

## Entregable 2: Diagrama HR de un cúmulo estelar

### Objetivo:

Representar el diagrama HR de un cúmulo estelar y calcular su distancia. Presentando posteriormente un estudio de su representación.

### Datos:

Disponemos de los datos del telescopio espacial GAIA con tres filtros, G, B y R (los nombres habituales de los dos últimos filtros en la literatura científica son, respectivamente,  $B_p$  y  $R_p$ ). El archivo de datos que acompaña a esta práctica (Cumul.dat) recoge las medidas del flujo de las 256 estrellas (a esta magnitud la llamamos brillo instrumental a lo largo de la práctica): la tercera columna es el flujo en el filtro G, la cuarta en el filtro B y la quinta en el R. Las dos primeras columnas son las coordenadas ecuatoriales de las estrellas (ascensión recta y declinación) en grados. El archivo EstelsCalibratge.cat contiene los datos de algunas estrellas del cúmulo que utilizaremos de calibración. Tienes una letra identificadora, las coordenadas ecuatoriales, los brillos instrumentales en los filtros G, B y R, las magnitudes aparentes correspondientes en cada filtro, y la temperatura efectiva en Kelvin según los datos de GAIA.

### Procedimiento:

En primer lugar se procederá a calcular las constantes de calibración para cada filtro, ya que una vez obtenidas, servirán para obtener las diferentes magnitudes instrumentales para los filtros G, B y R, mediante la siguiente relación:

$$C_i(j) = m_i(j) + 2.5 \log_{10}(b_i(j)),$$

donde  $C_i$  es la constante de calibración,  $b_i$  es el brillo instrumental y  $m_i \equiv i$  es la magnitud instrumental o magnitud aparente que son proporcionadas, siendo  $i = G, B, R$  y  $j = A, B, C, D, E, F, G, H$ . La constante de calibración media se obtendrá haciendo la media de los 8  $C_i$  ya calculados:

$$\bar{C}_i = \sum_{j=1(A)}^{8(H)} \frac{C_i(j)}{8}.$$

$C_G$	$C_B$	$C_R$
25,6851932	25,3384668	24,7393351
25,6802855	25,3344119	24,7412372

25,677	25,334	24,746
25,687	25,338	24,747
25,683	25,335	24,747
25,681	25,334	24,742
25,687	25,338	24,748
25,682	25,329	24,747

Media de cada una

$\bar{C}_G$	$\bar{C}_B$	$\bar{C}_R$
25,683011 ± 0,000011	25,334912 ± 0,000010	24,744727 ± 0,000007

Se calcula los errores anteriores con la ecuación de la desviación media:

$$\epsilon_{dispersión} = \frac{\sum_{i=0}^N |X_i - \bar{X}|}{N}$$

Una vez encontradas las constantes de calibración  $\bar{C}_G$ ,  $\bar{C}_B$  y  $\bar{C}_R$  ahora determinamos las magnitudes calibradas de todas las estrellas del cúmulo mediante:

$$\begin{aligned} G &= m_G = \bar{C}_G - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } G) \\ B &= m_B = \bar{C}_B - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } B) \\ R &= m_R = \bar{C}_R - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } R) \end{aligned}$$

Con las magnitudes B y R de todas las estrellas calculamos el índice de color B - R. Esta cantidad, (B - R), se ve afectada por el enrojecimiento interestelar (reddening), debido a que la luz de longitud de onda más pequeña (azul) se absorbe más que la de longitud de onda mayor (roja) y por tanto hay que aplicar la corrección:

