómeno, el cual conlleva a una propuesta teórica. Sin embargo, No termina allí la secuencia. El helio líquido, logrado primitivamente por Onnes, demostró tener propiedades especiales, tal es así, qué en 1937 Piotr Kapitsa (se hizo famoso en 1946 al enfrentarse a Stalin y no querer trabajar en el desarrollo de armas nucleares), descubre la superfluidez del helio. Dicho de otro modo, ausencia de viscosidad, lo cual, vence cualquier intento de ser contenido en un recipiente. El helio escapa del vaso que intenta contenerlo. Anteriormente, en el tema de la magnetoresistencia, concretamente en conducción eléctrica, sin mencionarlo específicamente hablamos de la **ley de Drude**. el modelo supone que el campo

eléctrico ejerce una fuerza existiendo otra fuerza opuesta similar a una fricción proporcional a la velocidad, dando

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e \vec{E} - \gamma \vec{v} \quad (6.30)$$

La solución estacionaria es  $\vec{v} = \left(\frac{e}{\gamma}\right) \vec{E}$  si  $\gamma = \left(\frac{m}{\tau}\right)$  siendo  $\tau$  el tiempo de vuelo medio. Suponiendo que para  $T < T_c$  tenemos dos tipos de electrones, (dos fluidos): los superconductores y los comunes, cuyas densidades son  $n_s$  y  $n_n$ , siendo la densidad total  $n = n_s + n_n$ .

Para  $T \rightarrow 0$ ,  $n_s \rightarrow n$  mientras que para  $T \rightarrow T_c$ ,  $n_s \rightarrow 0$ . Los electrones normales conducen con resistencia finita mientras que los electrones superconductores conducen sin disipación.

La ecuación de P. Dude  $m \frac{dv}{dt} = eE - \frac{mv}{t}$  queda trabajando sólo con los electrones superfluidos:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m} \vec{E} \quad \text{¿Por qué de esta manera?} \quad (6.31)$$

Si reemplazamos la ley de Ohm por una súper corriente  $J_s = n_s ev_s$  nos queda:

$$\frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad \text{o bien} \quad \vec{E} = \frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} \quad \text{llamada 1º ecuación de London} \quad (6.32)$$

Atención reemplacé la derivada total por otra parcial ¿que se supuso? ver ejercicio N°...

Tomando rotor en ambos lados de la ecuación

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{m}{n_s e^2} \nabla \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (6.33)$$

De acuerdo con la ecuación de Maxwell, se puede escribir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m}{n_s e^2} \nabla \times \vec{J}_s + \vec{B} \right) = 0 \quad \text{textluego} \quad \frac{m}{n_s e^2} \nabla \times \vec{J}_s + \vec{B} = Cte \quad \text{llamada 2º ecuación de London} \quad (6.34)$$

Como el campo magnético y la corriente son nulos en el interior del superconductor la constante vale cero, por tanto:

$$\frac{m}{n_s e^2} \nabla \times \vec{J}_s + \vec{B} = 0 \quad (6.35)$$

### Ecuación de London

Tratemos de llegar a una ecuación diferencial en  $\vec{B}$ , para ello recurrimos nuevamente a Maxwell, en este caso a la siguiente expresión:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s$$

y tomando rotor en ambos miembros:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \nabla \times \vec{J}_s \text{ como: } \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \text{ y como } \nabla \cdot \vec{B} = 0 \text{ queda}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = -\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \nabla \times \vec{J}_s \text{ luego:}$$

$$\nabla \times \vec{J}_s = \frac{\nabla^2 \vec{B}}{\mu_0}$$

Reemplazando en la ecuación 6.35 nos queda la

$$\frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \nabla^2 \vec{B} + \vec{B} = 0 \text{ Ecuación de Banner} \quad (6.36)$$

Esta ecuación explica las condiciones del campo para que exista el efecto Meissner:

- Campo magnético nulo en superconductor.
- La corriente eléctrica limitada a una capa superficial de espesor  $\lambda$ , en el resto del conductor es cero. Como demostraremos seguidamente

### 6.2.11. Profundidad de penetración del campo y corriente

Teniendo en cuenta la ecuación de Banner 6.36 y llamando  $\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}}$

Observamos que al resolver la ecuación diferencial el campo penetra una distancia  $\lambda$  decayendo exponencialmente. El parámetro  $\lambda$  es llamado profundidad de penetración

De la misma ecuación 6.36 también obtenemos que la corriente de apantallamiento se encuentra localizada a una distancia  $\approx \lambda$ . Cuando aplicamos un campo a un superconductor la corriente que cancela este campo penetra aproximadamente una distancia  $\lambda$  en el conductor. Explica que el campo en el interior del metal debe ser nulo, ya que es una de las hipótesis del desarrollo anterior, y que existe una corriente limitada a un espesor de la superficie de superconductor, cuyo espesor es del orden de  $10^{-7} m$  dependiendo de superconductor. Posteriormente se encuentra que estos resultados no son del todo correctos. Una de las hipótesis que no es correcta es la suposición de que los electrones individuales son los responsables de la conducción eléctrica, lo cual se vio que era erróneo varias décadas después. Sin embargo, a pesar de este rollo inicial, los resultados experimentales no se vieron muy afectados. Tratemos de aclarar esta situación.

Basándose en resultados experimentales, Cooper (1956) propone que los portadores de carga no son en realidad los electrones individuales, sino parejas de electrones, llamados pares de Cooper. Posteriormente la teoría llamada **BCS** lo explica en detalle. Los pares de Cooper son cuasipartículas formadas por dos electrones, por lo tanto la masa  $m = 2m_e$  la carga  $q = 2q_e$ . Cuando un electrón se mueve en una estructura superconductora distorsiona ligeramente la red de iones positivos generando un aumento local de densidad de carga positiva que atrae al segundo electrón. El estado superconductor los electrones se hallan ligados por intermedio de la red cristalina y ambas partículas funcionan como si sea trajeran pese a

que tienen igual signo sus cargas. Por tanto, los iones del material se acoplan con el movimiento de los electrones que se mueven dentro de él. Luego el arreglo de átomos de superconductor comienza a oscilar de manera periódica y coordinada con el movimiento de los electrones. En este movimiento coordinado no hay pérdida de energía.

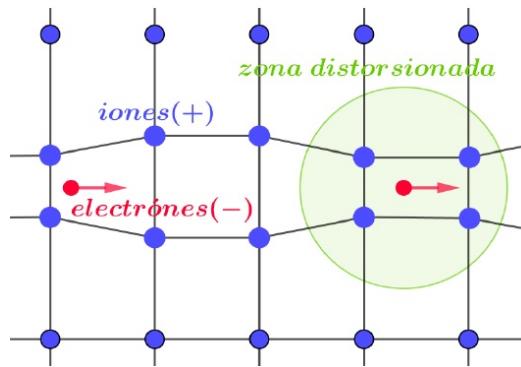


FIGURA 6.26. Pares de Cooper

La figura 6.26 es tan sólo un esquema que ejemplifique lo mencionado en el texto

### 6.2.12. Cuantificación del flujo y fluxoides

Las ecuaciones de London constituyen un modelo fenomenológico y clásico. Mentalmente explica los superconductores tipo I, pero nada dice sobre la penetración y cuantificación de flujo en los conductores tipo II. Este caso es un fenómeno cuántico. Existen diversas maneras de acceder a la idea de cuantificación del flujo, sin hacer una demostración cuántica rigurosa. En 1950 Vitali Ginzburg y Landau proponen una teoría macroscópica aplicable a los superconductores de alta temperatura. Dicho de otro modo, con regiones superconductoras y normales tipo II, siendo ésta una generalización de la teoría de London.

En la teoría se propone la función de onda macroscópica  $\Psi$  o seudofunción de onda, ya que no es la solución de la ecuación de Schrödinger, sin embargo, respeta varias de las propiedades de la función de onda. La podemos pensar como una función de onda macroscópica.

Se interpreta a  $|\Psi|^2 = n_s$  como la densidad de carga de los portadores superconductores, o sea densidad de pares de Cooper. En la mecánica clásica una onda se corresponde con algo que oscila así nos indica lugar del oscilación nos encontramos. En una onda cuántica la interpretación de la fase es más compleja, pues no hay nada que hacer. Cada par de Cooper puede ser tratado como una partícula con masa y carga igual al doble del electrón. La función de onda del electrón en un sólido suele ser muy corta debido a la dispersión que sufren los electrones al moverse el conductor, cambiando las fases de la función de onda de manera azarosa. Luego si conocemos la función de onda en un punto no significa que se la pueda conocer en otra posición.

En los superconductores los portadores son los pares de Cooper y no sufren dispersión, esto significa que hay coherencia de fase a larga distancia, del orden de  $10^{-4} \text{ cm}$ . Cuando un metal se convierte en superconductor la onda que describe

las propiedades de los portadores cubre todo el objeto y una sola onda corresponde a todos los portadores del sistema esta onda de una fase qué llamamos  $\varphi$ .

La función de onda puede escribirse como:

$$\Psi = \Psi_0 e^{\frac{i(\vec{P} \cdot \vec{r})}{\hbar}} \quad (6.37)$$

La coherencia de largo alcance permite calcular la fase y la amplitud de la función de onda en cualquier punto a partir de un valor en un punto de referencia. La coherencia cuántica son estados que mantienen la fase una cierta distancia y posibilita el fenómeno de interferencia. la variación de fase a lo largo de una cerrada del tipo  $C$  debe ser múltiplo de  $2\pi$  para que la función de onda sea unívoca. La función de onda la podemos escribir como una onda unidimensional

$$\Psi = \text{Real} \left[ \Psi_0 e^{\frac{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}{\hbar}} \right] \quad (6.38)$$

La frecuencia está vinculada con la energía del par y la longitud de onda  $\lambda$  con el impulso  $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ . La diferencia de fase entre dos puntos  $a$  y  $b$  de un superconductor se puede calcular de la siguiente manera  $k(a - b)$ , qué integrando para una curva cualquiera nos da la circulación.

$$\Delta\varphi_{a,b} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{k} \cdot d\vec{l} \quad (6.39)$$

en un círculo cerrado para que haya coherencia de fase debe ser igual a  $2\pi n$ . Sabemos que la cantidad de movimiento para un electrón libre es  $p = mv = \hbar k$  por lo tanto para un par de Cooper será  $\hbar k = 2mv$  vimos que:

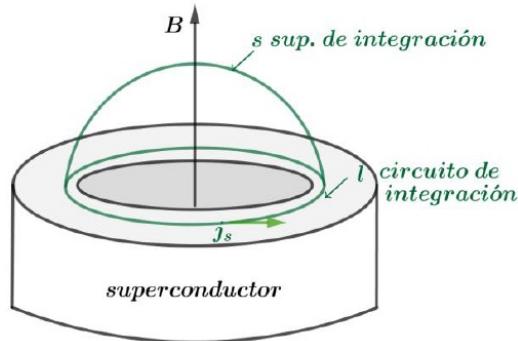
$$J_s = n_s ev_s \Rightarrow k = \frac{2mJ_s}{\hbar n_s e} \quad (6.40)$$

y si es superconductor no es simplemente conexo, por ejemplo un anillo, debe existir coherencia de la función de onda y la fase debe tomar el mismo valor luego de un giro completo

$$\oint k \cdot dl = \oint \frac{2mJ_s}{\hbar n_s e} \cdot dl = \frac{2m}{\hbar n_s e} \oint J_s \cdot dl = \frac{2m}{\hbar n_s e} \iint (\nabla \times J_s) \cdot ds \quad (6.41)$$

donde hemos aplicamos el teorema de Stokes. Y si ahora tenemos en cuenta la segunda ley del London:

$$\begin{aligned} \frac{m}{n_s e^2} \nabla \times J_s + B &= \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \nabla^2 B + B = 0 \\ \frac{2m}{\hbar n_s e} \iint \left( \frac{n_s e^2}{m} B \right) \cdot ds &= \frac{2e}{\hbar} \iint B \cdot ds = 2\pi \\ \frac{2e}{\hbar} \Phi_0 &= 2\pi \Rightarrow \Phi_0 = \frac{2\pi \hbar}{2e} = \frac{\hbar}{2e} = 2,0678,10^{-15} \left[ \frac{\text{Tesla}}{\text{m}^2} \right] \end{aligned} \quad (6.42)$$

FIGURA 6.27. Integración del flujo  $\Phi_0$ 

La integral de superficie es el flujo  $\Phi_0$  del campo  $B$  producida por la súper corriente. Partimos de la unicidad de la función de onda y de la periodicidad de la fase y llegamos a la cuantificación del flujo.

A veces el flujo producido por la súper corriente es llamado flujo interno.

El flujo magnético que pasa a través del superconductor está cuantificado y siempre es un múltiplo entero de  $, \Phi_0 = \frac{h}{2e}$  llamado fluxoide. Al decir que está cuantificado indicamos que sólo puede valer un número entero de veces el fluxoide.

Discuta el caso siguiente: enfriamos un anillo superconductor en un pequeño campo magnético que genera un flujo  $\Phi_0$  luego sacamos el campo magnético, ¿que pasa?

### 6.2.13. Efecto Josephson

En 1962 J. D. Josephson predijo la aparición de una corriente eléctrica por efecto túnel entre dos superconductores separados por una barrera aislante fina (juntura), un año después fueron construidas. Pensemos en dos electrodos metálicos de niobio aislados, por una barrera delgada de unos pocos nanómetros de óxido de aluminio. En la figura 6.28 se observan los dos tipos de juntura Josephson.

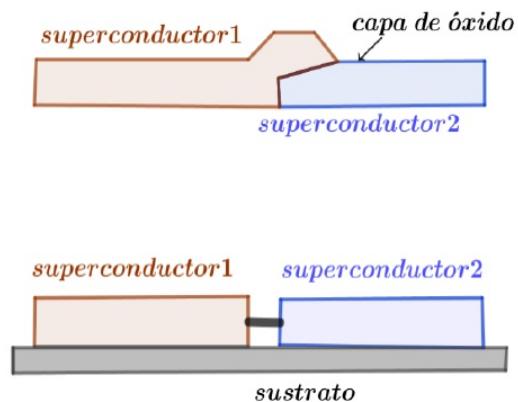


FIGURA 6.28. Efecto Josephson

Si la temperatura es  $T > T_c$  (para el niobio  $T_c = 9,9^{\circ}K$ ) la juntura se comporta como una resistencia común que sigue la ley de Ohm. Por debajo de la temperatura crítica  $T_c$ , el niobio se vuelve superconductor, se generan pares de Cooper.

Los pares de Cooper no existen en un aislante o en un metal no superconductor, cuando la capa que separa las dos superconductores es estrecha, los pares pueden atravesarla. Las expresiones que gobiernan este fenómeno son:

Entre ambos superconductores establece la siguiente corriente

$$I = I_0 \sin(\Delta\varphi) \quad (6.43)$$

donde  $\Delta\varphi$  es la diferencia de fase entre las funciones de onda en los dos superconductores y  $I_0$  es la máxima corriente que puede soportar el sistema. La corriente fluye de un bloque hacia el otro sin que sea preciso que exista diferencia de potencial ni campo magnético aplicado entre uno y otro. Este efecto es llamado **Efecto Josephson DC**

En la figura 6.29 se observa una juntura Josephson con las funciones de onda y las ecuaciones fundamentales. Si los dos superconductores están suficientemente próximos actuarán como si fueran un solo superconductor (acoplamiento débil). Este tipo de acoplamiento se puede lograr por medio de contactos tipo punta, óxidos poco conductores y en algunos casos con límites de granos cristalográficos.

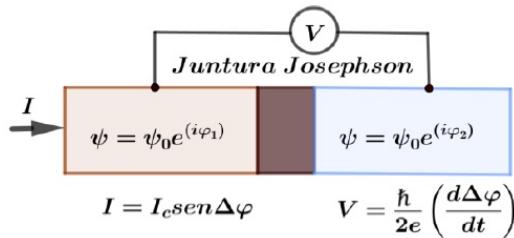


FIGURA 6.29. Juntura Josephson

Además se determinó que si se mantenía una diferencia de potencial  $V$  en la juntura entonces  $\Delta\varphi$  evoluciona según:

$$\frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (6.44)$$

llamado **Efecto Josephson AC**. Vemos que:

$$\frac{(d\Delta\varphi)}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar}(V_1 - V_2) \rightarrow \text{integrando} \rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\hbar}(V_1 - V_2)T + \varphi_0 \quad (6.45)$$

reemplazando en  $I = I_0 \sin(\Delta\varphi)$

$$I = I_0 \sin \left( \frac{2\pi}{\hbar}(V_1 - V_2)T + \varphi_0 \right) \quad (6.46)$$

luego la aplicación de una diferencia de potencial produce una corriente superconductora de una frecuencia:

$$\frac{2e}{\hbar}(V_1 - V_2) \quad (6.47)$$

Y por tanto es un convertidor voltaje-frecuencia.

En la figura ?? vemos la característica corriente-tensión de una juntura Josephson a diferentes temperaturas:

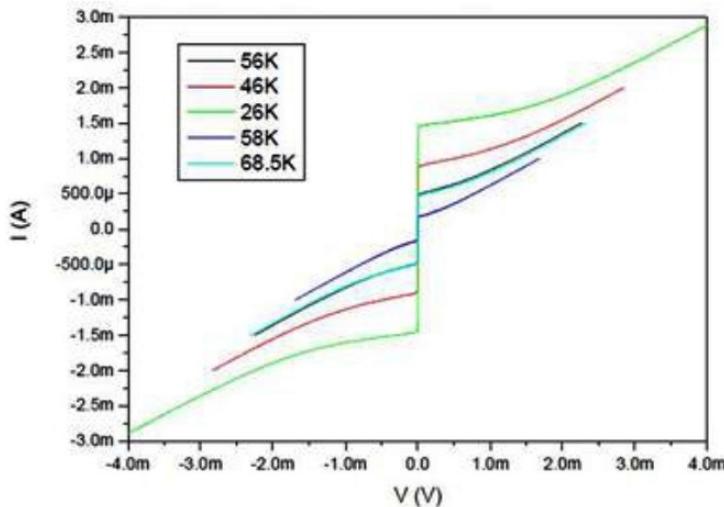


FIGURA 6.30. Juntura Josephson

#### 6.2.14. Interferencia cuántica - SQUID

Una de las aplicaciones de las junturas Josephson y quizás la más conocida, es el magnetómetro SQUID. Su sigla en inglés que significa *Superconducting Quantum Interference Devices*. Este instrumento es un medidor de campo magnético muy sensible basado en una o dos uniones Josephson dependiendo del tipo.

Comentaremos sólo el de 2 uniones, este sistema está constituido por dos uniones superconductoras idénticas en paralelo. En ausencia de campo magnético externo, se aplica una corriente  $I$ , corriente de polarización. La corriente se divide en dos,  $\frac{1}{2}$  en cada rama.

En las uniones tipo Johnson se produce un Cambio de fase  $\Delta\varphi$ . No hay diferencia de potencial a través de ellas, siempre que  $\frac{1}{2}$  no supere la corriente crítica. Se sabe que la aplicación de un campo magnético en un superconductor produce un Cambio de fase en la corriente  $I_c$ . Al introducir un campo magnético se genera una súper corriente  $I_s$  que crea un campo que se opone al flujo externo aplicado. Dado que el Cambio de fase alrededor del anillo debe ser un múltiplo de  $2\pi$  para mantener valor único de la función de onda la cantidad de flujo dentro del anillo sólo puede tener valores discretos. La corriente será:

$$\frac{I}{2} + I_s = I_c \sin(\Delta\varphi + \delta)$$

en una rama, mientras que en la otra será:

$$\frac{I}{2} + I_s = I_c \sin(\Delta\varphi - \delta)$$

Sumando obtenemos  $I = 2I_c \cos(\delta) \sin(\Delta\varphi)$  dónde  $\Delta\varphi$  es el cambio de fase debido a la súpercorriente. Ver figura 6.31



FIGURA 6.31. Squid interferencia

Analicemos un poco más el fenómeno. En la figura 6.32 observamos un esquema que representa al Squid sin campo externo y con el.

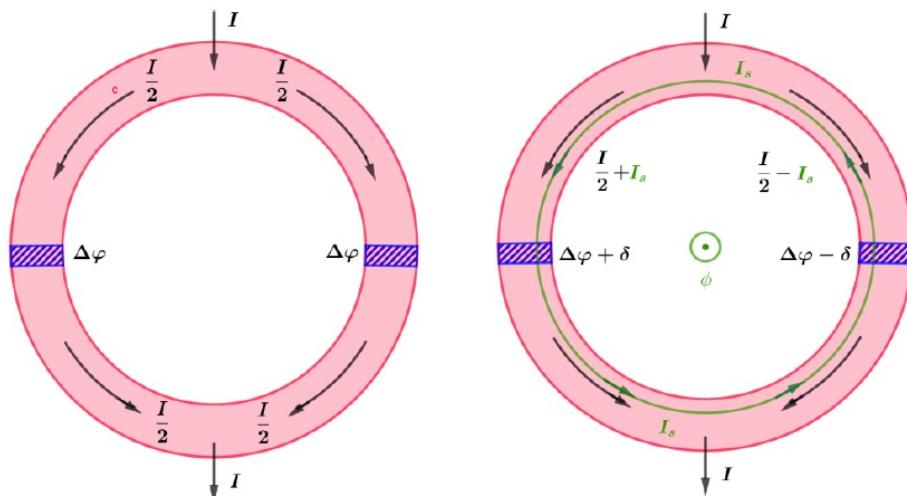


FIGURA 6.32. Squid con y sin campo externo

### Squid en un campo externo

Tan pronto como la corriente en cualquiera de las ramas excede a la corriente crítica de la unión Josephson, aparece un voltaje a través de la unión tal como se ve en la figura 6.33. Analicemos el caso en que un campo externo es aplicado al SQUID. En presencia de un campo magnético el momento se modifica de la siguiente forma  $P = mv + eA$  que para los pares de Cooper toma la forma siguiente  $P = mv + eA = k\hbar$ , siendo  $A$  el potencial vectorial magnético.

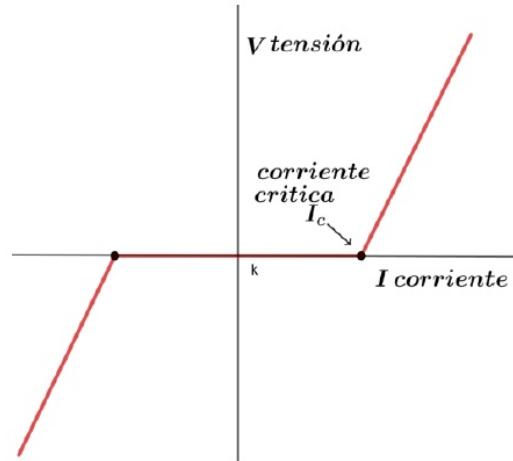


FIGURA 6.33. Squid con y sin campo externo

Haciendo un razonamiento similar al realizado cuando se vio la cuantificación del flujo (6.42):

$$\oint k \cdot dl = \oint \frac{2mJ_s}{\hbar n_s e} \cdot dl = \oint \frac{2e}{\hbar} A \cdot dl = 2\pi n$$

pos Stokes

$$\frac{2m}{\hbar n_s e} \iint \nabla \times J_s \cdot ds = \frac{2e}{\hbar} \iint \nabla \times A \cdot ds = 2\pi n$$

Aquí es necesario distinguir entre los dos campos magnéticos, el producido por  $J_s$  y el colocado desde afuera proveniente de  $A$ .

Pero como:

$$\frac{2m}{\hbar n_s e} \nabla \times J_s = -B_{int} \quad y \quad \nabla \times A = B_{ext}$$

Entonces resulta:

$$\frac{-2e}{\hbar} \iint B_{int} \cdot ds + \frac{2e}{\hbar} \iint B_{ext} \cdot ds = 2\pi n$$

$$\frac{-2e}{\hbar} (\Phi_{ext} - \Phi_{int}) = 2\pi n$$

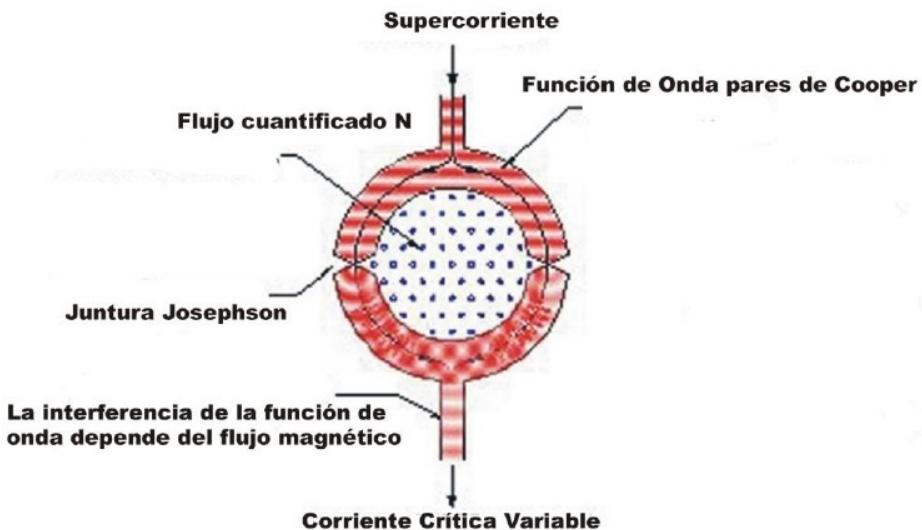


FIGURA 6.34. Squid interferencia

### Aplicaciones

Los superconductores tienen numerosas aplicaciones. Actualmente, los imanes más potentes se fabrican con bobinas de cables superconductores, seguidamente mencionamos algunas de ellas.

- Medicina: En los equipos de **RMN** (Resonancia Magnética Nuclear), es necesario orientar el momento magnético, (hidrógeno), en la dirección de un campo magnético. Esto se logra por medio de bobinas superconductoras. Este instrumento es de uso común en hospitales y en diagnóstico médico.

### Siemens MAGNETOM Verio 3T

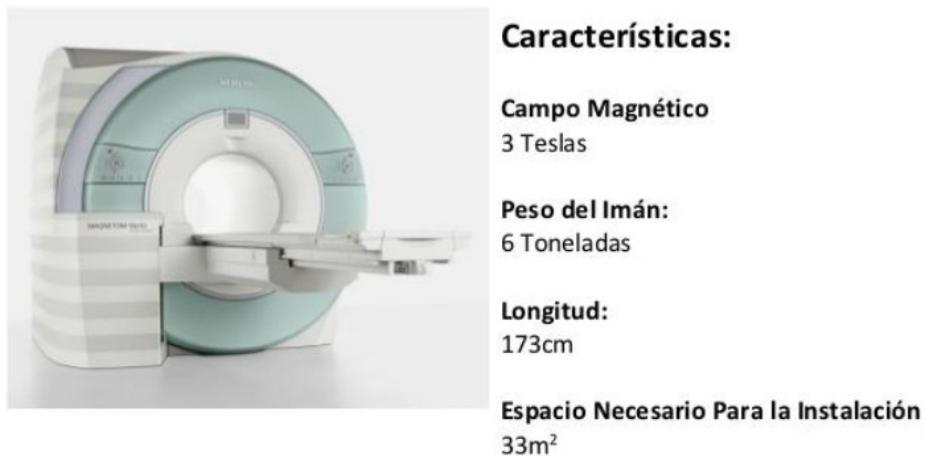


FIGURA 6.35. Equipo comercial de RMN médica

- Aceleradores de partículas: Son equipos que utilizan campos electromagnéticos para acelerar partículas cargadas a altas velocidades. El **LHC Large**

*Hadron Collider o gran Colisionador de Hadrones) utiliza materiales superconductores (Niobio y Titánio a  $\sim 271^{\circ}\text{C}$  para generar campos magnéticos intensos y de menor consumo eléctrico.*

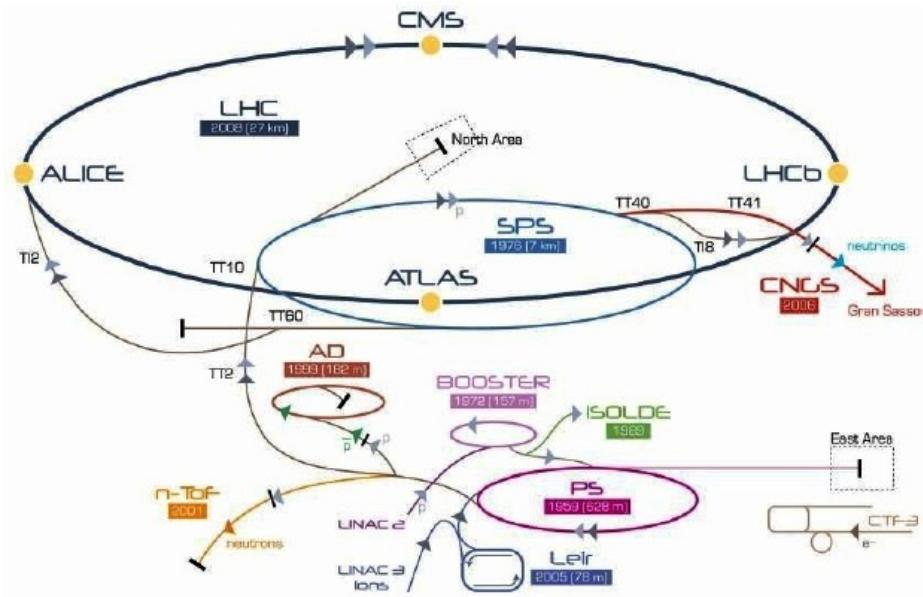


FIGURA 6.36. Concepción esquemática del LHC

- Cables superconductores: Téngase en cuenta que entre 10 % y el 15 % de pérdidas se genera en las líneas de transmisión eléctrica. Lograr la disminución es estas sería realmente ventajoso. HTS *High Temperature Superconductor*. Son cables de transporte eléctrico enfriados con nitrógeno líquido. En la figura se observa el diseño de uno de estos cables. No es de uso frecuente.

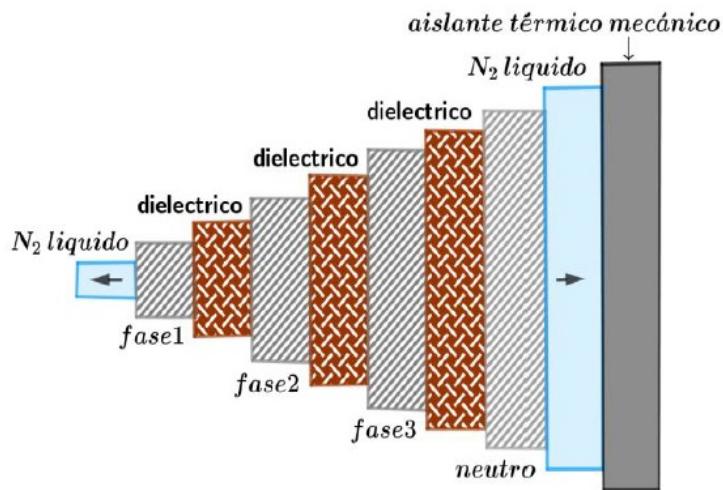


FIGURA 6.37. Cable superconductor

- Biomagnetismo: Es el estudio de los campos magnéticos generados por los sistemas biológicos (flujos de corrientes neuronales y fibras musculares). En

todas las células de los tejidos biológicos hay un intercambio iónico a través de sus membranas, donde se generan diferencias de potencial eléctricos que llevan asociados campos magnético. La magnitud de estos campos son extremadamente pequeños (entre 50 y 500  $fT$  en el caso de las señales neuro magnéticas). Estas mediciones son realizadas con arreglos de Squid. Presentan importantes ventajas comparativas respecto a las técnicas electroencefalograma (EEG, EMG, etc), ya que no interfieren los tejidos con sus resistencias eléctricas.

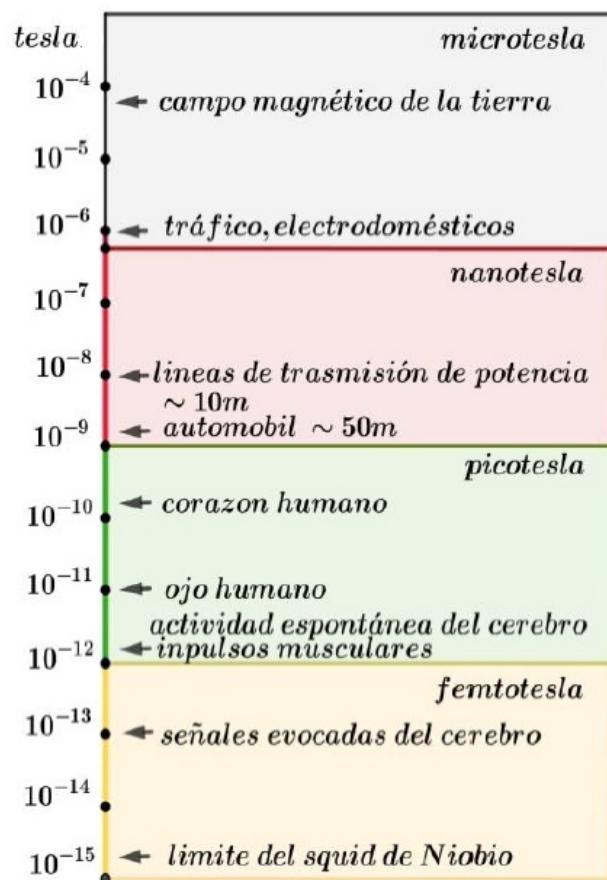


FIGURA 6.38. Órdenes de los distintos campos magnéticos biológicos



## Capítulo 7

# Introducción al magnetismo superficial

### 7.1. Caracterización de propiedades y defectos por Técnicas Magnéticas Superficiales

Los campos magnéticos próximos a las superficies de separación entre medios experimentan una suave transición entre las condiciones de frontera y los campos impuestos macroscópicamente por la magnetización dominante en volumen. En particular nos interesarán los campos en el aire cercanos a las superficies de sólidos que puedan tener o no corrientes superficiales.

### 7.2. Frontera magnética.

El campo magnético exterior próximo a la superficie de los sólidos es afectado tanto por las condiciones de frontera entre el medio y el sólido como por la presencia de anomalías en el seno de material. Las dos propiedades más relevantes serán  $\mu$  y  $\sigma_e$  (la permeabilidad magnética y la conductividad eléctrica) las que nos permitirán clasificar los materiales en tres grupos según sean:

- Materiales del grupo ferro, ferri y para - magnéticos (ffp  $\mu_r > 1$ ).
- Materiales no ffp, conductores ( $\sigma_e > 0$ ).
- Materiales no ffp, no conductores ( $\sigma_e = 0$ ).

Deberemos tener siempre en cuenta las condiciones de frontera del electromagnetismo clásico entre dos medios 1 y 2:

Ley de Ampere:

$$\hat{n}_{1,2} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{k}_e \quad \text{con} \\ \vec{k}_e = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \vec{J}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) h \left[ \frac{A}{m} \right] \quad (7.1)$$

Ley de Faraday:

$$\hat{n}_{1,2} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = -\vec{k}_m \quad \text{con} \\ \vec{k}_m = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \vec{J}_m + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) h \left[ \frac{V}{m} \right] \quad (7.2)$$

Ley de Gauss eléctrica:

$$\hat{n}_{1,2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = -\vec{\sigma}_e \quad \text{con}$$

$$\sigma_e = \lim_{ds \rightarrow 0} \left( \rho_e + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) ds \left[ \frac{As}{m} \right] \quad (7.3)$$

Ley de Gauss magnética:

$$\hat{n}_{1,2} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = -\vec{\sigma}_m \quad \text{con}$$

$$\sigma_m = \lim_{ds \rightarrow 0} \left( \rho_m + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) ds \left[ \frac{Vs}{m} \right] \quad (7.4)$$

Siendo  $\hat{n}_{1,2}$  el versor normal a la superficie que apunta de 1 → 2. También observemos que las condiciones de frontera puntuales se calculan encerrando las circulaciones o los volúmenes hasta hacerlos tender a 0.

En la ley de Gauss para el campo magnético apelamos al concepto de cargas magnéticas, a sabiendas de que es un artificio solo válido para la representación de campos magnéticos en el exterior de los volúmenes,

Suponiendo medios **lineales isótropos y homogéneos (LIH)** tendremos que para cada medio se cumplirá que:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{y} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (7.5)$$

Limitándonos al campo magnético tendremos que las ecuaciones de frontera adoptan la forma:

$$\frac{B_{t1}}{\mu_1} - \frac{B_{t2}}{\mu_2} = k_{et} \quad \text{y} \quad B_{n1} - B_{n2} = \sigma_m \quad (7.6)$$

Donde los subíndices  $t$  y  $n$  se refieren a las direcciones normal y tangente a la superficie, con  $k_{et}$  la densidad de corriente superficial en la dirección tangente y  $\sigma_m$  será la densidad monopolar magnética equivalente.

En ausencia de corrientes superficiales, la ecuación 7.6 se convertirá en:

$$\frac{B_{t1}}{\mu_1} - \frac{B_{t2}}{\mu_2} \rightarrow \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} \right) B_{t1} = B_{t2} \quad (7.7)$$

Que es el resultado ya conocido que nos dice que en un medio con  $\mu_2 \gg \mu_1$  las líneas de campo magnético tangente tenderán a curvarse hacia la superficie del material de mayor  $\mu$  y a aumentar su intensidad proporcionalmente.

La presencia de corrientes superficiales  $k_{et}$  cambiaría la expresión según:

$$\frac{B_{t1}}{\mu_1} - k_{et} = \frac{B_{t2}}{\mu_2} \rightarrow \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} \right) B_{t1} - \mu_2 k_{et} = B_{t2} \quad (7.8)$$

Si suponemos  $B_{t1}$  despreciable en el primer medio la expresión anterior se transforma en:

$$-\mu_2 k_{et} = B_{t2} \quad (7.9)$$

Expresión que nos dice que todo el campo tangente en el segundo medio es producto de las corrientes superficiales.

### 7.2.1. Sólidos Ferromagnéticos

Los sólidos ferromagnéticos en presencia del campo magnético terrestre presentan una magnetización inducida, fuertemente condicionada por las condiciones de frontera magnética. El campo inducido por el campo magnético terrestre divergirá en las zonas de discontinuidad superficial del material y en zonas de stress, oquedades y occlusiones de otros materiales en el seno del material original. Para estos sólidos es particularmente útil el Método de la Memoria Magnética. El método también puede aplicarse, con menor grado de facilidad, a materiales paramagnéticos y ferrimagnéticos.

#### Método de la Memoria Magnética (MMM)

El científico Ruso Anatoli Dubob desarrolló el MMM basado en la detección y medición del campo de fuga magnética propio del material (Surface Magnetic Leakeage field o SMLF), que surge en las zonas de acumulaciones de luxaciones de alta densidad de materiales ferromagnéticos y paramagnéticos. La histéresis de las magnetodislocaciones es un efecto subyacente de la memoria magnética de metal y tiene lugar durante la fabricación de productos en la formación de tensiones internas y en su funcionamiento bajo acción de cargas de trabajo.

Cuando un sólido ferromagnético se enfriá por debajo de su temperatura de Curie, el campo magnético terrestre genera un patrón de dominios. Asociados a procesos de térmicos o por deformación en frío se producen defectos en la estructura policristalina. Algunos defectos estructurales presentan concentraciones de esfuerzos y deformaciones importantes. Estas concentraciones alteran localmente los dominios magnéticos y producen, a su vez, heterogeneidades en la magnetización que pueden ser detectadas utilizando la dispersión del campo magnético en la superficie de los cuerpos. La medición de las no uniformidades de la magnetización permite detectar esos defectos en forma no destructiva.

En general no es posible obtener información en forma global del campo magnético autogenerado en sólidos. La información se forma y se puede obtener solo en pequeñas regiones donde los defectos tienen una influencia significativa por su cercanía y no se ven afectados por otros defectos. Es de esperarse que en los defectos significativos, el campo externo de la tierra no haya podido ejercer una influencia marcada si la energía asociada a la producción del defecto es muy superior a la aportada por el campo magnético externo.

El método **MMM** se aplica para la solución de problemas del tipo de:

- Control de calidad al 100 % de los productos de piezas de construcción de máquinas y control de heterogeneidad del metal.

- Control de calidad de juntas de soldadura (Aquí la soldadura es parte de un complejo sistema de factores vinculando la: heterogeneidad estructural-mecánica, los defectos de soldadura y las concentraciones de estrés estructural).
- Diagnóstico temprano de daños por fatiga del metal, Estimación y pronóstico del tiempo de vida media de un equipo.

El MMM se puede aplicar tanto en sólidos bajo carga (en tensión como en el caso de piezas de maquinaria) así como después del retiro de las cargas, cuando la pieza no se encuentra solicitada. El perfil magnético formado bajo la acción de las cargas de trabajo queda parcialmente congelado después de la descarga en virtud de la "histéresis de dislocación magnética". Esto la posibilidad de evaluar el estado real de tensiones de la pieza y revelar en etapas tempranas las zonas de daño máximo al leer los campos utilizando dispositivos de medición de campo especiales. Es importante destacar que los dispositivos de medición de campos magnéticos no tienen una norma mundial por lo que cada instrumento presenta características y singularidades únicas y las mediciones no suelen ser referidas a un patrón sino que son relativas entre sí desde un estado base.