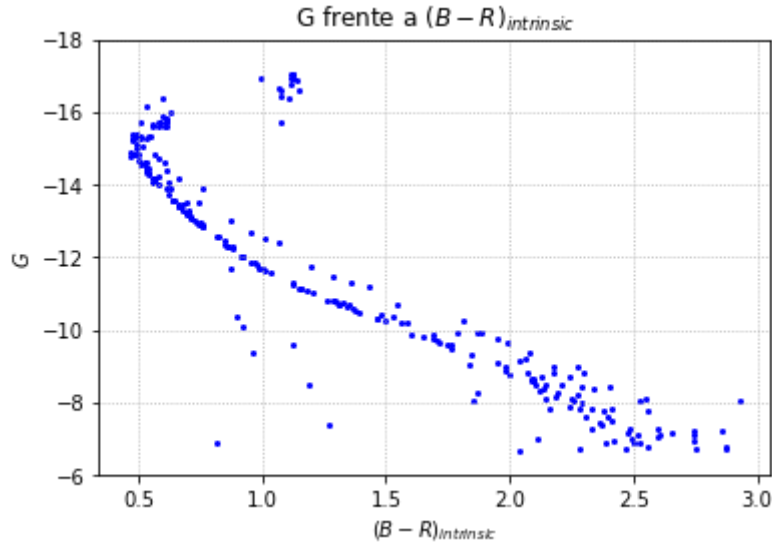
$$(B - R)_{intrinsic} = (B - R) - E(B - R)$$

donde para este cúmulo el enrojecimiento  $E(B - R) = 0.044$ .

A continuación queremos dibujar el diagrama color-magnitud en la que representamos para las 256 estrellas del cúmulo su magnitud aparente G frente al índice de color  $(B - R)_{intrinsic}$ . Para ello necesitamos la magnitud aparente G que determinamos con:

$$G = -2.5 \log(\text{brillo aparente } G)$$

Y seguidamente se proporciona el diagrama color-magnitud (figura 1).



**Figura 1**

El índice de color crece en una escala lineal que aumenta hacia la derecha, pero la escala de magnitudes ha de ser negativa aumentando hacia abajo (las estrellas mas brillantes estaran arriba).

Ahora se tiene el objetivo de obtener la temperatura efectiva de todas las estrellas del cúmulo. Para ello mediante las 8 magnitudes obtenidas del catálogo donde tenemos para cada una su temperatura efectiva  $T_{ef}$  y sus brillos instrumentales determinamos mediante las ecuaciones:

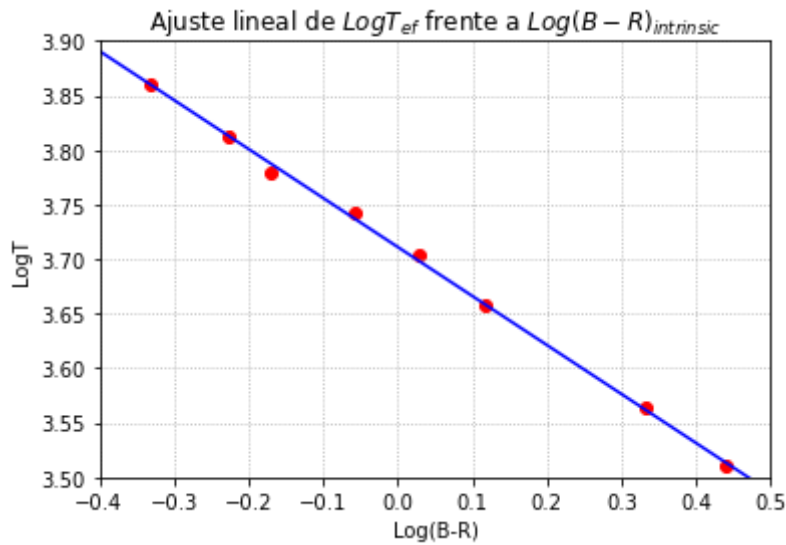
$$\begin{aligned} G_8 &= m_G = \overline{C_G} - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } G) \\ B_8 &= m_B = \overline{C_B} - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } B) \\ R_8 &= m_R = \overline{C_R} - 2.5 \log_{10}(\text{brillo instrumental en } R) \end{aligned}$$

Sus magnitudes calibradas que hemos llamado  $G_8$ ,  $B_8$ ,  $R_8$  y con ellas tomamos logaritmo en base 10 a la ley de potencias:

$$T_{ef}(x) = Ax^{-b} \text{ siendo } x = (B - R)_{intrinsic}$$

$$\log(T_{ef}(x)) = \log(Ax^{-b}) \Rightarrow \log(T_{ef}(x)) = \log(A) - b \log(x)$$

donde esta última ecuación representa una recta  $y = n + mx$  siendo  $n = \log(A)$  y  $m = -b$  entonces mediante un ajuste lineal vamos a obtener las constantes (figura 2).