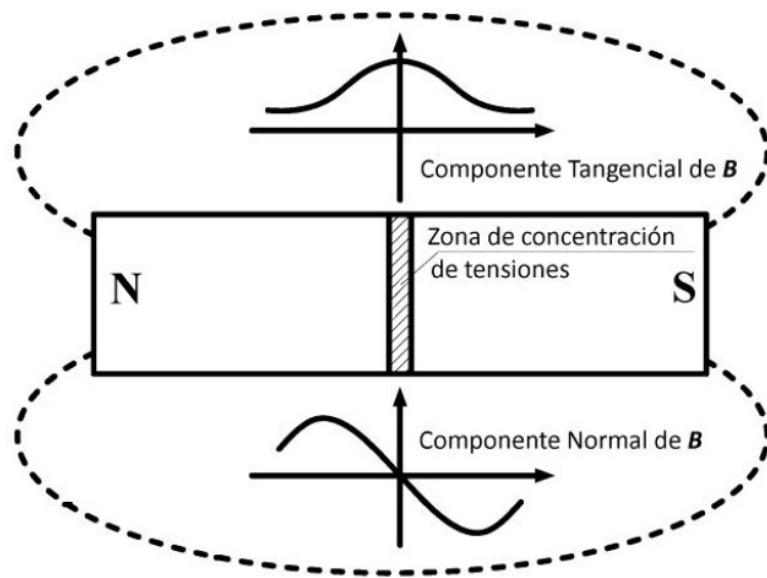


FIGURA 7.1. Campos magnéticos superficiales en presencia de zona de concentración de tensiones.

### 7.2.2. Región de Influencia Magnética de un Defecto

Se conoce experimentalmente [2] que la magnetización local se puede ver afectada por la presencia de inclusiones no ferromagnéticas o cavidades que poseen permeabilidades mucho menores que la del material ferromagnético adyacente, generando heterogeneidades magnéticas primarias que dispersan las líneas del flujo. También es sabido [2] que la magnetización natural de una pieza ferromagnética se modifica con la aplicación de cargas externas y con las concentraciones

de tensiones mecánicas asociadas a defectos presentes en el material (aglomeraciones de dislocaciones, micro-poros, micro-fisuras, inclusiones, cavidades, fisuras). Estas perturbaciones localizadas de la magnetización natural son una manifestación del efecto magneto-elástico [3]. Como tales, originan heterogeneidades magnéticas secundarias de suma importancia desde el punto de vista del ensayo no destructivo mediante el MMM. A cada defecto significativo único o defecto equivalente obtenido por combinación de defectos próximos, se le puede asociar una región  $R_{mag}$  que puede considerarse como la región de influencia magnética del defecto. Esta región comprende todos los puntos en los cuales es significativa la perturbación en la magnetización producida por el defecto en cuestión. La perturbación se manifiesta en un cambio de dirección en las líneas de flujo de la inducción  $\vec{B}$  y en una variación en su magnitud. Si el defecto dispersa las líneas estas saldrán o entrarán del sólido a través de la frontera más próxima como se puede ver en la figura 7.2.

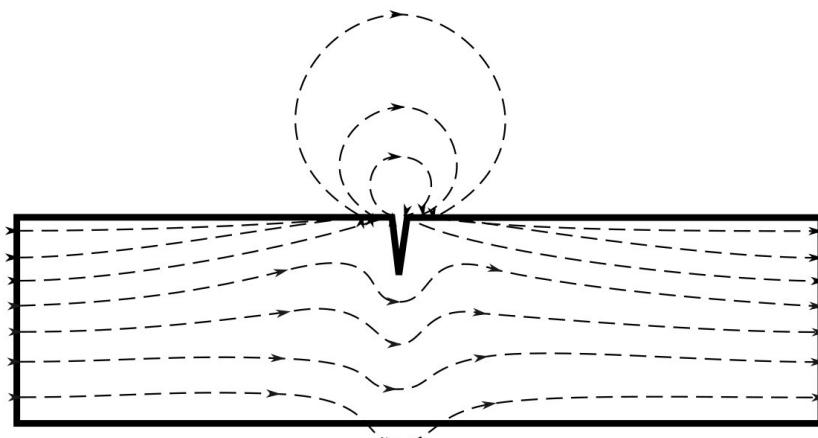


FIGURA 7.2. Fuga de líneas de flujo magnético asociada a grietas y discontinuidades en la superficie del material.

En la figura 7.2 vemos el perfil de los campos magnéticos asociados a perturbaciones en el medio debidas a heterogeneidades magnéticas primarias.

Si la fuga de flujo hacia (o desde) el aire es lo bastante significativa, puede medirse el campo de fuga (auto-campo de fuga en la jerga del MMM) utilizando sensores de campo magnético situados lo bastante próximos a la frontera.

En el caso general tendremos una combinación de condiciones de campos debido a tensiones, grietas y otros factores combinados.

El ensayo de álabes de turbina son una aplicación frecuente del MMM. En la figura 7.3 observamos la presencia de fisuras a lo largo de la misma.

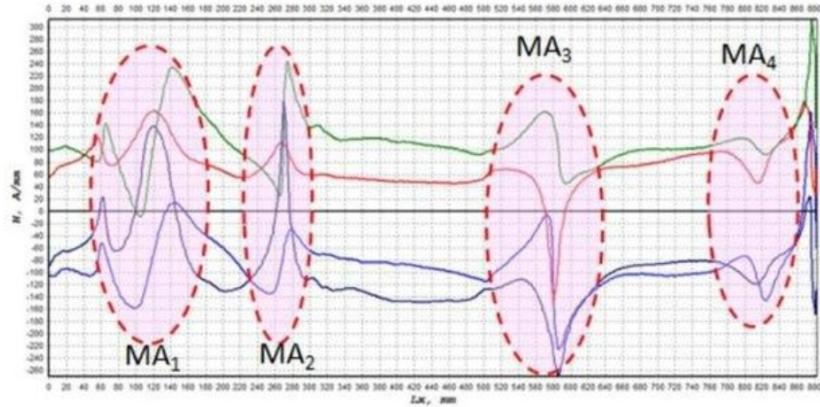


FIGURA 7.3.  $MA_1 - MA_4$  fisuras en álabes a lo largo sobre y sobre el plano

En la figura 7.4 vemos el mismo mismo ensayo del alabe pero medidas los campos sobre el canto.

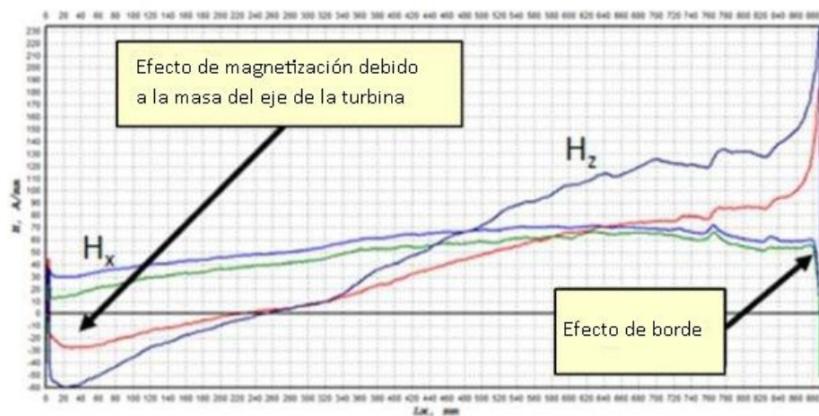


FIGURA 7.4. Campos sobre el canto del alabe

Cuando el material es sometido a esfuerzos se observa una alteración de la magnetización en función de las tensiones inducidas en el sólido. Ver figura ???. Este fenómeno es todavía mucho más marcado en materiales compuestos como las ferritas

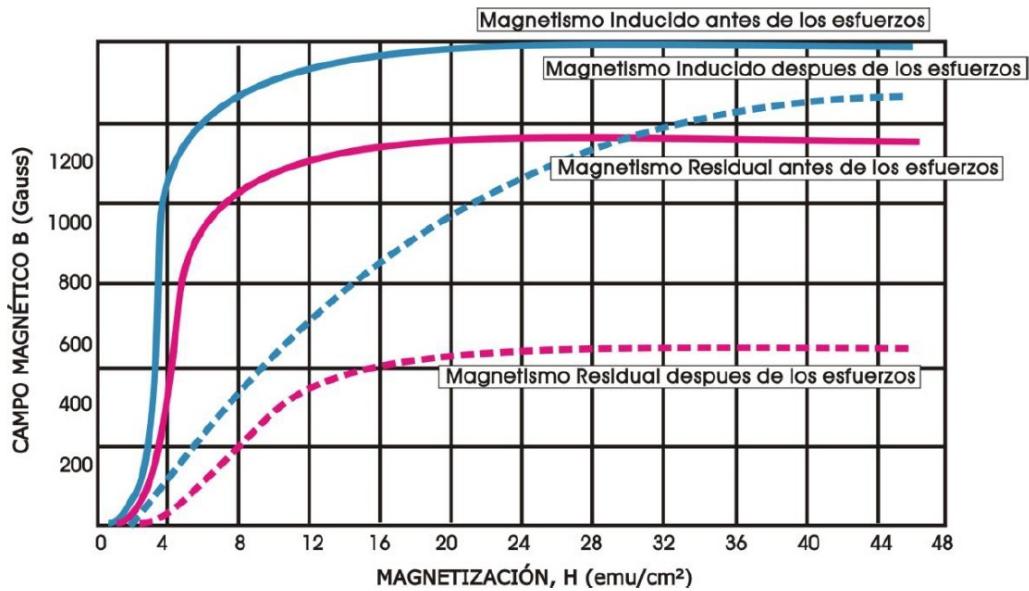


FIGURA 7.5. Variación de la magnetización por tensiones inducidas

Asimismo se observa también una variación de la magnetización en función del número de ciclos de trabajo (tensiones). como ejemplo tenemos la figura 7.6 donde se observa la variación de la magnetización para distintos esfuerzos longitudinales en mechas de acero de un mismo lote.

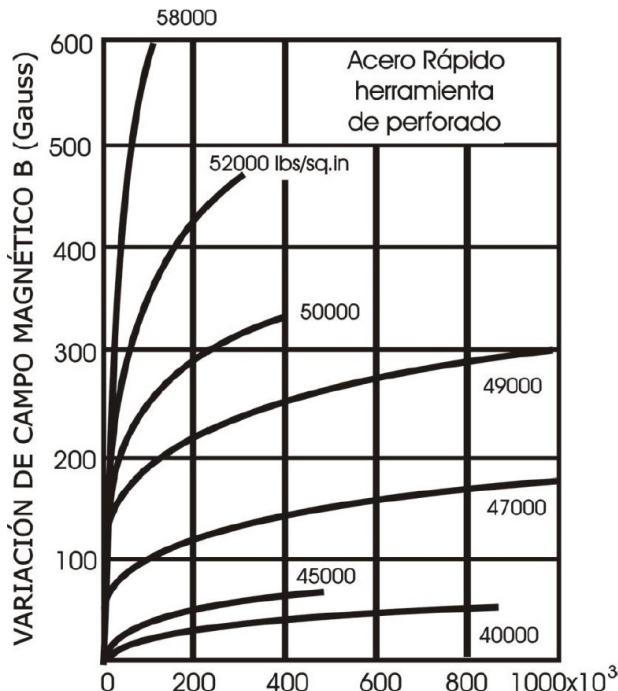


FIGURA 7.6. Variación de magnetización en mechas de acero

### 7.2.3. Caracterización multipolar de una anomalía magnética localizada.

En el aire la inducción  $\vec{B}$  y la excitación  $\vec{H}$  son proporcionales:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ . En el medio sólido sabemos que:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$ , siendo  $\vec{M}$  la Magnetización<sup>1</sup>.

En el caso de ausencia de corrientes podremos plantear que  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$  y como siempre  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , entonces resultará que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{M} \quad (7.10)$$

Por lo tanto podremos poner que  $\vec{H} = -\vec{\nabla} \varphi_M$  siendo  $\varphi_M(\vec{r})$  un potencial escalar magnético que verifica la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \varphi_M(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}) \quad (7.11)$$

La ecuación de Poisson 7.11 se puede resolver por el método de Gauss-Green [4] y la solución resulta de la forma:

$$\varphi_M(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \iiint_C \frac{\rho_M(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot dV' + \frac{1}{4\pi\mu_0} \iint_{\partial C} \frac{\sigma_M(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot dS' \quad (7.12)$$

Donde la integración se lleva a cabo sobre las componentes primadas  $\vec{r}'$  para todo el volumen del sólido  $C$  y su frontera  $\partial C$  siendo  $\rho_M$  la densidad volumétrica de magnetización y  $\sigma_M$  la densidad superficial de magnetización

Como solo nos interesan los apartamientos del campo original del sólido sin anomalías, podemos hacer un desarrollo perturbativo[5][6] de la ecuación 7.11:

$$\nabla^2 \delta \varphi_M(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \delta \vec{M}(\vec{r}) \quad (7.13)$$

Dando su solución un desarrollo análogo al de la ecuación 7.12 con los reemplazos correspondientes de:

$$\rho_M \rightarrow \delta \rho_M, \quad \sigma_M \rightarrow \delta \rho_M, \quad C \rightarrow R_{mag}, \quad \partial C \rightarrow \partial C \cap R_{mag} = \partial R_{mag} \quad (7.14)$$

Notemos que podrá ser la frontera  $\partial C \cap R_{mag}$  vacía si la región de influencia de los defectos significativos no llega hasta la superficie del sólido y el término con  $\partial R_{mag}$  desaparecer de 7.12. Por el contrario si el defecto es justamente una discontinuidad en la superficie del sólido como el indicado en la figura ?? el vacío sera el conjunto  $R_{mag}$  y solo aportara al campo su frontera  $\partial R_{mag}$

En el aire próximo a la superficie de la pieza, la perturbación  $\delta \rho_M$  se puede expresar mediante un desarrollo multipolar respecto de un origen de coordenadas localizado en el interior del defecto  $R_{mag}$ , de modo que el vector posición  $\vec{r}$  del punto donde se considera el campo posea un módulo  $r$  mayor que el de cualquier

---

<sup>1</sup><https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetization>

vector posición  $\vec{r}'$  correspondientes a los puntos donde  $\delta\vec{M}(\vec{r}') \neq 0$ . La expresión del desarrollo multipolar correspondiente quedará como:

$$\delta\varphi_M \approx \delta\varphi_{Mdipolar} + \delta\varphi_{Mcuadrupolar} + \dots + \dots \quad (7.15)$$

Puesto que no existen monopolos magnéticos el desarrollo comenzará con el término dipolar  $\delta\vec{\lambda}$  caracterizado por tres componentes de momento dipolar independientes:

$$\delta\vec{\lambda} = \iiint_{R_{mag}} \delta\rho_M \vec{r}' dV' + \iint_{\partial R_{mag}} \delta\sigma_M \vec{r}' dS' \quad (7.16)$$

Siendo el término correspondiente en el desarrollo multipolar:

$$\delta\varphi_M(\vec{r})_{dipolar} \approx \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{\delta\vec{\lambda} \cdot \vec{r}}{r^3}, \quad |\vec{r}| \gg |\vec{r}'| \quad (7.17)$$

El siguiente término, correspondiente al momento cuadrupolar viene caracterizado por cinco coeficientes de cuadrupolo independientes:

$$\delta Q_{ij} = \iiint_{R_{mag}} \delta\rho_M (3x'_i x'_j - r'^2 \delta_{ij}) dV' + \iint_{\partial R_{mag}} \delta\sigma_M (3x'_i x'_j - r'^2 \delta_{ij}) dS' \quad (7.18)$$

donde  $\delta_{ij}$  representa la función delta de Kronecker <sup>2</sup>. Observemos que aunque  $\delta Q_{ij}$  tiene nueve componentes de su definición resulta que es simétrico y de traza nula i.e.  $Q_{kl} = Q_{lk}$  y  $Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} = 0$  razones éstas por lo que solo habrá cinco componentes independientes.

Quedando el término correspondiente en el desarrollo multipolar:

$$\delta\varphi_M(\vec{r})_{cuadrupolo} \approx \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{\vec{r} \cdot \delta\hat{Q} \cdot \vec{r}}{r^5} \quad (7.19)$$

Fuera del sólido los términos cuadrupolares, octpolares y demás siguientes en la serie tienen un rápido decaimiento debido a la fuerte dependencia con  $\frac{1}{r^{2n+1}}$  para  $n \geq 3, 4, \dots$  siendo su aporte al campo  $\delta\vec{H}$  de segundo orden con respecto al del dipolo. Por lo tanto considerando la perturbación a primer orden, sólo serán relevantes los términos dipolares. Recordemos que estamos hablando de la perturbación  $\delta\vec{H}$  y no del campo base  $\vec{H}$ .

Tendremos entonces que: la perturbación  $\delta\vec{H}$  a primer orden del campo excitación  $\vec{H}$  en las proximidades de la superficie del sólido debido a la presencia de un defecto en la región  $R_{mag}$  será:

---


$$\delta\vec{H}(\vec{r}) = -\nabla\delta\varphi_M \approx \frac{1}{4\pi\mu_0} \left( \frac{-\delta\vec{\lambda}}{|\vec{r} - \vec{r}_d|^3} + \frac{(\delta\vec{\lambda} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_d))}{|\vec{r} - \vec{r}_d|^5} (\vec{r} - \vec{r}_d) \right) \quad (7.20)$$

<sup>2</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Kronecker\\_delta](https://en.wikipedia.org/wiki/Kronecker_delta)

Siendo  $\vec{r}_d$  la posición del dipolo  $\vec{\lambda}$  respecto de un origen externo de coordenadas fijado arbitrariamente .

A partir de mediciones de  $\delta\vec{H}(\vec{r}_k)$  se pueden estimar la posición  $\vec{r}_d$  y las componentes de  $\delta\vec{\lambda}$  aplicando modelos de regresión no lineal<sup>[7]</sup>, pudiendo emplearse el algoritmo de Gauss-Newton<sup>3</sup> cuando se trata de defectos bien localizados como en el caso de fisuras superficiales o próximas a la superficie del sólido .

De ser necesario continuar a segundo orden con las componentes del desarrollo cuadrupolar, luego de determinarse  $\vec{r}_d$  y  $\delta\vec{\lambda}$  éstas se eliminarían como incógnitas de la ecuación 7.20 y se le sumaría el término correspondiente al cuadrupolo:

$$-\nabla\delta\varphi_M(\vec{r})_{cuadrupolo} \approx -\nabla\left(\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{\vec{r}\cdot\delta\hat{Q}\cdot\vec{r}}{r^5}\right) \quad (7.21)$$

Los cinco coeficientes cuadrupolares incógnita ahora podrán calcularse tomando una nueva serie de mediciones  $\delta\vec{H}(\vec{r}_k)$  y aplicando nuevamente un modelo de regresión no lineal. Para esta forma de funciones en particular resulta apropiado el modelo de Levenberg-Marquardt [8]. éste modelo es más robusto que el de Gauss-Newton y resulta muy útil cuando no se tiene bien establecida una zona de confianza<sup>4</sup>.

### Termodinámica de la anomalía localizada

El análisis termodinámico detallado del potencial Gibbs magnetoelástico y sus variantes, con las energías involucradas en las tensiones y los potenciales termodinámicos involucrados con los términos de magneto estricción y magneto elasticidad permite hallar una relación entre las tensiones y la permeabilidad aparente de material:

$$du = T \cdot dS + \bar{\sigma} \cdot d\bar{\varepsilon} + \vec{H} \cdot d\vec{B} \quad (7.22)$$

Aplicando la transformación de Legendre:

$$g = u - T \cdot S + \bar{\sigma} \cdot \bar{\varepsilon} + \vec{H} \cdot \vec{B} \quad (7.23)$$

Resulta:

$$dg = -S \cdot dT - \bar{\varepsilon} \cdot d\bar{\sigma} - \vec{B} \cdot d\vec{H} \quad (7.24)$$

Con lo que se verifica que:

$$B_i = \left( \frac{\partial g}{\partial H_i} \right)_{T,\bar{\sigma}}, \bar{\varepsilon} = \left( \frac{\partial g}{\partial \bar{\sigma}} \right)_{T,\vec{H}}, \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial H_i} \right)_{T,\bar{\sigma}} = \left( \frac{\partial B_k}{\partial \bar{\sigma}} \right)_{T,\vec{H}} \quad (7.25)$$

<sup>3</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Gauss-Newton\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/Gauss-Newton_algorithm)

<sup>4</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Levenberg-Marquardt\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/Levenberg-Marquardt_algorithm)

Donde vemos los coeficientes de magnetostricción:  $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial H_i}\right)_{T,\bar{\sigma}}$  y de magnetoelasticidad:  $\left(\frac{\partial B_k}{\partial \bar{\sigma}}\right)_{T,\vec{H}}$ .

Debemos notar también que:

$$\left(\frac{\partial B_k}{\partial \bar{\sigma}}\right)_{T,\vec{H}} = \left(\frac{\partial M_k}{\partial \bar{\sigma}}\right)_{T,\vec{H}} \quad (7.26)$$

Puesto que  $B_k = \mu_0 H_k + M_k$ , si el campo  $H$  permanece constante entonces será  $B = M$

Plantando y despejando  $\mu = \mu_0 \mu_r = \frac{B}{H}$ , luego de varias cuentas, linearizaciones y asunciones, tenemos que:

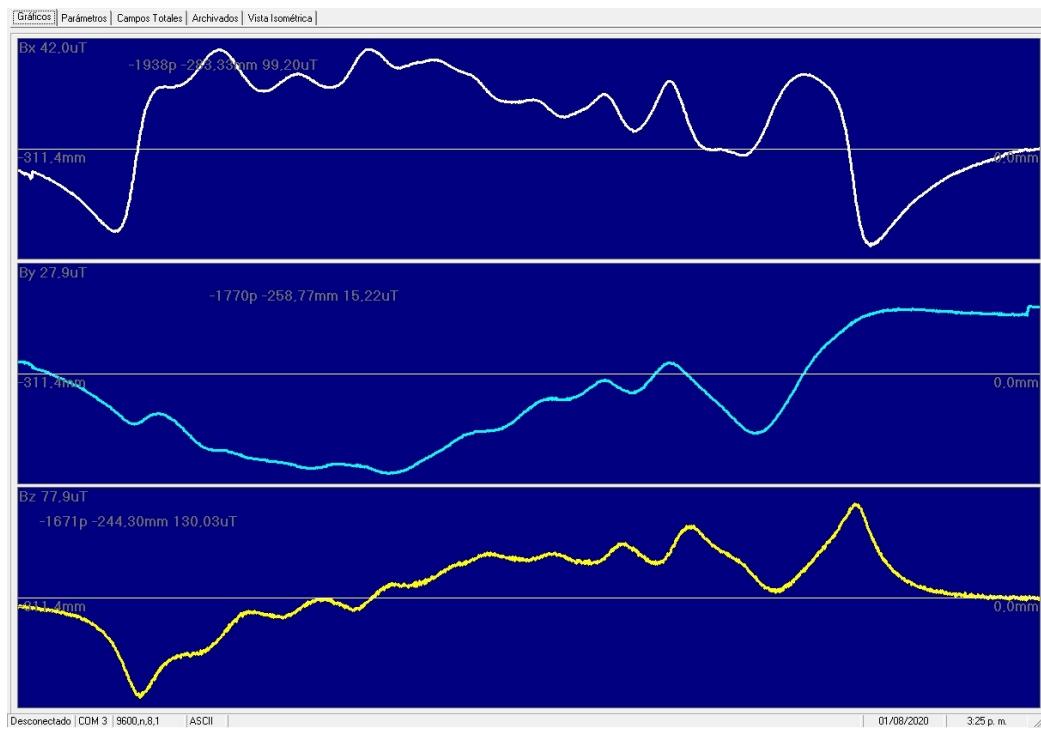
$$\mu = \frac{1}{(\beta - q\sigma - R\sigma^2) + \frac{K_0}{12}B^2 + \frac{K_1}{90}B^4} \quad (7.27)$$

Donde  $\sigma = \bar{\sigma}$  es el tensor de tensiones,  $q = q_{i,j,k,l}$  los parámetros de magnetoelasticidad,  $R = R_{i,j,k,l}$  los denominados coeficientes de corrección mórfica de las complacencias elásticas (que tienen en cuenta el efecto del campo  $B$  sobre los módulos de elasticidad y  $\beta = \bar{\beta}$ ,  $K_0 = K_{0i,j,k,l}$ ,  $K_1 = K_{1i,j,k,l,m,n}$  son parámetros de "impermeabilidad magnética" que describen la relación entre  $H$  y  $B$  cuando los esfuerzos mecánicos son nulos y por ende no hay efecto magneto-elástico.

Esta relación vincula en forma completamente general los efectos magneto-estrictivo y magneto-elástico y estima la influencia del estado local de tensiones mecánicas sobre la permeabilidad magnética local del material.

**Una consecuencia inmediata es que una heterogeneidad magnética primaria (cavidad o inclusión no ferromagnética) podría comportarse en forma no distingible de una heterogeneidad magnética secundaria (concentración de tensiones) cuando la única información disponible proviene de la medición del auto-campo de fuga en el aire próximo a la superficie de la pieza.**

En la figura 7.7 vemos los campos resultantes del escaneo magnético en tres ejes a 2 mm de la superficie de una chapa de acero soldada a tope con otra, tomado a lo largo de la soldadura. El eje z es vertical a la soldadura, el eje x a lo largo y el eje y transversal. Se pueden observar diversas zonas con tensiones como las indicadas en las figura 1. complejas en los ejes x y z. La inspección visual no revela en la soldadura fisuras superficiales.

FIGURA 7.7. Campos en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ 

### 7.3. Sólidos Conductores

A diferencia de los sólidos ferromagnéticos, los sólidos conductores que no presentan magnetización residual pueden caracterizarse en regiones cercanas a las superficie induciendo en ellos corrientes de Foucault (*Eddy Currents* o corrientes turbillonarias) por medio de una excitación magnética externa y levantando los perfiles de campo producidos por estas corrientes en el material.

La profundidad de penetración (*skin deep*) es la tendencia de una corriente eléctrica alterna (CA) a distribuirse dentro de un conductor de forma exponencial decreciente, de modo que la densidad de corriente sea mayor cerca de la superficie del conductor y disminuya con mayores profundidades en el conductor. La corriente eléctrica fluye principalmente en la "piel" del conductor, entre la superficie exterior y un nivel llamado profundidad de penetración. El efecto del skin deep hace que la resistencia efectiva del conductor aumente a frecuencias más altas donde la profundidad de penetración es menor, reduciendo así la sección transversal efectiva del conductor. Como se ha ya mencionado, el efecto se debe a las corrientes de Foucault opuestas inducidas por el campo magnético cambiante resultante del flujo magnético alterno.

A  $60\text{Hz}$  en cobre, la profundidad de la piel es de aproximadamente  $8,5\text{mm}$ . A altas frecuencias, la profundidad de penetración se vuelve consecuentemente más pequeña según la ley:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \sqrt{\sqrt{1 + (\rho\omega\epsilon)^2} + \rho\omega\epsilon}, \quad \omega = 2\pi f \quad (7.28)$$

Siendo  $\delta$  la profundidad de penetración,  $\epsilon$  la permitividad del conductor  $\mu$  la permeabilidad y  $f$  la frecuencia del flujo magnético.

Para la densidad de corriente tendremos que:

$$J = J_0 e^{-(1+i)\frac{d}{\delta}} \quad (7.29)$$

Lo que nos dice que a una profundidad de  $\delta$  tendremos una disminución proporcional de  $e^{-1}$  en la intensidad de la corriente (lo que es aproximadamente un 67%)

De todo lo anterior podemos ver que ajustando la frecuencia podemos extraer información de los defectos del material a distintas profundidades. En oposición a esto tenemos que al aumentar la profundidad y disminuir la frecuencia, para un mismo flujo dado, la corriente neta disminuye proporcionalmente produciendo señales de campos inducidos más débiles.

En función de la conductividad del material es de esperarse que la profundidad de penetración (*skin deep*) sea solo función de la frecuencia del campo inducido a frecuencias bajas donde la masa de los electrones sea despreciable.

El caso general de las corrientes inducidas ha sido estudiado en detalle y tienen muchas aplicaciones, entre ellas:

- Discontinuidades en material conductor tales como cambios geométricos, variación de las propiedades relacionadas con la conductividad y permeabilidad.
- Presencia de defectos, tanto superficiales como subterráneas, detección de defectos y grieta en el material de soldadura conductor.
- Detectar de corrosión, daño por fatiga y adelgazamiento. En particular, la técnica se usa para hacer mediciones de corrosión y adelgazamiento en material aeronáutico e intercambiadores de calor.
- La permeabilidad y la conductividad son los factores que más afectan la señal, por lo que las corrientes parásitas se pueden usar para distinguir entre diversos tipos de materiales y para determinar si un material ha sido expuesto a altas temperaturas, en los casos en que dichos tratamientos cambien el conductividad del material.

En las circunstancias adecuadas, las corrientes parásitas se pueden usar para:

- Detección de grietas.
- Mediciones de espesor de material.
- Medidas de espesor de recubrimiento.
- Mediciones de conductividad para:
  - a Identificación del material
  - b Detección de daños por calor
  - c Determinación de profundidad
  - d Monitoreo de tratamiento térmico

Algunas de las ventajas de la inspección por corrientes de Foucault incluyen:

- Sensibilidad a pequeñas grietas y otros defectos.
- Detección defectos superficiales y cercanos a la superficie.
- La inspección da resultados inmediatos.
- El equipo es muy portátil.
- El método puede usarse para otras aplicaciones.
- Se requiere una preparación mínima.
- La sonda de prueba no necesita ponerse en contacto con la pieza.
- Inspecciona formas y tamaños complejos de materiales conductores.

Algunas de las limitaciones de la inspección por corrientes de Foucault incluyen:

- Solo se pueden inspeccionar materiales conductores.
- La superficie debe ser accesible para la sonda.
- La habilidad y capacitación requerida es más extensa que en otras técnicas.
- El acabado superficial y la aspereza pueden interferir.
- No hay estándares de referencia necesarios para la configuración.
- La profundidad de penetración es limitada.
- Los defectos como los de laminaciones que se encuentran paralelas al devanado de la bobina de la sonda y la dirección de exploración de la sonda son indetectables.

### 7.3.1. Método de las Corrientes Parásitas ECM

El método de las corriente parásita o ECM (*Eddy Current Method*) consiste en aproximar una bobina excitadora que genera un campo magnético armónico sinusoidal en el rango de los Hz hasta los MHz, producido por una corriente senoidal. Las variaciones de flujo del campo magnético en el material induce corrientes parásitas en la zona bajo examen. Ante estas corrientes la presencia de defectos o discontinuidades se comportan como una barrera resistiva que perturba los flujos de corriente inducidos. Las perturbaciones resultantes afectan los campos magnéticos superficiales, permitiendo detectar las anomalías.

En la figura 7.8 vemos los campos en un sustrato normal, con conductividad uniforme y en un sustrato con un defecto resistivo.

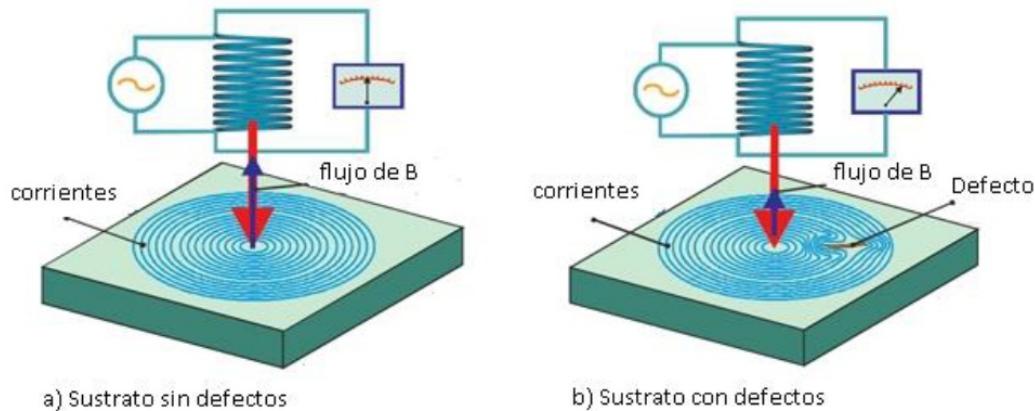


FIGURA 7.8. Corrientes turbillonarias en diversos sustratos

Si el material fuera un conductor perfecto, los campos magnéticos producidos por las corrientes turbillonarias se verían como si se estuviera hubiera en presencia de un inductor igual al impuesto en la excitación dispuesto en forma espejada respecto de la superficie del otro lado de material, esto se conoce como espejo de corrientes y en el caso de una excitación con alta simetría frente a una superficie plana o de curvatura regular, el campo resultante es fácilmente relevable en busca de imperfecciones.

Las fórmulas de Maxwell y constitutivas del medio aplicables al método son:

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \nabla \times H = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \nabla \cdot B = 0, \quad \nabla \cdot E = 0$$

$$B = \mu H \quad \text{y} \quad J = \sigma E$$

La solución **práctica** al problema de la distribución de campo en la superficie sigue el mismo principio general ya expresado de considerar la influencia de los defectos con el método perturbativo. El campo base se calcula por el método de las imágenes ya descripto anteriormente y a este se añade el campo de la perturbación que debe cumplir con las condiciones de frontera del sólido.

La solución **general** a los campos se puede plantear en términos de ecuaciones integrales de la forma:

$$H_{ext} = H_0 + \int_{Sup} \left[ J_S \times \nabla G_0 - \frac{\nabla_s \cdot K_s}{i\omega\mu_0} \nabla G_0 \right] dS \quad (7.30)$$

$$E_{ext} = E_0 + \int_{Sup} \left[ i\omega\mu_0 J_S G_0 + K_S \times \nabla G_0 - \frac{\nabla_s \cdot J_s}{i\omega\epsilon_0} \nabla G_0 \right] dS \quad (7.31)$$

$$H_{int} = - \int_{Sup} \left[ \sigma K_S G_i + J_S \times \nabla G_i - \frac{\nabla_s \cdot K_s}{i\omega\mu_i} \nabla G_i \right] dS \quad (7.32)$$

$$E_{int} = \int_{Sup} [i\omega\mu_i J_S G_i + K_S \times \nabla G_i] dS \quad (7.33)$$

Los términos  $H_0$  y  $E_0$  son los campos excitadores en ausencia del medio conductor y  $G_i$  y  $G_0$  son las funciones de Green:

$$G_0 = \frac{e^{-i\omega \vec{K}_0 \cdot \vec{r}}}{4\pi r}, \quad G_i = \frac{e^{-i\omega \vec{K}_i \cdot \vec{r}}}{4\pi r}, \quad K_0 = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}, \quad K_i = \sqrt{\mu_i \sigma}$$

### 7.3.2. Configuraciones de medición

Es posible adoptar dos configuraciones de medición para el método de las corrientes parásitas:

- **Excitación y sensor en la misma bobina:** Se mide tensión y fase sobre la bobina excitadora y se representan las variaciones de impedancia en un plano x, Z. Tiene la ventaja de que el dispositivo es muy sencillo, pues la misma bobina excitadora es la que releva el campo de las corrientes inducidas. Sin embargo, solo se puede medir en el mismo punto donde se coloca la bobina excitadora, limitando el alcance a las regiones donde cabe esta.
- **Sensor independiente de la excitación:** Se miden los campos magnéticos independientemente de la excitación con un sensor aparte. Tiene la ventaja de la versatilidad y de poder explorar regiones a distintas distancias de la bobina excitadora pues los sensores magnéticos pueden tener dimensiones milimétricas. Este método tiene además la gran ventaja de que perfilando el área de la bobina sensora es posible efectuar un filtrado de las componentes multipolares por cuanto el alcance relativo de cada componente es proporcional al área y a la distancia a la superficie.

#### Excitación y sensor en la misma bobina

En la figura 7.9 vemos la bobina excitadora usada también como sensor. Las variaciones de tensión y corriente en la bobina dependen tanto de su propia excitación como del flujo inducido por las corrientes superficiales.

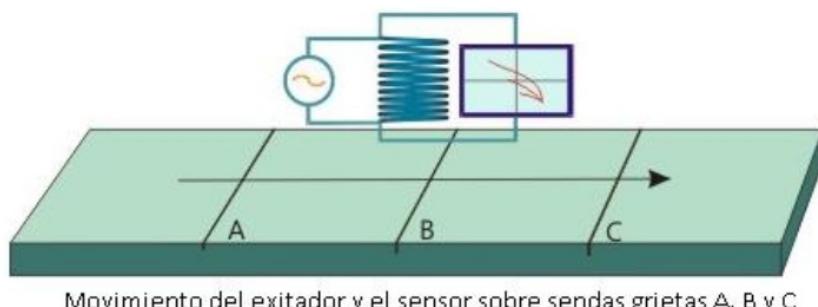
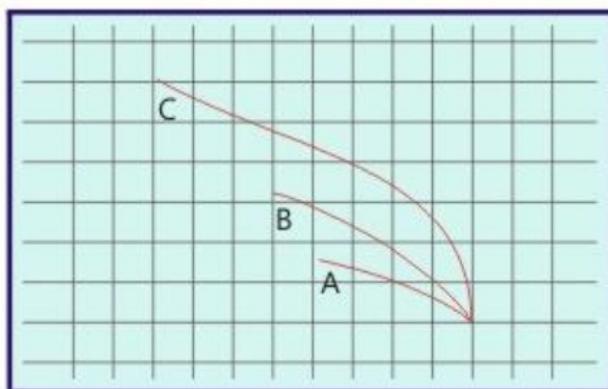


FIGURA 7.9. Excitación y sensor en la misma bobina

En la figura 7.10 vemos la gráfica de la impedancia equivalente vista por la excitación de la primaria de la bobina en sus componentes resistiva e inductiva, dando evidencia de la presencia de grietas a medida que avanza.



Señales del sensor en el plano de la impedancias para cada grieta

FIGURA 7.10. Relación de las impedancias en presencia de una grieta

En la figura 7.11 vemos un equipo comercial explorando una pieza mecánica. La presencia de grietas se pone en evidencia por los apartamientos de la linealidad que se observan en la pantalla de la derecha

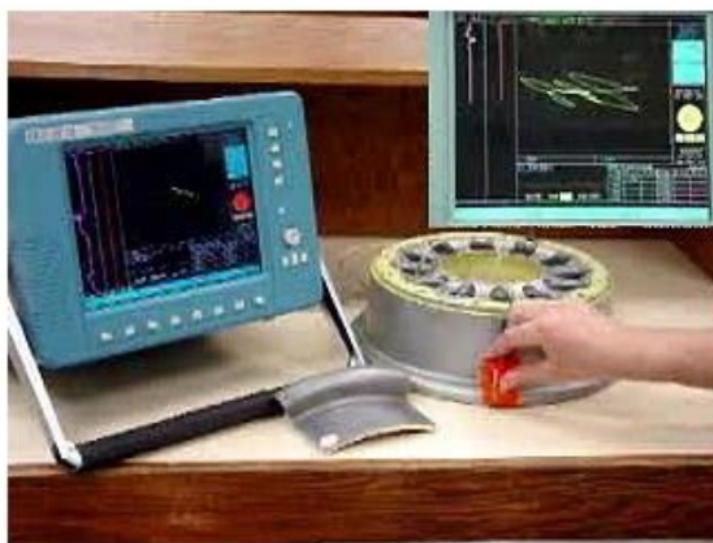


FIGURA 7.11. Graficos de impedancias

#### Sensor independiente de la excitación

En la figura 7.12 vemos la disposición de una bobina excitadora independiente del sensor. Para simplificar el método de imágenes magnéticas en el medio conductor, la bobina exitadora consiste en conductores planos rectos paralelos a la superficie a explorar. El sensor son otras bobina donde las distintas geometrías posibles, permiten discriminar los aportes multipolares de la distribución de corrientes.