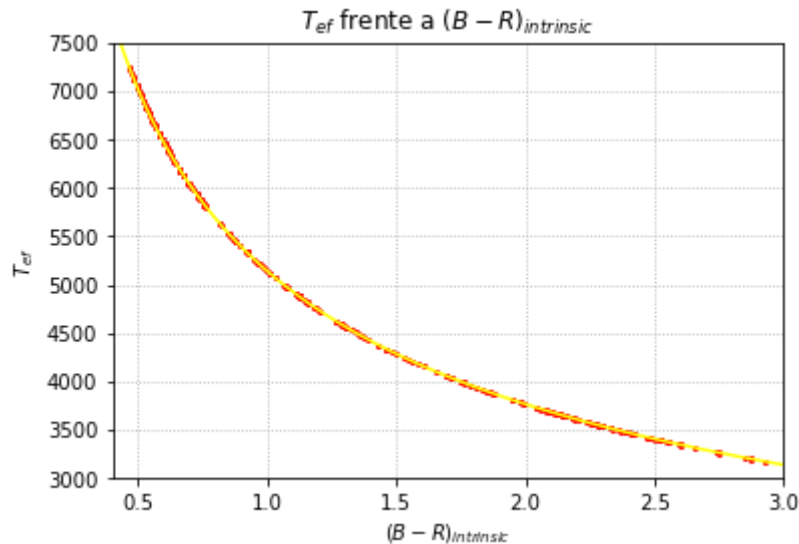


**Figura 2**

En la anterior figura se representan las 8 estrellas del catálogo en escala logarítmica donde hemos representado su temperatura efectiva frente a la magnitud  $(B_8 - R_8)_{intrinsic}$ . Así nos aparece una recta de donde determinamos  $m$  y  $n$ , las cuáles hemos obtenido:

$$m = -0.4491545210111384 \quad n = 3.7110897465533745$$

adquiriendo así que  $b = 0.449$  y  $A = 10^{3.711} = 5140.436$ . Seguidamente determinamos la  $T_{ef}$  para las 256 estrellas que sigue la ley de la potencia  $T_{ef}(x) = 5140.436 x^{-0.449}$  siendo  $x = (B - R)_{intrinsic}$ . Obteniendo así la siguiente representación (figura 3) donde se puede observar que todas las estrellas siguen la ley de potencias, y dibujando a su vez dicha curva.



**Figura 3**

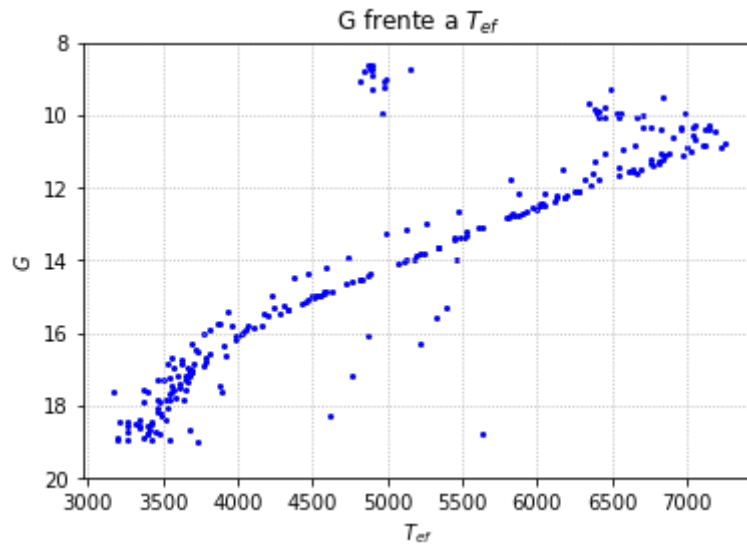
Acto siguiente, se compara los valores de la  $T_{\text{eff}}$ , G, R y B de la estrella H del catálogo de calibración con los valores calculados para esta en los apartados anteriores, calculando así el error absoluto y relativo de dichas magnitudes. A continuación las expresiones usadas para el cálculo y los resultados:

$$\varepsilon_{\text{Absoluto}}(x) = x_{\text{Real}} - x_{\text{Calculada}}$$

$$\varepsilon_{\text{Relativo}}(x) = \frac{\varepsilon_{\text{Absoluto}}(x)}{x_{\text{Real}}} \cdot 100$$