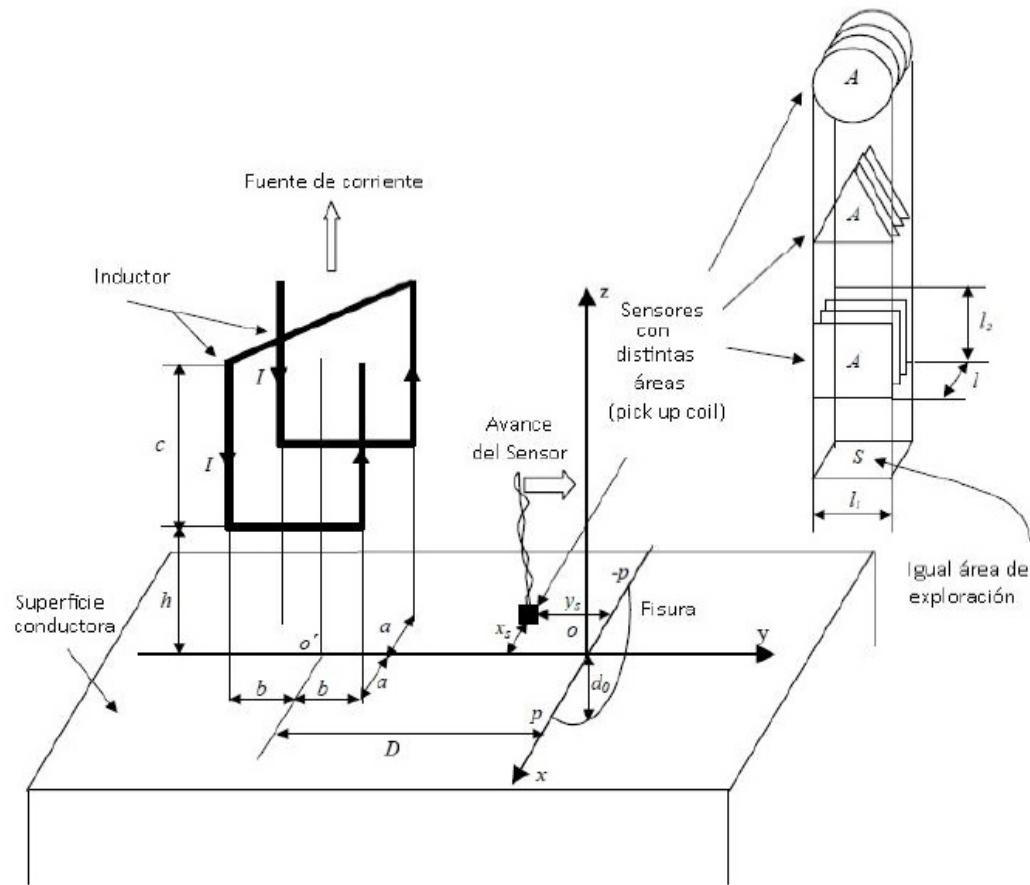


FIGURA 7.12. Distintos perfiles de bobinas

La salida de tensión en la bobina sensora se puede obtener por la ley de Faraday:

$$v(x, y) = -\frac{d\varphi_{tot}}{dt} = -\int_l \frac{\varphi_l}{dt} dx = -i\omega \int_l dx \iint_A B_x(x, y) dxdy \quad (7.34)$$

Siendo  $l$  cada espira individual de la bobina,  $\varphi_{tot}$  el flujo total,  $\varphi_l$  el flujo individual por la espira  $l$ -ésima y en la última igualdad hemos asumido que se trata de una excitación sinusoidal para eliminar la derivada temporal. La variación en  $B_x$  en la dirección  $z$  se asume despreciable.

Conocido el perfil de la espira  $G(x, y)$  podemos reescribir la ecuación 7.35 como:

$$v(0, 0) = -i\omega \iint_A G(x, y) B_x(x, y) dxdy \quad (7.35)$$

Donde los perfiles serían:

Para una espira rectangular de lados  $l_1$  y  $l_2$ :

$$G(x, y) = \begin{cases} l_2, & |x| \leq \frac{l_2}{2}; |y| \leq \frac{l_1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{l_2}{2}; |y| > \frac{l_1}{2} \end{cases} \quad (7.36)$$

Para una espira triangular de lados  $l_1$  y  $l_2$ :

$$G(x, y) = \begin{cases} l_2 - 2\frac{l_2}{l_1}|y|, & |x| \leq \frac{l_2}{2}; |y| \leq \frac{l_1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{l_2}{2}; |y| > \frac{l_1}{2} \end{cases} \quad (7.37)$$

Para una espira circular simétrica con respecto al plano  $z = \frac{l_2}{2}$  de lados  $l_1$  y  $l_2$ :

$$G(x, y) = \begin{cases} \sqrt{l_1^2 - 4y^2}, & |x| \leq \frac{l_2}{2}; |y| \leq \frac{l_1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{l_2}{2}; |y| > \frac{l_1}{2} \end{cases} \quad (7.38)$$

Cuando la bobina sensora se mueve del punto  $(0, 0)$  al punto  $(8x_s, y_s)$  tendremos que la tensión será:

$$v(x_s, y_s) = -i\omega \iint_{-\infty}^{+\infty} G(x_s - x, y_s - y) B_x(x, y) dx dy \quad (7.39)$$

En otras palabras, la diferencia de tensión entre dos posiciones está relacionada a la convolución de  $G(x, y)$  con  $B(x, y)$ . Ahora podemos usar el Teorema de la Convolución de Fourier:

$$\text{Conv}[v(k_x, k_y)] = -i\omega \text{Conv}[G(k_x, k_y)] \cdot \text{Conv}[B_x(k_x, k_y)] \quad (7.40)$$

Siendo  $k_x, k_y$  las componentes de la frecuencia espacial  $k$ .

La ecuación 7.40 indica que la bobina, respecto de la tensión leída a su salida, actúa como un filtro espacial cuyo comportamiento es caracterizado por la función filtro de la bobina:  $G(k)$ .

El proceso de deconvolución de la señal se obtiene por medio de algoritmos numéricos que producen los renderizados de la figura 7.13. Podemos observar las funciones de perfilado de tres sensores de secciones cuadrada, semicircular y triangular y sus respectivas transferencias de la función filtrado.

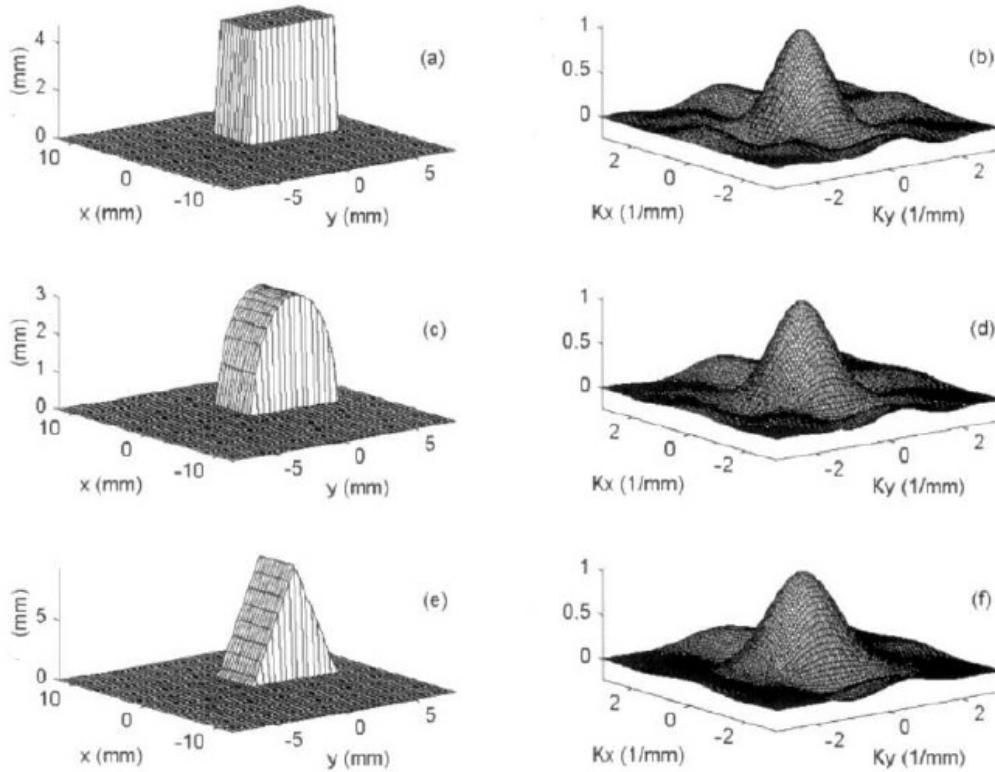


FIGURA 7.13. Efecto de filtro de los distintos perfiles de bobinas

Finalmente, es posible extrapolar la data referida a la señal de la grieta. en la figura 7.14 tenemos las señales normalizadas de las distintas bobinas sensoras en presencia de una fisura y el resultado de la señal filtrada.

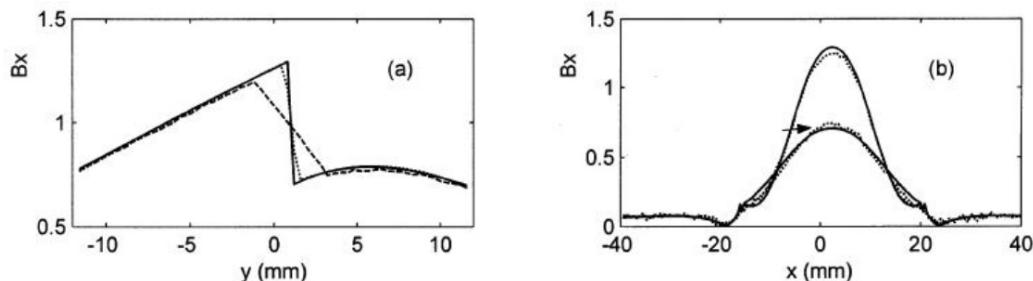


FIGURA 7.14. Señal original y filtrada en proximidad de una fisura

## Capítulo 8

# Introducción a la física del magnetismo en los sistemas biológicos

"La vida en la Tierra ha evolucionado en un mar de campos electromagnéticos naturales. Durante el siglo pasado, este ambiente natural ha cambiado en forma significativa con la aparición de un vasto y creciente espectro de campos producidos por el hombre. Razonando a partir de modelos basados en la termodinámica de equilibrio y en efectos térmicos, al principio se pensó que esos campos artificiales eran demasiado débiles como para interactuar con los sistemas de moléculas biológicas y por tanto incapaces de influir sobre las funciones fisiológicas. Numerosos estudios de laboratorio se efectuaron para buscar efectos biológicos a nivel celular y molecular de campos electromagnéticos de diferentes frecuencias de oscilación, focalizándose en exposiciones que no producen efectos térmicos. Una conclusión que se desprende claramente de estos estudios es que muchas de las interacciones observadas no se basan en el calentamiento de los tejidos. Los campos electromagnéticos débiles pueden modular eventos químicos que ocurren en la superficie de la célula, amplificando los efectos de la fijación de hormonas, anticuerpos y neurotransmisores en sus correspondientes sitios receptores en las membranas. Los iones calcio juegan un rol clave en esta amplificación. Estos estudios fundamentan nuevos conceptos de comunicación entre células a través de las barreras constituidas por las membranas celulares. Señalan, con creciente certidumbre, a una organización esencialmente física de la materia viva, a un nivel mucho más fino que el correspondiente a la imagen estructural y funcional definida en la química de las moléculas[9]."

"No se ha alcanzado todavía una comprensión a fondo de los efectos biológicos de los campos electromagnéticos. El amplio espectro de temas que deben ser estudiados incide en el lento progreso hacia ese fin último. Entre las disciplinas involucradas están la biología básica, la ciencia médica y la práctica clínica, la ingeniería biológica y la ingeniería eléctrica, la química básica y la bioquímica, y la física fundamental y la biofísica. Los fenómenos estudiados abarcan extensos intervalos de escalas de espacio y de tiempo. Así, en un extremo, se tienen corrientes continuas y oscilaciones con longitudes de onda de más de 100 km, grandes organismos biológicos y corrientes alternas con períodos de milisegundos. En el otro extremo se tienen campos con longitudes de onda sub-milimétricas y períodos por debajo de 10-12 s, estructuras sub-celulares y moléculas de dimensiones sub-nanométricas, y tiempos característicos tan cortos como 10-15 s (o menos) de las reacciones bioquímicas[10]."

## 8.1. Introducción

El propósito de este capítulo es conectar la física del magnetismo con el estudio de algunos procesos fisiológicos en los organismos.

En biología se trabaja con un conjunto de niveles estructurales, cada uno de los cuales se sustenta en los niveles que lo preceden. Una mirada a los procesos biológicos desde la perspectiva del bio-electromagnetismo permite distinguir cuatro niveles:

En la base, un primer nivel atómico-molecular. Se estudia desde el punto de vista de la física cuántica. Generalmente se utiliza la ecuación de Schrödinger con términos que tienen en cuenta las interacciones eléctrica y magnética en los átomos y entre los átomos en las moléculas y entre las moléculas. Es el bien conocido nivel físico microscópico.

Un segundo nivel corresponde a estructuras supramoleculares y sus procesos. Se estudian con herramientas de física estadística y de cinética física, teniendo en cuenta las interacciones eléctricas y magnéticas, así como los resultados de la investigación de las estructuras y los procesos en el nivel previo. Es el nivel físico mesoscópico. Se describen conjuntos numerosos a átomos y moléculas, cuyas dimensiones son grandes respecto de las distancias entre los átomos, pero son pequeñas respecto de las dimensiones características de los patrones de estructura (macroscópicos) que aparecen en el siguiente nivel.

Un tercer nivel, ya macroscópico, corresponde a la célula considerada como una unidad de estructura y función. Aquí se incluyen organismos unicelulares, como las bacterias. Los procesos a este nivel se estudian, desde un punto de vista fisicoquímico, con la ayuda de modelos basados en la termodinámica de los sistemas fuera del equilibrio. En las ecuaciones que relacionan los flujos con las fuerzas termodinámicas se incluyen los efectos de los campos eléctricos y magnéticos.

Los parámetros correspondientes los modelos formulados a este nivel se interpretan mediante estructuras y procesos pertenecientes a los dos niveles precedentes.

Finalmente, un cuarto nivel que corresponde al organismo en su totalidad, con sus tejidos y órganos. Ahora el estudio se lleva a cabo con las herramientas del electromagnetismo clásico de medios continuos. Cuando se construyen modelos matemáticos de tejidos desde una perspectiva embriológica o fisiológica, algunas veces el nivel celular se trata como si fuera mesoscópico y el cuarto nivel como macroscópico.

Las ecuaciones de Maxwell con sus parámetros fenomenológicos (permitividad dieléctrica, permeabilidad magnética y conductividad eléctrica) se aplican a modelos de medios continuos polifásicos y posiblemente anisótropos.

En el caso del estudio de la interacción entre un organismo y un campo eléctrico, magnético o electromagnético, por lo general no resulta factible tener en cuenta los detalles de la distribución espacial de las propiedades eléctricas del tejido. Las regiones abarcadas por las corrientes inducidas incluyen varios tipos de tejidos diferentes e interfaces entre unos y otros. En estos casos, aún con el apoyo de modelos numéricos, es necesario trabajar con valores promediados.

La aproximación más simple, aunque a menudo insuficiente, es trabajar como si el organismo fuera un conductor de volumen homogéneo e isótropo cuya conductividad es un valor promedio. No obstante, algunas veces los patrones de variación espacial de la conductividad pueden presentar regularidades o tener unas dimensiones tan pequeñas que el conductor de volumen de los tejidos puede ser definido macroscópicamente como compuesto por partes homogéneas e isótropas.

El siguiente paso en complejidad es, por tanto, considerar que el conductor de volumen de los tejidos se puede dividir en regiones homogéneas e isótropas, pero con conductividades diferentes.

Un modelo más realista se obtiene asumiendo que algunas de estas regiones son anisótropas.

En la figura 8.1 vemos el Corte transversal correspondiente a un modelo de tórax polifásico, heterogéneo (diferentes resistividades en diferentes regiones) y anisótropo (diferentes resistividades según la dirección respecto a las fibras musculares esqueléticas o miocárdicas).

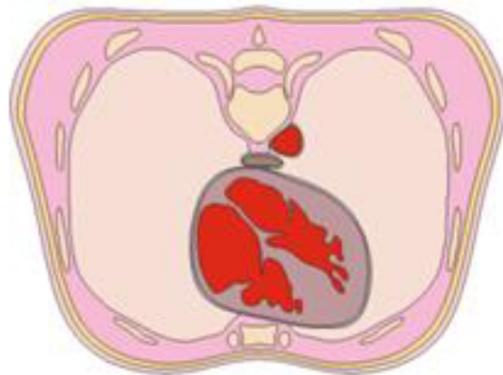


FIGURA 8.1. Modelo de tórax polifásico,

La resistividad disminuye a medida que los colores pasan de amarillo claro (que corresponde a huesos y cartílagos) al rojo (que corresponde a la sangre en los ventrículos cardíacos y en la aorta).

Algunas veces se pueden introducir simplificaciones adicionales, dependiendo del problema considerado.

Si lo que interesa son los campos en las cavidades del corazón, se puede sustituir el modelo más completo por un primer modelo más simple en el cual, además de las cavidades cardíacas, se tienen en cuenta dos fases homogéneas, una correspondiente a los pulmones y la otra al resto de los tejidos.

Simplificaciones sucesivas del modelo realizadas teniendo en cuenta el tipo de problema que se quiere estudiar. Por ejemplo en la figura 8.2, el caso un problema relacionado con las cavidades del corazón. En esa figura las resistividades de cada fase aparecen en  $\Omega m$ . Cada una de las tres fases se caracteriza por la región que ocupa y por su conductividad.

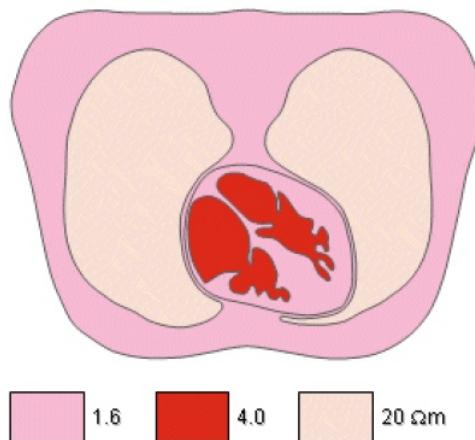


FIGURA 8.2. Modelo relacional con las cavidades del corazón

Un segundo modelo, aún más simplificado, se puede ver en corte de la figura 8.3. Este modelo distingue solamente dos fases: una fase que representa a las cavidades cardíacas y otra fase que representa al resto de los tejidos.

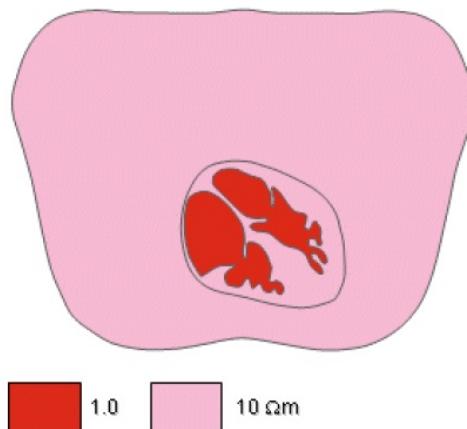


FIGURA 8.3. Modelo simplificado

Considerados globalmente, los tejidos biológicos y e incluso sus células, se comportan como medios diamagnéticos. Los eritrocitos desoxigenados son una excepción, pues se comportan como paramagnéticos. Además, en bacterias y tejidos biológicos de los animales y las plantas puede haber partículas ferrimagnéticas (formadas de magnetita).

La exposición a campos ambientales, a campos asociados a instalaciones industriales, a campos muy intensos en el diagnóstico médico (imágenes de resonancia magnética nuclear) y en el tratamiento médico (estimulación magnética funcional) es cada vez más frecuente. Esto ha aumentado el interés por los mecanismos de interacción de los campos con los tejidos biológicos y la preocupación por establecer umbrales de exposición que no deben ser superados.

En este capítulo el énfasis se pone en estudiar de algunos de los fenómenos que involucran el campo magnético en las estructuras y procesos correspondientes a

los últimos dos niveles de la jerarquía. En ocasiones haremos referencia a resultados obtenidos en la investigación de los dos primeros niveles.

En particular consideraremos algunos de los fundamentos físicos de la interacción de los campos magnéticos ambientales con los organismos:

- Orientación de partículas en campos magnéticos estáticos.
- Traslación de partículas en campos magnéticos no homogéneos.
- Aparición de fuerzas sobre partículas cargadas en movimiento en campos magnéticos.
- Inducción de corrientes eléctricas en el conductor de volumen de los tejidos debidas a variaciones del campo magnético en el tiempo o al movimiento de los organismos inmersos en campos magnéticos estáticos que presentan variaciones espaciales.

Para el caso de campos estáticos homogéneos, estudiamos brevemente la orientación y deformación de células y de estructuras supramoleculares debido a fuerzas y a torques magnéticos. En tejidos isótropos esas fuerzas de volumen (fuerzas de traslación) aparecen cuando la susceptibilidad magnética del tejido no es uniforme.

Los torques pueden actuar sobre las partículas de magnetitas mencionadas previamente. También aparecen torques en campos homogéneos debidos a anisotropías en la susceptibilidad magnética de estructuras supramoleculares diamagnéticas, como las membranas celulares y los cromosomas.

Para campos magnéticos estáticos no homogéneos, consideramos la aparición de fuerzas magnéticas y sus efectos.

Para campos dinámicos, revisamos la generación de corrientes eléctricas inducidas en el conductor de volumen de los tejidos, que cuando disipan energía siempre producen calor. Si poseen las características adecuadas esas corrientes inducidas pueden estimular a nervios, a músculos esqueléticos e inclusive al músculo cardíaco.

A diferencia del campo eléctrico, el campo magnético no es atenuado en la interfaz entre el aire (o el agua) y el organismo, debido a que las diferencias en las permeabilidades magnéticas de estos medios difieren muy poco entre sí, al igual que las diferencias en la permeabilidad que se encuentran entre diferentes tejidos.

Esto es así exceptuando las partículas ferri-magnéticas de dimensiones del orden de decenas de nanómetros o de micrómetros, que pueden aparecer en el interior de algunas bacterias y en tejidos de animales. Estas partículas pueden tener un rol fisiológico, o pueden ser el resultado de la contaminación de tejidos (pulmones, hígado) por inhalación o ingesta<sup>1</sup>.

Las mediciones de la susceptibilidad magnética del hígado y de los pulmones suministran indicadores del grado de esa contaminación. Ubicando el tórax de una persona, cuyos pulmones se han contaminado por inhalación de polvo con contenido ferrimagnético, en un campo magnético constante lo bastante intenso durante algunos segundos, las partículas de magnetita se orientan paralelamente al

<sup>1</sup>Las partículas que poseen un rol fisiológico difieren desde el punto de vista cristalográfico de las partículas provenientes de la contaminación.

campo externo. Cuando éste desaparece, el campo residual debido a los momentos magnéticos sufre un proceso de relajación. La evolución del campo residual se puede medir y se obtiene lo que se denomina magneto-neumografía.

Este procedimiento suministra información sobre la contaminación en los alvéolos, sobre parámetros viscoelásticos celulares y sobre el movimiento de células del sistema inmunitario que capturan y eliminan material extraño al tejido.

Aunque las diferencias en la susceptibilidad magnética entre los diferentes tejidos diamagnéticos son mucho menores, la diferencia de susceptibilidad magnética entre el músculo cardíaco y la sangre en las cavidades ventriculares es suficiente para permitir la determinación de volúmenes.

El campo magnético puede actuar sobre momentos magnéticos a nivel nuclear (interacción empleada en los métodos basados en la resonancia magnética nuclear) y atómico (efecto Zeeman extrínseco), ya estudiados previamente en este libro. Además, el campo puede interactuar a niveles moleculares y supramoleculares, y sobre las corrientes eléctricas circulantes en los tejidos biológicos, relacionadas con algunos de los procesos fisiológicos.

Si los procesos en un organismo se ven influenciados por un campo magnético, puede ser considerado como un detector de ese campo. Si así se lo considera, un campo magnético externo podría pensarse como una señal. Para ser detectada, debe superar el nivel de ruido. Este es otro de los temas que abordaremos en lo que sigue.

También estudiamos los fundamentos físicos de la generación de campos magnéticos por esos mismos organismos y los fundamentos de la medición de esos campos mediante instrumentos externos, como el SQUID estudiado previamente en este libro en la parte dedicada a la superconductividad, incluyendo junturas Josephson.

En medicina el magneto-cardiograma, el magneto-encefalograma y la magneto-miografía suministran información complementaria a la obtenida respectivamente del electrocardiograma, el electroencefalograma y la electromiografía.

En general no es posible desvincular totalmente los campos eléctricos que aparecen en el conductor de volumen electrolítico formado por los tejidos biológicos, de los campos magnéticos ambientales o producidos por los organismos.

Se pueden distinguir dos fuentes principales de los campos magnéticos producidos por los organismos.

- Una de estas fuentes son las corrientes eléctricas que acompañan a los procesos fisiológicos en el corazón, el sistema nervioso y los músculos, o menos frecuentemente y con menor importancia, las corrientes eléctricas asociadas al campo eléctrico generado cuando el organismo se mueve respecto de un campo magnético externo.
- La otra fuente del campo magnético producido en los organismos son los cuerpos magnetizados presentes en los tejidos biológicos o en el interior de las bacterias.

Cuando se tienen en cuenta las interacciones de los tejidos biológicos con campos externos variables con el tiempo, en condiciones casi-estacionarias (es decir, cuando se puede despreciar la corriente de desplazamiento en el interior de los tejidos) un campo magnético variable local induce un campo eléctrico local variable.

Pero el campo eléctrico variable por sí mismo (es decir, sin la intermediación de las corrientes eléctricas asociadas a esos campos) no genera un campo magnético en estas condiciones. Pero a frecuencias lo bastante elevadas como para no poder despreciar la corriente de desplazamiento, el campo eléctrico local variable induce directamente un campo magnético local y se transforma entonces en una fuente de campo magnético.

Puesto que los seres humanos hemos estado expuestos durante eones a los campos eléctricos y magnéticos naturales, presenta interés revisar algunos aspectos relacionados con las amplitudes y frecuencias de estos campos para poder compararlos con los campos originados en las actividades propias de nuestra Era Tecnológica. Comenzaremos entonces por este tema.

## 8.2. Campos geomagnéticos y geo-eléctricos estáticos

En la superficie de nuestro planeta, las plantas, los animales y los seres humanos se encuentran con campos estáticos de inducción magnética  $\vec{B}$  de magnitudes comprendidas entre  $33\mu T$  y  $67\mu T$  y campos eléctricos también estáticos  $\vec{E}$  con magnitudes en un entorno de los  $100V/m$ , pudiendo alcanzar los  $100kV/m$  bajo una nube de tormenta. Estos campos estáticos no parecen estar implicados en efectos biológicos.

El campo geo-eléctrico estático no parece producirlos en ausencia de vías de descarga a tierra que permitan la instalación de corrientes eléctricas significativas en el conductor de volumen de los tejidos.

Pese a que en la mayor parte de los organismos el campo geomagnético estático no parece producir efectos biológicos en ausencia de campos oscilantes que se le superpongan, en algunos organismos el campo geomagnético estático se relaciona con la posibilidad de un cierto grado de orientación espacial.

### 8.2.1. Orientación de bacterias en el campo magnético terrestre

Algunas bacterias que viven en medios acuático (lagos o mares) y son anaerobias, poseen en su interior un dipolo magnético  $\vec{m}$  en forma de barra de varios micrómetros de longitud formada por pequeños cuerpos (magnetosomas) de decenas o centenares de nanómetros, magnetizados y adheridos entre sí, con la misma orientación de su momento magnético. ver figura 8.4 Los magnetosomas están formados por una partícula de magnetita (ferrimagnética)<sup>2</sup> rodeada por una membrana. Cada partícula constituye por sí misma un único dominio magnético.

---

<sup>2</sup>En biología y medicina a menudo se hace referencia a ellos como si fueran ferromagnéticos.

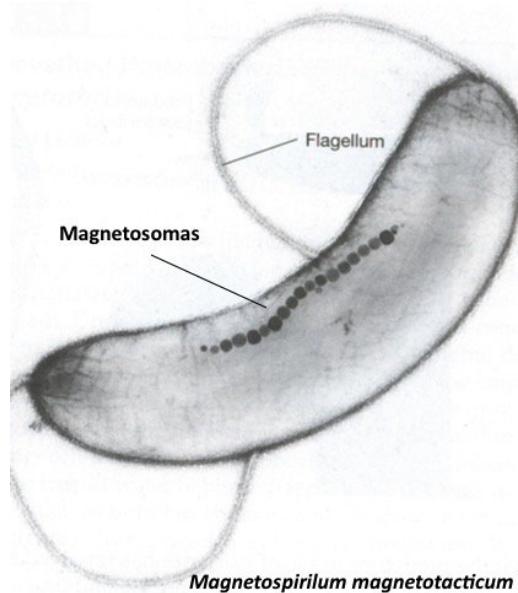


FIGURA 8.4. Bacteria procarionte con magnetosoma

El campo magnético terrestre produce un torque  $\tau_m = \vec{m} \times \vec{B}_T$  sobre ese dipolo. Este torque gira la bacteria tendiendo a alinearla con el campo magnético terrestre.

La bacteria alineada con el campo se desplaza activamente utilizando sus cílias o su flagelo<sup>3</sup>.

Si la magnetización de la barra de magnetosomas es la apropiada, el microorganismo se aleja de la superficie rica en oxígeno (donde no puede vivir) y se dirige a las regiones profundas, pobres en oxígeno, donde puede vivir y reproducirse.

Cuando una de estas bacterias se reproduce, la mitad de la barra de magnetosomas pasa cada célula bacteriana hija.

Estas sintetizan nuevos magnetosomas que se añaden a los recibidos de la célula bacteriana madre hasta que las longitudes de las barras alcancen valores que aseguren torques adecuados para girar la célula bacteriana en el campo magnético terrestre.

En la figura 8.5 vemos el esbozo de algunas líneas del campo magnético de la Tierra. Se ve la inclinación del campo magnético en dos localidades. En la figura se puede apreciar la descomposición del campo en dos: una componente vertical (que es máxima en las cercanías de los polos y mínima en las proximidades del ecuador) y una componente horizontal (que es máxima en las proximidades del ecuador y mínima en las cercanías de los polos). La descomposición corresponde a dos localidades señaladas con círculos en la superficie terrestre.

<sup>3</sup>El movimiento en sí resulta de la actividad de la bacteria, pero la orientación en el campo magnético externo es puramente pasiva.

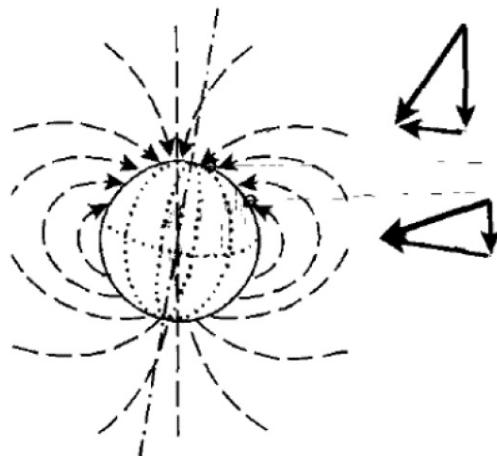


FIGURA 8.5. Esbozo del campo magnético terrestre

Desde hace mucho tiempo se dispone de evidencia acerca de la orientación magnética de animales (insectos, aves, peces y mamíferos) mediante diversos tipos de receptores geomagnéticos, pero todavía no hay suficiente consenso entre los investigadores acerca de los mecanismos involucrados en cada caso.

### 8.3. Campos geomagnéticos y geo-eléctricos variables

Como los campos geo-eléctricos y geomagnéticos presentan fluctuaciones asociadas a las tormentas atmosféricas y a las perturbaciones en las cargas de la ionósfera, todos los organismos biológicos se encuentran inmersos en campos variables que se superponen a los campos estáticos. En el caso del campo eléctrico, aparecen fluctuaciones naturales de  $0,01V/m$  a frecuencias hasta de  $10Hz$ . Esas fluctuaciones decrecen hasta alcanzar valores cien veces menores, comprendidos entre  $0,1$  y  $0,6mV/m$  a frecuencias de  $50Hz$ . A frecuencias mayores a algunos centenares de  $Hz$  la amplitud de oscilación del campo eléctrico, superpuesta a su valor estático, es aún menor.

#### 8.3.1. Comparación con los campos generados por las líneas de transmisión de potencia

Resulta interesante comparar estas amplitudes naturales de oscilación del campo eléctrico a  $50Hz$  con las amplitudes del campo eléctrico oscilante a esa misma frecuencia debajo de una línea de transmisión de potencia trifásica, que puede alcanzar unas decenas de  $kV/m$  y son capaces de encender un tubo fluorescente que resplandece sin alambres de conexión cuando se lo mantiene en el aire debajo de la línea. La relación de amplitudes es de 1 a  $10^7$ .

En el caso del campo geomagnético, las amplitudes de las oscilaciones a  $1Hz$  son de  $1nT$ , mientras que a frecuencias comprendidas entre  $10Hz$  y  $100Hz$  dichas amplitudes son de  $10pT$ . Si bien durante una tormenta magnética la intensidad puede aumentar en  $0,5\mu T$ , este aumento se produce en minutos u horas. Debido a las influencias del sol y de la luna sobre las corrientes iónicas en la alta atmósfera, aparecen variaciones diurnas, con amplitudes de aproximadamente  $30nT$ .

Además, superpuestos a esos campos lentamente variables asociados a eventos atmosféricos irregulares, aparecen otros campos, débiles, generados por un fenómeno de resonancia en la cavidad comprendida entre la superficie terrestre y la capa más baja de la ionósfera. La energía de estos campos proviene de la descarga de rayos.

La formación de campos periódicos con frecuencias de aproximadamente  $8\text{Hz}$ ,  $14,1\text{Hz}$ ,  $20,3\text{Hz}$  y  $32,5\text{Hz}$  se debe a los fenómenos de propagación y reflexión en esa cavidad resonante. Este fenómeno se conoce como **Resonancia de Schumann**. Las amplitudes de las distintas componentes disminuyen al aumentar la frecuencia, pero en general aún las más bajas no superan los  $20\text{nT}$  (generalmente son bastante menores). Es un hecho interesante la variación en las frecuencias de Schumann provocadas por modificaciones en el espesor de la cavidad resonante. Ese espesor se modifica debido los efectos gravitacionales del sol, la luna y de algunos planetas sobre la ionósfera.

Resulta asimismo interesante comparar la amplitud de oscilación de  $10\text{pT}$  del campo magnético a  $50\text{Hz}$  con los más de  $0,1\mu\text{T}$  de amplitud de oscilación a esa misma frecuencia, que se pueden medir debajo de algunas líneas de transmisión de potencia. La relación de amplitudes es de 1 a  $10^4$ .

En relación con estas comparaciones, es conveniente llamar la atención sobre el apantallamiento que sufren los campos eléctricos ambientales, naturales y artificiales, por árboles, edificios y otros objetos. Ese apantallamiento en general no se manifiesta en el caso del campo magnético ambiental, natural o artificial, que disminuye fundamentalmente cuando aumenta la distancia entre su fuente y el punto de observación. Por otra parte, el campo eléctrico en un cierto punto situado debajo de una línea de transmisión de potencia depende del voltaje con el cual se transporta la energía, cuya amplitud es constante. En cambio, el campo magnético en ese mismo punto varía cuando la corriente que circula por la línea se modifica durante el curso de un día.

Como los campos eléctricos y magnéticos artificiales son mucho mayores que los campos naturales que oscilan a esas mismas frecuencias y que nos han acompañado durante nuestra evolución biológica como especie, parece que debiera ser de interés el estudio de sus posibles efectos sobre nuestro organismo.

### 8.3.2. Ruidos, campos y contaminaciones

La mayor parte de las personas que investigan los efectos biológicos de los campos electromagnéticos asume que los campos y corrientes asociados con el funcionamiento normal del organismo no deben producir ellos mismos (ni deben actuar como promotores de) daños significativos a nivel de las células, ni sobre sus orgánulos funcionales ni sobre el ADN. Entonces parece que no se deberían esperar efectos perjudiciales provocados por las fluctuaciones aleatorias naturales de los campos eléctricos y magnéticos a nivel de las membranas celulares. Lo mismo cabe esperar en el caso de los campos magnéticos generados por las corrientes eléctricas que normalmente circulan por el organismo, asociadas a las actividades del sistema nervioso central, del sistema neuromuscular y del corazón.

Como dijimos en la introducción a este capítulo, si un organismo se ve afectado de cualquier manera por un campo externo, parece que se lo podría considerar como un detector natural para ese campo.

El campo externo sería una señal que recibe el detector, señal que para ser detectada debe superar al ruido.

Suponiendo que esto sea así, la intensidad de estos campos de ruido suministra una escala natural para comparar las intensidades de los campos intracelulares o en el interior de las membranas, generados por la exposición del organismo a campos externos. Si las intensidades de estos últimos campos son mucho menores o a lo sumo del mismo orden de magnitud que los campos de ruido, parecería que no deberían producir efectos significativos.

Los magnetosomas pueden resultar de importancia en relación con posibles efectos sobre las estructuras supramoleculares de las células, debidos a un campo magnético externo. En 1992, Kirschvink y otros informaron que el cerebro humano contiene varios millones de micropartículas ferrimagnéticas por gramo de tejido: los magnetosomas que ya mencionamos a propósito de la orientación de algunas bacterias en el campo magnético de la Tierra. En 1995, Kobayashi y otros descubrieron que la contaminación con magnetosomas puede afectar los experimentos bioeléctricos y biomagnéticos realizados con cultivos de tejidos cuyas células normalmente no contienen magnetosomas.

Esta contaminación puede deberse a los materiales plásticos previamente esterilizados que se utilizan en experimentos de laboratorio con cultivos de tejidos: contienen partículas ferrimagnéticas de menos de 100 nm, que son incorporadas fácilmente por las células de la serie blanca de la sangre.

Para estimar el cociente señal-ruido para uno de estos pequeños magnetosomas en un campo magnético estático, se puede asumir una situación de equilibrio local, como se hace en la termodinámica de procesos irreversibles.

Esta suposición puede hacerse para la mayor parte de las redes de reacciones bioquímicas y procesos de transporte en el interior celular y en las membranas biológicas, aunque no en todos los casos. En particular, puede que no sea posible hacer esta suposición durante algunas de las bruscas transiciones de fase fuera del equilibrio que se producen a nivel celular.

Admitiendo equilibrio local y la posibilidad de una descripción aplicando la física estadística clásica, la densidad de probabilidad  $f_m(\theta)$  correspondiente al ángulo  $\theta$  que el momento magnético  $\vec{m}$  de un magnetosoma forma con el campo magnético terrestre  $\vec{B}_T$  viene dada por:

$$f_m(\theta) = \frac{2\pi e^{\left(\frac{mB_T \cos(\theta)}{k_B T}\right)}}{4\pi \left(\frac{k_B T}{mB_T}\right) \operatorname{Sinh} \left(\frac{mB_T}{k_B T}\right)} \quad (8.1)$$

La expresión de la ecuación 8.1 es formalmente la misma que se aplicó originalmente en un análisis microscópico del paramagnetismo basado en la física estadística clásica (Sommerfeld, 1956). Ahora la estamos aplicando en un análisis a nivel mesoscópico.

En ausencia de campo externo el factor de Boltzmann  $e^{\left(\frac{mB_T \cos(\theta)}{k_B T}\right)}$  se reduce a la unidad para todos los ángulos posibles y la densidad de probabilidad de que el

momento magnético forme un ángulo  $\theta$  con el campo se reduce a  $\frac{1}{4\pi} 2\pi \sin(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{d\Omega}{d\theta}$  donde  $\frac{d\Omega}{d\theta} = 2\pi \sin(\theta)$ . Aquí  $d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$  es un elemento de ángulo sólido y  $4\pi$  es el ángulo sólido total, de modo que  $\frac{d\Omega}{4\pi}$  es la probabilidad de que, en ausencia de campo externo, el ángulo entre el momento magnético y el campo se encuentre entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$ .

En la figura 8.6 se puede ver un elemento de ángulo sólido correspondiente al caso en el que las velocidades de desplazamiento de la bacteria forman un ángulo  $\theta$  con la dirección y sentido del campo magnético. El eje vertical corresponde a la dirección del campo magnético externo. La banda rayada representa el elemento de ángulo sólido  $d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$ . Sobre esa banda se muestra un vector de momento magnético.

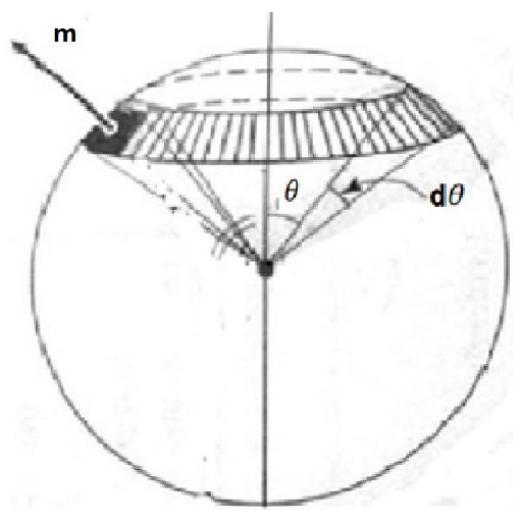


FIGURA 8.6. Sección de ángulo sólido

La componente del momento magnético del magnetosoma paralela al campo es  $m \cos(\theta)$ . El promedio de esta componente paralela al campo viene dado por la fórmula<sup>4</sup>

$$m_{||} = \overline{m \cos(\theta)} = \int_0^\pi f_m(\theta) (m \cos(\theta)) d\theta = m \left[ C t g h \left( \frac{m B_T}{k_B T} \right) - \frac{k_B T}{m B_T} \right] \quad (8.2)$$

La función  $\mathcal{L}(x) = C t g h(x) - \frac{1}{x}$  fue introducida por Langevin<sup>5</sup>. Si  $x$  es pequeño respecto de la unidad o a lo sumo  $x \lesssim 1$ ,  $\mathcal{L}(x)$  se comporta como  $\frac{1}{3}x$  mientras

<sup>4</sup>Utilizamos una barra por encima de la magnitud que se promedia para indicar un promedio tomado en el sentido de la física estadística. El símbolo  $\langle , \rangle$  se reserva para ser utilizado en desarrollos que involucran mecánica cuántica.

<sup>5</sup>Langevin obtuvo la función  $\mathcal{L}(x)$  en una investigación, empleando herramientas de física estadística clásica, de las propiedades dieléctricas de un gas ideal, cuyas moléculas poseen momentos dipolares permanentes, en un campo externo. Posteriormente extendió este enfoque al paramagnetismo (Sommerfeld, 1956).

que si es grande respecto de la unidad  $\mathcal{L}(x)$  se encuentra muy próxima a 1, comportándose como  $1 - \frac{1}{x}$ .

Así, cuando  $x = 10$  la función de Langevin toma un valor próximo a 0,9, de modo que la dirección del momento magnético se encuentra en promedio muy cercana a la dirección del campo externo.

El campo magnético tiende a alinear mientras que las interacciones térmicas con las partículas del medio tienden a desalinear el momento magnético del magnetosoma. En consecuencia, el número no-dimensionado  $x = \frac{mB}{k_B T}$  se puede interpretar como una medida del cociente señal magnética/ruido térmico, donde  $mB$  es la energía máxima de interacción magnética entre la partícula magnetizada y el campo magnético externo y  $k_B T$  es una estimación de la energía del ruido térmico local. Cuando ese número posee un orden de magnitud de la unidad o menor, el ruido térmico tiende a romper la alineación del momento magnético con el campo externo y prepondera el desorden molecular sobre el orden asociado a la alineación.

Por el contrario, cuando  $\frac{mB}{k_B T}$  es de un orden superior a la unidad, la señal supera al ruido y la alineación se puede estabilizar, aunque con fluctuaciones tanto más frecuentes cuanto menor sea el orden numérico del número no-dimensionado.

Supongamos que un magnetosoma se encuentra en un campo magnético terrestre de  $5,10^{-5} T$ , actuando a una temperatura local de  $300^\circ K$ . En general las partículas magnéticas que no se deben a la contaminación y parecen cumplir un rol fisiológico poseen un diámetro próximo a los  $50 nm$ , alcanzando algunas veces los  $100 nm$ . Si su diámetro es demasiado grande, se podrían formar varios dominios con diferentes orientaciones magnéticas. En ese caso el momento magnético se vería disminuido respecto del caso en el cual un único dominio abarca la totalidad de la partícula. Si su diámetro es demasiado pequeño, las fluctuaciones térmicas en el medio podrían destruir el alineamiento del momento magnético de la partícula con el campo externo.

Si el diámetro de un magnetosoma es de  $50 nm$  cabe esperar un momento magnético de  $6,4 \cdot 10^{-17} Am^2$  y en este caso  $\frac{mB}{k_B T}$  adopta como valor 0,77. Si su diámetro es de  $100 nm$  y está magnetizado formando un dominio único, su momento magnético es de  $2,10^{-15} Am^2$  y ahora  $\frac{mB}{k_B T}$  vale 24.

Para magnetosomas con diámetros crecientes entre los  $50 nm$  y los  $100 nm$ , el número  $\frac{mB}{k_B T}$  toma todos los valores intermedios entre 0,77 y 24. Así pues, debido a que puede dar lugar a una elevada relación señal-ruido en el campo magnético terrestre o en campos externos más intensos, la existencia de magnetosomas, integrados en estructuras supramoleculares y eventualmente actuando en forma sinérgica, podría tener como consecuencia la aparición de algún efecto biológico, como la apertura de canales iónicos en las membranas celulares.

## 8.4. Modelo simplificado de efecto fisiológico del campo magnético

Consideremos un modelo de apertura de poros en una membrana biológica, asociada a la rotación de un magnetosoma esférico de radio<sup>6</sup>  $a$  y de momento magnético  $m = 2,10^6 a^3 Am^2$ , en un campo magnético variable que se superpone al campo magnético terrestre.

Supongamos que el magnetosoma se halla integrado en la membrana, adherido a la compuerta de un canal iónico.

Además, supongamos que cuando el magnetosoma se encuentra en su posición de equilibrio alineado con el campo magnético terrestre, una compuerta, también en su posición de equilibrio, obtura el canal.

Se añade un campo externo que varía con el tiempo  $B_p(t)$  perpendicular al campo magnético terrestre  $B_T$  (que se considera constante) que tiende a rotar al magnetosoma en el plano determinado por ambos campos, un cierto ángulo  $\theta(t)$  respecto de su posición de equilibrio alineado con  $B_T$ .

Cuando el magnetosoma rota arrastra tras de sí a la compuerta que rota a su vez un mismo ángulo  $\theta(t)$  y como consecuencia el canal se abre.

Cuando la apertura alcanza un umbral  $\theta_u$ , se desencadena un proceso regenerativo que permite que un pulso de corriente de iones de cierto tipo atraviese la membrana.

A medida que la compuerta se aleja de su posición de equilibrio, aparece un torque  $\tau_c(\theta)$  que se opone a la apertura.

Para los fines de construir un modelo matemático simple asumiremos que lo podemos linealizar introduciendo una constante elástica  $k_c$ :  $\tau_c = -k_c\theta$ .

A este torque se le suma un torque restaurador debido al campo magnético terrestre  $\tau_T = -mB_T Sin(\theta)$ , un torque perturbador  $\tau_p = mB_p(t)Cos(\theta)$ , debido al campo externo perturbador, un torque  $\tau_R(t)$  relacionado con el ruido térmico y un torque restaurador  $\tau_v = -\alpha \frac{d\theta}{dt}$  debido a fuerzas viscosas.

Si la viscosidad del medio es  $\mu$  resulta:  $\alpha = 8\pi\mu a^3$

Los valores medidos para  $8\pi\mu$  se ubican generalmente entre  $0,003$  y  $0,015 Ns/m^2$  lo que sugiere tomar como valor representativo, para  $\mu = 0,0035 Ns/m^2$ :  $\alpha = 0,009a^3$  El momento de inercia  $I$  respecto del eje de rotación que pasa por el centro de la esfera, suponiendo que el material ferrimagnético posee una densidad uniforme<sup>7</sup>  $\rho$  viene dado por:  $I = \frac{8}{15}\pi\rho a^5$ . Entonces la ecuación del movimiento de rotación del magnetosoma adherido a la compuerta de un canal que atraviesa la membrana celular se puede escribir así:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\alpha \frac{d\theta}{dt} - k_c\theta - mB_T Sin(\theta) + mB_p(t)Cos(\theta) + \tau_R(t) \quad (8.3)$$

<sup>6</sup>El radio  $a$  se debe expresar en m.

<sup>7</sup>La magnetita ( $Fe_3O_4$ ) posee una densidad de  $5240 kg/m^3$

Para concretar, consideremos que el campo externo oscila con una frecuencia angular  $\omega$  y una amplitud  $B_p$ :  $B_p = B_0 \cos(\omega t)$ . Para simplificar el modelo, en una primera aproximación no tomaremos en cuenta el torque de ruido  $\tau_R(t)$ , aproximaremos  $\sin(\theta) \approx \theta$  y  $\cos(\theta) \approx 1$ .

Si el número sin dimensiones<sup>8</sup>  $\frac{\omega I}{\alpha} = \left(\frac{\rho}{\mu}\right) \frac{\omega a^2}{15} \ll 11$ , el torque viscoso es lo bastante intenso como para no tener en cuenta en la ecuación el término debido a la aceleración angular.

Como para una partícula de magnetita de  $50\text{nm}$  de densidad  $5240\text{kg/m}^3$  inmersa en un medio con una viscosidad  $\mu = 0,0035\text{Ns/m}^2$ ,  $\left(\frac{\rho}{\mu}\right) \frac{\omega a^2}{15}$  es del orden de  $10^{-10}\omega$ , y como las frecuencias angulares de los campos oscilantes considerados son de un orden numérico inferior a  $10^6\text{Hz}$ , en lo que sigue asumiremos el dominio de la disipación sobre la inercia.

En ese caso la ecuación del movimiento se reduce a:

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{k_c + mB_T}{\alpha} \theta = \frac{mB_0}{\alpha} \cos(\omega t) \quad (8.4)$$

La solución estacionaria de esta última ecuación es:  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t - \varphi(\omega))$  con:

$$\operatorname{tg}(\varphi(\omega)) = \frac{\alpha\omega}{k_c + mB_T} = \frac{\omega}{\left(\frac{k_c}{\alpha}\right) + \left(\frac{m}{\alpha}\right) B_T}$$

y

$$\theta_m = \frac{mB_0}{\sqrt{\alpha^2\omega^2(k_c + mB_T)^2}} = \frac{B_0}{\sqrt{\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2\omega^2 + \left(\frac{k_c}{m} + B_T\right)^2}}$$

Como tanto  $\alpha$  como  $m$  son proporcionales a  $a^3$ ,  $\frac{\alpha}{m}$  resulta independiente del radio del magnetosoma.

Cuando  $\theta_m > \theta_u$  la compuerta rota, alcanza y supera el umbral. El pulso iónico a través del canal se produce: el campo magnético externo habrá dado lugar a un efecto biológico.

#### 8.4.1. Influencia de las fluctuaciones estadísticas sobre la orientación de partículas magnetizadas

Supongamos que el campo  $B_p(t)$  desaparece y una partícula magnetizada permanece en el campo magnético de la tierra.

---

<sup>8</sup>Este número se obtiene sustituyendo una solución armónica de frecuencia angular  $\omega$  en el término inercial  $I \frac{d^2\theta}{dt^2}$  y en el término disipativo  $\alpha \frac{d\theta}{dt}$ , dividiendo luego la amplitud del resultado obtenido para el término inercial por la amplitud del resultado obtenido para el término disipativo

En equilibrio local se puede aplicar la distribución de Boltzmann para una energía de interacción  $U(\theta) = -mB_T \cos(\theta)$  con  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

Para ángulos lo bastante pequeños, si aproximamos  $\cos(\theta)$  por la fórmula aproximada  $1 - \frac{1}{2}\theta^2$  obtenemos la aproximación  $U(\theta) \approx -mB_T + \frac{mB_T}{2}\theta^2$ .

Si admitimos trabajar con esta última expresión de la energía potencial sin limitaciones, se puede aplicar el teorema de equipartición de la energía de la física estadística para obtener el valor medio cuadrático  $\theta_{mc}$  del ángulo entre el momento magnético y el campo en un medio de temperatura local  $T$ :

$$\theta_{mc} = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{k_B T}{m B_T} \quad (8.5)$$

Asumiendo un momento magnético  $m = 2,10^6 a^3 Am^2$  y un campo terrestre de magnitud  $B_T = 5,10^{-5} T$  resulta:  $\theta_{mc} = \frac{k_B T}{100 a^3}$

Esta expresión del valor medio cuadrático del ángulo entre  $\vec{m}$  y  $\vec{B}_T$  disminuye como el recíproco del cubo del diámetro de la partícula. La razón por la cual  $\theta_{mc}$  no está acotado superiormente cuando el diámetro tiende a cero es la validez de la aproximación  $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$  que permitió aplicar el teorema de equipartición de la energía. Solo si  $\theta$  es lo bastante pequeño la aproximación resulta aceptable.

Para un magnetosoma ligado a la compuerta de un canal iónico, la energía potencial en el campo magnético terrestre se puede aproximar así, añadiendo la energía potencial elástica de la compuerta rotada:

$$U(\theta) \approx -mB_T + \frac{mB_T}{2}\theta^2 + \frac{k_c}{2}\theta^2 \quad (8.6)$$

Entonces:

$$\theta_{mc} = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{k_B T}{k_c + m B_T} \quad (8.7)$$

Asumiendo nuevamente un momento magnético  $m = 2,10^6 a^3 Am^2$  y un campo terrestre de magnitud  $B_T = 5,10^{-5} T$  resulta:

$$\theta_{mc} = \frac{k_B T}{k_c + 100 a^3} \quad (8.8)$$

También para este se utilizó la aproximación  $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$  con las limitaciones que conlleva.

Cuando es superado el umbral de rotación  $\theta_u$ , se desencadena la apertura del canal. Si  $f_m^c(\theta)$  es la densidad de probabilidad de que el momento magnético, ligado a la compuerta, en presencia del campo geomagnético, rote un ángulo  $\theta$  debido a una fluctuación aleatoria, la probabilidad de apertura espontánea del canal viene dada por:  $\int_{\theta_u}^{\pi} f_m^c(\theta) d\theta$ .

Si se efectúa la aproximación  $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$  se puede utilizar, en lugar de  $f_m^c(\theta)$ , una distribución de Boltzmann, basada en el factor exponencial:

$$e^{-\left(\frac{k_c + mB_T}{2K_B T} \theta^2\right)}. \text{ La integral se toma en ese caso entre } \theta_u \text{ y } +\infty.$$

#### 8.4.2. Aplicaciones de las fuerzas de traslación debidas a campos magnéticos no homogéneos a la separación de células

Cuando una partícula magnetizada se encuentra en un campo de inducción magnética que, para un mismo instante de tiempo, varía de un punto a otro del espacio, sufre una fuerza de traslación A.5[11][12].

$$\overrightarrow{F}_m = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (8.9)$$

Esta expresión se reduce a  $\overrightarrow{F}_m = \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B})$  cuando el momento magnético es intrínseco.

Cuando el medio es isotrópico y lineal:  $\overrightarrow{F}_m = \nabla(\frac{1}{2}m \cdot B)$

Una aplicación interesante de las fuerzas de traslación en campos no homogéneos es la separación magnética de células, utilizando partículas super-paramagnéticas (partículas paramagnéticas cuya susceptibilidad magnética relativa A.1 alcanza valores muy grandes respecto de 1 y se comportan en forma lineal en un campo externo).

Esas partículas exhiben sus propiedades magnéticas solo cuando se instala un campo magnético. Se fijan partículas super-paramagnéticas de unos 50nm de diámetro en puntos adecuados de un anticuerpo.

Este anticuerpo es capaz de unirse en forma específica al tipo de célula que interesa分离. Con este procedimiento se pueden adherir un hasta centenar de partículas a cada célula. Se pone la muestra en un campo magnético no homogéneo del orden de 1T con un gradiente del orden de 10T/m.

Las células que interesan poseen, adheridas a su superficie, combinaciones de anticuerpos con partículas super-paramagnéticas, debido a lo cual se pueden separar de las otras células.

Otra aplicación de los campos no homogéneos es la entrega de fármacos ligados a micro-transportadores magnéticos en ciertos sitios del organismo.

La agitación magnética se emplea para modular la liberación de macromoléculas, contenidas en el espacio de poros de partículas de polímero que poseen inclusiones magnetizadas.

#### 8.4.3. Torques originados en anisotropías en las propiedades diamagnéticas de las estructuras moleculares y supramoleculares y Fuerzas de traslación asociadas a variaciones espaciales de la susceptibilidad magnética

Cuando los materiales biológicos diamagnéticos y anisótropos, como la fibrina y el colágeno, o las membranas y los cromosomas, se exponen a campos magnéticos

homogéneos, sufren un torque que tiende a rotarlos hacia la dirección determinada por sus propiedades de anisotropía. También se observa este fenómeno en moléculas de sustancias diamagnéticas, como el benceno.

Cuando en un material isótropo la susceptibilidad magnética varía de un punto a otro del medio, un campo magnético homogéneo produce una fuerza de traslación proporcional y paralela al gradiente espacial de esa susceptibilidad.

Consideremos un volumen mesoscópico  $V_0$  de un material biológico diamagnético. Como el tensor de susceptibilidad es simétrico, podemos orientar el sistema de ejes de coordenadas local según las direcciones principales de ese tensor.

La matriz que lo representa resulta diagonal.

Los elementos sobre la diagonal son las susceptibilidades principales  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  y  $\chi_3$ , todas ellas números reales negativos.

En ese caso la matriz mencionada se puede escribir así:

$$\chi_{i,j} = \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{pmatrix} \quad (8.10)$$

El aporte a la densidad de energía libre de Gibbs B.20 local, debida a procesos magnéticos, cuando el campo crece a partir de cero a temperatura y presión constantes se puede expresar, en ausencia de fenómenos de histéresis, por

$$G = - \int_0^{\vec{H}} \vec{B} \cdot d\vec{H} = -\frac{1}{2}\mu_0 H^2 - \mu_0 \int_0^{\vec{H}} \vec{M} \cdot d\vec{H} \quad (8.11)$$

El segundo término del miembro de la derecha de esta ecuación se puede interpretar como el aporte debido a la magnetización local del material<sup>9</sup>.

La magnetización se expresa como función lineal del campo  $\vec{H}$ :  $\vec{M} = \bar{\chi} \cdot \vec{H}$

A partir de esta aproximación se obtiene para la densidad de energía libre:

$$G_{M,H} = -\mu_0 \int_0^{\vec{H}} \vec{M} \cdot d\vec{H} = \frac{1}{2}\mu_0 \vec{H} \cdot \bar{\chi} \cdot \vec{H} \quad (8.12)$$

Si las componentes del campo de excitación  $\vec{H}$  en dirección de los ejes principales del tensor son  $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$  resulta:

$$G_{M,H} = -\frac{1}{2}\mu_0(\chi_1 H_1^2 + \chi_2 H_2^2 + \chi_3 H_3^2) \quad (8.13)$$

Supongamos, además, que las susceptibilidades principales toman dos valores:

$$\chi_1 = \chi_{||} \quad y \quad \chi_2 = \chi_3 = \chi_{\perp} \quad (8.14)$$

---

<sup>9</sup>Guggenheim, 1967

Ambas susceptibilidades  $\chi_{\parallel}$  y  $\chi_{\perp}$  son negativas, pero asumiremos que  $|\chi_{\parallel}| > |\chi_{\perp}|$

Si  $H$  es la magnitud del campo externo,  $\theta$  es el ángulo que forma  $\vec{H}$  con la primera dirección principal y  $\varphi$  es el ángulo que forma la proyección  $H_{\perp}$  de  $\vec{H}$  (sobre el plano determinado por las otras dos) con la segunda dirección principal:

$$\begin{aligned} H_1 &= HCos(\theta) = H_{\parallel}, \\ H_2 &= HSin(\theta)Cos(\varphi) = H_{\perp}Cos(\varphi), \\ H_3 &= HSin(\theta)Sin(\varphi) = H_{\perp}Sin(\varphi) \end{aligned} \quad (8.15)$$

La parte dependiente de la magnetización de la densidad de energía libre queda en este caso:

$$G_{M,H} = -\frac{1}{2}\mu_0(\chi_{\parallel}Cos^2(\theta) + \chi_{\perp}Sin^2(\theta))B^2 = -\frac{1}{2}\mu_0H^2(\chi_{\perp} + (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})Cos^2(\theta)) \quad (8.16)$$

El torque por unidad de volumen que actúa sobre el elemento de material biológico puede estimarse por la derivada parcial de  $G_{M,H}$  respecto del ángulo, a igualdad de las demás variables (temperatura, presión).

Entonces el torque sobre la masa de estructura mesoscópica de volumen  $V_0$  se puede calcular mediante la fórmula:

$$\tau_m = -\frac{1}{2}\mu_0H^2V_0\Delta\chi Sin(2\theta) \quad (8.17)$$

En esta última fórmula  $\Delta\chi = \chi_{\perp} - \chi_{\parallel} = |\chi_{\parallel}| - |\chi_{\perp}| > 0$

Ese torque por unidad de volumen tiende a rotar la estructura de modo que la dirección principal correspondiente a susceptibilidad de mayor valor absoluto se aproxime a la dirección del campo externo.

Lo que acontezca en definitiva y por tanto los posibles efectos biológicos del campo homogéneo, depende de la relación de fuerzas entre las que producen el torque debido al diamagnetismo anisótropo y las demás fuerzas actuantes en la superficie y el volumen del elemento mesoscópico de material considerado.

En estructuras con un grado elevado de anisotropía diamagnética y valores absolutos de los coeficientes de susceptibilidad también elevados, con un anclaje no muy fuerte a las estructuras vecinas, como por lo general es el caso de los cromosomas en el núcleo celular, se puede observar orientaciones inducidas por campos magnéticos homogéneos lo bastante intensos. Lo mismo se puede observar en membranas débilmente conectadas con las estructuras adyacentes.

En general, cualquier molécula o estructura supramolecular con diamagnetismo anisótropo tenderá a orientarse de tal forma que la dirección de mínima susceptibilidad sea paralela al campo aplicado. El grado en que se pueda orientar un sistema diamagnético en un campo magnético externo a una cierta temperatura, en equilibrio termodinámico local, depende de una función de distribución angular que permite estimar la probabilidad de que la dirección de  $\chi_{\parallel}$  en la estructura forme un ángulo dado con el campo externo.

La molécula de benceno presenta  $\chi_{||} = -5,7 \cdot 10^{-5}$  y  $\chi_{\perp} = 0,15 \cdot 10^{-5}$  siendo la dirección correspondiente a  $\chi_{\perp}$  ortogonal al plano que se puede asignar a la molécula. En un campo externo la molécula experimenta un torque que tiende a alinear su plano con la dirección del campo.

Para una molécula aislada que pueda rotar libremente en un campo externo, a temperaturas como las que se suelen encontrar en los sistemas biológicos, la agitación térmica se opone eficazmente al efecto debido al campo externo.

Para un sistema compuesto por un gran número de moléculas, como las estructuras supramoleculares de las células o de los espacios extracelulares en los tejidos, el efecto de la agitación térmica disminuye significativamente.

Pero aún en un medio que desde el punto de vista del magnetismo es isótropo, pueden aparecer fuerzas, en este caso de traslación, cuando la susceptibilidad magnética varía en el espacio. La fuerza magnética por unidad de volumen es proporcional al cuadrado del campo y al gradiente espacial de la susceptibilidad:

$$\vec{f} = -\frac{\mu_0}{2} H^2 \nabla \chi \quad (8.18)$$

## 8.5. Magneto-hemodinámica y resonancia iónica

La sangre es un medio conductor iónico que se mueve a través del sistema cardiovascular impulsada por la contracción del músculo cardíaco. En cada elemento de volumen mesoscópico se cumple el principio de electroneutralidad, de modo que hay un equilibrio local de carga entre los iones positivos y los iones negativos, que se mueven formando parte de una solución acuosa que presenta componentes macromoleculares y celulares.

En presencia de un campo magnético externo, una fuerza de Lorentz tiende a desviar a los iones en dirección perpendicular a su velocidad de movimiento conjunto con el fluido y perpendicular al campo.

Si el ion posee una carga  $q$  y se mueve con velocidad  $\vec{v}$  en un campo magnético de inducción  $\vec{B}$ , la fuerza de Lorentz sobre el ion  $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$  tiende a separar las cargas de distinto signo que se encuentran en un mismo elemento de volumen y se mueven con la misma velocidad. El proceso de separación de cargas produce un campo eléctrico que se le opone.

Consideremos un modelo simplificado de una arteria, que la asimila a un tubo cilíndrico de sección circular dentro del cual fluye la sangre. La sangre es considerada, a estos efectos, como una solución electrolítica en agua.

En estado estacionario aparece una diferencia de potencial  $V_d$  en los extremos de un diámetro de longitud  $d$  perpendicular al campo externo, en una sección transversal al flujo<sup>10</sup>  $V_d = v B d \sin(\theta)$ .

En esta ecuación  $\theta$  es el ángulo que forman la velocidad representativa del flujo  $v$  y el campo magnético externo.

Para el caso de la aorta, tomando  $v = 0,6 \text{ m/s}$ ,  $d = 0,025 \text{ m}$  y  $B = 1 \text{ T}$  el valor máximo de la diferencia de potencial que se puede obtener es  $V_d = 0,015 \text{ V}$ .

---

<sup>10</sup>Relacionado con el efecto Hall

En general el diámetro arterial disminuye en dirección del flujo promedio de sangre, las arterias se ramifican y se curvan.

La aorta presenta un tramo ascendente, un tramo curvo (el cayado) que se continúa por un tramo descendente (torácico y abdominal) hasta que este último se bifurca para irrigar los miembros inferiores. En todo este trayecto se va ramificando.

El flujo de sangre es pulsátil: tiene una componente constante combinada con una componente oscilatoria, de modo tal que la velocidad varía en una misma sección transversal durante el ciclo cardíaco. Además, la geometría de la aorta presenta variaciones de una persona a otra. Pese a que el modelo de arteria como tubo cilíndrico constituye una simplificación muy significativa, permite obtener algunos resultados que parecen correctos en orden de magnitud. Se han medido aumentos en las amplitudes de las ondas "T" del electrocardiograma cuando el organismo se encuentra en presencia de campos estáticos lo bastante intensos (campos con intensidades superiores a 0,3T ya permiten medir ese efecto) y adecuadamente orientados. Hay cierta evidencia acerca de que este refuerzo en la onda "T" (que corresponde la repolarización del músculo ventricular y se acompaña de un flujo significativo en la primera porción de la aorta) se debe a la suma del potencial de repolarización con el potencial inducido por el campo magnético externo.

La electroneutralidad a nivel mesoscópico, en ausencia de campos eléctricos adecuadamente orientados, elimina la posibilidad de una corriente eléctrica no nula en dirección del flujo y debida solamente al arrastre de los iones por el flujo de sangre. Las corrientes eléctricas aparecen perpendiculares a la dirección del flujo y no desaparecen hasta que se instale un campo eléctrico que equilibre el efecto del campo magnético.

Esto último en general no ocurre debido a las variaciones que acompañan al flujo de sangre en el espacio y en el tiempo.

El marco teórico de la magnetohidrodinámica que en principio puede aplicarse en hemodinámica plantea una densidad de corriente eléctrica  $\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  en un punto de un fluido de conductividad eléctrica  $\sigma$ , junto con la ley de Ampere  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$  (despreciando la corriente de desplazamiento), la ley de inducción de Faraday  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  y la ecuación del movimiento del fluido conductor de densidad  $\rho_f$ , viscosidad dinámica  $\eta$  y presión  $p$ <sup>11</sup>

$$\rho_f \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} + \eta \Delta \vec{v} \quad (8.19)$$

Si despreciamos los esfuerzos viscosos para simplificar, a partir de estas cuatro ecuaciones se obtienen dos nuevas relaciones:

-Una nueva versión de la ecuación del movimiento del fluido conductor que involucra una presión magnética local  $\frac{1}{2\mu} B^2$  que se suma a la presión del fluido y

---

<sup>11</sup>En esta y otras ecuaciones que involucran campos vectoriales, como por ejemplo un campo  $\vec{A}(\vec{r})$  función de la posición  $\vec{r}$ :  $\Delta \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A})$ .

esfuerzos mecánicos locales  $\frac{1}{\mu}(\vec{B} \cdot \nabla)\vec{B}$  asociados a gradientes del campo magnético:

$$\rho_f \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla \left( p + \frac{1}{2\mu} B^2 \right) + \frac{1}{\mu} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (8.20)$$

-Una ecuación para la evolución del campo magnético:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \Delta \vec{H} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{H}) \quad (8.21)$$

La relación  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  (con  $\mu \approx \mu_0$ ) y la aparición de la velocidad  $\vec{v}$  del fluido en ambas ecuaciones las acoplan entre sí. Se introduce un coeficiente de difusión magnética  $\mathfrak{D}_m = \frac{1}{\mu\sigma}$ . A partir de un valor representativo de la velocidad del fluido  $\vec{v}$  y de una longitud  $l$  característica del sistema (por ejemplo, el diámetro arterial) se define un número sin dimensiones que se suele denominar número de Reynolds magnético<sup>12</sup>  $\mathfrak{Re}_m = \frac{lv}{\mathfrak{D}_m}$ .

Cuando el orden de magnitud de este número es superior o inferior a 1, se pueden hacer simplificaciones en las ecuaciones del modelo.

Tanto los resultados de corridas de simulación digital basadas en modelos matemáticos numéricos como los de experimentos con animales o voluntarios humanos sugieren que, excepto en presencia de campos lo bastante intensos, con velocidades de flujo muy rápidas y en grandes arterias, no cabe esperar observar efectos magneto-hemodinámicos [13][14]

En campos magnéticos muy intensos ( $10T$ ) las fuerzas de arrastre debidas a efectos magneto-hemodinámicos pueden afectar ligeramente a la presión arterial y a la velocidad axial del flujo en una aorta de un modelo experimental animal [15].

Si la fuerza  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}_0$  debida a un campo estático actuara sobre un ion no restringido, de masa  $m$ , este se movería en una trayectoria circular de radio  $R = \frac{mv}{qB}$

Si el campo estático  $B_0$  se combinara con un campo alterno se produciría un estado resonante para una cierta frecuencia angular  $\omega_R$  del campo alterno:  $\omega_R = \frac{q}{m}B_0$  (resonancia iónica de ciclotrón).

Como la resonancia iónica de ciclotrón requiere una trayectoria no restringida bastante extensa, generalmente no disponible para el ion en una célula, no parece que este mecanismo pueda explicar la sensibilidad a la frecuencia del campo alterno que se observa de algunas reacciones bioquímicas que involucran al ion  $Ca^{++}$ .

Eso, pese a que las frecuencias de resonancia de esas reacciones coincidan, dentro del error experimental, con la frecuencia angular de ciclotrón del ion (218Hz para  $B_0 = 50\mu T$ ). Lo que se plantea es un mecanismo diferente, denominado resonancia paramétrica iónica, que puede influir sobre los procesos en el interior de la

---

<sup>12</sup>Puede interpretarse también como una especie de número de Péclet como los que aparecen en la teoría de los procesos de transporte de masa por advección y difusión.

célula a frecuencias angulares de resonancia paramétrica iónica  $\omega_P$  que resultan ser, por mera coincidencia, cercanos a múltiplos de la frecuencia angular de resonancia iónica de ciclotrón [Polk\_2006]. Pero a diferencia de esta última, dependen del cociente entre la amplitud del campo estático y la amplitud de oscilación del campo alterno.

Generalmente las frecuencias angulares de resonancia paramétrica iónica se encuentran comprendidas entre  $62,8\text{Hz}$  y  $628\text{Hz}$ .

### 8.5.1. Electrodinámica a nivel de tejidos biológicos y órganos.

Cuando las relaciones constitutivas entre el campo de inducción  $\vec{B}$  y el campo magnético, entre el campo de desplazamiento  $\vec{D}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  y entre el campo de densidad de corriente eléctrica de conducción  $\vec{J}_c$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  son lineales, a **nivel tisular**<sup>13</sup>, puede escribirse que:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}^i + \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (8.22)$$

Aquí  $\vec{J}^i$  es el campo de densidad de corriente eléctrica impuesta en el conductor de volumen debida a la actividad eléctrica de los tejidos (en general asociada a la génesis y a la propagación de potenciales de acción en las membranas de las células excitables), mientras que  $J_c$  es la densidad de corriente pasiva, que aparece en respuesta al campo eléctrico local. El campo impuesto  $\vec{J}_i$ , como lo sugiere su nombre, se considerará como un dato en el marco de las ecuaciones de Maxwell.

La ley volumétrica de conservación de la carga se escribirá:

$$\nabla \cdot (\vec{J}^i + \vec{J}_c) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (8.23)$$

La posible anisotropía del conductor de volumen se tiene en cuenta representando la permitividad dieléctrica, la permeabilidad magnética y la conductividad eléctrica por tensores simétricos,  $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{\mu}$  y  $\bar{\sigma}$  respectivamente. En estos parámetros fenomenológicos el aporte de las células individuales no aparece en forma explícita: por este motivo la descripción se efectúa al cuarto nivel, el tisular y no en el tercer nivel, el nivel celular.

A este nivel se consideran las membranas excitables, los espacios intracelulares y los espacios extracelulares como si fueran medios continuos superpuestos. Este tipo de modelos se conoce, en electrofisiología y biofísica, como **modelos de bidominio**.

Cuando se consideran los campos magnéticos producidos por la totalidad de un órgano, como es el caso de la magneto-cardiografía o la magneto-encefalografía, la distribución espacial y temporal de las corrientes impuestas  $\vec{J}^i(t, \vec{r})$  en el conductor de volumen debida a la actividad eléctrica de los tejidos también se describe en el cuarto nivel, el tisular.

<sup>13</sup>Recordar la definición de los cuatro niveles en los que pueden ser estudiados los sistemas biológicos desde un punto de vista del bio-electromagnetismo, que aparece en el comienzo de la introducción al presente capítulo.

En el caso del músculo cardíaco las células se encuentran acopladas eléctricamente en forma directa a través de conexiones que dan un cierto grado de continuidad al espacio intracelular.

Esto, que se denomina algunas veces “sincio eléctrico”, permite para diferentes propósitos (pero no en todos los casos) construir modelos útiles permaneciendo a nivel cuatro. En el caso del sistema nervioso esa continuidad eléctrica por lo general no existe. Si bien la propagación de un potencial de acción a través del axón de una neurona puede influir en la polarización de las membranas de las neuronas vecinas, esa influencia por lo general no es decisiva.

La conexión que posee la mayor importancia funcional es la que se establece a través de las sinapsis entre una célula nerviosa y otra.

Es una conexión de índole electroquímica, que involucra la liberación y difusión de mediadores moleculares para conectar las células (hay sinapsis eléctricas, pero no son frecuentes). Esa ruptura de la continuidad eléctrica se puede tener en cuenta integrando modelos de nivel tres con modelos de nivel cuatro.

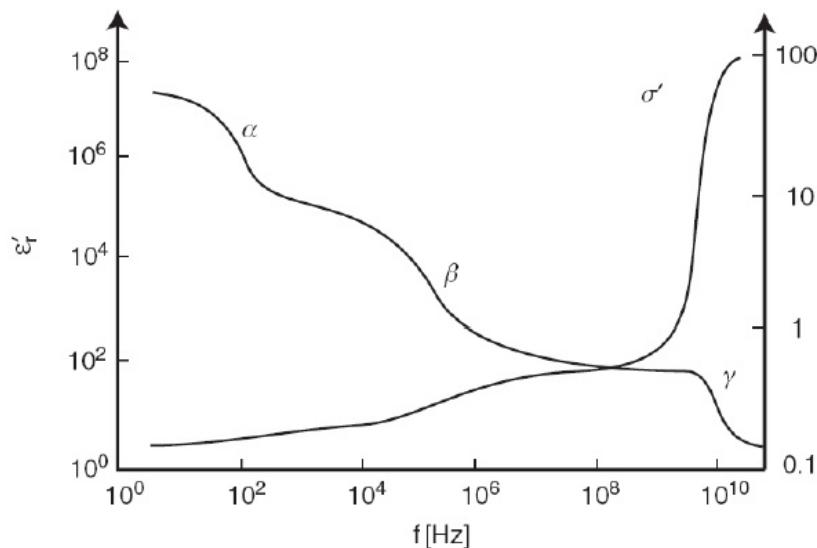
Los posibles efectos de histéresis en las relaciones constitutivas:

$$\vec{B} = \bar{\mu} \cdot \vec{H} \quad \vec{D} = \bar{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad \vec{J}_c = \bar{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (8.24)$$

cuando los campos involucrados son oscilantes, se manifiestan como una variación en los parámetros fenomenológicos del modelo (fundamentalmente la permitividad dieléctrica y la conductividad eléctrica), con la frecuencia de oscilación.

Los campos se descomponen en armónicas y se emplean expresiones complejas del tipo  $\vec{A}(t, \vec{r}) = e^{i\omega t} \vec{A}(\vec{r})$  para  $\vec{E}(t, \vec{r})$ ,  $\vec{J}(t, \vec{r})$  y  $\vec{H}(t, \vec{r})$ . Entonces los coeficientes de los tensores de permitividad dieléctrica, de conductividad y de permeabilidad magnética aparecen como funciones complejas de la frecuencia angular, en las relaciones constitutivas que relacionan los campos entre sí.

La figura 8.7 muestra la variación medida en la parte real de la permitividad dieléctrica relativa  $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  (eje de ordenadas a la izquierda) y la parte real de la conductividad eléctrica (eje de ordenadas a la derecha) de un medio isótropo, en función de la frecuencia  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Como es usual,  $\epsilon_0$  representa la permitividad eléctrica del vacío.

FIGURA 8.7. Variación de  $\epsilon$  y  $\sigma$  con la frecuencia

Los resultados experimentales sobre esa variación con la frecuencia se interpretan mediante estructuras y procesos pertenecientes a los tres niveles jerárquicos previos (nivel atómico-molecular, nivel de las estructuras supramoleculares y nivel celular).

Por debajo de los 100 kHz las propiedades de conductividad de los tejidos están dominadas por la conducción de los electrolitos a través del espacio extracelular.

La conductividad promedio del tejido depende fundamentalmente de la conductividad del medio extracelular y de la fracción del volumen del medio extracelular.

Por encima de 100 kHz la conductividad promedio depende también de la conducción de electrolitos a través del interior de las células debido a que desaparece progresivamente la barrera eléctrica establecida por las membranas celulares.

Desde el punto de vista eléctrico las membranas biológicas se comportan como una combinación en paralelo de un capacitor con un resistor.

Como la reactancia del capacitor de membrana tiende a cero a medida que aumenta la frecuencia de la corriente alterna, y el capacitor se halla en paralelo con la resistencia asociada a los canales iónicos de la membrana, la corriente alterna de alta frecuencia pasa a través del capacitor de membrana casi sin oposición, en forma de corriente de desplazamiento, eludiendo pasar a través de los canales iónicos en forma de una corriente de conducción.

Como consecuencia a altas frecuencias se produce un cortocircuito en el capacitor de membrana y se produce un aumento en la conductividad promedio.

A bajas frecuencias el tejido muestra una dispersión dieléctrica que se llama dispersión  $\alpha$  y que se produce en el orden de los kHz. La dispersión  $\alpha$  se debe fundamentalmente a dos procesos:

1.- La polarización de contraiones próximos a superficies cargadas eléctricamente presentes en los tejidos

2.- La polarización de grandes estructuras macromoleculares que están fijas a las membranas.

A frecuencias por debajo de las que corresponden a la dispersión  $\alpha$ , la permeabilidad dieléctrica relativa alcanza valores de decenas de millones.

La conductividad por su parte varía poco en la zona de frecuencias en la que se manifiesta la dispersión

Entre 0,1 y 10 MHz, el tejido exhibe la dispersión  $\beta$  que se debe a la variación de la carga eléctrica en las membranas celulares que se produce por un desbalance entre la corriente eléctrica en el espacio intracelular y la corriente eléctrica en el espacio extracelular.

Por encima de los 10 MHz la impedancia de las membranas celulares se hace despreciable y las corrientes pasan tanto por el espacio intracelular como el extracelular.

Al pasar por la región correspondiente a la dispersión  $\beta$  la permeabilidad dieléctrica relativa disminuye significativamente pero también es notorio el incremento de la conductividad del tejido.

A frecuencia de microondas por encima de 1 GHz, el tejido exhibe una dispersión llamada  $\gamma$  (que se centra en los 20 GHz). Se debe a efectos de relajación de la rotación de las moléculas de agua presentes en el tejido y es el mismo fenómeno que se encuentra en el agua líquida pura. Junto con la dispersión  $\gamma$  en la permeabilidad dieléctrica relativa se observa un gran incremento en la conductividad del tejido.

Tanto la conductividad como las propiedades dieléctricas de los tejidos dependen de la temperatura.

Esta descripción de las dispersiones y las variaciones en la conductividad y la permeabilidad dieléctrica en un tejido blando es una descripción basada en valores promedio, tomados sobre el volumen ocupado por la muestra de tejido estudiada. Pero en general los tejidos biológicos comprenden materiales muy heterogéneos y en un organismo inmerso en un campo externo numerosos procesos ocurren en interfaces.

Se encuentran grandes diferencias de conductividad entre, por ejemplo, los tejidos y fluidos de los vasos sanguíneos y el tejido conectivo que forma parte de los huesos.

Aunque en menor grado, pero con importantes consecuencias sobre la estimulación funcional de fibras nerviosas, hay una diferencia de conductividad entre la sustancia gris y la sustancia blanca en el cerebro.

Desde el punto de vista eléctrico entonces, no se puede considerar a los tejidos como un material homogéneo.