	<b>G</b>	<b>R</b>	<b>B</b>	<b><math>T_{\text{eff}}</math></b>
$x_{\text{Real}}$	10,80	10,98	10,48	7244,9
$x_{\text{Calculada}}$	10,8008	10,986	10,477	7250,4
$\varepsilon_{\text{Absoluto}}$	0,0008	0,006	0,003	5,5
$\varepsilon_{\text{Relativo}}$	0,008%	0,06%	0,02%	0,08%

A continuación, se presenta el diagrama HR de la magnitud G, ya calibrada, frente a la temperatura efectiva,  $T_{\text{eff}}$ , previamente calculada para cada una de las 256 estrellas del sistema.



**Figura 4**

Próximamente, se obtenemos el valor de de la magnitud absoluta,  $M_G$ , a partir de las coordenadas, paralaje y las magnitudes de GAIA de 97 estrellas pertenecientes al cúmulo de las Híades.

En primer lugar, se calculamos las distancias a cada una de las estrellas teniendo en cuenta que la distancia a una estrella en pársec está inversamente relacionada con su paralaje

$$d(pc) = 1000/p(mas),$$

dado que en la tabla nos aparece la paralaje en milisegundos de arco hemos multiplicado por 1000. Finalmente se hace la media de las 97 distancias obtenidas, obteniendo una media para la distancia de:

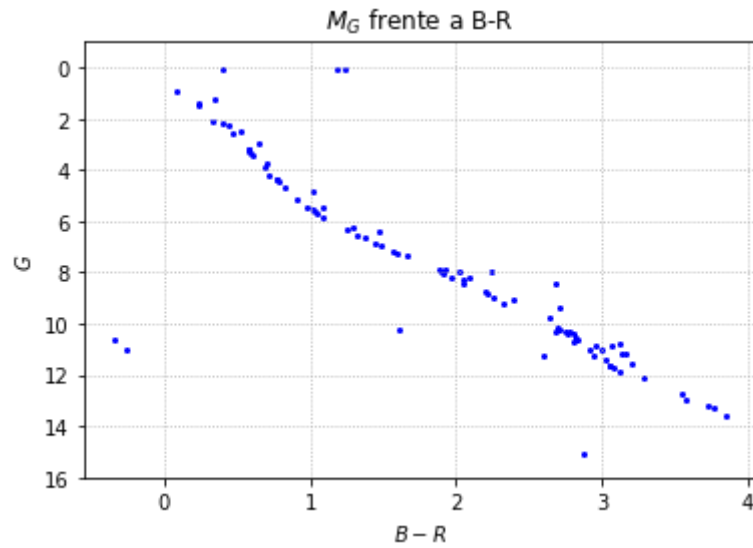
$$d = 46,72 \text{ pc}$$

Una vez obtenida la media de la distancia se calcula la magnitud absoluta,  $M_G$ , mediante la siguiente relación:

$$M_G = m_G - 5 * \text{Log}(d) + 5 ,$$

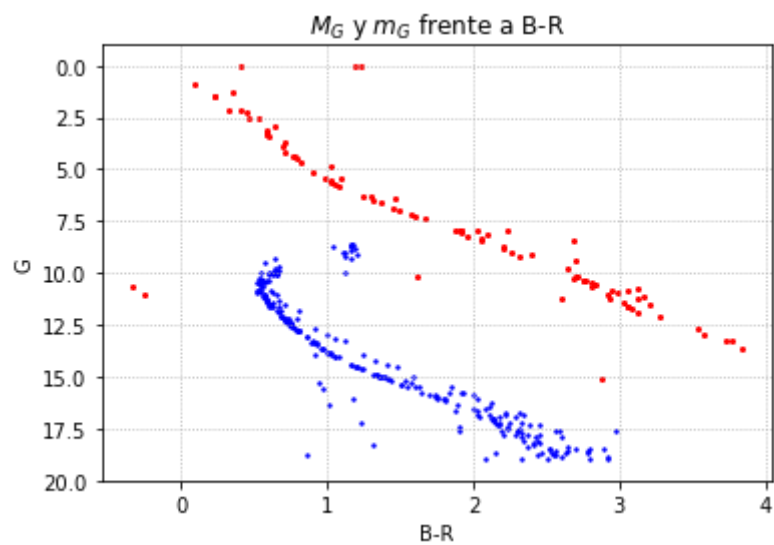
donde  $d$  es la distancia media previamente calculada y  $m_G$  es la magnitud aparente de G.

Una vez obtenido  $M_G$  nos disponemos a representar el diagrama en el que la presentamos frente al índice de color B-R teniendo en cuenta que  $B - R = m_b - m_R$ .

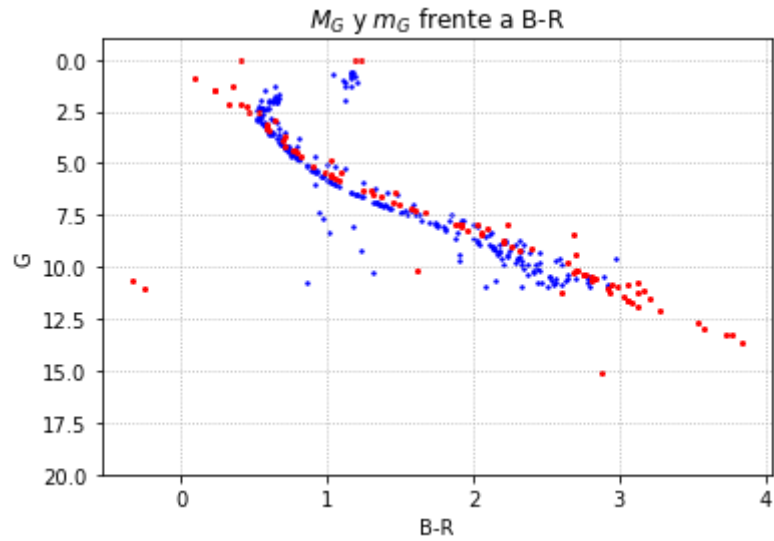


**Figura 5**

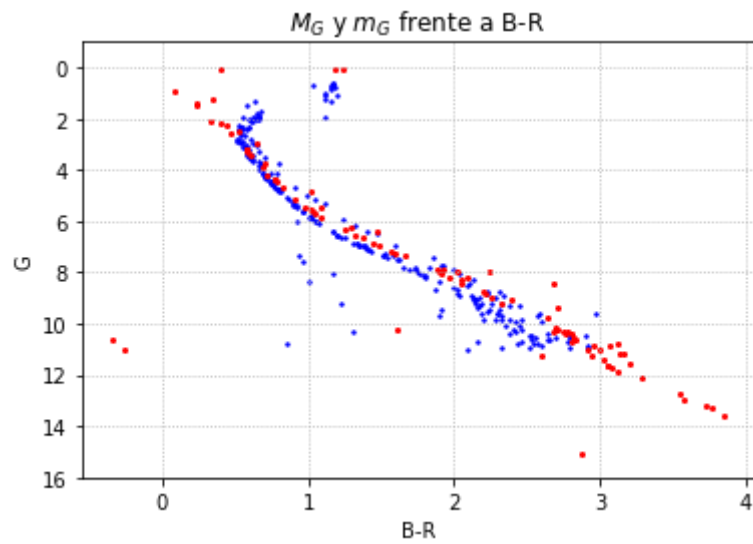
Seguidamente se mostrará la representación de los dos cúmulos con un desplazamiento de  $m_G - M_G$ , teniendo en cuenta que el cúmulo azul es el de las 256 estrellas mientras que el cúmulo rojo es de las 97. Todas las figuras representan lo mismo solo que con un desplazamiento añadido y en la última se hace un zoom.