La conductividad eléctrica y la permeabilidad dieléctrica pueden depender de la dirección en la que se las mida, debido a la existencia de patrones morfológicos que introducen anisotropía, tales como haces de fibras musculares, tendones, haces de fibras nerviosas y vasos sanguíneos. Entonces, en menor o mayor grado todos los tejidos pueden presentar un comportamiento anisótropo que se describe mediante los tensores  $\bar{\epsilon}$  y  $\bar{\sigma}$ . Para ilustrar la anisotropía en la conductividad

eléctrica, se puede utilizar el esquema que aparece en la figura 8.8. Es un modelo eléctrico muy idealizado de un tejido, cuyas células aparecen como elipsoides alargados con sus ejes mayores paralelos entre sí. Esto define una dirección preferencial.

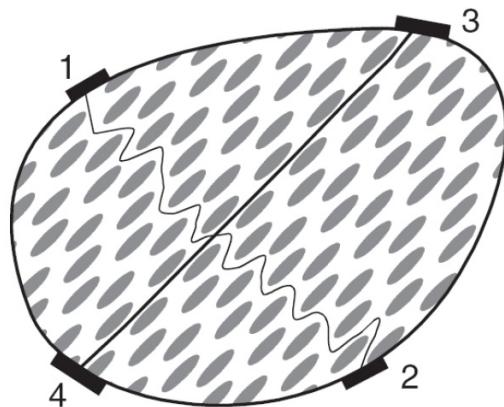


FIGURA 8.8. Modelo eléctrico de tejido

En la misma figura 8.8 podemos ver las dos líneas de corriente asociadas a dos pares de electrodos en un modelo de tejido anisótropo. Se pueden ver dos pares de electrodos: el par 1-2 que genera una corriente transversal a la dirección preferencial y el par 3-4 que genera una corriente paralela a dicha dirección.

A bajas frecuencias, las líneas que conectan los electrodos sugieren las trayectorias de la corriente en este caso. La resistencia medida entre 1-2 es mayor que la resistencia medida entre 3-4 porque el camino que sigue la corriente transversal es más tortuoso. Este tipo de modelo idealizado ilustra uno de los mecanismos por los cuales la conductividad eléctrica puede variar con la frecuencia de la corriente alterna.

En la figura 8.9 vemos los Caminos de la corriente en un tejido para baja (LF) y alta (HF) frecuencia. A frecuencias lo bastante elevadas la reactancia de las membranas celulares y de las membranas de los orgánulos intracelulares prácticamente desaparece debido a que, como dijimos previamente, se cortocircuita el capacitor de membrana.

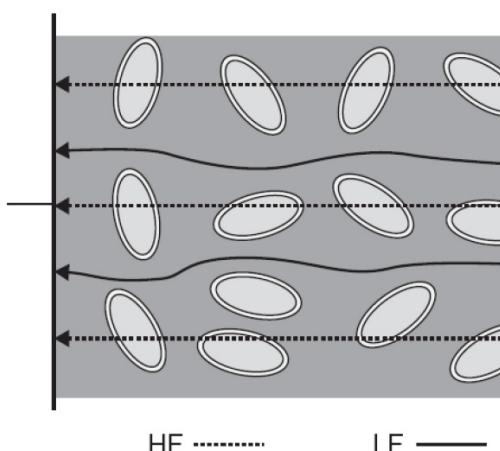


FIGURA 8.9. Caminos de corriente en alta y baja frecuencia

Desde el punto de vista magnético, el comportamiento de los tejidos biológicos, considerados globalmente, es por lo general mucho más simple que su comportamiento desde el punto de vista eléctrico.

Si  $\bar{I}$  representa al tensor identidad y  $\bar{\chi}$  representa al tensor de susceptibilidad magnética:  $\bar{\mu} = \mu_0(\bar{I} + \bar{\chi})$  Como las componentes del tensor  $\bar{\chi}$  en los tejidos biológicos en masa, diamagnéticos, son, en valor absoluto, varios órdenes de magnitud numérica inferiores a 1 (del orden de  $10^{-4}$  o menor) se puede utilizar la simplificación  $\bar{\mu} = \mu_0\bar{I}$  que implica considerar los tejidos como magnéticamente isótropos y desde el punto de vista magnético, equivalentes al medio el cual el organismo correspondiente se encuentra inmerso.

Los magnetosomas, en caso de ser necesario tenerlos en cuenta, deben tratarse por separado como estructuras mesoscópicas, es decir, a nivel dos.

En los modelos electrodinámicos a nivel de tejidos biológicos se emplean las conocidas condiciones en la frontera para los campos y las densidades superficiales de carga y de corriente de la teoría electromagnética.

En una interfaz entre dos medios o dos fases de un tejido considerado como un medio polifásico, digamos la fase 1 y la fase 2, la componente normal de la inducción magnética y la componente tangencial del campo eléctrico son continuas:

$$B_{1,n} = B_{2,n} \quad E_{1,t} = E_{2,t} \quad (8.25)$$

La diferencia entre las componentes normales de la inducción eléctrica a uno y otro lado de la interfaz es igual a la densidad superficial de carga eléctrica  $\omega_S$  que pudiera hallarse en la interfaz:

$$D_{1,n} - D_{2,n} = \omega_S \quad (8.26)$$

Si la densidad de corriente eléctrica en la interfaz es nula, la componente tangencial del campo magnético es continua en la interfaz:

$$H_{1,t} = H_{2,t} \quad (8.27)$$

La diferencia entre las componentes normales de la corriente eléctrica a través de la interfaz verifica una versión de superficie de la conservación de la carga:

$$J_{1,n} - J_{2,n} + \frac{\partial \omega_S}{\partial t} = 0 \quad (8.28)$$

Las regiones abarcadas por las corrientes inducidas incluyen varios tipos de tejidos diferentes e interfaces entre unos y otros.

Por lo general no resulta factible tener en cuenta los detalles de la distribución espacial de las propiedades eléctricas del tejido en masa y de sus interfaces.

Aún con el apoyo de modelos numéricos, es necesario trabajar con valores promediados.

## 8.6. Inducción de corrientes eléctricas en el conductor de volumen de los tejidos

Todos los sistemas de cargas aceleradas radian energía electromagnética, es decir actúan como antenas emisoras, pero no todos esos sistemas lo hacen con la misma eficiencia.

Si  $\lambda$  es una longitud de onda característica emitida por un sistema de cargas aceleradas, se pueden definir dos regiones tomando como referencia la longitud  $\frac{\lambda}{2\pi}$ .

Cuando las distancias entre un punto de observación y el sistema emisor, es sensiblemente inferior a  $\frac{\lambda}{2\pi}$ , domina el patrón de campo electromagnético denominado campo cercano, mientras que si esa distancia es sensiblemente superior a  $\frac{\lambda}{2\pi}$  domina el patrón denominado campo lejano o campo de radiación.

El campo cercano intercambia energía electromagnética con la fuente del campo, mientras que el campo lejano propaga como una radiación la energía electromagnética a partir de la fuente del campo, sin retornarla, a menos que sea convenientemente reflejada por algún objeto lejano. A 50 Hz la longitud  $\frac{\lambda}{2\pi}$  en el aire es de 960 km. A 100 kHz,  $\frac{\lambda}{2\pi}$  es de 4800 m. A 1 MHz,  $\frac{\lambda}{2\pi}$  toma el valor 48 m. A centenares de GHz,  $\frac{\lambda}{2\pi}$  vale fracciones de milímetro.

### 8.6.1. disipación de energía y activación de tejidos excitables

Un organismo puede interactuar y extraer energía tanto si se encuentra en el campo cercano como en el campo lejano, pero los mecanismos de interacción son diferentes en uno y otro caso.

Supongamos que un organismo se encuentra en el aire, en el campo lejano, a una distancia grande respecto de la frontera entre el campo lejano y el campo cercano de una fuente de ondas electromagnéticas. En ese caso, sobre el organismo incide una onda prácticamente plana donde el campo eléctrico y el campo magnético son ortogonales entre sí, oscilan al unísono, indisolublemente vinculados, uno con otro. Sus magnitudes se relacionan a través de la fórmula:  $\frac{E}{H} = 377\Omega$

La penetración del campo electromagnético desde la superficie hacia el interior del organismo se produce como un fenómeno de propagación de una onda que involucra a la corriente de desplazamiento  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  y va asociada con una disipación de energía en forma térmica que puede ser muy significativa.

Como los efectos térmicos se deben a las corrientes inducidas, y no a los campos eléctricos o magnéticos interactuando directamente con las estructuras tisulares, en principio esos efectos pueden ser producidos por campos de frecuencias muy diferentes.

La densidad de energía disipada en un punto de un conductor de volumen, que se convierte localmente en energía calorífica viene, dada en función de la densidad de corriente eléctrica inducida o del campo eléctrico local, por:  $\frac{1}{\sigma} \cdot J^2 = \sigma \cdot E^2$  fácilmente reconocible como la versión diferencial de la ley de Ohm.

28 La figura 8.10 muestra los resultados de una simulación digital de la distribución de la tasa de absorción específica dentro de la cabeza de un joven irradiado

por un teléfono celular a 902 MHz<sup>14</sup>. La tasa de absorción específica aumenta a medida que ascendemos en la barra vertical pasando del azul oscuro hasta el blanco en el extremo superior (allí la tasa de absorción específica es de 1,25W/kg). A la izquierda de la cabeza que aparece en la figura, a la altura del oído izquierdo, se puede apreciar la ubicación del teléfono celular y su antena.

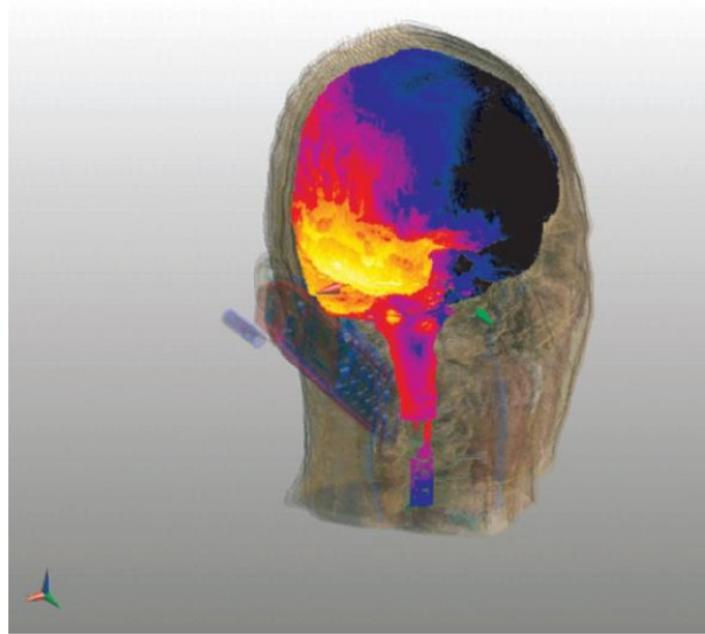


FIGURA 8.10. Perfiles de absorción de la radiación de un teléfono celular

Para un organismo, si la totalidad de la energía calorífica permanece en el punto en el que es entregada, la velocidad de variación de la densidad local de energía interna se relaciona con la velocidad de variación de la temperatura local  $T$ , con la densidad local de corriente eléctrica  $J$  y con la conductividad local *sigma* mediante la expresión:

$$\rho_m \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\sigma} \cdot J^2 + \nabla \cdot (K_T \nabla T) + F_s \rho_s \cdot C_s (T_s - T) + q_{met} \quad (8.29)$$

Suponiendo que se conocen los valores locales de la densidad másica  $\rho_m$ , del calor específico  $C$ , de la conductividad eléctrica y de la conductividad térmica  $K_T$  local del tejido, el flujo de perfusión local de sangre  $F_s$ , la densidad  $\rho_s$ , el calor específico  $C_s$  de la sangre, su temperatura  $T_s$  y la densidad local de generación de calor por el metabolismo  $q_{met}$ , esta ecuación junto con las condiciones necesarias iniciales y en la frontera, posibilita estimar el incremento de temperatura que se produce debido a la conversión en calor de la energía asociada a la corriente eléctrica.

Si los parámetros se suponen constantes y se desprecia el transporte de calor desde el lugar en el que aparece hacia las regiones vecinas y hacia la sangre, así como

---

<sup>14</sup>Resultados numéricos debidos a Myoung Soo Kwon (Lin, 2012).

el aporte debido al metabolismo, se tiene para el incremento  $\Delta t$  de temperatura luego de un intervalo de tiempo de breve duración  $t$ :

$$\Delta T = \left( \frac{1}{\rho_m C \sigma} J^2 + q_{met} \right) t \quad (8.30)$$

Esta expresión puede utilizarse para estimar una cota superior al incremento de la temperatura en un punto del conductor de volumen del organismo, puesto que el flujo de calor hacia otros lugares, por conducción o por convección a través de la sangre, tiene como consecuencia disminuir  $\Delta T$  en igualdad de las demás condiciones.

El efecto de oír microondas, descubierto durante la segunda guerra mundial, resultó ser en última instancia de origen térmico. Consiste en sensaciones auditivas que una persona experimenta cuando su cabeza está expuesta a microondas pulsadas, como las generadas por un radar.

Un muy pequeño incremento de temperatura que se produce muy rápido en el tejido cerebral genera por expansión termo-elástica una onda acústica que viaja hacia la envoltura craneana, se refleja y transmite, y finalmente llega al oído interno siguiendo un proceso auditivo normal. La intensidad percibida del efecto acústico, para una potencia incidente constante, depende de la duración del pulso de radar, observándose incrementos y disminuciones en la intensidad percibida asociadas a resonancias que se producen en la cavidad acústica equivalente a la cabeza humana [16].

Actualmente se considera que el principal mecanismo conocido por el cual las emisiones de radio y microondas producen efectos biológicos es el calentamiento de los tejidos.

En experimentos con animales se observan daños en los tejidos y otros efectos inducidos térmicamente cuando la cantidad de energía absorbida por el animal excede significativamente la cantidad de calor generada por los procesos corporales normales.

Los efectos térmicos de las radiofrecuencias o de las microondas, al mismo nivel de potencia que la generación de calor corporal en condiciones basales, parecen no representar riesgos biológicos.

Esto no descarta la posibilidad de que existan efectos no térmicos, que podría aparecer como resonancias para ciertas ventanas de frecuencia.

Para determinar en qué medida en un organismo biológico se podría producir una resonancia, el concepto de dimensión eléctrica de un sistema material resulta mucho más útil que las dimensiones geométricas tomadas por separado.

La dimensión eléctrica es un número sin dimensiones que se define en relación con una oscilación de una frecuencia dada  $f$  en el material del cuerpo en el cual la velocidad de propagación de las ondas a esa frecuencia es  $c$ .

Se debe tener en cuenta que la frecuencia es la de la oscilación del campo externo, pero la velocidad de propagación es la del material del cuerpo.

Si  $l$  es una dimensión espacial característica del cuerpo, y si  $\lambda$  es la longitud de onda de la oscilación provocada por el campo externo en el material, la dimensión eléctrica se define así:

$$d(f) = \frac{l}{\lambda} = \frac{lf}{c} \quad (8.31)$$

Para un cuerpo con una dimensión eléctrica adecuada en presencia de un campo electromagnético externo, se puede producir una resonancia electromagnética: en un cierto lugar del conductor de volumen formado por los tejidos se puede instalar un campo eléctrico local significativamente mayor que el que aparece en ese mismo sitio para frecuencias de oscilación ubicadas fuera de la resonancia.

Como en condiciones de resonancia las estructuras biológicas que se encuentran allí localizadas interactúan con un campo oscilante de mayor amplitud, parece más verosímil esperar una transferencia de energía con consecuencias sobre los procesos metabólicos y la transferencia de señales tisulares locales y eventualmente, globales, aunque los efectos térmicos no sean significativos.

Si un organismo se encuentra dentro del campo cercano de un sistema emisor, lejos de su frontera con el campo lejano, los efectos debidos a la propagación del campo electromagnético en general pueden ser despreciados: la corriente de desplazamiento  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  se puede despreciar. Entonces, en el interior del organismo la ley de Ampere-Maxwell se reduce a:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}^i + \vec{J}_c \quad (8.32)$$

Las demás ecuaciones de la electrodinámica se mantienen incambiadas, excepto la ley volumétrica de conservación de la carga que ahora se reduce a:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

En este caso la disipación de energía en forma térmica no suele ser significativa y los efectos de los campos externos que se pueden observar se relacionan por lo general con la excitación de nervios, músculo esquelético y miocardio.

Teniendo en cuenta los dispositivos utilizados en el tratamiento y en el diagnóstico médico, y las características de los campos producidos por la actividad fisiológica de los organismos, consideraremos de ahora en adelante frecuencias comprendidas entre 0 y 100 kHz.

Consideremos un modelo muy simple de dos medios, aire (medio 1 de conductividad  $\sigma_1$  y permitividad dieléctrica  $\epsilon_1$ ) y un conductor de volumen isótropo (medio 2 de conductividad  $\sigma_2$  y permitividad dieléctrica  $\epsilon_2$ ).

En la interfaz  $E_{1,t} = E_{2,t}$ , mientras que  $D_{1,n} - D_{2,n} = \epsilon_1 E_{1,n} - \epsilon_2 E_{2,n} = \omega_s$ , y  $J_{1,n} - J_{2,n} = \sigma_1 E_{1,n} - \sigma_2 E_{2,n} = -\frac{d\omega_s}{dt}$

Suponiendo que se ha alcanzado un estado estacionario de oscilación a una frecuencia  $\omega$ , un factor  $e^{(i\omega t)}$  aparece en los campos en ambos medios y en la densidad superficial de carga. Entonces  $\frac{d\omega_s}{dt} = i\omega\omega_s$ . Introduciendo esta relación en

las dos ecuaciones para la componente normal del campo a uno y otro lado de la interfaz:

$$i\omega\epsilon_1 E_{1,n} - i\omega\epsilon_2 E_{2,n} = i\omega\omega_s \quad \sigma_1 E_{1,n} - \sigma_2 E_{2,n} = -i\omega\omega_s \quad (8.33)$$

De estas ecuaciones resulta:

$$(\sigma_1 + i\omega\epsilon_1)E_{1,n} = (\sigma_2 + i\omega\epsilon_2)E_{2,n} \quad (8.34)$$

Si  $\varphi$  es el ángulo que el campo forma con la normal a la interfaz, tenemos

$$\tan(\varphi) = \frac{E_t}{E_n}$$

Entonces, teniendo en cuenta la relación entre  $E_{1,n}$  y  $E_{2,n}$  obtenemos para los ángulos a uno y otro lado de la interfaz:

$$\tan(\varphi_1) = \left( \frac{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}{\sigma_2 + i\omega\epsilon_2} \right) \tan(\varphi_2) \quad (8.35)$$

Para frecuencias inferiores a los MHz, esto implica que el campo  $\vec{E}_1$  en el aire tiene casi la dirección de la normal a la interfaz: el organismo distorsiona el campo eléctrico en el aire de modo que incida casi perpendicularmente a la interfaz<sup>15</sup>.

La figura 8.11 esboza esta situación para un campo eléctrico oscilante que es vertical y homogéneo lejos de la interfaz con el cuerpo humano. Se advierte la distorsión, debida al cuerpo humano, en las líneas de un campo eléctrico oscilante en el aire. El sentido de las líneas se invierte cada medio ciclo de oscilación. Las líneas de campo interno y densidad de corriente eléctrica en el conductor de volumen no están a escala.

---

<sup>15</sup>Para el aire  $\sigma_1 = 10^{-13} [S/m]$  y  $\epsilon_1 = 10^{-11} [F/m]$  mientras que para el conductor de volumen de los tejidos vamos a tomar  $\sigma_2 = 1 [S/m]$  y  $\epsilon_2 = 10^{-4} [F/m]$  para una frecuencia angular  $\omega = 10^5$  Hz. Resulta  $\left( \frac{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}{\sigma_2 + i\omega\epsilon_2} \right) \approx 10^{-7}$  de modo que  $\tan(\varphi_1) \approx 10^{-7} \tan(\varphi_2)$ . Entonces, si  $\tan(\varphi_2) \approx 100$  (un campo  $\vec{E}_2$  en el conductor de volumen, que forma un ángulo apenas menor que  $\pi/2$  con la normal a la interfaz) todavía se tiene  $\tan(\varphi_1) \approx 10^{-5}$

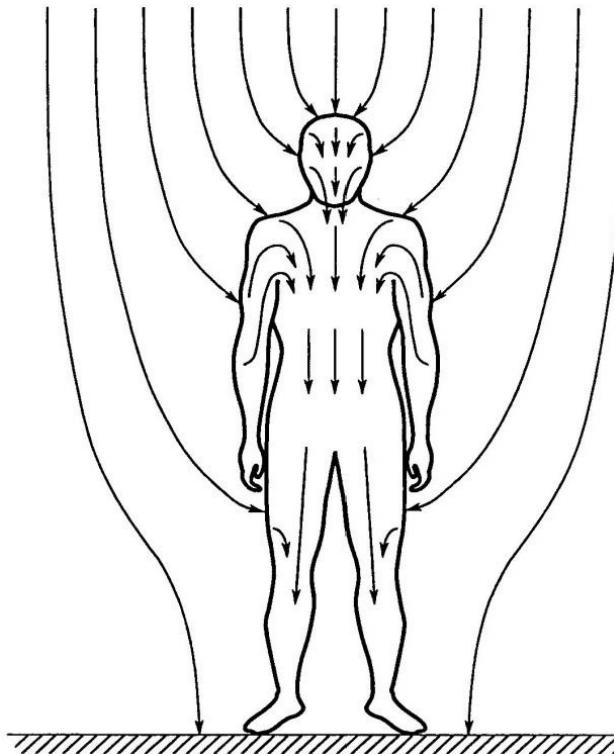


FIGURA 8.11. Campo Eléctrico en la superficie del cuerpo humano

Como la longitud de onda a frecuencias inferiores al MHz es muy grande respecto de la máxima distancia entre puntos del cuerpo humano, se puede suponer un campo externo variable en el tiempo, pero constante en dirección y amplitud en todas partes del espacio próximo al organismo<sup>16</sup>, siendo  $\omega = 2\pi f$  la frecuencia angular:

$$E_{aire}(t) = E_0 \cos(\omega t) \quad (8.36)$$

Considerando para simplificar una losa transversal al campo, de conductividad  $\sigma(\omega)$  y constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r(\omega)$ , que se comportan en función de la frecuencia angular de la misma manera que se comportan esos mismos parámetros en un tejido biológico tipo.

Supondremos que la losa se puede considerar infinita en sentido perpendicular al campo oscilante.

Para los fines del presente modelo, se puede suponer que el aire que rodea la losa posee conductividad  $\sigma = 0$  y constante dieléctrica relativa  $\epsilon \approx 1$ .

La simetría de la situación física permite suponer que el campo en la losa es paralelo al campo externo, o sea es perpendicular a las caras planas de la losa. ver figura 8.12

---

<sup>16</sup>Los resultados de aplicar modelos más realistas [17] [18] [19] no cambian las conclusiones más importantes que se obtienen del modelo simplificado.

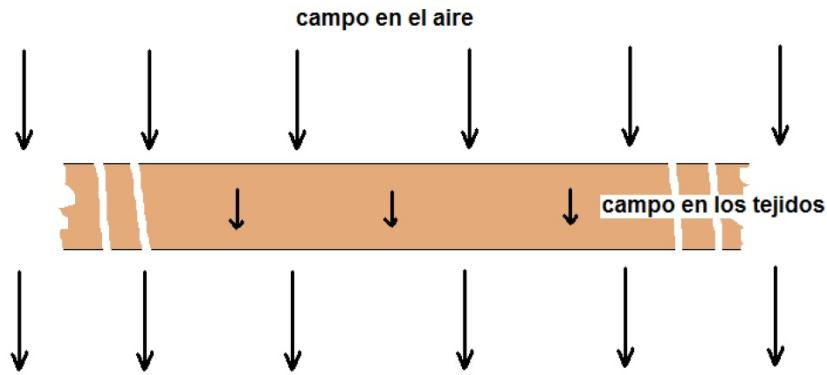


FIGURA 8.12. Modeo simplificado de campo en los tejidos

Si  $E_{tejidos}(t)$  representa el campo en el interior de la losa que representa en este modelo a los tejidos y si  $\omega_s(t)$  es la carga eléctrica inducida en una de las dos interfaces losa-aire (la carga inducida en la otra interfaz es  $-\omega_s(t)$ , de la condición de borde para la componente del campo eléctrico normal a la interface se obtiene:

$$-\epsilon_0 E_{aire}(t) + -\epsilon_0 \epsilon_r E_{tejidos}(t) = \omega_s(t) \quad (8.37)$$

La ley de conservación de la carga eléctrica suministra la relación siguiente (teniendo en cuenta que solo hay corriente de conducción en el interior de la losa, pero no en el aire):

$$\sigma E_{tejidos}(t) = \frac{d\omega_s(t)}{dt} \quad (8.38)$$

De estas dos ecuaciones se desprende:

$$\frac{dE_{tejidos}}{dt} + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} E_{tejidos} = -\frac{\omega}{\epsilon_r} E_0 \sin(\omega t) \quad (8.39)$$

Luego de un transitorio cuya duración es del orden del tiempo de relajación  $\tau_t = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\sigma}$  se alcanza un estado estacionario de pulsación del campo eléctrico en el interior de la losa que representa a los tejidos biológicos.

Estimando el tiempo de relajación para  $\sigma \approx 0,5 [S/m]$  y  $\epsilon_r \approx 50$  resulta  $\tau \approx 10^{-9} [s]$ .

El campo oscilante estacionario  $E_{tejidos} = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$  se instala entonces muy rápido.

Los coeficientes son:

$$A = -(\omega \tau_t) B \quad B = \frac{\omega \tau_t}{\epsilon_r (1 + (\omega \tau_t)^2)} E_0 \quad (8.40)$$

Como para frecuencias hasta del orden de los MHz,  $\omega \tau_t$  es mucho menor que uno, se puede despreciar  $A$  frente a  $B$  y se puede aproximar  $B$  por  $\frac{\omega \epsilon_0}{\sigma} E_0$ . A partir de

esta aproximación se obtiene que el campo oscilante en el interior de la losa viene dado por:

$$E_{tejidos} \approx \frac{\omega\epsilon_0}{\sigma} E_0 \sin(\omega t) \quad (8.41)$$

De este último resultado se desprende que la densidad de corriente de conducción  $J_{tejidos} = \sigma \cdot E_{tejidos}$  pulsa con frecuencia  $\omega$  y posee una amplitud de oscilación  $\omega\epsilon_0 E_0$  **independiente de la conductividad de la losa**<sup>17</sup>.

Para una frecuencia de 50 Hz el campo  $E_t$  es de un orden  $10^{-8}$  veces menor que el campo  $E_0$  en el aire.

Para una frecuencia de 1 MHz la amplitud del campo disminuye a menos de la centésima parte. Si el campo externo es estático, es decir si  $\omega = 0$ , el campo eléctrico en el interior de la losa es nulo, como podía esperarse en el caso de un cuerpo conductor en equilibrio. A frecuencias menores a 100 kHz la membrana celular apantalla al citoplasma respecto de los campos eléctricos que puedan presentarse en el espacio extracelular.

Para una frecuencia de 50 Hz el campo justo afuera de la célula es  $10^{-5}$  veces menor que el campo en el aire, en la membrana celular es  $10^{-2}$  veces menor y en el interior celular es  $10^{-8}$  veces menor [17] [18] [19].

En principio, no cabe esperar que a este nivel el campo eléctrico en el citoplasma pueda afectar los orgánulos funcionales de la célula o al ADN.

Por otra parte, se sabe ahora que tanto corrientes eléctricas débiles inducidas por un campo magnético generado por una bobina como por un campo eléctrico generado por un sistema de electrodos pueden contribuir a soldar una fractura de un hueso [18] [15].

No obstante, este efecto de pantalla se debilita a medida que crece la frecuencia. A frecuencias mayores a 1 MHz desaparece, porque la membrana es cortocircuitada a nivel de su capacitor.

El único efecto de pantalla remanente es el que pueda producir el conductor de volumen de los tejidos considerado en bloque. A frecuencias inferiores a los 100 kHz, el campo eléctrico externo no penetra casi en los tejidos biológicos, por lo cual los efectos observados se deben fundamentalmente al campo magnético externo, que penetra sin dificultad debido a que, como vimos más arriba, las permeabilidades magnéticas del aire y de los tejidos toman valores muy próximos. El campo eléctrico inducido se conecta con el campo de inducción magnética a través de la versión integral de ley de Faraday:

$$\oint \vec{E}(t, \vec{r}) \cdot \vec{t}(\vec{r}) dS = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(t, \vec{r}) \cdot \hat{n}(\vec{r}) dS \quad (8.42)$$

Las figuras de 8.13 sugieren lo que ocurre cuando un organismo se encuentra inmerso en un campo magnético externo oscilante y homogéneo. En ambas figuras

---

<sup>17</sup>Si este resultado se intentara describir desde el punto de vista de la teoría de circuitos eléctricos, habría que asumir que la fuente de fuerza electromotriz (debida al campo eléctrico externo) posee una impedancia interna tan elevada que impone una corriente independiente de la resistencia eléctrica (el conductor de volumen de los tejidos, representado por la losa) a la que alimenta.

se esbozan las líneas de campo eléctrico en el interior del cuerpo humano. A la izquierda el campo magnético es vertical y a la derecha es horizontal, como viene indicado por las flechas gruesas. En la figura a la izquierda el campo  $\vec{B}$  se puede considerar como variable con el tiempo, vertical y homogéneo:

$$\vec{B}(t, \vec{r}) = -B_0(t)\hat{e}_z \quad (8.43)$$

Por el contrario, cuando el campo es horizontal y se ubica como se sugiere la figura de la derecha, el resultado de una exposición de cuerpo entero no se puede describir mediante un modelo sencillo.

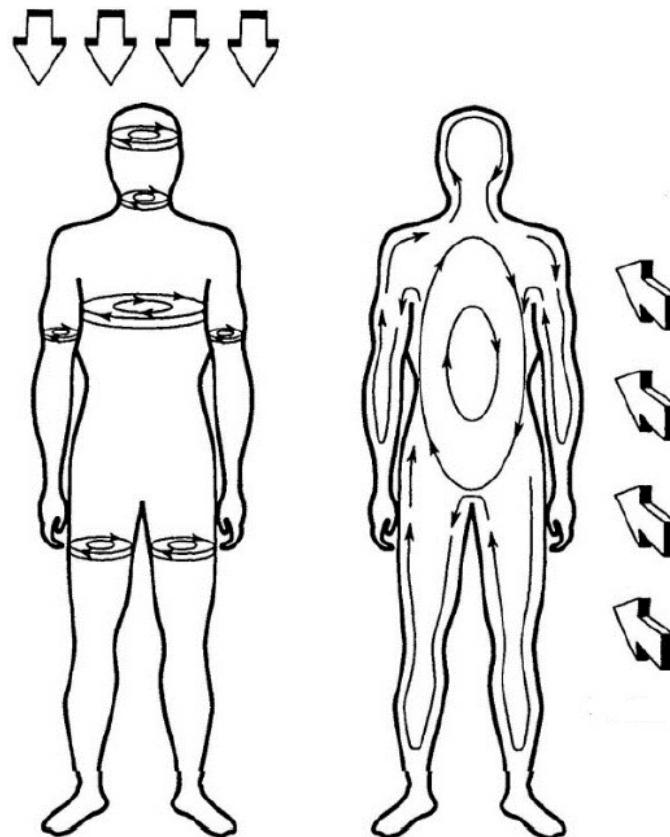


FIGURA 8.13. Corrientes inducidas en el cuerpo humano

Suponiendo que  $\oint \vec{E}(t, \vec{r}) \cdot \vec{t}(\vec{r}) dS$

se toma sobre una circunferencia horizontal de radio  $r$  incluida en el conductor de volumen y que el campo eléctrico es tangencial y de igual magnitud  $E(t, r) = \vec{E}(t, \vec{r}) \cdot \vec{t}(\vec{r})$  en cada punto de la circunferencia en un mismo instante de tiempo:  $\oint \vec{E}(t, \vec{r}) \cdot \vec{t}(\vec{r}) dS = 2\pi r E(t, r)$

Por otra parte  $\vec{n}(\vec{r}) = \hat{e}_z$  y  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(t, \vec{r}) = -\frac{dB_0}{dt}(t)\hat{e}_z$

con lo cual la integral de superficie tomada sobre el círculo de radio  $r$  delimitado por la circunferencia mencionada es:

$$-\iint \frac{\partial \vec{B}(t, \vec{r})}{\partial t} \cdot \vec{n}(\vec{r}) dS = \pi r^2 \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (8.44)$$

Igualando ambas integrales se obtiene:

$$E(t, r) = \frac{1}{2} r \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (8.45)$$

Si se emplea un modelo de conductor lineal, homogéneo e isótropo de conductividad  $\sigma$ , la densidad de corriente inducida también es tangencial a la circunferencia y su magnitud viene dada por:

$$J(t, r) = \frac{1}{2} \sigma r \frac{dB_0(t)}{dt} \quad (8.46)$$

Las fórmulas obtenidas para las magnitudes del campo eléctrico y de la densidad de corriente sugieren que para una misma ley de variación  $\frac{dB_0(t)}{dt}$  esas magnitudes aumentan como el radio de la circunferencia.

Por ende, este modelo sencillo sugiere que, **durante una exposición de cuerpo entero a un campo externo homogéneo vertical**, los máximos de campo eléctrico y de densidad de corriente se encontrarán sobre el círculo de mayor radio que se pueda dibujar, perpendicular al vector de inducción magnética, completamente incluido en el conductor de volumen formado por el cuerpo.

En general los modelos puramente analíticos más o menos simplificados (como el que representa el cuerpo como si fuera un elipsoide prolato con eje mayor vertical) no son aplicables para estudiar los campos inducidos por exposiciones de cuerpo entero a campos magnéticos homogéneos, como las que se producen durante los estudios por resonancia magnética. Es necesario recurrir a modelos numéricos lo suficientemente detallados [17]. La situación es muy diferente durante la estimulación funcional destinada a tratamiento médico o a diagnóstico. Ver figura 8.14

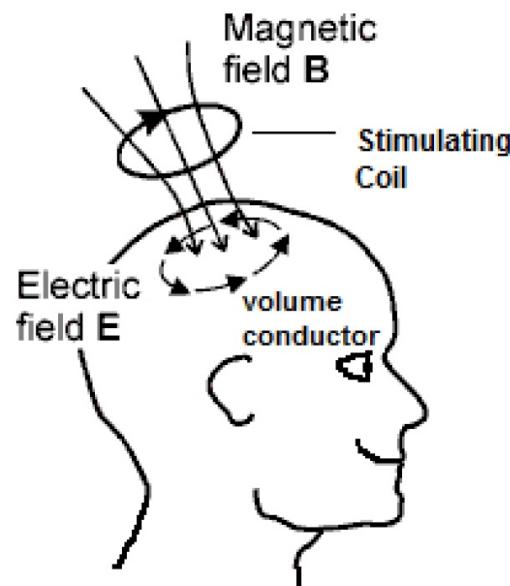


FIGURA 8.14. Corrientes inducidas en el cerebro

En la figura 8.14 se ilustra el método de estimulación funcional. Se advierte que el campo magnético se encuentra muy localizado. La figura fue modificada de la tesis de doctorado de Jarmo Ruohonen (1998) [20].

Ahora se crean campos magnéticos localizados, mediante bobinas que se sitúan próximas a la zona que se desea estimular. Ya no son campos que se puedan considerar homogéneos respecto de las dimensiones del cuerpo, pero sí son casi-estacionarios. Se pueden expresar como el producto de un campo vectorial función de la posición  $\vec{F}(\vec{r})$  por una función escalar  $f(t)$  del tiempo:

$$\vec{B}(t, \vec{r}) = f(t) \vec{F}(\vec{r}) \quad (8.47)$$

La función  $f(t)$  se puede identificar con la corriente  $i_b(t)$  que se hace circular a través de la bobina estimuladora.

El campo eléctrico local inducido viene dado por:

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = - \left( \frac{di_b(t)}{dt} \right) \vec{F}(\vec{r}) \quad (8.48)$$

Las corrientes inducidas generan a su vez un campo magnético propio, pero como se verá en la última parte de este capítulo, a frecuencias inferiores a 100 kHz esos campos secundarios pueden ser despreciados.

Ahora es necesario considerar como se relaciona este campo eléctrico con la polarización de las membranas excitables de células nerviosas y musculares hasta llegar a generar la activación de la célula, manifestada por la emergencia de un potencial de acción capaz de propagarse. Para hacer esto, partiremos de un modelo matemático simple de una fibra excitable, asimilada a un cable delgado, posiblemente curvado, cuyo interior corresponde al espacio intracelular. La membrana celular lo separa de su ambiente, formado por el resto de los tejidos.

A partir de un punto de la fibra, tomado como origen, introducimos una coordenada de posición  $s$ . Esta coordenada se aplica a una fibra curvada y corresponde a la longitud del arco de curva (orientado) que conecta el origen con el punto considerado.

La conexión entre el campo eléctrico inducido por el campo magnético variable y la polarización de la membrana excitable se establece a través de la **función activante**.

Esta es una función, definida para cada instante de tiempo y para cada valor de la coordenada de posición, como la derivada respecto de esa coordenada de la componente del campo eléctrico tangente a la fibra  $\vec{E}(t, \vec{r}(s)) \cdot \vec{t}(s)$

$$\frac{\partial \{ \vec{E}(t, \vec{r}(s)) \cdot \vec{t}(s) \}}{\partial s} = \left( \frac{di_b}{dt}(t) \right) \frac{d(\vec{F}(\vec{r}(s)) \cdot \vec{t}(s))}{ds} \quad (8.49)$$

El vector unitario  $\hat{t}(s)$  es tangente en cada punto  $s$  de la fibra.

Si esta última cambia de dirección en el espacio,  $\frac{d\vec{t}}{ds}(s)$  y aunque  $\vec{F}(\vec{r}(s))$  sea constante a lo largo de la fibra, como podría ocurrir en ciertos casos durante una

exposición de cuerpo entero, la función activante no va a ser nula y va a producir una polarización en la membrana de la fibra [21].

La generación de un potencial de acción en la membrana de la fibra se produce cuando en esa membrana se alcanza un patrón de polarización umbral.

Para ello una longitud mínima de membrana de una fibra, que podemos suponer se encuentra inicialmente en reposo, debe ser despolarizada por encima del denominado umbral de membrana. Esa despolarización resulta de corrientes iónicas que cruzan la membrana desde el interior de la fibra.

Pero como no hay fuentes de corriente en el citoplasma que puedan originar este tipo de corrientes despolarizantes, la conservación de la carga eléctrica exige que las corrientes despolarizantes sean compensadas por corrientes iónicas que atraviesan la membrana, en otras partes, hacia el interior de la fibra.

El estado umbral se alcanza o no dependiendo de cómo se genere ese patrón de corrientes [21].

Las características del patrón generado dependen de cuánto dure y de la amplitud del estímulo, así como del estado inicial de la membrana excitabile. La eficacia del estímulo depende de las características del campo inducido  $\left( \frac{d\vec{b}_b}{dt}(t) \right) \vec{F}(\vec{r})$  manifestadas a través de la función de activación  $\frac{\partial \left\{ \vec{E}(t, \vec{r}(s)) \cdot \vec{t}(s) \right\}}{\partial s}$ .

La figura 8.15 muestra un pulso de corriente generado en una bobina estimuladora de un equipo de estimulación magnética funcional de tercera generación junto con un patrón de magnitud de campo eléctrico inducido correspondiente a ese pulso [22].

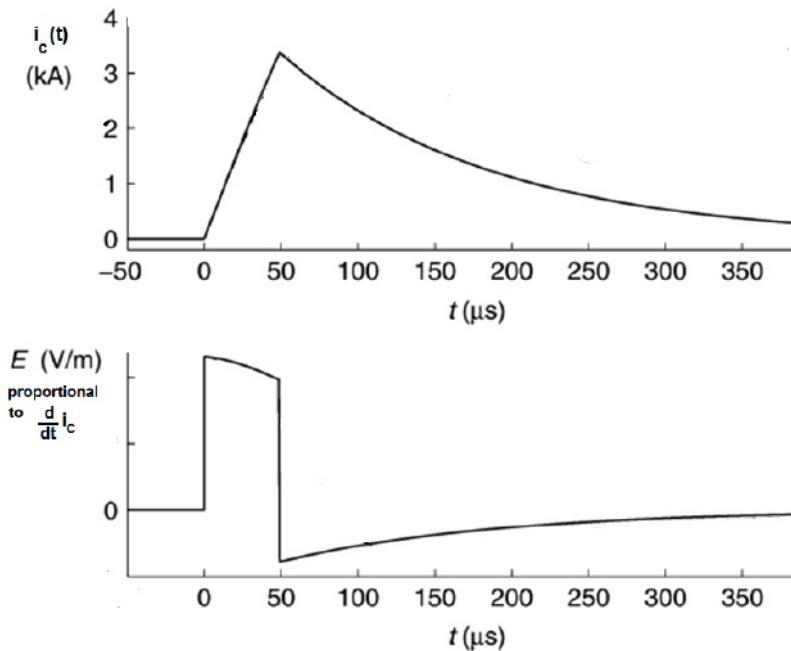


FIGURA 8.15. Pulso umbral

Un pulso de corriente como el que muestra la figura 8.15 es un pulso umbral cuando el campo que aparece abajo tiene una amplitud y una duración suficientes.