**Figura 6**



**Figura 7**



**Figura 8**

La distancia desplazada es de  $m_G - M_G = 8$ , por lo que la distancia se calcula de la siguiente forma:

$$d = 10^{(m_G - M_G + 5)/5},$$

dando como resultado una distancia de:

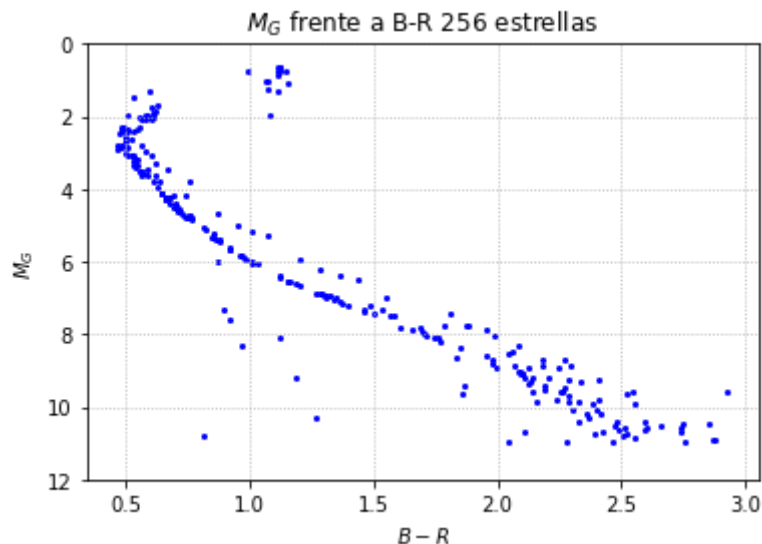
$$d = 398.1 \text{ pc}$$

A reglón seguido se determinará la magnitud absoluta,  $M_G$ , de las 256 estrellas de a través de la siguiente expresión:



$$M_G = m_G - 5 \cdot \text{Log}(d) + 5.$$

Y todos estos valores serán representados frente sus índices de color ( $B - R$ ) correspondientes, como se puede apreciar en la figura próxima.



**Figura 9**

Pueden haber diferentes explicaciones que justifiquen este fenómeno que se enumeran a continuación:

### **1. Presencia de sistemas binarios en ambos cúmulos**

En un sistema binario, el brillo aparente del sistema es mayor que el de una estrella individual debido a la combinación de las luminosidades de ambas estrellas. Esto desplaza al sistema binario hacia arriba en el diagrama HR, produciendo una línea paralela más brillante respecto a la secuencia principal. Esto explicaría la línea paralela superior más delgada que se aprecia en el diagrama.

### **2. . Extinción interestelar diferencial**

La extinción debida al polvo interestelar podría afectar más a una sección del cúmulo que a otras, desplazando los colores de las estrellas de manera diferente en el diagrama HR. Esto podría causar una separación aparente de las líneas.

### **3. Diferencias en la composición química (metalicidad)**

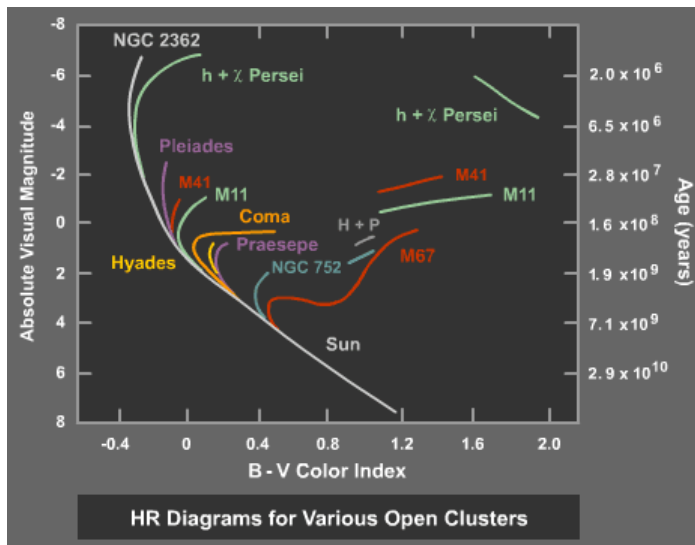
Una variación en la metalicidad puede cambiar la opacidad de las estrellas, afectando al brillo de la estrella y desplazándola en el diagrama HR.