A menor duración, mayor tiene que ser su amplitud para alcanzar o superar el umbral. Los resultados obtenidos se pueden graficar en un plano, ubicando la duración en las abscisas y la intensidad en las ordenadas. Los pares duración-amplitud umbral forman una curva que se asemeja a una hipérbola con una asíntota vertical en el eje de ordenadas y una asíntota horizontal, paralela al eje de abscisas, que corresponde a una amplitud mínima, como sugiere la figura 8.16.

Si esa amplitud mínima, conocida como reobase, no es superada, la excitación fracasa por larga que sea la duración del pulso estimulador.

La duración de un pulso cuya amplitud umbral es el doble de la reobase se denomina cronaxia.

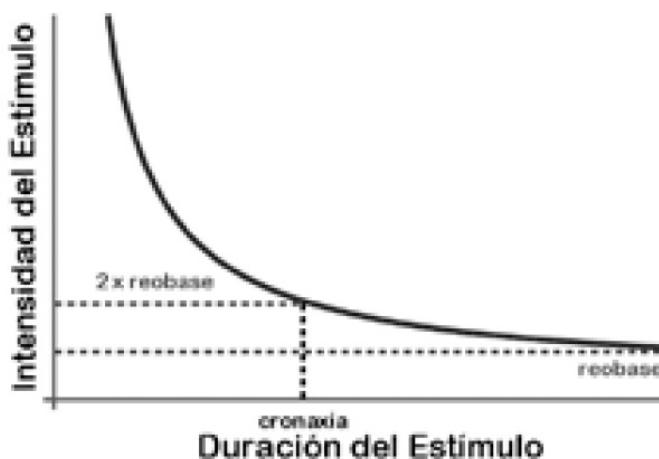


FIGURA 8.16. Relación duración vs. intensidad del estímulo

La curva umbral separa en primer cuadrante en dos regiones: una región de estímulos que no alcanzan el umbral, debajo de la curva, y una región de estímulos que superan el umbral, encima de la curva.

La determinación del umbral de estimulación debe hacerse en cada caso, porque la curva intensidad-duración depende de la posición y tamaño de las bobinas, de las propiedades del conductor de volumen formado por los tejidos biológicos y de la naturaleza y posición de la o las células blanco de la estimulación.

Se tienen en cuenta pequeñas variaciones aleatorias introduciendo un criterio estadístico para determinar el umbral. Por ejemplo, se considera pulso umbral cuando la excitación resulta exitosa en el 50 % de los casos para una misma amplitud y duración prefijadas en el equipo estimulador.

## 8.7. Medición de los campos magnéticos generados por los procesos fisiológicos

**Sus fundamentos en la teoría electromagnética de los medios continuos y aplicación del teorema de reciprocidad.**

La actividad fisiológica del sistema nervioso (central y periférico), de los músculos esqueléticos y del corazón se acompañan de corrientes eléctricas impuestas  $J_{iT}(t, \vec{r})$  al conductor de volumen formado por los tejidos. Estas corrientes generan campos magnéticos tanto en ese conductor de volumen como en la región que rodea al cuerpo humano.

Esas corrientes y campos varían con el paso del tiempo.

Ubicando en un sitio apropiado las bobinas de un equipo receptor de señales magnéticas, las variaciones en los flujos de inducción que atraviesan las bobinas inducen en ellas fuerzas electromotrices que se pueden medir.

Como las relaciones señal-ruido son muy desfavorables, en el caso de los fenómenos magnéticos asociados a los procesos fisiológicos se emplean equipos superconductores (SQUID) y mecanismos para eliminar ruidos<sup>18</sup> con el fin de poder registrar magneto-cardiogramas, magneto-encefalogramas y la magneto-miografías.

### 8.7.1. Teorema de Reciprocidad

Veamos ahora un teorema de reciprocidad demostrado en 1895 por Hendrik Lorentz [23], a partir del cual Robert Plonsey [24] pudo relacionar la fuerza electromotriz inducida en la bobina receptora con el campo de las densidades de corrientes generadas en los tejidos por la actividad fisiológica y con el denominado **campo de derivación**.

Este último campo se obtiene imponiendo una corriente eléctrica variable a los devanados de la bobina receptora, de forma tal que la variación temporal del campo magnético generado por la bobina induzca un campo eléctrico en los tejidos.

El campo de derivación se define a partir de este campo eléctrico inducido en los tejidos, como veremos a continuación.

Asumiendo las ecuaciones de Maxwell A.1 y las constitutivas del medio A.2 planteando como en 8.32

La heterogeneidad puede describirse mediante campos tensoriales dependientes del punto del espacio  $\vec{r}$  considerado o introduciendo un número apropiado de fases homogéneas.

Supongamos que en la región  $R_1$  un campo de densidades de corriente impuestas  $\vec{J}_1^i$  genera en el espacio los campos  $\vec{E}_1$  y  $\vec{H}_1$ . En otra región  $R_2$  un campo de densidades de corriente impuestas  $\vec{J}_2^i$  genera en el espacio los campos  $\vec{E}_2$  y  $\vec{H}_2$ .

Supongamos, además, que ambos campos de densidades de corriente oscilan en forma monocromática a la misma frecuencia angular  $\omega$ :

$$\vec{J}_1^i(t, \vec{r}) = e^{i\omega t} \vec{J}_1^i(\omega, \vec{r}) \quad \vec{J}_2^i(t, \vec{r}) = e^{i\omega t} \vec{J}_2^i(\omega, \vec{r}) \quad (8.50)$$

---

<sup>18</sup>Blindajes, gradiómetros o conjuntos distribuidos de bobinas conectadas a sistemas de detección multicanales.

En estado de oscilación estacionaria, los campos eléctrico y magnético oscilan a la misma frecuencia:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(t, \vec{r}) &= e^{i\omega t} \vec{E}_1(\omega, \vec{r}) & \vec{H}_1(t, \vec{r}) &= e^{i\omega t} \vec{H}_1(\omega, \vec{r}) \\ \vec{E}_2(t, \vec{r}) &= e^{i\omega t} \vec{E}_2(\omega, \vec{r}) & \vec{H}_2(t, \vec{r}) &= e^{i\omega t} \vec{H}_2(\omega, \vec{r})\end{aligned}\quad (8.51)$$

Ahora todos estos campos vectoriales poseen componentes complejas: son denominados fasores vectoriales.

### 8.7.2. Teoría electromagnética de los medios continuos

Para un medio anisótropo (con tensores de anisotropía simétricos) y heterogéneo, el teorema de reciprocidad de Lorentz permite concluir la siguiente igualdad entre integrales de volumen:

$$\int_R \vec{E}_2(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_1^i(\omega, \vec{r}) dV = \int_R \vec{E}_1(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_2^i(\omega, \vec{r}) dV \quad (8.52)$$

El producto que aparece en ambos integrandos es el producto escalar de vectores y ambas integrales se extienden a todo el espacio físico, tomando como sistema de referencia el consultorio o el laboratorio y empleando como modelo el espacio euclídeo tridimensional  $\mathbb{R}^3$ .

Como  $\vec{J}_1^i(\omega, \vec{r})$  es nulo excepto en  $\mathbb{R}_1^3$  y  $\vec{J}_2^i(\omega, \vec{r})$  es nulo excepto en  $\mathbb{R}_2^3$ , se obtiene la versión del teorema de reciprocidad que utilizaremos en lo que sigue:

$$\int_{R_1^3} \vec{E}_2(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_1^i(\omega, \vec{r}) dV = \int_{R_2^3} \vec{E}_1(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_2^i(\omega, \vec{r}) dV \quad (8.53)$$

Esta ecuación se verifica en una situación muy general, incluso para los casos en los que se radian ondas electromagnéticas desde las regiones  $\mathbb{R}_1^3$  y  $\mathbb{R}_2^3$ .

Se puede construir un sistema bipolar de registro y estimulación magnéticos análogo a un sistema de registro y estimulación eléctrica basado en dos electrodos. Siguiendo una sugerencia de Baule y Mc Fee (1965) [25] en el caso magnético las superficies correspondientes a los electrodos se denominan **magnodos**.

En la figura 8.17 se muestra un conductor de volumen ocupando una región esférica. Una bobina enrollada en un núcleo de permeabilidad elevada se conecta con el resto de un sistema que permite medir la fuerza electromotriz inducida entre las terminales **a** y **b**, e imponer corrientes eléctricas a los devanados. Las líneas que salen y entran en los extremos del núcleo y atraviesan el conductor de volumen corresponden al campo magnético que se obtiene al imponer una corriente entre las terminales **a** y **b** del devanado. Las superficies circulares que se encuentran en uno y otro extremo del núcleo de la bobina son en este caso los magnodos.

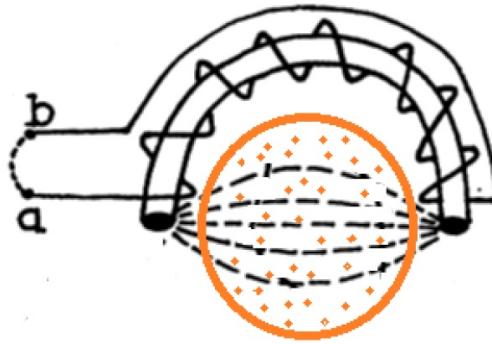


FIGURA 8.17. Conductor de volumen rodeando una esfera

Aplicando la fórmula de reciprocidad al caso que nos interesa, podemos tomar  $\mathbb{R}_1^3 = \mathbb{R}_b^3$  (siendo  $\mathbb{R}_b^3$  la región ocupada por la bobina y el resto del sistema de detección) y  $\mathbb{R}_2^3 = \mathbb{R}_T^3$  (siendo  $\mathbb{R}_T^3$  la región ocupada por el conductor de volumen de los tejidos) y obtenemos:

$$\int_{R_b^3} \vec{E}_{T,b}(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_b^i(\omega, \vec{r}) dV = \int_{R_T^3} \vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_T^i(\omega, \vec{r}) dV \quad (8.54)$$

La integral sobre la región  $\mathbb{R}_b^3$  de la bobina involucra un producto escalar de dos campos. Uno de ellos es la amplitud vectorial de la componente armónica  $\vec{E}_{T,b}(\omega, \vec{r})$  del campo eléctrico inducido en la bobina por el campo magnético oscilante producido, en el conductor de volumen de los tejidos, por las corrientes eléctricas asociadas a los procesos fisiológicos.

La amplitud vectorial correspondiente a estas corrientes fisiológicas es  $\vec{J}_T^i(\omega, \vec{r})$ .

El otro campo,  $\vec{J}_b^i(\omega, \vec{r})$ , es la amplitud vectorial de la componente armónica de la densidad de corriente oscilante impuesta a la bobina.

A través del campo magnético que genera, la corriente impuesta a la bobina induce un campo eléctrico oscilante de amplitud vectorial  $\vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r})$  en el conductor de volumen de los tejidos.

Dadas las frecuencias involucradas y las dimensiones geométricas de los sistemas considerados, la propagación de perturbaciones electromagnéticas se puede despreciar. Se puede trabajar con campos casi-estacionarios Plomsey y Hepner (1967) [26].

Plonsey asumió una bobina filiforme. En este caso [27]  $\int_{R_b^3} \vec{E}_{T,b}(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_b^i(\omega, \vec{r}) dV$  se puede aproximar por el producto  $I_0(\omega)V_b(\omega)$ .

En esta aproximación  $I_0(\omega)$  es la amplitud de oscilación armónica de la corriente impuesta a la bobina y  $V_b(\omega) = \oint \vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r}(s)) \cdot \vec{t}(s) ds$  es la amplitud de oscilación armónica de una fuerza electromotriz (*fem*) inducida en la bobina. Esta *fem* se debe al flujo magnético oscilante que atraviesa los devanados de la bobina y se origina en las corrientes eléctricas distribuidas en el conductor de volumen de los tejidos, que acompañan la actividad fisiológica del organismo.

En la integral de línea  $\oint \vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r}(s)) \cdot \vec{t}'(s) ds$ , la función vectorial  $\vec{r}'(s)$  representa la curva correspondiente a la bobina filiforme, mientras que  $\vec{t}'(s)$  es el vector tangente en el punto de abscisa curvilínea  $s$ . Entonces:

$$V_b(\omega) = \frac{1}{I_0(\omega)} \int_{R_T^3} \vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_T^i(\omega, \vec{r}) dV \quad (8.55)$$

Reconstruyendo la señal de voltaje en el equipo detector:

$$v_b(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} V_b(\omega) d\omega \quad (8.56)$$

Plonsey supone:

- (1) Que se puede tomar  $I_0(\omega) = 1$  para toda frecuencia angular<sup>19</sup>.
- (2) Que  $\vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r})$  es independiente de la frecuencia en el intervalo de frecuencias donde  $\vec{J}_T^i(\omega, \vec{r})$  no es nula<sup>20</sup> y es igual a un campo denominado **campo de derivación magnética**  $\vec{E}_{DM}(\vec{r})$ .

En ese caso obtiene:

$$v_b(t) = \int_{R_T^3} \vec{E}_{DM}(\vec{r}) \cdot \vec{J}_T^i(t, \vec{r}) dV \quad (8.57)$$

Se puede observar que para un campo de densidad de corriente  $\vec{J}_T^i(\vec{r})$  que se mantiene constante en el tiempo, en principio la integral podría no ser nula, aunque por supuesto sería constante. Pero no debería aparecer una fuerza electromotriz inducida en la bobina cuando las corrientes fisiológicas que le dan origen no varían con el curso del tiempo.

El campo de derivación, independiente siempre del tiempo, se origina en corrientes impuestas en la bobina, por lo que no tiene nada que ver con las corrientes que se observan durante la actividad fisiológica de los tejidos.

Cuando la bobina actúa como generadora de un campo magnético oscilante, induce un campo de densidades de corriente oscilante en los tejidos, que produce, a su vez, su propio campo magnético oscilante. Ese campo magnético secundario no se encuentra acotado a la región  $\mathbb{R}_T^3$ .

Si flujo variable puede alcanzar la bobina e inducir allí una corriente que se agregaría a la corriente impuesta e influiría a su vez sobre el campo de derivación que aparece en la fórmula para  $v_b(t)$ .

Ahora nos proponemos mostrar que:

---

<sup>19</sup>Lo cual equivale a que la corriente en la bobina es una delta de Dirac. En ese caso la suposición de campos casi estacionarios (o sea la posibilidad de no tener en cuenta el tiempo de propagación de las perturbaciones electromagnéticas) es difícil de justificar, aún para dimensiones de decenas de centímetros que estamos considerando.

<sup>20</sup>Justifica esta última hipótesis en el comportamiento del SQUID, que en el año (1971) en el que envió su trabajo para ser publicado, era un dispositivo de reciente empleo en investigaciones médicas.

(1)-A las frecuencias involucradas en las señales electromagnéticas asociadas a los procesos fisiológicos, el campo magnético secundario puede no ser tenido en cuenta cuando el interés se focaliza en el cálculo del campo de derivación magnética  $\vec{E}_{DM}(\vec{r})$  producido en los tejidos por la corriente impuesta en la bobina.

(2)-Se puede deducir una fórmula para  $v_b(t)$  análoga a la deducida por Plonsey sin necesidad de plantear las suposiciones utilizadas por este autor en su deducción.

La corriente de desplazamiento puede ser ignorada para oscilaciones cuya frecuencia angular verifica  $\frac{\omega\epsilon}{\sigma} \ll 1$  donde  $\epsilon$  y  $\sigma$  son valores representativos de la permitividad dieléctrica y la conductividad del medio.

Nos proponemos mostrar que si  $l$  es una longitud característica de la parte del conductor de volumen donde las corrientes inducidas por la bobina no son despreciables, entonces la condición que permite despreciar el campo magnético secundario se reduce a  $l^2\omega\mu_0\sigma \ll 1$

Comencemos con el campo magnético  $\vec{H}_b(t, \vec{r})$  generado cuando se impone una corriente en la bobina. En el exterior de la región  $\mathbb{R}_b^3$  y en particular en  $\mathbb{R}_T^3$ , se verifica:  $\nabla \times \vec{H}_b(t, \vec{r}) = \vec{0}$

El campo magnético en los tejidos  $\vec{H}(t, \vec{r})$  es la suma de  $\vec{H}_b(t, \vec{r})$  con un campo secundario  $\vec{H}_s(t, \vec{r})$  debido a las corrientes inducidas.

Si  $\vec{E}(t, \vec{r})$  es el campo eléctrico inducido en los tejidos:

$$\nabla \times \vec{H}(t, \vec{r}) = \sigma \vec{E}(t, \vec{r}) \quad \nabla \times \vec{E}_T(t, \vec{r}) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}(t, \vec{r}) \quad (8.58)$$

Aquí consideramos un tejido homogéneo e isótropo para simplificar. Las conclusiones se aplican también al caso general.

Puesto que difieren muy poco entre sí, se tomó la permeabilidad magnética del vacío como permeabilidad de los tejidos en masa.

Entonces:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}(t, \vec{r})) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}(t, \vec{r}) \quad (8.59)$$

Considerando un campo oscilante monocromático e introduciendo las nuevas variables de posición  $\vec{r} = l\vec{r}_0$  resulta, siendo  $\nabla_0 = \frac{1}{l}\nabla$  y definiendo  $\epsilon = l^2\omega\mu_0\sigma$ :

$$\nabla_0 \times (\nabla_0 \times \vec{H}(\omega, \vec{r}_0)) = -i\epsilon \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}(\omega, \vec{r}_0) \quad (8.60)$$

Introduciendo un espesor de efecto pelicular  $\delta^2 = \frac{1}{\omega\mu_0\sigma}$  se tiene:  $\epsilon = \left(\frac{l}{\delta}\right)^2$

Para  $l \approx 0,25m^{21}$ ,  $\omega \approx 6,28 \cdot 10^4$  Hz,  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{Vs}{Am} \right]$  y  $\sigma \leq 5 \left[ \frac{S}{m} \right]$  (una cota elevada para la conductividad de los tejidos en masa) se obtiene  $\delta \geq 2,5m$ .

Entonces  $\epsilon \leq 0,01$  por lo que resulta pequeño respecto de 1.

Desarrollando el campo vectorial fasor en potencias de  $\epsilon$ :

$$\vec{H}(\omega, \vec{r}_0) = \vec{H}^{(0)}(\omega, \vec{r}_0) + \epsilon \vec{H}^{(1)}(\omega, \vec{r}_0) + \epsilon^2 \vec{H}^{(2)}(\omega, \vec{r}_0) + \dots \quad (8.61)$$

Sustituyendo en la ecuación  $\nabla_0 \times (\nabla_0 \times \vec{H}(\omega, \vec{r}_0)) = -i\epsilon \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}(\omega, \vec{r}_0)$  se obtiene una secuencia de aproximaciones:

$$\begin{aligned} \nabla_0 \times (\nabla_0 \times \vec{H}^{(0)}(\omega, \vec{r}_0)) &= \vec{0} \\ \nabla_0 \times (\nabla_0 \times \vec{H}^{(1)}(\omega, \vec{r}_0)) &= \vec{H}^{(0)}(\omega, \vec{r}_0) \\ \nabla_0 \times (\nabla_0 \times \vec{H}^{(2)}(\omega, \vec{r}_0)) &= \vec{H}^{(1)}(\omega, \vec{r}_0) \dots \end{aligned} \quad (8.62)$$

De lo dicho previamente sobre el campo directamente generado por la bobina y el campo secundario generado por las corrientes inducidas, se desprende que:

$$\vec{H}(\omega, \vec{r}_0) = \vec{H}_b(\omega, \vec{r}_0) + \vec{H}_s(\omega, \vec{r}_0) \quad (8.63)$$

La amplitud fasorial del campo secundario verifica  $\nabla_0 \times \vec{H}_s(\omega, \vec{r}_0) = l\sigma \vec{E}(\omega, \vec{r})$  siendo en general  $\nabla_0 \times \vec{E}_T(\omega, \vec{r}_0) = -i\omega\mu_0 l \vec{H}_s(\omega, \vec{r}) \neq \vec{0}$

Esto último junto con  $\nabla \times \vec{H}_b(\omega, \vec{r}) = \vec{0}$  nos permite inferir que  $\vec{H}^{(0)}(\omega, \vec{r}_0) = \vec{H}_b(\omega, \vec{r})$  es el campo vectorial fasor directamente generado por la bobina, mientras que el campo vectorial fasor del campo secundario viene dado por:

$$\vec{H}_s(\omega, \vec{r}_0) = \epsilon \vec{H}^{(1)}(\omega, \vec{r}_0) + \epsilon^2 \vec{H}^{(2)}(\omega, \vec{r}_0) + \dots \quad (8.64)$$

Como  $\epsilon \ll 1$ , este desarrollo teórico sugiere que podemos despreciar el campo secundario en una primera aproximación. Desde el punto de vista práctico un campo secundario tan pequeño se confunde con el nivel de ruido magnético.

Finalmente, reconsideraremos la fórmula para la señal de voltaje registrada por la bobina y debida al campo magnético generado por los tejidos.

Es conveniente comenzar con la misma fórmula utilizada por Plonsey (pero sin efectuar sus dos hipótesis):

$$v_b(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \left\{ \int_{R_T^3} \frac{1}{I_0(\omega)} \vec{E}_{b,T}(\omega, \vec{r}) \cdot \vec{J}_T^b(\omega, \vec{r}) \right\} d\omega \quad (8.65)$$

<sup>21</sup>  $l \approx 0,25m$  es el radio de una esfera centrada en el corazón, en cuyo interior se encuentran las densidades de corriente más intensas generadas por la actividad eléctrica del miocardio. En el caso de la estimulación magnética del cerebro, la dimensión característica es menor.

Cuando a la bobina representada por la función vectorial de la longitud de arco  $\vec{r}(s)$  se le impone una corriente  $i_b(t)$  ésta produce en la región  $\mathbb{R}_T^3$  un potencial vector:

$$\vec{A}_b(t, \vec{r}) = \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{t}(s)}{\|\vec{r} - \vec{r}(s)\|} dS \right\} i_b(t) \quad (8.66)$$

El campo eléctrico inducido en los tejidos por la corriente en la bobina viene dado por:

$$\vec{E}_b(t, \vec{r}) = -\frac{\partial \vec{A}_b}{\partial y}(t, \vec{r}) = \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{t}(s)}{\|\vec{r} - \vec{r}(s)\|} dS \right\} \frac{di_b}{dt}(t) = \left\{ \frac{di_b}{dt}(t) \right\} 2\pi \vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}) \quad (8.67)$$

En esta fórmula  $\vec{t}(s)$  es el vector unitario tangente a la curva que representa a la bobina y la norma  $\|\vec{r} - \vec{r}(s)\|$  expresa la distancia entre un punto  $\vec{r}(s)$  de la bobina y un punto  $\vec{r}$  perteneciente a la región ocupada por los tejidos.

Tomando la transformada de Fourier del campo eléctrico y denominando  $I_0(\omega)$  a la transformada de Fourier de  $i_b(t)$ :

$$\vec{E}_b(\omega, \vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \vec{E}_b(t, \vec{r}) dt = i\omega I_0(\omega) \vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}) \quad (8.68)$$

Sustituyendo este resultado en la fórmula para  $v_b(t)$  obtenemos:

$$v_b(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \left\{ \int_{R_T^3} \vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}) i\omega \cdot \vec{J}_T^i(\omega, \vec{r}) \right\} d\omega \quad (8.69)$$

Como  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} i\omega \vec{J}_T^i(\omega, \vec{r}) d\omega = \frac{\partial \vec{J}_T^i}{\partial t}(t, \vec{r})$  obtenemos la fórmula siguiente, análoga pero no equivalente a la obtenida por Plonsey :

$$v_b(t) = \int_{R_t} \vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}) \cdot \frac{\partial \vec{J}_T^i}{\partial t}(t, \vec{r}) dV \quad (8.70)$$

En esta nueva expresión, el campo de derivación magnética  $\vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r})$  viene dado por:

$$\vec{E}_{DM}(\vec{r}) = \vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}) = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{t}(s)}{\|\vec{r} - \vec{r}(s)\|} dS \right\} \quad (\vec{r} \in R_T^3) \quad (8.71)$$

Si el campo de corrientes es estacionario,  $b_b(t)$  se anula.

Si en un punto de los tejidos  $\frac{\partial \vec{J}_T^i}{\partial t}(t, \vec{r})$  resulta ortogonal al campo de derivación magnética, no hay aporte a la señal captada por la bobina actuando como receptor, independientemente de la magnitud de  $\frac{\partial \vec{J}_T^i}{\partial t}(t, \vec{r})$ .

Siempre que  $\frac{\partial \vec{J}_T^i}{\partial t}(t, \vec{r})$  no sea ortogonal al campo de derivación  $\vec{E}_{DM}(\vec{r})$ , en igualdad de las demás condiciones, donde la magnitud del campo es mayor, el aporte de las densidades de corriente a la señal captada por la bobina va a ser mayor.

Se puede introducir el campo de derivación  $\vec{E}_{DM}(\vec{r})$  como una medida de lo que se denomina **campo de sensibilidad vectorial** del equipo de detección.

En la figura 8.18 se muestra la posición de un magnetómetro (unipolar de bobina simple) respecto de un conductor de volumen representado por una esfera. Las líneas del campo de derivación magnética aparecen esbozadas como sistemas de curvas planas concéntricas respecto de una línea que representa los puntos donde la sensibilidad es nula (donde el campo de derivación magnética se anula). Dado uno de estos planos de curvas, que son ortogonales a la línea de sensibilidad nula, cuanto más alejado del punto de corte del plano con la línea se encuentre un punto del conductor de volumen, menor es la magnitud  $\|\varepsilon_b(\vec{r})\|$  de la sensibilidad.

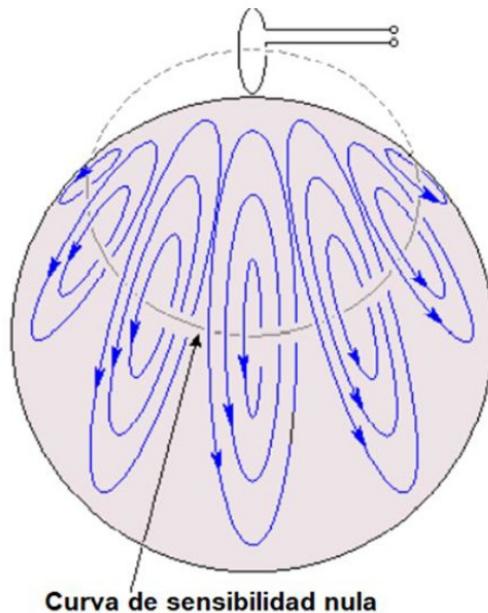


FIGURA 8.18. Magnetómetro unipolar

En la figura 8.19 tenemos un esbozo de las líneas del campo de derivación magnética y las líneas de igual sensibilidad, también para un magnetómetro unipolar de bobina simple, pero ubicado en otra posición respecto del conductor de volumen representando ahora por un el espacio ubicado a un lado de un plano. La traza de ese plano con el plano de la figura es el eje de abscisas ( $h = 0$ ) donde se ha marcado la distancia  $r$  entre el eje central de la bobina (eje de ordenadas  $h$  que pasa por el centro de la bobina y es ortogonal al plano de esta última), y un punto en el conductor de volumen, cuya distancia a la superficie del conductor de volumen se representa por  $h$ . El eje  $r = 0$  (el eje  $h$ ) es la línea de sensibilidad cero.

Las líneas concéntricas a este eje representan las líneas del campo de derivación magnética. La familia de curvas que se van alejando del eje de sensibilidad cero y que en un extremo están numeradas ( $100, 200, 300, \dots, 1000, \dots$  hasta  $10^5$ ) corresponden a líneas en cuyos puntos el campo de derivación posee la misma magnitud, es decir puntos donde el magnetómetro presenta la misma sensibilidad escalar.

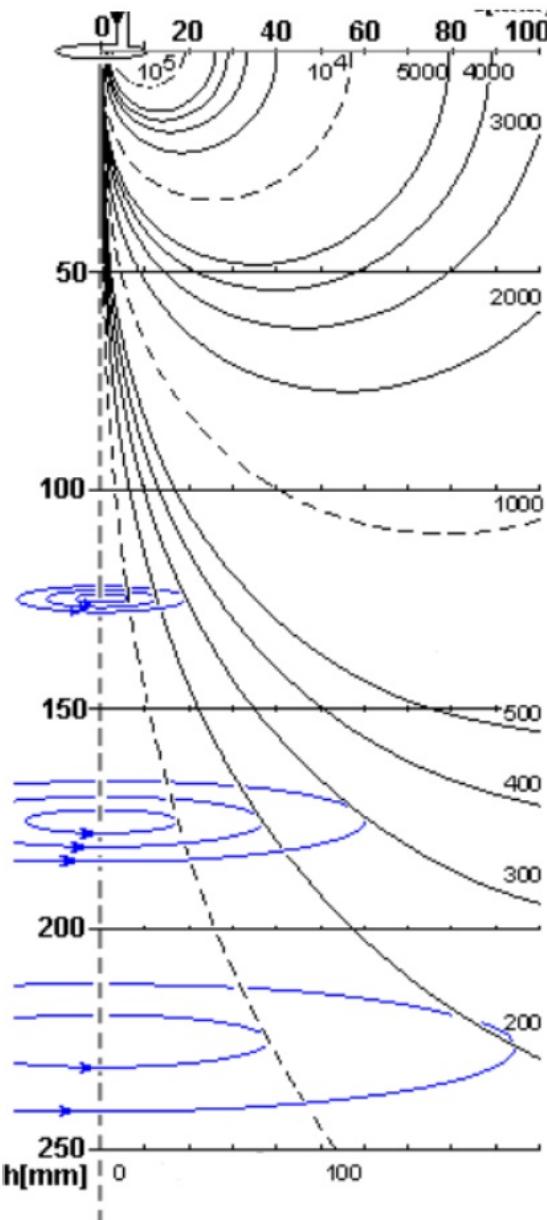


FIGURA 8.19. Derivación magnética

Para la posición de la bobina que muestra la figura 8.18, la sensibilidad escalar se puede estimar por la siguiente fórmula donde, por definición  $k^2 = \frac{4r_0r}{h^2 + (r_0 + r)^2}$ , mientras  $K(k)$  y  $E(k)$  son, respectivamente, integrales elípticas completas de primera y segunda especie<sup>22</sup>

$$\|\vec{\mathcal{E}}_b(\vec{r}, h)\| = \|\vec{E}_{DM}(\vec{r})\| = C \frac{1}{r} \sqrt{h^2 + (r_0 + r)^2} \left\{ (1 - k^2)K(k) - E(k) \right\} \quad (8.72)$$

<sup>22</sup>La fórmula se obtiene a partir de la expresión para el potencial vector inducido por una corriente  $i_b(t)$  en los devanados de una bobina circular (Nikolski, 1985; Malmivuo y Plonsey, 1995).

En la fórmula 8.72 las coordenadas del punto vienen dadas por su distancia al eje  $r$  y su distancia  $h$  a la superficie del conductor de volumen. El radio de la bobina es  $r_0$  y  $C$  es una constante numérica.

La fórmula 8.67:  $\vec{E}_b(\vec{r}) = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{t}(s)}{\|\vec{r} - \vec{r}(s)\|} dS \right\}$  se puede aplicar a un magnetómetro formado por un sistema de bobinas como el bipolar, esbozado en la figura 8.20, y para magnetómetros multipolares más complejos, siempre que las conexiones entre los devanados sean las adecuadas.

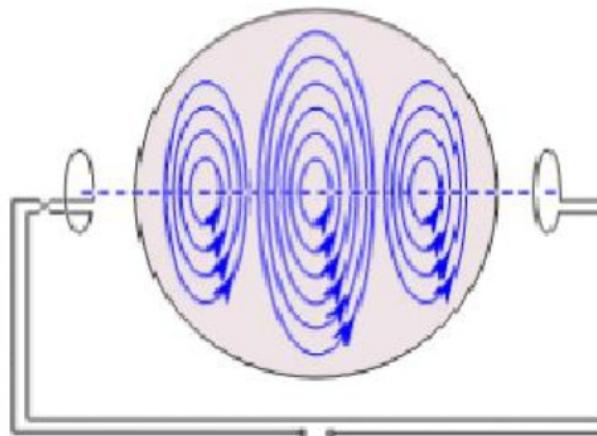


FIGURA 8.20. Esquema de un magnetómetro bipolar con bobinas ubicadas como polos opuestos.

En otros casos las bobinas se ubican ortogonales entre sí o del mismo lado y paralelas, compartiendo un mismo eje para formar un gradiómetro que permite atenuar gradientes espaciales no deseados en el campo magnético.

En la figura 8.18 se comparan el campo de derivación magnética de un par de bobinas opuestas (dibujo en el medio) con el campo de derivación eléctrica de un par de electrodos opuestos (dibujo de la izquierda), ubicados en un conductor de volumen esférico.

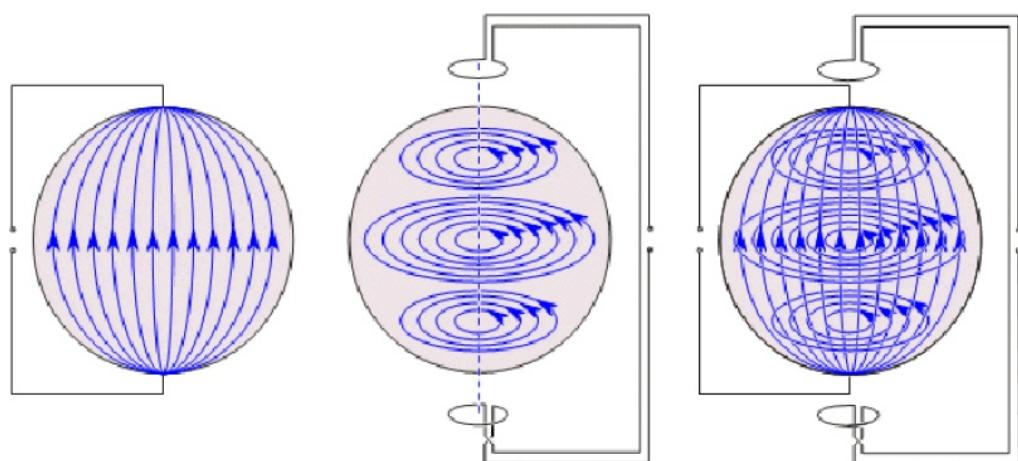


FIGURA 8.21. Distintos campos de derivación magnética

La tensión que aparece entre los electrodos se expresa como una integral de volumen del producto escalar de la densidad local de corriente  $\vec{J}_T^i(t, \vec{r})$  por el vector local del campo de derivación eléctrica (Malmivuo, 2000; Suárez-Antola 2007 (a) y (b)).

La superposición de ambos campos, que se puede ver en el dibujo de la derecha, pone en evidencia la diferencia en la geometría de uno y otro campo, a lo que se añade la diferencia en sus magnitudes.

En los puntos donde el campo de derivación magnética es nulo, la magnitud del campo de derivación eléctrica suele ser máximo respecto de sus valores en los puntos próximos.

## 8.8. Consideraciones finales

- Tanto la evidencia experimental disponible como los trabajos teóricos que plantean posibles mecanismos de interacción de los campos magnéticos con los sistemas biológicos, sugieren que los efectos no térmicos de la exposición prolongada a campos débiles pueden tener consecuencias útiles y consecuencias nocivas desde el punto biológico y médico. La posibilidad de la existencia de ventanas de baja frecuencia dentro de las cuales las interacciones se pueden amplificar por resonancias no puede ser descartada.
- Las normas actualmente en vigencia para limitar las exposiciones a los campos eléctricos, magnéticos y electromagnéticos se basan en la investigación de umbrales más allá de los cuales se producen efectos agudos (que aparecen a lo sumo en minutos) añadiendo luego factores de seguridad conservadores. No obstante, hay evidencia acerca de efectos de los campos magnéticos sobre el crecimiento celular, que se produce fuera de esa ventana temporal. Por otro lado, procesos más lentos dan tiempo para que los mecanismos de reparación de alteraciones estructurales, con consecuencias funcionales nocivas, puedan actuar y si lo hacen, ciertos efectos podrían no aparecer.
- En el caso eléctrico lo que se combina con el correspondiente campo de derivación es la densidad local de corriente, mientras que en el caso magnético lo que se combina con el campo de derivación es la derivada parcial de esa misma densidad de corriente respecto del tiempo. A partir del ejemplo de las líneas de los campos de derivación eléctrica y de los campos de derivación magnética esbozados en la figura 8.21 se comprende que, en general, la información que se obtiene midiendo fuerzas electromotrices producidas por campos magnéticos variables es complementaria respecto de la información que se obtiene midiendo el voltaje entre electrodos para una misma distribución de corriente debida a procesos fisiológicos.

## Apéndice A

# Electromagnetismo Clásico

Ecuaciones de Maxwell

### A.1. Ecuaciones de Maxwell

Cuando las relaciones constitutivas entre el campo de inducción  $\vec{B}$  y el campo magnético  $\vec{H}$ , entre el campo de desplazamiento  $\vec{D}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  y entre el campo de densidad de corriente eléctrica de conducción  $\vec{J}_c$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$ , son lineales, las ecuaciones de Maxwell, pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 & \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_l\end{aligned}\tag{A.1}$$

Y las ecuaciones constitutivas de medio:

$$\vec{B} = \bar{\mu} \cdot \vec{H} \quad \vec{D} = \bar{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad \vec{J}_c = \bar{\sigma} \cdot \vec{E}\tag{A.2}$$

Cuando la relación entre el campo magnético inducción  $\vec{B}$  y el campo magnético excitación  $\vec{H}$  adopta la forma  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ , siendo  $\vec{M}$  la magnetización del medio; la relación  $\vec{M} = \chi \vec{H}$  para un medio isótropo involucra la susceptibilidad magnética relativa  $\chi$  que es un número que no tiene dimensiones. Será una constante numérica simple si el medio es lineal isótropo y homogéneo. Si el medio es homogéneo y lineal pero anisótropo,  $\chi$  será un tensor constante simétrico de orden 2:  $\bar{\chi}$

Estas ecuaciones dan origen a la ley volumétrica de continuidad de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \vec{J}_c = \frac{\partial \rho}{\partial t}\tag{A.3}$$

### A.2. Fuerza de Lorentz

La fuerza que actúa por unidad de volumen sobre una densidad de carga libre  $\rho_l$  en movimiento con velocidad  $\vec{v}$  es

$$\vec{f}_v = \rho(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})\tag{A.4}$$

### A.3. Fuerza de sobre una partícula magnetizada

Entendamos por partícula magnetizada a aquella que presenta un momento magnético  $\vec{m}$

$$\vec{F}_m = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (\text{A.5})$$

La expresión para la fuerza se puede deducir a partir de la fórmula de la fuerza que actúa sobre un lazo delgado a través del cual circula una corriente  $i$  cuando se encuentra en un campo magnético externo  $\vec{B}$ :  $\vec{F}_m = i \oint d\vec{r} \times \vec{B}$

A partir del teorema de Stokes se puede demostrar la igualdad:

$$\oint d\vec{r} \times \vec{B} = \iint (d\vec{S} \times \nabla) \times \vec{B}$$

donde la integral de superficie se toma sobre una superficie abierta, orientada y lo bastante regular, que tiene como borde el lazo de corriente  $i$ .

En los elementos diferenciales vectoriales  $d\vec{r} = (dS)\hat{t}$  (longitud) y  $d\vec{S} = (dS)\hat{n}$  (área), como es usual,  $\hat{t}$  es el vedor tangente en cada punto del lazo y  $\hat{n}$  es el vedor normal en cada punto de la superficie bordeada por el lazo.

Como en todas partes se verifica  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  y como en puntos a la vez exteriores al lazo de corriente y a las fuentes del campo se verifica  $\nabla \times \vec{B} = 0$  resulta que

$$(d\vec{S} \times \nabla) \times \vec{B} = (d\vec{S} \cdot \nabla) \vec{B}$$

Como consecuencia de esta última igualdad:

$$\vec{F}_m = i \oint d\vec{r} \times \vec{B} = i \iint (d\vec{S} \cdot \nabla) \vec{B}$$

Tomando el lazo lo bastante pequeño es posible sustituir

$$\iint (d\vec{S} \cdot \nabla) \vec{B} \quad \text{por} \quad \left( \iint (d\vec{S}) \cdot \nabla \right) \vec{B}$$

de modo que:

$$\vec{F} = i \oint d\vec{r} \times \vec{B} = i \left( \iint (d\vec{S}) \cdot \nabla \right) \vec{B}$$

Pero  $i \iint d\vec{S} = \vec{m}$  es el momento magnético del lazo, entonces resulta finalmente:

$$\vec{F}_m = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B}$$

Puesto que, desde la perspectiva de la electrodinámica de medios continuos, todo momento magnético equivale a un lazo de corriente adecuadamente definido, se obtiene el resultado buscado (Kompanejets, 1978, volumen 2; Landau y Lifshitz, 1960, volumen 8).