### **4. Fusión de dos cúmulos.**

Es posible que este cúmulo naciese de la colisión de dos cúmulos más pequeños. Al formarse cada cúmulo a partir de un conjunto de materia diferente, podrían tener composiciones diferentes, una metalicidad distinta puede justificar el desplazamiento en el diagrama tal y como se explica en el apartado 3.

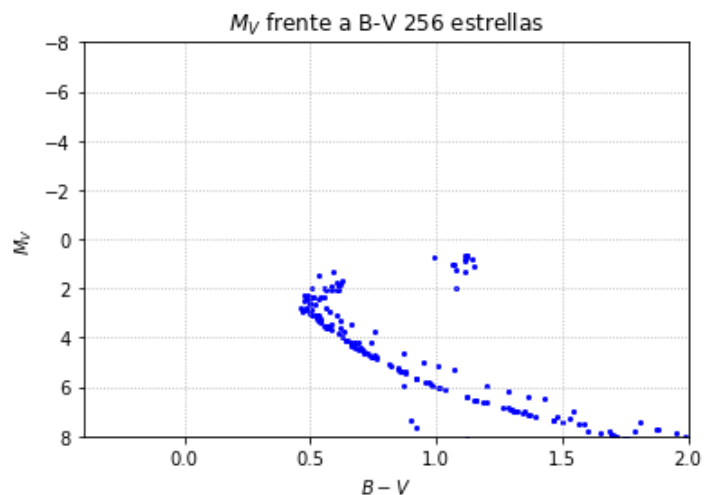
En definitiva, la explicación más probable para las dos líneas paralelas es la presencia de **sistemas binarios** en ambos cúmulos. Este efecto es muy común en cúmulos estelares abiertos, ya que muchas estrellas nacen en sistemas binarios. Sin embargo, diferencias en metalicidad o extinción también podrían influir. Un análisis más detallado de los datos, como la fracción de binarias y las características espectrales, podría confirmar la causa principal.

En conclusión, el cúmulo obtenido (Figura 11) podemos ver cómo se asemeja al cúmulo NGC 752 de la figura 10. No obstante, se podrá realizar una estimación de su edad basándonos en la Pléiades y la Híades.



**Figura 10**

En la **Figura 10** se aprecia que Pléyades se ubica hacia las magnitudes absolutas visuales negativas, concretamente en el rango de -3 a +1, así que se trata de un cúmulo relativamente joven respecto a cúmulos como M41 o Coma ( $10^6$ - $10^7$  años). Por otro lado, Híades se encuentra en magnitudes visuales absolutas en torno a +1 y +2 ( $10^8$ ), siendo más vieja que Pléyades pero aún más joven que cúmulos como el NGC 752 o el M67. Finalmente, nuestro cúmulo se encuentra entre 0 y +10, indicando así que varía entre  $10^8$  y  $10^{11}$  años, lo cual indica que es más antiguo que Pléyades y Híades.



**Figura 11**

**Bibliografía:**

- [https://www.e-education.psu.edu/astro801/content/17\\_p6.html](https://www.e-education.psu.edu/astro801/content/17_p6.html)
- [http://public.gettysburg.edu/~marschal/clea/clea\\_products/manuals/HRDiagramsOfClusters\\_Espanol.pdf](http://public.gettysburg.edu/~marschal/clea/clea_products/manuals/HRDiagramsOfClusters_Espanol.pdf)
- <https://carmenes.caha.es/ext/theses/msc.ucm.delatorrerojo.pdf>
- <https://www.astrosen.unam.mx/~richer/docencia/astrofisica1/estrellas.pdf>