## Apéndice B

# Elementos de termodinámica del magnetismo

### B.1. Trabajo magnético

A partir de las ecuaciones de la teoría electromagnética clásica y de la fuerza de Lorentz (ver fórmula A.4) se puede deducir una fórmula para el elemento de trabajo magnético que puede recibir un sistema termodinámico:

$$\delta W_{mag} = \iiint (\vec{H} \cdot d\vec{B}) dV \quad (B.1)$$

En un principio la integral triple que aparece en B.1 se debe extender a todo el espacio.

Para deducir esta expresión del trabajo magnético podemos comenzar con la ley de Ampere escrita así:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_c$$

Multiplicando escalarmente ambos miembros por el campo eléctrico, obtenemos:

$$\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{E} \cdot \vec{J}_c$$

Teniendo en cuenta la fórmula

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

y la ley de inducción de Faraday:  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

resulta:  $\vec{E} \cdot \vec{J}_c = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Integrando en una región  $R$  que incluye a la región  $R_s$  ocupada por el sistema:

$$\iiint_R \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV = - \iiint_R \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) dV - \iiint_R \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dV - \iiint_R \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dV \quad (B.2)$$

Por el teorema de la divergencia de Gauss, siendo  $\hat{n}$  el vector unitario normal dirigido hacia el exterior en cada punto de la superficie frontera  $\partial R$  [28]:

$$\iiint_R \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) dV = \iint_{\partial R} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} dS$$

Si los campos son casi-estacionarios y la región se agranda cada vez más en todas direcciones, la integral de superficie  $\iint_{\partial R} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} dS$  tiende a cero.

Multiplicando por un pequeño intervalo de tiempo  $\delta t$  resulta, extendiendo las integrales que aparecen en B.2 a todo el espacio:

$$\delta t \iiint_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV = - \iiint_{\infty} \vec{E} \cdot \delta t \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dV - \iiint_{\infty} \vec{H} \cdot \delta t \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dV \quad (\text{B.3})$$

Al mismo tiempo, si el sistema ocupa la región acotada  $R_s$  la integral  $\iiint_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV$  se reduce a la integral sobre la región ocupada por el sistema  $\iiint_{R_s} \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV$ , mientras que las integrales que no se anulan en el miembro a la derecha del signo de igual se deben extender a todo el espacio. Sustituyendo  $\delta t \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  por  $d\vec{D}$  y  $\delta t \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  por  $d\vec{B}$  resulta:

$$\delta t \iiint_{R_s} \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV = - \iiint_{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{D} dV - \iiint_{\infty} \vec{H} \cdot d\vec{B} dV \quad (\text{B.4})$$

Si  $\rho$  es el promedio local de la densidad de carga eléctrica y  $\vec{v}$  es la velocidad promedio local de su desplazamiento, entonces  $\vec{J}_c = \rho \vec{v}$  y  $\iiint_{R_s} (\vec{E} \cdot \vec{J}_c) dV = \iiint_{R_s} (\vec{v} \cdot \vec{E}) \rho dV$

Como  $\rho(\vec{v} \cdot \vec{E}) = \vec{v} \cdot \rho(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{v} \cdot \vec{f}_{Lorentz}$  donde  $\vec{f}_{Lorentz} = \rho(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  es la fuerza de Lorentz por unidad de volumen que actúa sobre las cargas debido al campo electromagnético local, resulta que:

$$\iiint_{R_s} \vec{E} \cdot \vec{J}_c dV = \iiint_{R_s} (\vec{v} \cdot \vec{E}) \rho dV = \iiint_{R_s} \vec{v} \cdot \vec{f}_{Lorentz} dV \quad (\text{B.5})$$

Es la potencia mecánica que las cargas componentes del sistema termodinámico intercambian con el campo.

Introduzcamos ahora los elementos de trabajo recibidos por el sistema:

$$\text{Electromagnético} \quad \delta W_{em} + \delta t \iiint_{R_s} (\vec{E} \cdot \vec{J}_c) dV = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\text{Eléctrico} \quad \delta W_{el} = \iiint_{R_s} (\vec{E} \cdot d\vec{D}) dV \quad (\text{B.7})$$

$$\text{Magnético} \quad \delta W_{mag} = \iiint_{Rs} (\vec{H} \cdot d\vec{B}) dV \quad (\text{B.8})$$

A partir de B.4 y de sus definiciones resulta que estos elementos de trabajo verifican:

$$\delta W_{em} = \delta W_{el} + \delta W_{mag} \quad (\text{B.9})$$

Como  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$  donde  $\vec{M}$  es la polarizabilidad magnética del sistema termodinámico, el trabajo magnético se puede descomponer en la suma de dos términos:

$$\delta W_{mag} = \mu_0 \iiint (\vec{H} \cdot d\vec{H}) dV + \iiint_{Rs} (\vec{H} \cdot d\vec{M}) dV \quad (\text{B.10})$$

Si  $\vec{M}$  es la respuesta de polarización del sistema considerado al campo magnético, entonces, mientras que la integral del primer término se extiende a todo el espacio, la integral del segundo término se extiende solamente a la región  $Rs$  ocupada por el sistema.

El trabajo  $\delta W_{mag}$  se puede introducir en la expresión de la primera ley, junto con otros elementos de trabajo recibidos por el sistema termodinámico (mecánico, eléctrico, químico):

$$\delta W = \delta W_{em} + \delta W_{el} + \delta W_{mag} + \dots$$

En particular, el elemento de trabajo mecánico para un sólido no homogéneo y anisótropo se puede escribir así, en términos de los tensores de esfuerzos  $\bar{\sigma}$  y de deformaciones  $\bar{\varepsilon}$  junto con sus correspondientes tensores desviadores  $\bar{\sigma}_D$  y  $\bar{\varepsilon}_D$  [29].

$$\delta W_{mec} = \iiint_{Rs} (\bar{\sigma} \cdot \bar{\varepsilon}) dV = -p dV + \iiint_{Rs} (\bar{\sigma}_D \cdot \bar{\varepsilon}_D) dV \quad (\text{B.11})$$

Integremos ahora estos resultados en el marco que suministran las leyes de la termodinámica.

Si  $dU$  es la variación en la energía interna del sistema,  $\delta Q$  es el elemento de calor absorbido y  $\delta W$  es el elemento de trabajo recibido por el sistema, la primera ley se formula así:

$$dU = \delta Q + \delta W \quad (\text{B.12})$$

Cuando los procesos son reversibles ( $T$  es la temperatura absoluta y  $dS$  es la variación en la entropía del sistema):

$$\delta Q = T dS \quad (\text{B.13})$$

A partir de B.12 y B.13 resulta la forma combinada de la primera y la segunda ley de la termodinámica:

$$dU = TdS + \delta W \quad (\text{B.14})$$

Suponiendo que el trabajo magnético es el único a tener en cuenta, se lo puede introducir en B.14:

$$dU = TdS + \delta W_{mag} \quad (\text{B.15})$$

El elemento de trabajo magnético se puede vincular con la variación en la energía libre de Helmholtz  $F = U - TS$  asociada a ese trabajo. Durante un proceso isotermo:

$$dF_T = \delta W_{mag} = \iiint \left( \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV \quad (\text{B.16})$$

En general el campo magnético, el campo de inducción magnética y la temperatura local se relacionan entre sí. Fijando la temperatura y suponiendo que la magnetización del material no presenta histéresis, y que las demás variables macroscópicas que pueden incidir en la magnetización local permanecen incambiadas, la relación entre el campo de inducción y el campo magnético es una correspondencia uno a uno. Entonces, en ausencia de fenómenos de histéresis magnética, integrando B.16 a temperatura constante desde  $\vec{B} = \vec{0}$  hasta un valor cualquiera  $\vec{B}$  se obtiene la variación de la energía libre de Helmholtz [30]

$$\begin{aligned} F - F_0 &= \iiint \left\{ \int_0^{\vec{B}} \left( \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) \right\}_T dV \\ &= \iiint \left\{ \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right\}_T dV + \iiint \left\{ \int_0^{\vec{B}} \left( \vec{H} \cdot d\vec{M} \right) \right\}_T dV \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Cuando es necesario tener en cuenta el trabajo presión volumen durante un proceso que puede no ser isotermo:

$$dU = T dS - p dV + \iiint \left( \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV \quad (\text{B.18})$$

$$dF = -S dT - p dV + \iiint \left( \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV \quad (\text{B.19})$$

A temperatura y volumen constantes:  $dF_{T,V} = \delta W_{mag} = \iiint \left( \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV$

La variación en la energía libre de Gibbs para un sistema termodinámico magnetizado (en ausencia de fenómenos de histéresis) con energía interna  $U$ , entropía  $S$ , temperatura absoluta  $T$ , volumen  $V$  y presión  $p$  se puede expresar así [30]:

$$dG = -S dT + V dp + \iiint \left( \vec{B} \cdot d\vec{H} \right) dV \quad (\text{B.20})$$

Teniendo en cuenta la relación  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$ , el término magnético que aparece en B.20 se puede reescribir así:  $\iiint (\vec{B} \cdot d\vec{H}) dV = \iiint \mu_0 (\vec{H} \cdot d\vec{H}) dV + \iiint_{Rs} (\vec{M} \cdot d\vec{H}) dV$

A temperatura y presión constantes:

$$dG_{T,p} = - \iiint (\vec{B} \cdot d\vec{H}) dV \quad (\text{B.21})$$

A veces se formula de esta otra forma, equivalente a la anterior, puesto que  $\mu_0$  es una constante universal:  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ . Ahora a  $\vec{M}$  se la denomina **magnetización** (con la anterior definición  $\vec{M}$  era la polarización). Cuando la relación entre el campo de inducción  $\vec{B}$  y el campo magnético  $\vec{H}$  adopta la forma  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$  la relación  $\vec{M} = \chi \vec{H}$  para un medio isótropo involucra la susceptibilidad magnética relativa  $\chi$  que es un número que no tiene dimensiones. Es constante si el medio es lineal. Si el medio es anisótropo pero lineal,  $\vec{M} = \bar{\chi} \vec{H}$  donde  $\bar{\chi}$  es ahora un tensor simétrico de orden dos.

La energía libre de Gibbs para un sistema termodinámico magnetizado (en ausencia de fenómenos de histéresis) con energía interna  $U$ , entropía  $S$ , temperatura absoluta  $T$ , volumen  $V$  y presión  $p$  se puede estimar incrementando el campo magnético desde cero hasta un cierto valor mediante un proceso isotermo e isobárico. En ese caso, a partir de B.21 y asumiendo que las demás variables macroscópicas que pueden incidir en la magnetización local también permanecen sin cambios:

$$G = U + pV - TS - \iiint \left\{ \int_0^{\vec{H}} (\vec{B} \cdot d\vec{H}) \right\}_T dV \quad (\text{B.22})$$

Cuando se trabaja con  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$  la integral triple se puede expresar como suma de dos términos:  $\iiint \left\{ \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right\}_T dV + \iiint_{Rs} \left\{ \mu_0 \int_0^{\vec{H}} (\vec{H} \cdot d\vec{M}) \right\}_T dV$ . La segunda integral se extiende sobre la región que ocupa el sistema considerado, mientras que la primera se extiende a todo el espacio: al sistema y a su ambiente.

Entonces, la densidad de energía libre de Gibbs local  $g$  se puede escribir así:

$$g = u + p - Ts - \frac{1}{2} \mu_0 H^2 - \mu_0 \left\{ \int_0^{\vec{H}} \vec{M} \cdot d\vec{H} \right\}_{T,p} \quad (\text{B.23})$$

El término:  $g_{M,H} = -\mu_0 \left\{ \int_0^{\vec{H}} \vec{M} \cdot d\vec{H} \right\}_{T,p}$  del miembro de la derecha de esta ecuación se puede interpretar como el aporte debido a la magnetización local del material.

Supongamos que la magnetización se puede expresar como función lineal del campo  $H$ :  $\vec{M} = \bar{\chi} \cdot \vec{H}$ . A partir de esta aproximación se obtiene para el término de densidad de energía libre asociado a la magnetización:

$$g_{M,H} = -\frac{1}{2}\mu_0 \vec{H} \cdot \bar{\chi} \cdot \vec{H} \quad (\text{B.24})$$

Esta última fórmula se utiliza en el capítulo 8 para estimar los torques originados en la anisotropía en las propiedades diamagnéticas de las estructuras moleculares y supramoleculares.

En el caso de un sólido anisótropo se puede añadir el aporte de los tensores de deformación y de esfuerzos a la energía interna y a las energías libres de la totalidad del sistema y a las densidades locales correspondientes a cada una de estas energías.

## Apéndice C

# Método de la memoria magnética (MMM).

El MMM [31] está basado en la detección y medición del campo de fuga magnético propio del material (*Surface Magnetic Leakeage field* o SMLF), que surge en las zonas de acumulaciones de luxaciones de alta densidad de materiales ferromagnéticos y paramagnéticos. La histéresis de las magnetodislocaciones es un efecto subyacente de la memoria magnética de metal y tiene lugar durante procesos que produzcan la formación de tensiones internas ya sea durante la fabricación del material y/o piezas o durante su funcionamiento bajo acción de cargas de trabajo; tal como se puede ver en la figura C.1. Si la fuga de flujo fuera del material es lo bastante significativa, puede medirse el campo de fuga (auto campo de fuga en la jerga del MMM) utilizando sensores situados lo bastante próximos a la frontera[32].

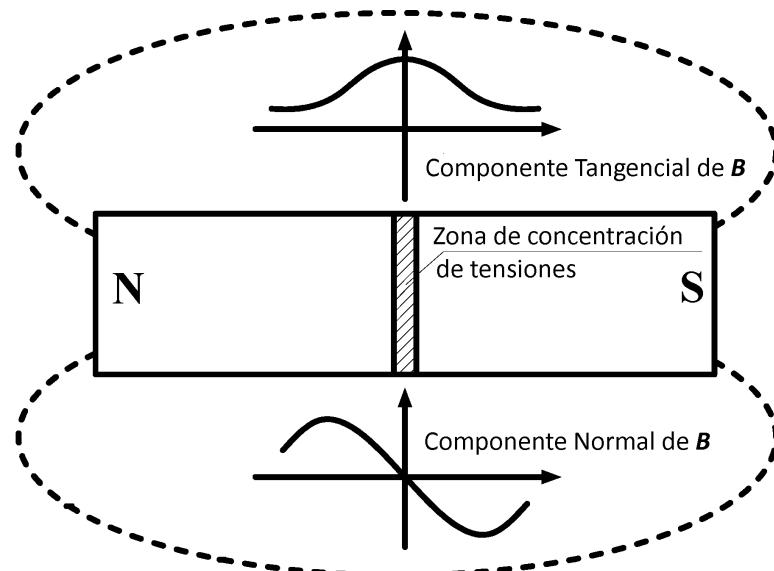


FIGURA C.1. Componentes del campo  $B$  asociadas a perturbaciones debidas a heterogeneidades magnéticas primarias<sup>1</sup>.

La medición de las no uniformidades de la magnetización permite detectar los defectos en forma no destructiva. En general no es posible obtener información en forma global del campo magnético autogenerado en sólidos. La información

<sup>1</sup><https://www.mdpi.com/2075-4701/9/6/661>

se forma y se puede obtener solo en pequeñas regiones donde los defectos tienen una influencia significativa por su cercanía y no se ven afectados por otros defectos. Es de esperarse que en los defectos significativos, el campo externo de la tierra no haya podido ejercer una influencia marcada si la energía asociada a la producción del defecto es muy superior a la aportada por el campo magnético externo.

El método MMM se aplica para la solución de problemas del tipo de:

- Control de calidad al 100% de piezas súper críticas de construcción de máquinas y control de heterogeneidad del metal.
- Control de calidad de juntas de soldadura (Aquí la soldadura es parte de un complejo sistema de factores vinculando la: heterogeneidad estructural-mecánica, los defectos de soldadura y las concentraciones de estrés estructural).
- Diagnóstico temprano de daños por fatiga del metal. Estimación y pronóstico del tiempo de vida media de un componente mecánico.

El MMM se puede aplicar tanto en sólidos bajo carga (en tensión como en el caso de piezas de maquinaria) así como después del retiro de las cargas cuando la pieza no se encuentra solicitada. El perfil magnético formado bajo la acción de las cargas de trabajo queda parcialmente congelado después de la descarga en virtud de la histéresis de dislocación magnética[33]. Esto da la posibilidad de evaluar el estado real de tensiones de la pieza y revelar en etapas tempranas las zonas de daño máximo al leer los campos utilizando dispositivos de medición de características especiales. Es importante destacar que los dispositivos de medición de campos magnéticos no tienen una norma mundial por lo que cada instrumento presenta características y singularidades únicas y las mediciones no suelen ser referidas a un patrón sino que son relativas entre sí desde un estado base.

### C.0.1. El MMM y los sólidos ferromagnéticos.

Los sólidos ferromagnéticos en presencia del campo magnético terrestre, presentan una magnetización inducida fuertemente perfilada por las condiciones de frontera magnética. El campo inducido divergirá en las zonas de discontinuidad superficial del material y en zonas de *stress*, oquedades o inclusiones de otros materiales en el seno del material original. Cuando un sólido ferromagnético se enfriá por debajo de su temperatura de Curie el campo magnético terrestre genera un patrón de dominios. Posteriormente, cuando el material se trabaja, asociado a los procesos térmicos o por deformación en frío se producen defectos en la estructura policristalina y eventualmente algunos defectos estructurales presentarán concentraciones de esfuerzos y deformaciones importantes. Estas concentraciones alteran localmente los dominios magnéticos y producen a su vez, heterogeneidades en la magnetización que pueden ser detectadas midiendo la dispersión del campo magnético en la superficie de los cuerpos. Para estos sólidos es particularmente útil el MMM.

El método también puede aplicarse, con menor grado de facilidad, a materiales antiferromagnéticos, ferrimagnéticos y paramagnéticos.

## Apéndice D

# Materiales Magnéticos.

Los materiales magnéticos se pueden clasificar en cinco grandes grupos de acuerdo a sus propiedades y su comportamiento frente a campos magnéticos externos. Estos comportamientos resultan del acoplamiento de magnitudes propias de los átomos (momento angular total, espín y momento magnético intrínseco) con su ordenamiento en estructuras moleculares y cristalinas. Como el ordenamiento y las estructuras dependen fuertemente de la temperatura, hay temperaturas críticas en las que ocurren transiciones entre los grupos.

### D.1. Materiales con magnetismo intrínseco.

El magnetismo intrínseco se manifiesta cuando el campo de cada átomo individual no afecta a los átomos vecinos. No hay manifestación de interacciones cooperativas:

- **Materiales diamagnéticos:** el diamagnetismo es una propiedad fundamental de toda la materia. Se debe al comportamiento no cooperativo de los electrones cuando se exponen a un campo magnético exterior. El resultado es la generación de un débil campo opuesto al campo externo. Se observa muy claramente en los sistemas atómicos, iónicos y moleculares que contienen todos sus electrones apareados o que tengan orbitales completamente llenos. Como el momento inducido sólo depende del tamaño y de la forma de los orbitales en las capas completas y esto no depende de la temperatura, el diamagnetismo dependerá muy poco de la temperatura en condiciones normales. A temperaturas muy bajas en los metales el diamagnetismo presenta fuertes variaciones con la temperatura y violentas oscilaciones frente variaciones pequeñas del campo exterior. Esto se conoce como efecto De Hass-van Alphen<sup>1</sup>. Ya que el diamagnetismo es función de la distribución electrónica es mas importante en los compuestos que contengan átomos con mayor numero de electrones. En la práctica la mayoría de los materiales compuestos pertenecen a este grupo.
- **Materiales paramagnéticos:** en esta clase de materiales algunos de los átomos o iones cristalinos tienen un momento magnético neto debido a electrones no pareados en orbitales parcialmente llenos. Se manifiesta por la aparición de un fuerte campo magnético debido a la alineación individual de los momentos magnéticos de los átomos o moléculas en forma paralela a la del campo magnético externo. Debido a la agitación térmica el paramagnetismo desaparece cuando se retira el campo magnético externo; esto

---

<sup>1</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/De\\_Haas-van\\_Alphen\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/De_Haas-van_Alphen_effect)

se debe a que la agitación térmica distribuye aleatoriamente la dirección de los dipolos magnéticos lo que lo hace altamente dependiente de la temperatura y un aumento de ella disminuye el efecto paramagnético. Son paramagnéticos todos los átomos y moléculas que poseen un número impar de electrones, pues presentan un momento magnético neto i.e. el spín total del sistema no debe ser nulo, por ejemplo átomos libres de Na y óxido nítrico gaseoso (NO). También son paramagnéticos todos los átomos y iones libres con una capa interna incompleta, por ejemplo elementos de transición como el Mn y el Gd y los elementos con una capa exterior incompleta: C, Ni, O, Fl, Al, Cu, Fe, Co, Ni, etcétera. Cuando los átomos dejan de estar libres las uniones moleculares y cristalinas hacen que la mayoría de los materiales compensen sus espines y se vuelvan diamagnéticos.

## D.2. Materiales con magnetismo extrínseco.

El magnetismo extrínseco se manifiesta cuando los campos generados en cada átomo individual actúan colectivamente generándose ordenaciones macroscópicas capaces de generar un campo magnético propio en el material

- **Materiales ferromagnéticos:** son materiales donde los campos de los átomos exhiben interacciones cooperativas muy fuertes constituyendo regiones de dominios magnéticos más allá de los dominios cristalinos, esto produce una intensa magnetización permanente aún en ausencia de campos exteriores. A este grupo pertenecen muchos materiales basados en hierro, níquel, cobalto, gadolinio, disprosio, sus aleaciones y algunos de sus óxidos, aunque notablemente no está entre ellos la magnetita ( $Fe^{2+}Fe_2^{3+}O_4$ ). El ferromagnetismo no es exclusividad sólo de los elementos citados, hay aleaciones que no contienen a ninguno de ellos y son ferromagnéticas por ejemplo las aleaciones Heusler  $Cu_2MnAl$  y por el contrario también tenemos aleaciones de hierro que no son ferromagnéticas como los aceros inoxidables austeníticos; incluso bajo ciertas condiciones de presión y temperatura el hierro no es ferromagnético. El  $Fe - \alpha$  llamado ferrita es una estructura cristalina del tipo cúbica centrada en el cuerpo (ccb) que presenta las mejores propiedades magnéticas del Fe puro; se suele alejar con cobalto y bario para hacer imanes permanentes. Existen aleaciones que presentan un ferromagnetismo muy intenso y se conocen por sus nombres comerciales: Permalloy, Hipernik, Monimax, Permendur, Superpermallooy, Hiperco, Ferroxcube III, etcétera.
- **Materiales antiferromagnéticos:** son materiales compuestos donde cada componente presenta momentos magnéticos opuestos casi iguales, resultando en un momento neto muy pequeño en ausencia de campos exteriores. Estos materiales se pueden pensar como dos subredes cristalinas dispuestas de forma tal, que cada una por separado podría presentar un momento magnético neto como los ferromagnéticos, pero juntas cada una es afectada por la presencia de la otra y se ordenan como un material ferromagnético, pero con los momentos netos de cada subred en direcciones opuestas. Este ordenamiento antiparalelo puede aparecer en presencia de un campo magnético exterior, cancelándose si tienen el mismo valor absoluto o reduciéndolo si son distintos. Si el campo magnético externo es lo bastante

intenso algunos de los momentos magnéticos opuestos se alinean paralelamente con él, aun a costa de alinearse en paralelo a sus vecinos superando la interacción antiferromagnética y volviéndose paramagnético. Ejemplo: la hematita ( $\alpha Fe_2O_3$ )

- **Materiales ferrimagnéticos:** el ferrimagnetismo es similar al antiferromagnetismo pero las subredes involucradas tienen momentos magnéticos opuestos de muy diferente magnitud. Esto produce la aparición campo magnéticos inducidos grandes e inclusive su aparición en forma espontánea similarmente a los ferromagnéticos. Los ordenamientos son más complejos que los antiferromagnéticos y uno de ello da nombre al grupo. La magnetita es un sólido ferrimagnético ( $Fe^{2+}Fe^{3+}_2O_4$ ) aunque por siglos fue el ejemplo de ferromagnetismo. El  $Mn_{12}$  es una molécula con interacciones antiferromagnéticas que presenta un momento magnético grande del estado fundamental. Existen sistemas antiferromagnéticos incluidos en este grupo que presentan magnetización permanente pero los momentos no son totalmente antiparalelos sino que presentan pequeñas desviaciones angulares del alineamiento de los momentos magnéticos resultando en dos direcciones netas opuestas para cada subred. Los materiales ferrimagnéticos se conocen con el nombre de ferritas.

### D.3. Características comunes a todos los grupos.

A altas temperaturas los materiales tenderán a ser diamagnéticos o paramagnéticos. En la Figura D.1 podemos ver distintas transiciones entre los grupos y las temperaturas críticas a las que ocurren en función de la susceptibilidad<sup>2</sup>  $\chi$ .

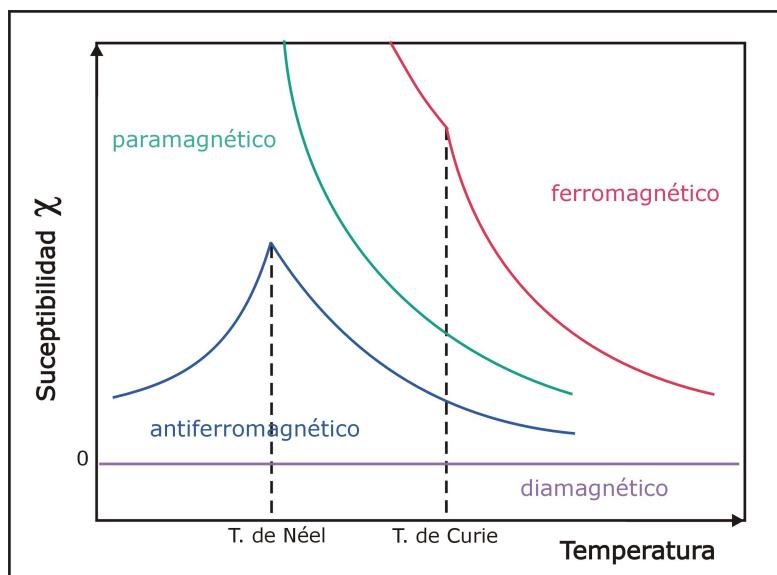


FIGURA D.1. Susceptibilidad magnética y temperaturas de transición entre los distintos grupos.

<sup>2</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic\\_susceptibility](https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_susceptibility)

En el vacío  $\chi$  vale cero y en ese caso diríamos que el material es amagnético, cuando  $\chi < 0$  tendremos los diamagnéticos y cuando  $\chi > 0$  los restantes. Aplicando la definición de permeabilidad magnética  $\mu = \mu_0(1+\chi)$  definiendo el  $\mu$  relativo como:  $\mu_r = (1+\chi)$  tendremos que para los materiales amagnéticos será  $\mu_r = 1$ , para los diamagnéticos  $\mu_r < 1$  y para el resto  $\mu_r > 1$  tal como podemos ver en la figura D.2

$\mu_f$  ferromagnéticos,  $\mu_p$  paramagnéticos,  $\mu_0$  vacío,  $\mu_d$  diamagnéticos.

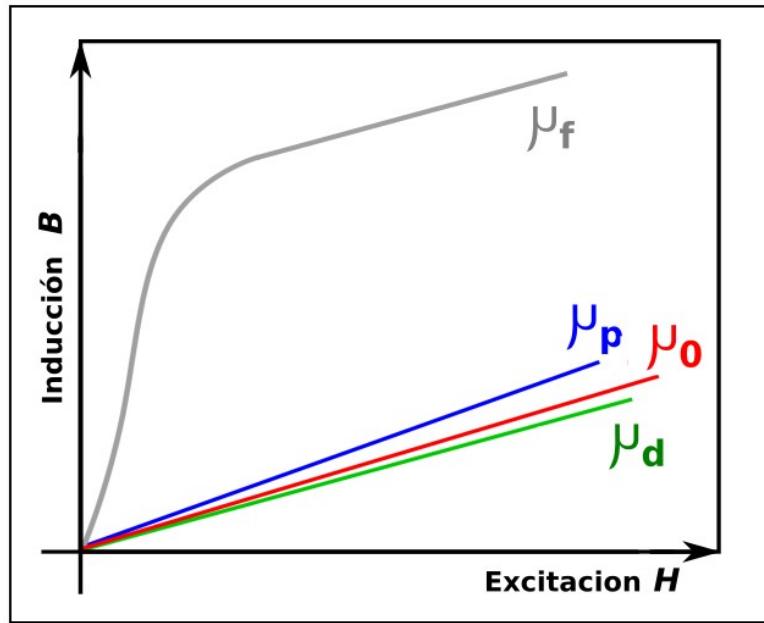


FIGURA D.2. Permeabilidad magnética  $\mu$  inducción  $B$  vs. excitación  $H$ .

## Apéndice E

# Magnetismo en Aceros.

Los aceros son aleaciones de hierro y carbono a las que se suman otros elementos como: manganeso, níquel, cromo, molibdeno, boro, titanio, vanadio, tungsteno, cobalto, niobio, plomo y nitrógeno. La diferencia principal entre otras aleaciones del hierro y el acero se halla en el porcentaje del carbono; el acero es hierro con un porcentaje de carbono de entre el 0,03 % y el 1,075 %. El acero conserva las características metálicas del hierro en estado puro pero la adición de carbono y de otros elementos tanto metálicos como no metálicos mejora sus propiedades físico-químicas. Sin embargo si la aleación posee una concentración de carbono mayor del 1,8 % se producen lo que se llama *fundiciones* que son mucho más frágiles que el acero y no es posible forjarlas sino que deben ser moldeadas.

### E.1. Aceros y fundiciones al carbono.

En el hierro puro la estructura cristalina tiene poca resistencia al avance de dislocaciones esto permite que los átomos de hierro se deslicen entre sí con relativamente poca energía, el resultado es que el hierro puro es un metal bastante dúctil. Esta ductilidad se evita agregando pequeñas cantidades de carbono (entre el 0,002 % y el 2,2 % en peso), que actúan como agentes endurecedores, trabando la estructura cristalina al deformarla actuando como intersticiales que evitan el movimiento de las dislocaciones. Este acero base es el conocido como *Acero al carbono*. sus características las podemos ver en la figura E.1.

- Hasta los 911 °C (zona límite de temperatura crítica A3), el hierro ordinario cristaliza en el sistema cúbico centrado en el cuerpo (ccb) y recibe la denominación de hierro  $\alpha$  o ferrita. Es un material dúctil y maleable, ferromagnético hasta los 770 °C (temperatura de Curie a la que pierde dicha cualidad; se suele llamar también A2). La ferrita puede disolver pequeñas cantidades de carbono.
- Entre 911 y 1400 °C cristaliza en el sistema cúbico centradas en las caras (ccf) y recibe la denominación de hierro  $\gamma$  o austenita. Dada su mayor compactación la austenita se deforma con mayor facilidad y es paramagnética.
- Entre 1400 y 1538 °C cristaliza de nuevo en el sistema cúbico centrado en el cuerpo (ccb) paramagnético y recibe la denominación de hierro  $\delta$ , que es en esencia el mismo hierro  $\alpha$  pero con un parámetro de red mayor por efecto de la temperatura.
- A mayor temperatura de 1538 °C, el hierro se encuentra en estado líquido.

Estos tres estados se pueden agregar en forma de Perlita y Cementita con puntos singulares de aleaciones eutécticas y eutectoides en la temperatura marcada A1.

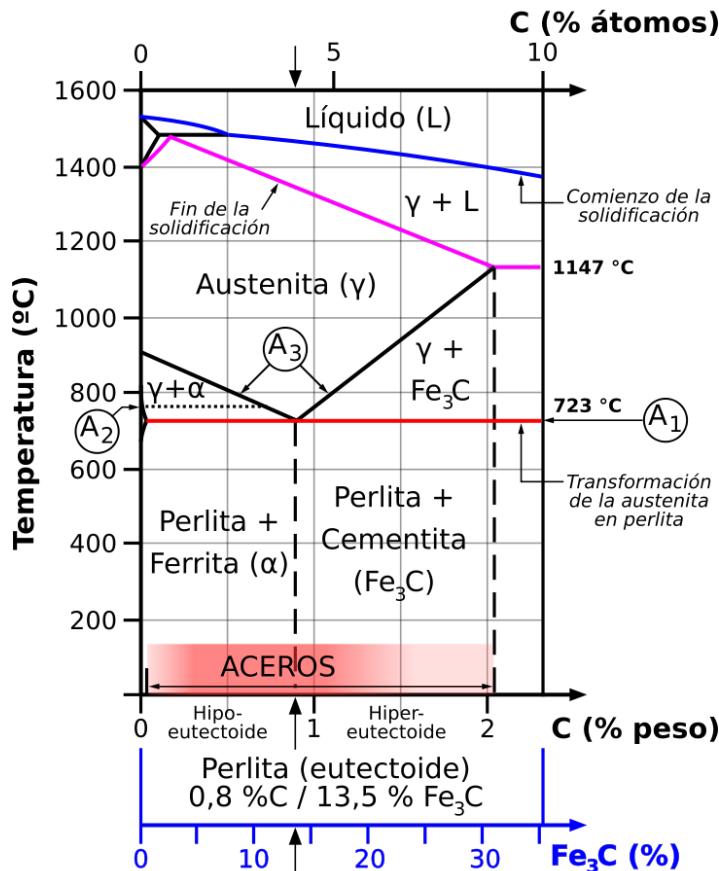


FIGURA E.1. Diagrama de estados de acero al carbono Fe-C<sup>1</sup>.

Si se agrega carbono al hierro aumenta su grado de ductilidad y energéticamente se ve favorecida la formación del carburo de hierro ( $Fe_3C$ ) llamado cementita, que va migrando a los bordes de grano por su gran tamaño; de modo que los aceros al carbono terminan siendo conformados por ferrita y cementita como se observa en la escala inferior de la figura E.1.

Hay estructuras que se formarán según sea el proceso de enfriamiento y el estado inicial del acero al carbono:

- La martensita es el constituyente típico de los aceros templados y se obtiene de forma casi instantánea al enfriar rápidamente la austenita (transformación de fase sin difusión). Es una solución sobresaturada de carbono en hierro  $\alpha$  con la tendencia de que a mayor cantidad de carbono, más se sustituye la estructura cúbica centrada en el cuerpo (ccb) por una tetragonal centrada en el cuerpo (bct). Luego de la cementita (y los carburos de otros metales), la martensita es el constituyente más duro de los aceros.

<sup>1</sup>[https://es.wikipedia.org/wiki/Diagrama\\_hierro-carbono](https://es.wikipedia.org/wiki/Diagrama_hierro-carbono)

- La bainita se forma a velocidades intermedias de enfriamiento, es una estructura similar a la perlita formada por agujas de ferrita y cementita pero de mayor ductilidad y resistencia que aquella.
- La austenita se puede retener por enfriamiento rápido de aleaciones con elementos gammágenos (que favorecen la estabilidad del hierro  $\gamma$ ) como el níquel y el manganeso, tal es el caso de los aceros inoxidables austeníticos.

En la figura E.2 tenemos la capacidad calorífica a volumen constante del hierro en función de la temperatura absoluta. Podemos apreciar transiciones de fase de primer orden entre los distintos estados cristalinos del hierro  $\alpha - \gamma - \delta$  y una transición de fase de segundo orden cuando dentro del mismo estado cristalino hierro- $\alpha$  el material experimenta una transición de ferromagnético a paramagnético.

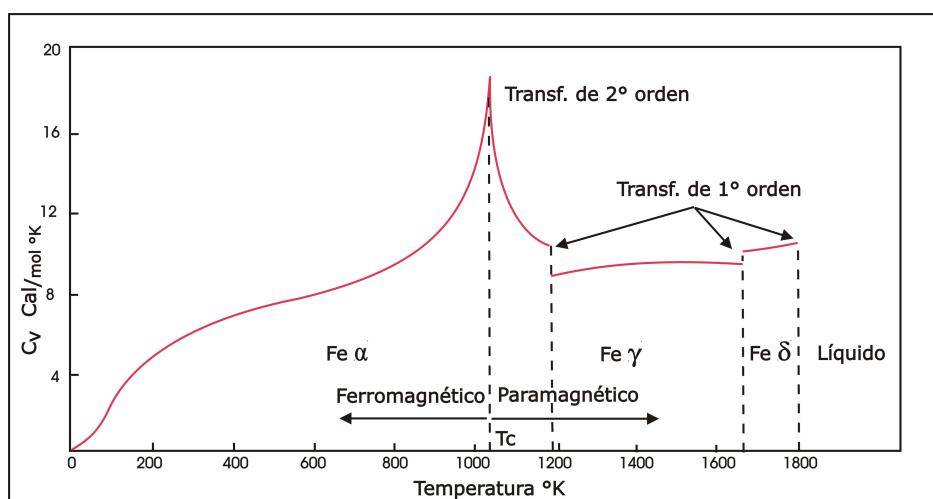


FIGURA E.2. Transiciones de fase en el Fe y cambios de estado magnético.

## E.2. Aceros inoxidables.

El acero inoxidable es una aleación de acero compuesta de al menos un 10,5 % de cromo. Por sus características componen un grupo aparte del de los *Aceros aleados* y pueden clasificar en función de los elementos que los componen cómo:

- Aceros martensíticos: sólo contienen carbono y cromo. Son ferromagnéticos y fueron los primeros que se desarrollaron industrialmente. El contenido de cromo va del 10,5 al 18 % y el de carbono hasta el 1,2 %. Se utilizan en Cuchillería, discos de freno, partes para bombas y turbinas a gas o vapor, tuercas y tornillos, equipos quirúrgicos, instrumentos dentales, etc.
- Aceros ferríticos: contienen no menos 16 % de cromo y puede llegar hasta el 30 % y 0,12 % de carbono. Son ferromagnéticos y según el porcentaje de cromo y el agregado de titanio, niobio y molibdeno se dividen en cinco subgrupos. Son ampliamente usados en la industria de los equipos comerciales de alimentos, refrigeradores, bateas, reactores, tuberías, etcetera. Resistencia a la corrosión de moderada a buena, se endurecen por deformación en

frío, no pueden ser endurecidos por tratamiento térmico. Son ferromagnéticos.

- Aceros dúplex: se denominan así por tener en su estructura metalúrgica proporciones similares de ferrita y austenita. Son ferromagnéticos y su límite elástico es casi el doble de un acero austenítico y con una resistencia a la corrosión muy similar, poseen una excelente tenacidad, superior a la de los aceros ferríticos. Se utilizan en la industria marina, especialmente en los cascos de submarinos.
- Aceros PH: también conocidos como endurecidos por precipitación y ofrecen una alternativa a los aceros inoxidables austeníticos cuando se desean elevadas características mecánicas y de maquinabilidad. Son aleaciones hierro-cromo-níquel mayormente ferromagnéticas sometidas a endurecimiento por tratamiento térmico de envejecimiento. Se pueden clasificar en función de su estructura en estado de recocido y del comportamiento resultante tras el tratamiento de envejecimiento como austeníticos, semi-austeníticos o martensíticos. Los aceros PH están patentados y frecuentemente se les designa con las siglas de la empresa fabricante.
- Aceros austeníticos: caracterizados por su alta resistencia a la corrosión pueden ser ferromagnéticos o ligeramente paramagnéticos. Los clasificados según la norma AISI<sup>2</sup> como AISI 304 (A2) y AISI 316 (A4) presentan una estructura austenítica que se caracteriza por ser casi amagnética. Sin embargo cuando estos aceros son sometidos a procesos de deformación en frío (estampado, cizallado o laminado), la austenita sufre una transformación parcial en martensita de deformación caracterizada por una mayor dureza y por ser ferromagnética, fácilmente detectable por un imán. El grado de transformación depende del nivel de deformado en frío y del contenido de carbono de la aleación. Existen algunos aceros austeníticos llamados de *alta aleación* de la serie F-310 aleados con Nitrógeno diseñados para soportar deformaciones en frío manteniendo la estructura austenítica. La martensita de deformación se puede eliminar con un recocido a 1.100 °C.

Aunque no resultara detectable con un imán, la permeabilidad magnética relativa  $\mu_r$  de los aceros inoxidables austeníticos no es igual a uno, ver Figura D.2. La permeabilidad magnética  $\mu_r$  suele estar entre 1,05 y 1,10 porque en su proceso de fabricación se añade un porcentual de ferrita que mejora su soldabilidad. Los aceros austeníticos recocidos son materiales paramagnéticos con permeabilidad magnética próxima a uno. dicho sea de paso, no hay correlación entre el magnetismo de los aceros inoxidables y la resistencia a la corrosión, de hecho el AISI 444 ferrítico y varios inoxidables dúplex pueden tener en ciertas circunstancias una resistencia a la corrosión mayor que la de muchos aceros austeníticos.

Existen aplicaciones donde el acero inoxidable debe ser no magnético: barras para refuerzo de concreto en instalaciones de radar, equipos de resonancia magnética, aceleradores de partículas y reactores de fusión, serían algunos ejemplos donde se precisa una permeabilidad magnética próxima a 1. En estos casos existen aceros inoxidables austeníticos especiales Bumax®<sup>3</sup> concretamente el Bumax 88 con una permeabilidad de 1,006 y el Bumax 109 con 1,007.

<sup>2</sup><https://www.steel.org/>

<sup>3</sup><https://www.bumax-fasteners.com/es/calidades-bumax/>

### E.3. Aceros Aleados.

Los aceros aleados tienen el agregado de distintos elementos para obtener características mecánicas deseables como: templabilidad, resistencia mecánica, dureza, tenacidad, resistencia al desgaste, soldabilidad y maquinabilidad. A continuación se listan algunos de los efectos de los elementos aleantes en el acero:

- Boro: en muy pequeñas cantidades (del 0,001 al 0,006 %) aumenta la templabilidad sin reducir la maquinabilidad
- Cobalto: muy endurecedor. Disminuye la templabilidad. Mejora la resistencia y la dureza en caliente.
- Cromo: forma carburos muy duros y comunica al acero mayor dureza, resistencia y tenacidad a cualquier temperatura.
- Molibdeno: aumenta mucho la profundidad de endurecimiento de acero, así como su tenacidad. Los aceros inoxidables austeníticos contienen molibdeno
- Nitrógeno: se agrega a algunos aceros para promover la formación de austenita.
- Níquel: es un elemento gammageno permitiendo una estructura austenítica a temperatura ambiente, que aumenta la tenacidad y resistencia al impacto.
- Plomo: no se combina con el acero, se encuentra en él en forma de pequeñísimos glóbulos, favorece la fácil mecanización por arranque de viruta,
- Titanio: mantiene estables las propiedades del acero a alta temperatura, evita la formación de carburo de hierro al soldar acero.
- Wolframio: también conocido como tungsteno. Forma con el hierro carburos muy complejos estables y muy duros, soportando bien altas temperaturas.
- Vanadio: posee una enérgica acción desoxidante y forma carburos que proporcionan una buena resistencia a la fatiga, tracción y poder cortante
- Niobio: Se utiliza para darle dureza, flexibilidad y elasticidad al acero, se utiliza en acero estructural y para aceros automotrices.
- Silicio: Se usa para mejorar las características magnéticas en aceros para transformadores laminándolo en chapas de grano orientado, las mejoras en la Magnetización<sup>4</sup> las podemos ver en el gráfico de la figura E.3.

Para más detalles de la clasificación de los aceros se puede recurrir al sitio <https://www.ingemecanica.com/aceros/aceros01.html> donde se encontrarán las clasificaciones según las normas: ASTM, AISI, SAE, EN, CENIM y UNE.

<sup>4</sup><https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetization>

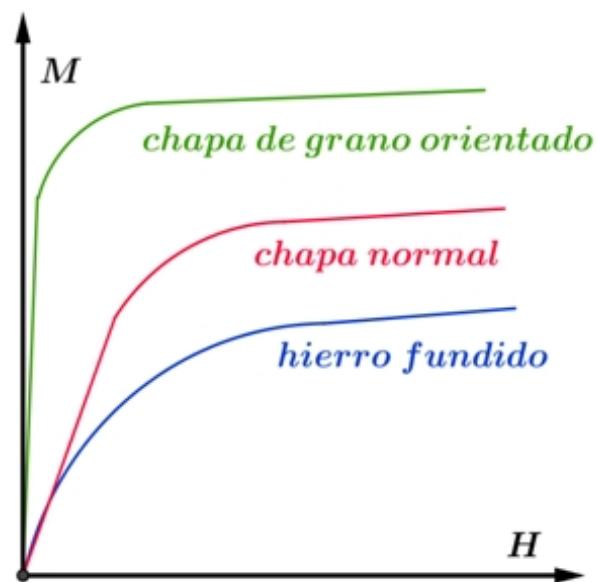


FIGURA E.3. Magnetización en acero al Silicio, acero al carbono y fundición

# Índice general

<b>1. Introducción al magnetismo</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción histórica . . . . .	1
1.2. Formulación matemática . . . . .	2
1.3. Números cuánticos . . . . .	6
1.3.1. Momento magnético orbital del electrón . . . . .	11
1.3.2. Momento magnético del spín del electrón . . . . .	12
1.4. Interacción espín órbita L-S . . . . .	15
1.5. Momento magnético total de un átomo libre . . . . .	17
1.6. Átomos con más de un electrón . . . . .	21
Paramagnetismo y enlace iónico . . . . .	29
1.6.1. Suma de momentos angulares o momento angular total . . . . .	29
1.6.2. Momento angular total de un átomo . . . . .	30
1.6.3. Momento magnético total de un átomo . . . . .	32
Momento magnético total . . . . .	33
Interacción espín-orbita . . . . .	34
1.6.4. Átomos con más de un electrón . . . . .	35
1.6.5. Ejemplos de los grupos 3d y 4f . . . . .	39
Momento magnético de los Elementos de transición interna	42
1.7. Magnetismo de moléculas y compuestos químicos . . . . .	43
1.7.1. Teoría de los Orbitales Moleculares (TOM) . . . . .	43
1.7.2. Magnetismo de moléculas y compuestos químicos . . . . .	44
Casos en que entra en juego el segundo nivel energético . .	45
Ejemplo: molécula del $Ni_2$ . . . . .	47
Interacción cruzada . . . . .	48
Caso del Oxígeno $Z = 8$ . . . . .	49
Compuestos de átomos distintos . . . . .	50
<b>2. Susceptibilidad magnética</b>	<b>53</b>
2.1. susceptibilidad magnética . . . . .	53
2.1.1. Paramagnetismo atómico . . . . .	55
2.1.2. Paramagnetismo cuántico . . . . .	55
2.1.3. Propiedades magnéticas: . . . . .	57
2.1.4. Paramagnetismo en átomos con varios electrones . . . . .	57
2.2. Paramagnetismo (enlace iónico) . . . . .	63
2.2.1. Paramagnetismo en un sólido . . . . .	63
2.2.2. Paramagnetismo clásico . . . . .	63
Teorema de Larmor . . . . .	67
2.2.3. Paramagnetismo de Pauli . . . . .	70
2.3. Paramagnetismo en sólidos y gases . . . . .	75
2.3.1. Susceptibilidad paramagnética de los electrones de conducción . . . . .	76
2.3.2. Resumen de Paramagnetismo . . . . .	79

2.4.	Diamagnetismo atómico, iónico, molecular . . . . .	80
2.4.1.	Diamagnetismo (clásico), teoría de Paul Langevin 1905 . . .	80
2.4.2.	Diamagnetismo (clásico) detalle de cómo se suman los momentos diamagnéticos . . . . .	82
2.4.3.	Resumen de diamagnetismo . . . . .	83
<b>3.</b>	<b>Paramagnetismo de Langevin</b>	<b>87</b>
3.1.	Paramagnetismo de Langevin . . . . .	87
3.1.1.	Energía del dipolo . . . . .	87
<b>4.</b>	<b>Ferromagnetismo</b>	<b>93</b>
4.1.	Concepto de Ferromagnetismo . . . . .	94
4.2.	Particularidad del hierro . . . . .	96
4.2.1.	Ferromagnetismo en el hierro . . . . .	97
4.3.	Interacción de canje . . . . .	98
4.3.1.	Fuerza de canje: . . . . .	98
4.4.	Antiferromagnéticos y Ferrimagnéticos . . . . .	99
4.4.1.	Susceptibilidad y Temperatura . . . . .	100
4.4.2.	Canje y Supercanje . . . . .	101
4.4.3.	Desdoblamiento del campo cristalino . . . . .	102
4.4.4.	Estructura del MnO, campo cristalino . . . . .	105
4.4.5.	Low espín y High espín . . . . .	108
	Caso del hierro, Magnetita . . . . .	108
4.5.	Dominios magnéticos . . . . .	110
4.5.1.	Tamaño de Dominios . . . . .	112
4.5.2.	Estructura de grano . . . . .	112
4.5.3.	Paredes de Bloch . . . . .	112
4.5.4.	Histéresis Magnética, movimiento de dominios . . . . .	113
4.6.	Ciclo de Histéresis . . . . .	114
4.6.1.	Pérdidas por Histéresis . . . . .	114
4.6.2.	Pérdidas por Corrientes parásitas . . . . .	115
4.6.3.	Comentarios sobre las corrientes de Foucault . . . . .	117
4.6.4.	Materiales magnéticos duros y blandos . . . . .	118
4.6.5.	Imanes permanentes . . . . .	119
4.6.6.	Otras características del Fe . . . . .	120
4.7.	Dependencia de la magnetización con el número y tipo de defectos	121
4.7.1.	Deformación mecánica y resistividad . . . . .	122
4.7.2.	Efecto del tamaño de grano del acero en las características magnéticas: . . . . .	123
4.8.	Anisotropías magnéticas . . . . .	124
4.8.1.	Anisotropías magnétocristalinas . . . . .	125
4.8.2.	Curvas de magnetización en función del campo . . . . .	127
4.8.3.	Energía de anisotropía . . . . .	128
4.9.	Algo más sobre dominios magnéticos . . . . .	130
4.9.1.	Campo desmagnetizante . . . . .	130
4.9.2.	Anisotropías magnéticas de forma . . . . .	131
4.10.	Anisotropía magnética por tensión, Magnetostricción . . . . .	132
4.10.1.	Magnetostricción en saturación . . . . .	132
4.10.2.	Magnetostricción en monocrstales cúbicos . . . . .	133
4.10.3.	Magnetostricción y estado inicial . . . . .	134
4.10.4.	Magnetostricción en monocrstales cúbicos . . . . .	135

4.10.5. Magnetostricción de un material isótropo . . . . .	137
4.10.6. Magnetoestricción en cristales uniaxiales, (hexagonal) . . . . .	137
4.10.7. Anisotropía magnéticas por tensión: Magnetostricción . . . . .	139
4.10.8. Breve historia de la magnetostricción . . . . .	142
Comparación con los Piezoeléctricos . . . . .	143
4.10.9. Efecto Wiedemann . . . . .	144
4.10.10. Ecuación de Estado . . . . .	145
Aplicaciones del efecto Wiegand . . . . .	146
Variación de $\lambda$ con el campo . . . . .	148
Aleaciones Invar o Nivarox . . . . .	148
Ferromagnéticos Amorfos . . . . .	149
4.10.11. Anisotropías magnéticas Inducidas: chapa de grano orientado	151
Acero eléctrico o acero magnético . . . . .	151
4.10.12. Ruido en transformadores . . . . .	152
4.10.13. Ciclo descripto por un material magnetostrictivo . . . . .	153
Reactancias no lineales . . . . .	154
Histéresis en magnetostricción . . . . .	155
<b>5. Sistemas Magnéticos Nanoscópicos</b>	<b>157</b>
5.1. Superparamagnetismo . . . . .	158
5.1.1. Sistemas magnéticos amorfos . . . . .	163
5.1.2. Materiales magnetostrictivos . . . . .	163
5.1.3. Hilos magnéticos Amorfos . . . . .	164
Aleaciones ricas en Fe . . . . .	165
5.1.4. Otros ciclos de histéresis . . . . .	166
Aleaciones ricas en Co . . . . .	169
5.2. Magnetoresistencia (MR) . . . . .	169
5.2.1. MR Anisótropa . . . . .	169
5.2.2. Conductividad eléctrica . . . . .	170
5.2.3. MR por magnetización espontánea . . . . .	172
5.2.4. MR Gigante . . . . .	173
5.2.5. Anisotropía Magnética Transversal . . . . .	175
5.3. Resonancia Ferromagnética . . . . .	177
5.3.1. Corriente de espín . . . . .	180
5.3.2. Válvula de espín(ferromagnéticos multicapas) . . . . .	181
5.3.3. MR de efecto túnel I . . . . .	183
5.3.4. Bandas de conducción . . . . .	183
5.3.5. Conductores, semiconductores y aisladores . . . . .	186
5.3.6. Electrones libres en un campo magnético . . . . .	186
5.3.7. MR de efecto túnel II . . . . .	187
5.3.8. Consecuencias de la transferencia de espín . . . . .	189
5.3.9. Estados magnéticos del sólido . . . . .	190
5.3.10. Filtro de espín . . . . .	191
<b>6. Introducción a la Superconductividad</b>	<b>193</b>
6.1. Conductividad clásica . . . . .	193
6.1.1. Resistencia residual . . . . .	193
6.1.2. Conductividad y aleaciones . . . . .	194
Conductividad y trabajo mecánico . . . . .	195
Aleaciones para conductores y aisladores . . . . .	195
6.2. Superconductividad . . . . .	197

6.2.1.	Propiedades de la superconductividad . . . . .	199
6.2.2.	Superconductores tipo I . . . . .	202
6.2.3.	Conductor Perfecto . . . . .	204
	Enfriamiento con y sin campo B . . . . .	204
6.2.4.	Superconductor y conductor perfecto . . . . .	205
	Preguntas . . . . .	206
6.2.5.	Superconductores blandos (tipo I) . . . . .	206
6.2.6.	Superconductores duros (tipo II) . . . . .	208
6.2.7.	Vórtices . . . . .	209
6.2.8.	Termodinámica de la superconductividad . . . . .	210
	Calor específico . . . . .	214
	Transformaciones de segundo orden . . . . .	215
	Transformaciones de fase . . . . .	216
6.2.9.	Frecuencia crítica . . . . .	216
6.2.10.	Teoría de los dos fluidos . . . . .	217
	Ecuación de London . . . . .	218
6.2.11.	Profundidad de penetración del campo y corriente . . . . .	219
6.2.12.	Cuantificación del flujo y fluxoides . . . . .	220
6.2.13.	Efecto Josephson . . . . .	222
6.2.14.	Interferencia cuántica - Squid . . . . .	224
	Squid en un campo externo . . . . .	225
	Aplicaciones . . . . .	227
<b>7.</b>	<b>Introducción al magnetismo superficial</b>	<b>231</b>
7.1.	Caracterización de propiedades y defectos por Técnicas Magnéticas Superficiales . . . . .	231
7.2.	Frontera magnética. . . . .	231
7.2.1.	Sólidos Ferromagnéticos . . . . .	233
	Método de la Memoria Magnética (MMM) . . . . .	233
7.2.2.	Región de Influencia Magnética de un Defecto . . . . .	234
7.2.3.	Caracterización multipolar de una anomalía magnética localizada. . . . .	238
	Termodinámica de la anomalía localizada . . . . .	240
7.3.	Sólidos Conductores . . . . .	242
7.3.1.	Método de las Corrientes Parásitas ECM . . . . .	244
7.3.2.	Configuraciones de medición . . . . .	246
	Excitación y sensor en la misma bobina . . . . .	246
	Sensor independiente de la excitación . . . . .	247
<b>8.</b>	<b>Introducción a la física del magnetismo en los sistemas biológicos</b>	<b>251</b>
8.1.	Introducción . . . . .	252
8.2.	Campos geomagnéticos y geo-eléctricos estáticos . . . . .	257
8.2.1.	Orientación de bacterias en el campo magnético terrestre . .	257
8.3.	Campos geomagnéticos y geo-eléctricos variables . . . . .	259
8.3.1.	Comparación con los campos generados por las líneas de transmisión de potencia . . . . .	259
8.3.2.	Ruidos, campos y contaminaciones . . . . .	260
8.4.	Modelo simplificado de efecto fisiológico del campo magnético . .	264
8.4.1.	Influencia de las fluctuaciones estadísticas sobre la orientación de partículas magnetizadas . . . . .	265

---

8.4.2. Aplicaciones de las fuerzas de traslación debidas a campos magnéticos no homogéneos a la separación de células . . . . .	267
8.4.3. Torques originados en anisotropías en las propiedades diamagnéticas de las estructuras moleculares y supramoleculares y Fuerzas de traslación asociadas a variaciones espaciales de la susceptibilidad magnética . . . . .	267
8.5. Magneto-hemodinámica y resonancia iónica . . . . .	270
8.5.1. Electrodinámica a nivel de tejidos biológicos y órganos. . . . .	273
8.6. Inducción de corrientes eléctricas en el conductor de volumen de los tejidos . . . . .	279
8.6.1. disipación de energía y activación de tejidos excitables . . . . .	279
8.7. Medición de los campos magnéticos generados por los procesos fisiológicos . . . . .	291
8.7.1. Teorema de Recíprocidad . . . . .	292
8.7.2. Teoría electromagnética de los medios continuos . . . . .	293
8.8. Consideraciones finales . . . . .	302
<b>A. Electromagnetismo Clásico</b>	<b>303</b>
A.1. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	303
A.2. Fuerza de Lorentz . . . . .	303
A.3. Fuerza de sobre una partícula magnetizada . . . . .	304
<b>B. Elementos de termodinámica del magnetismo</b>	<b>305</b>
B.1. Trabajo magnético . . . . .	305
<b>C. Método de la memoria magnética (MMM).</b>	<b>311</b>
C.0.1. El MMM y los sólidos ferromagnéticos. . . . .	312
<b>D. Materiales Magnéticos.</b>	<b>313</b>
D.1. Materiales con magnetismo intrínseco. . . . .	313
D.2. Materiales con magnetismo extrínseco. . . . .	314
D.3. Características comunes a todos los grupos. . . . .	315
<b>E. Magnetismo en Aceros.</b>	<b>317</b>
E.1. Aceros y fundiciones al carbono. . . . .	317
E.2. Aceros inoxidables. . . . .	319
E.3. Aceros Aleados. . . . .	321
<b>Bibliografía</b>	<b>335</b>



# Índice de figuras

1.1. Proyecciones en tres planos . . . . .	4
1.2. Pozo de potencial . . . . .	5
1.3. Efecto túnel . . . . .	6
1.4. Momento angular sus proyecciones . . . . .	8
1.5. Momento angular sus proyecciones en 3D . . . . .	9
1.6. Momento angular de espín y sus proyecciones . . . . .	10
1.7. Momento angular y momento magnético orbital . . . . .	11
1.8. Momento angular del electrón . . . . .	13
1.9. Espín y momento angular . . . . .	13
1.10. Resumen de números cuánticos . . . . .	14
1.11. Interacción L-S . . . . .	16
1.12. Interacción L-S . . . . .	17
1.13. Momento magnético total de un átomo libre II . . . . .	18
1.14. Momento magnético total de un átomo libre II . . . . .	19
1.15. Momento magnético total de un átomo libre III . . . . .	20
1.16. Distribución de fermiones $e^-$ . . . . .	24
1.17. Distribución siguiendo la regla de Hund . . . . .	25
1.18. Capas $n$ y orbitales $l$ . . . . .	25
1.19. Alineación de los espines electrónicos . . . . .	26
1.20. Llenado de los orbitales, . . . . .	26
1.21. orbitales esféricos de las capas s . . . . .	27
1.22. orbitales p . . . . .	27
1.23. orbitales l . . . . .	28
1.24. orbitales sucesivos . . . . .	28
1.25. orbitales d . . . . .	29
1.26. Momento angular total $J=L+S$ . . . . .	31
1.27. Momento magnético total . . . . .	32
1.28. Momento magnético total . . . . .	32
1.29. Momento magnético total . . . . .	33
1.30. Momento magnético total átomo libre . . . . .	34
1.31. Interacción Espín Órbita . . . . .	35
1.32. Interacción S-J, Russell-Saunders . . . . .	36
1.33. Interacción J-J . . . . .	36
1.34. Elementos de transición interna . . . . .	37
1.35. Distribución electrónica del Hierro . . . . .	38
1.36. Distribución electrónica del Níquel y el Cobalto . . . . .	38
1.37. Fe en distintos estado de oxidación . . . . .	39
1.38. Alineacion del espín grupos 4s 3d . . . . .	40
1.39. Alineacion del espín grupo 4f . . . . .	40
1.40. Elementos de transición con momento orbital bloqueado . . . . .	41
1.41. Momento magnético de los Elementos de transición interna . . . . .	42
1.42. Elementos de electrones desapareados . . . . .	43

1.43. Magnetismo Molecular . . . . .	44
1.44. Magnetismo Molecular del $He_2$ . . . . .	45
1.45. Segundo nivel energético orbitales $s$ . . . . .	45
1.46. Segundo nivel energético dos orbitales $s$ . . . . .	46
1.47. Orbitales enfrentados en la dirección $x$ . . . . .	46
1.48. Orbitales enfrentados e la dirección $y$ . . . . .	46
1.49. Molécula de $Ni_2$ . . . . .	47
1.50. Interacción cruzada $N \leq 7$ . . . . .	48
1.51. Interacción cruzada $N > 7$ . . . . .	48
1.52. $O_2$ Paramagnético . . . . .	49
1.53. $O_2^+$ Paramagnético . . . . .	49
1.54. $O_2^{2+}$ Diamagnético . . . . .	49
1.55. $O_2^{2-}$ Diamagnético . . . . .	50
1.56. $CO_2$ Diamagnético . . . . .	50
1.57. $CO_2$ Paramagnético . . . . .	51
2.1. Magnetismo en sólidos . . . . .	54
2.2. Cálculo geométrico de $\mu_j$ . . . . .	56
2.3. Propiedades magnéticas de algunos átomos . . . . .	57
2.4. Notación espectroscópica . . . . .	58
2.5. Notación de Rusell . . . . .	58
2.6. Interacción de Rusell-Saunders . . . . .	61
2.7. Momentos en el átomo . . . . .	61
2.8. Momentos del $Fe^{2+}$ . . . . .	61
2.9. Configuración $d^3$ . . . . .	62
2.10. Configuración $4f^3$ . . . . .	62
2.11. Representación clásica del paramagnetismo . . . . .	64
2.12. Sin campo exterior . . . . .	65
2.13. Campo exterior perpendicular . . . . .	66
2.14. Precesión de $L$ alrededor de $B$ . . . . .	67
2.15. Precesión de un trompo en el campo gravitatorio . . . . .	68
2.16. Precesión de Larmor debido al campo H . . . . .	68
2.17. Teorema de Larmor . . . . .	69
2.18. Frecuencia de Larmor . . . . .	70
2.19. Formación de bandas de energía . . . . .	71
2.20. Densidad de estados para diversos elementos. . . . .	73
2.21. Densidad de estados Paragamagnetismo de Pauli . . . . .	74
2.22. Desdoblamiento energético de la densidad de estados . . . . .	75
2.23. Susceptibilidad de diversos elementos . . . . .	77
2.24. Desdoblamiento de la energía por el campo $B$ . . . . .	77
2.25. Diamagnetismo clásico . . . . .	81
2.26. Suma de momentos diamagnéticos . . . . .	83
2.27. Relación de radios orbitales $R$ y $r$ . . . . .	84
2.28. Momento sobre la órbita . . . . .	85
3.1. Momento magnético . . . . .	88
3.2. Función de Langevin . . . . .	91
3.3. Ley de Curie-Wiess . . . . .	92
4.1. bacteria Magnética . . . . .	93
4.2. Estados del Hierro . . . . .	95

4.3. Densidades relativas $Fe\alpha - \gamma - \delta$ . . . . .	96
4.4. Transiciones de estado $Fe\alpha - \gamma - \delta$ . . . . .	97
4.5. Energía de canje para distintos elementos . . . . .	99
4.6. Susceptibilidades y temperaturas de transición . . . . .	101
4.7. Mn S posición octaédrica. . . . .	102
4.8. Mn T posición tetraédrica. . . . .	103
4.9. Campo esferico - octaédrico . . . . .	104
4.10. Campo esferico - tetraédrico . . . . .	104
4.11. Antiferrimagnetismo $MnO$ . . . . .	105
4.12. Alineacion de los niveles $3d$ . . . . .	105
4.13. Estructura del $MnO$ . . . . .	106
4.14. Elementos de transición interna . . . . .	106
4.15. Elementos de transición interna . . . . .	107
4.16. Campo débil . . . . .	107
4.17. Campo fuerte . . . . .	107
4.18. Campo cristalino . . . . .	108
4.19. Posiciones de low espín y High espín . . . . .	108
4.20. Posiciones de low espín y High espín . . . . .	108
4.21. Espinelas Nomal e inversa . . . . .	109
4.22. Tabla de óxidos del $Fe$ . . . . .	109
4.23. Espinela inversa . . . . .	110
4.24. $\mu_{total}$ de la Espinela inversa . . . . .	110
4.25. Dominios magnéticos . . . . .	111
4.26. Dominios magnéticos . . . . .	112
4.27. Bordes de grano . . . . .	112
4.28. Transición de la pared de Bloch . . . . .	113
4.29. I y B en un toroide . . . . .	113
4.30. Curva de primera imanación . . . . .	114
4.31. Flujo de corrientes Eddy . . . . .	115
4.32. Elemento de Resistencia . . . . .	116
4.33. Cargas en los extremos del laminado . . . . .	117
4.34. Materiales duros y blandos . . . . .	119
4.35. Ciclo de histéresis para estados normal y deformado . . . . .	122
4.36. Ciclo de histéresis para estados normal y deformado . . . . .	123
4.37. Anhisotropía magnetocrystalina . . . . .	125
4.38. Cobalto . . . . .	126
4.39. Direcciones preferenciales Hierro $\alpha$ y Níquel . . . . .	127
4.40. $Fe$ y $Ni$ Magnetización para direcciones preferenciales . . . . .	127
4.41. $Co$ Magnetización para direcciones preferenciales . . . . .	128
4.42. Densidad de energia $Fe$ . . . . .	129
4.43. Densidad de energia $Co$ . . . . .	129
4.44. Cierres magnéticos . . . . .	130
4.45. Anisotropias de forma . . . . .	131
4.46. Magnetostriccion . . . . .	132
4.47. Saturación en magnetoestriccion . . . . .	133
4.48. monocrstalesCubicos . . . . .	134
4.49. Magnestoestricción y estado inicial . . . . .	135
4.50. Magnetoestriccion cristales cúbicos . . . . .	136
4.51. Magnetoestriccion cruzada . . . . .	136
4.52. Cristales cúbicos, dirección $\theta$ . . . . .	137
4.53. Sistema de coordenadas, cristal hexagonal . . . . .	138

4.54. Magnetoestricción <i>Fe</i> monocrystal . . . . .	139
4.55. Anisotropias por tension [111] . . . . .	140
4.56. Anisotropias por tension [110] . . . . .	140
4.57. Anisotropias por tension [111] . . . . .	141
4.58. Síntesis de fenomenos magnetostrictivos . . . . .	142
4.59. Efecto piezoeléctrico . . . . .	143
4.60. Efectos piezoeléctrico y piezomagnético . . . . .	143
4.61. Efectos piezoeléctrico y piezomagnético . . . . .	144
4.62. Efecto Wiedemann . . . . .	145
4.63. Efecto Wiedemann II . . . . .	145
4.64. Relaciones de estado . . . . .	146
4.65. Efecto Wiegand . . . . .	147
4.66. Alambre Wiegand . . . . .	148
4.67. Variacion de $\lambda$ . . . . .	148
4.68. Invar Nivarox . . . . .	149
4.69. campoDesmagnetizante1 . . . . .	150
4.70. campoDesmagnetizante1 . . . . .	150
4.71. campoDesmagnetizante1 . . . . .	151
4.72. Chapa de grano orientado . . . . .	151
4.73. Acero eléctrico . . . . .	152
4.74. Ruido en transformadores . . . . .	152
4.75. Ni Oscilando . . . . .	153
4.76. Ciclo magnetostrictivo . . . . .	153
4.77. Ciclo de histéresis magnetostrictiva . . . . .	154
4.78. Reactancia no lineal . . . . .	154
4.79. Histéresis de magnetoestricción . . . . .	155
5.1. Ferrofluidos en campos magnéticos . . . . .	157
5.2. Ferro, Para y Superpara magnéticos . . . . .	159
5.3. Comportamiento cualitativo . . . . .	160
5.4. Comportamiento cualitativo . . . . .	160
5.5. Proceso activado térmicamente . . . . .	162
5.6. modelo de Bean y Livingston . . . . .	162
5.7. Hilos magnéticos Amorfos . . . . .	164
5.8. Ciclo de histéresis . . . . .	165
5.9. Distribución radial de dominios . . . . .	165
5.10. Inversión de magnetización . . . . .	166
5.11. "Desenganche", efecto Kerr . . . . .	166
5.12. Coordenadas cilíndricas . . . . .	168
5.13. Histéresis axial . . . . .	169
5.14. Estructura del microhilo . . . . .	169
5.15. Orbitales 3d . . . . .	170
5.16. Momento angular . . . . .	172
5.17. Resistencia - temperatura . . . . .	172
5.18. Un solo dominio . . . . .	174
5.19. Dos dominios . . . . .	175
5.20. Campo perpendicular . . . . .	177
5.21. Precesión alrededor de $H_{tot}$ . . . . .	178
5.22. Precesión de la $M$ total alrededor de $H_{tot}$ . . . . .	179
5.23. Relajación de la $M$ total . . . . .	179
5.24. Corriente de espín . . . . .	181

5.25. Válvula de espín . . . . .	182
5.26. $Li_2$ . . . . .	184
5.27. $Metal_2$ . . . . .	184
5.28. Bandas de valencia y de conducción . . . . .	185
5.29. Conductores, semiconductores y aisladores . . . . .	186
5.30. Efecto túnel On . . . . .	188
5.31. Efecto túnel Off . . . . .	188
5.32. Realineación de espines . . . . .	190
5.33. Transferencia del momento . . . . .	191
6.1. $\rho$ del $Cu$ para distintas concentraciones de $Ni$ . . . . .	195
6.2. Recocido anisotérmico para $Ni$ . . . . .	195
6.3. Conductividad y tensión de rotura . . . . .	196
6.4. Conductividad y concentración de impurezas . . . . .	197
6.5. Diversos superconductores cerámicos . . . . .	198
6.6. Superconductividad del $Hg$ . . . . .	199
6.7. Comportamientos a bajas temperaturas . . . . .	199
6.8. Efecto de las impurezas . . . . .	200
6.9. Transformación de segundo orden en el calor específico . . . . .	201
6.10. Superconductividad y estado normal . . . . .	202
6.11. Características Superconductores tipo I y II . . . . .	202
6.12. Superconductor tipo I . . . . .	203
6.13. Conductor perfecto y superconductor 1 . . . . .	205
6.14. Conductor perfecto y superconductor 2 . . . . .	206
6.15. Relación entre $M$ y $H$ . . . . .	207
6.16. Relación entre $J$ , $M$ y $H$ . . . . .	207
6.17. Superconductores tipo II . . . . .	208
6.18. Vórtices en superconductores tipo II . . . . .	209
6.19. Vórtices en superconductores tipo II . . . . .	210
6.20. Magnetización en función del campo $H$ . . . . .	210
6.21. Separación de estados normal y superconductor . . . . .	212
6.22. Equilibrio de estados en un superconductor . . . . .	214
6.23. Transformación de 2º orden . . . . .	215
6.24. Transformación de fase . . . . .	216
6.25. Conductor normal y superconductor . . . . .	217
6.26. Pares de Cooper . . . . .	220
6.27. Integración del flujo $\Phi_0$ . . . . .	222
6.28. Efecto Josephson . . . . .	222
6.29. Juntura Josephson . . . . .	223
6.30. Juntura Josephson . . . . .	224
6.31. Squid interferencia . . . . .	225
6.32. Squid con y sin campo externo . . . . .	225
6.33. Squid con y sin campo externo . . . . .	226
6.34. Squid interferencia . . . . .	227
6.35. Equipo comercial de RMN médica . . . . .	227
6.36. Concepción esquemática del LHC . . . . .	228
6.37. Cable superconductor . . . . .	228
6.38. Órdenes de los distintos campos magnéticos biológicos . . . . .	229
7.1. Campos magnéticos superficiales en presencia de zona de concentración de tensiones . . . . .	234

7.2. Fuga de líneas de flujo magnético asociada a grietas y discontinuidades en la superficie del material. . . . .	235
7.3. $MA_1 - MA_4$ fisuras en álabes a lo largo sobre y sobre el plano . . . . .	236
7.4. Campos sobre el canto del álabe . . . . .	236
7.5. Variación de la magnetización por tensiones inducidas . . . . .	237
7.6. Variación de magnetización en mechas de acero . . . . .	237
7.7. Campos en los ejes $x$ , $y$ y $z$ . . . . .	242
7.8. Corrientes turbillonarias en diversos sustratos . . . . .	245
7.9. Exitación y sensor en la misma bobina . . . . .	246
7.10. Relación de las impedancias en presencia de una grieta . . . . .	247
7.11. Graficos de impedancias . . . . .	247
7.12. Distintos perfiles de bobinas . . . . .	248
7.13. Efecto de filtro de los distintos perfiles de bobinas . . . . .	250
7.14. Señal original y filtrada en proximidad de una fisura . . . . .	250
 8.1. Modelo de tórax polifásico, . . . . .	253
8.2. Modelo relacional con las cavidades del corazón . . . . .	254
8.3. Modelo simplificado . . . . .	254
8.4. Bacteria procariote con magnetosoma . . . . .	258
8.5. Esbozo del campo magnético terrestre . . . . .	259
8.6. Sección de ángulo sólido . . . . .	262
8.7. Variación de $\epsilon$ y $\sigma$ con la frecuencia . . . . .	275
8.8. Modelo eléctrico de tejido . . . . .	277
8.9. Caminos de corriente en alta y baja frecuencia . . . . .	277
8.10. Perfiles de absorción de la radiación de un teléfono celular . . . . .	280
8.11. Campo Eléctrico en la superficie del cuerpo humano . . . . .	284
8.12. Modeo simplificado de campo en los tejidos . . . . .	285
8.13. Corrientes inducidas en el cuerpo humano . . . . .	287
8.14. Corrientes inducidas en el cerebro . . . . .	288
8.15. Pulso umbral . . . . .	290
8.16. Relación duración vs. intensidad del estímulo . . . . .	291
8.17. Conductor de volumen rodeando una esfera . . . . .	294
8.18. Magnetómetro unipolar . . . . .	299
8.19. Derivación magnética . . . . .	300
8.20. Esquema de un magnetómetro bipolar con bobinas ubicadas como polos opuestos. . . . .	301
8.21. Distintos campos de derivación magnética . . . . .	301
 C.1. Componentes del campo $B$ asociadas a perturbaciones debidas a heterogeneidades magnéticas primarias <sup>5</sup> . . . . .	311
 D.1. Susceptibilidad magnética y temperaturas de transición entre los distintos grupos. . . . .	315
D.2. Permeabilidad magnética $\mu$ inducción $B$ vs. excitación $H$ . . . . .	316
 E.1. Diagrama de estados de acero al carbono Fe-C <sup>6</sup> . . . . .	318
E.2. Transiciones de fase en el Fe y cambios de estado magnético. . . . .	319
E.3. Magnetización en acero al Silicio, acero al carbono y fundición . . . . .	322

# Bibliografía

- [1] Austin J. B. «Fe Especific Heat». En: *Journal Industrial And Engineering Chemistry, Vol.24* (1932), pág. 1225.
- [2] K. R. Lauer. *Magnetic/Electrical Methods, Capítulo 10 de CRC Handbook on Non Destructive Testing of Concrete*. CRC Press, Boca Raton, USA, 2004.
- [3] Ferran Macia Michael Foerster. «Magneto-Elastic Effects». En: *Journal of Physics: Condensed Matter, Volume 31, Number 19* (2019).
- [4] Washek F. Pfeffer. «The Gauss-Green theorem». En: *Advances in Mathematics Volume 87, Issue 1, May 1991* (1991), págs. 93-147.
- [5] Peter Jezzard Mark Jenkinson James L Wilson. «Perturbation Method for Magnetic Field Calculations of Nonconductive Objects». En: *Magnetic Resonance in Medicine, 52(3), Sep 2004* (2004), págs. 471-477.
- [6] R. S. Johnson. *Singular Perturbation Theory Mathematical and Analytical Techniques with Applications to Engineering*. Springer, 2005. ISBN: 0-387-23217-6.
- [7] Rodrigo Rebolledo Vega Oscar Cornejo Zuñiga. «Estimation of Parameters in Nonlinear Models: Algorithms and Applications». En: *Rev.EIA.Esc.Ing.Antioq N°25 Jan./June 2016* (2016).
- [8] N.Gershenfeld. «The Nature of Mathematical Modeling”, Chapter 10». En: *Cambridge University Press, Cambridge, UK* (1999).
- [9] W. Ross Adey. «Biological Effects of Electromagnetic Fields». En: *Journal of Cellular Biochemistry, Vol.24* (1993), págs. 410-416.
- [10] Ben Greenbaum. *capítulo introductorio a la tercera edición del Handbook of Biological Effects of Electromagnetic Fields 3rd ed.* CRC-Taylor & Francis, Boca Raton, FL, USA, 2007. ISBN: 978-0849306419.
- [11] A. S. Kompaneyets. *A Course of Theoretical Physics Vol. 2 1st English Ed.* Ed MIR, 1978. ISBN: 978-0714712505.
- [12] Landau & Lifshitz. *Electrodynamics of continuous media Vol. 8.* Ed MIR, Pergamon Press, 1960. ISBN: 978-0080091051.
- [13] Adamos Kyriakou y col. «Patient-specific simulations and measurements of the magneto-hemodynamic effect in human primary vessels». En: *Physiological Measurement 33.2* (ene. de 2012), págs. 117-130. DOI: [10.1088/0967-3334/33/2/117](https://doi.org/10.1088/0967-3334/33/2/117).
- [14] En: (1998).
- [15] En: (1998).
- [16] En: (1998).
- [17] En: (1998).
- [18] En: 1 (2006).
- [19] En: 1 (2019).
- [20] En: 1 (2006).
- [21] D. Suárez-Bagnasco, R. Armentano-Feijoo y R. Suárez-Ántola. «The excitation functional for magnetic stimulation of fibers». En: *2010 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology*. 2010, págs. 4829-4833. DOI: [10.1109/IEMBS.2010.5627910](https://doi.org/10.1109/IEMBS.2010.5627910).

- [22] Z. Deng, A. V. Peterchev y S. H. Lisanby. «Coil design considerations for deep-brain transcranial magnetic stimulation (dTMS)». En: *2008 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. 2008, págs. 5675-5679. DOI: [10.1109/IEMBS.2008.4650502](https://doi.org/10.1109/IEMBS.2008.4650502).
- [23] S. Bassiri, C. H. Papas y N. Engheta. «Electromagnetic wave propagation through a dielectric–chiral interface and through a chiral slab». En: *J. Opt. Soc. Am. A* 5.9 (sep. de 1988), págs. 1450-1459. DOI: [10.1364/JOSAA.5.001450](https://doi.org/10.1364/JOSAA.5.001450). URL: <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-5-9-1450>.
- [24] L. A. Cartee y R. Plonsey. «The transient subthreshold response of spherical and cylindrical cell models to extracellular stimulation». En: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 39.1 (1992), págs. 76-85. DOI: [10.1109/10.108130](https://doi.org/10.1109/10.108130).
- [25] Baule G. y McFee R. «Theory of Magnetic Detection of the Heart's Electrical Activity». En: *Journal of Applied Physics* 36 (1965), pág. 2066. DOI: [10.1063/1.1714404](https://doi.org/10.1063/1.1714404).
- [26] Plonsey R. y Heppner D. B. «Considerations of quasi-stationarity in electrophysiological systems.» En: *Bulletin of Mathematical Biophysics* 29 (1967), págs. 657-664. DOI: [10.1007/BF02476917](https://doi.org/10.1007/BF02476917).
- [27] Plonsey R. y Klee M. «Integral Equation Solution for Biopotentials of Single Cells». En: *Biophysical Journal* 12 (1972), págs. 1676-1681.
- [28] L. Santalo. *Vectores y Tensores y sus aplicaciones* 12va ed. EUDEBA, Buenos Aires, 1977. ISBN: 978-9502301419.
- [29] P. A. Laura. *Introducción a la Mecánica de Sólidos*. EUDEBA, Buenos Aires, 1979.
- [30] E. A. Guggenheim. *Thermodynamics. An Advanced Treatment for Chemists and Physicists*. North-Holland Physics Publ. 4 Ed., 1967. ISBN: 0-444-86951-4.
- [31] Dubov A. «Principal features of metal magnetic memory method and inspection tools as compared to known magnetic NDT methods». En: *Journal de la Montreal World Conference on Non-Destructive Testing, Montreal, Canada, Agosto de 2004* (2004).
- [32] Caoyuan Pang et.al. «A New Method for Internal Force Detection of Steel Bars Covered by Concrete Based on the Metal Magnetic Memory Effect». En: *Metals* 2019, 9(6), 661 (2019). ISSN: 2075-4701.
- [33] Issei Sugiyama et.al. «Ferromagnetic dislocations in antiferromagnetic NiO». En: *Nature Nanotechnology* 8(4) March (2013).